ПРО РІВНЯННЯ РУХУ ПРОБНИХ ТІЛ У НЕМЕТРИЧНИХ МОДИФІКАЦІЯХ ЗАГАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

Олександр АЛЕКСАНДРОВ[1], *Ірина ВАВИЛОВА*[2],
Валерій ЖДАНОВ[1]

[1] Астрономічна обсерваторія Київського національного університету ім. Тараса Шевченка, вул. Обсерваторна 3, Київ 04053

[2] Головна астрономічна обсерваторія НАН України, вул. акад. Заболотного 27, Київ 03680 МСП

Редакція отримала статтю 8 жовтня 2008 р.

Обговорюються неметричні формалізми, потрібні для перевірок базових положень релятивістичної теорії тяжіння. Сформульовано загальні умови, які мають задовольняти рівняння руху пробних частинок в неметричній теорії, та знайдено відповідні обмеження на геометричну структуру. Отримано формулу для деформацій геодезичних ліній ріманового простору, спричинених малими збуреннями зв'язності.

1. ВСТУП

Релятивістична динаміка прямих взаємодій, у яку значний внесок внесли Роман Пантелеймонович Ґайда та його школа, оперує переважно з рівняннями руху частинок, уникаючи, де це можливо, введення польових величин. Цей підхід наразі не розглядається широким науковим загалом як альтернатива загальноприйнятому теоретико-польовому підходу. Скоріше, опис в термінах прямих взаємодій можна розглядати як доповнення до стандартного підходу, зокрема у феноменологічних моделях мікроскопічних систем і особливо там, де польовий опис наражається на математичні труднощі. Подібна ситуація виникає і там, де треба сформулювати певні загальні вимоги до неметричних узагальнень релятивістичної теорії тяжіння, що використовуються для аналізу перевірок загальної теорії відносності. Хоча гравітаційне поле у тому чи іншому вигляді, можливо непрямим чином, залишається присутнім, певні питання зручніше розглядати в обмеженій постановці у термінах суто рівнянь руху.

PACS numbers 04.25.-g

На цей час різні аспекти загальної теорії відносності (ЗТВ) перевірені з досить великою точністю [1]. В області слабких гравітаційних полів ЗТВ можна вважати добре експериментально обґрунтованою, вона визнана як основа для інтерпретації найбільш точних вимірювань в астрономії та геодинаміці [2]. Але планування експериментальних перевірок ЗТВ потребує виходу за її межі, розгляду її у більш широкому контексті, порівняння з альтернативними теоріями. Підвалини такої "теорії теорій" було закладено у 60-ті роки минулого століття, коли були проаналізовані загальні вимоги до теорії гравітації та вироблено спільний підхід до розгляду метричних теорій [3,1]. При цьому домінувала думка, що з огляду на сучасні спостережні дані лише метричні теорії, зокрема ЗТВ, адекватно відповідають дійсності. З іншого боку, у теорії відхилення від метричності можна зробити як завгодно малими. Доки вони не спостерігаються експериментально, можна казати лише про верхні обмеження на величини відповідних параметрів. Тому необхідно дослідити, за яких умов і як саме може проявитися те чи інше порушення метричності. У традиційній сфері гравітаційних явищ прояви неметричності можуть бути дуже малі, але апріорі не можна стверджувати, що те саме має місце у сильних полях та на космологічних масштабах.

У цій роботі ми аналізуємо можливість послабити постулати метричності та окреслюємо коло узагальнень ЗТВ, що задовольняють цим послабленим постулатам. Ми спираємося на загальні вимоги до теорії, розглянуті авторами в роботі [4]. Зокрема, ми обмежуємося лише геометричними теоріями, тобто приймаємо, що моделлю простору-часу (ПЧ) є чотиривимірний многовид M , а гравітаційна взаємодія моделюється його геометричною структурою. З огляду на те, що для певного кола явищ висновки ЗТВ добре перевірені, ми вимагаємо виконання принципу відповідності з ЗТВ. Точніше ми вважаємо, що в узагальненій теорії існує неперервний граничний перехід до ЗТВ, коли деякий параметр ϖ прямує до нуля. Також, необхідною вимогою до теорії гравітації є виконання слабкого принципу еквівалентності (СПЕ), експериментально перевіреного з надзвичайно високою точністю [1]: *траєкторія незарядженого пробного тіла залежить тільки від його початкового положення і початкової швидкості і не залежить від його внутрішньої структури або складу.*

2. РУХ ПРОБНИХ ТІЛ ТА ОБМЕЖЕННЯ НА ГЕОМЕТРІЮ

Дослідження руху пробних тіл та променів світла, поза сумнівом, утворюють основу вивчення гравітаційних полів. Ми розглядаємо пробні тіла як матеріальні точки, з якими можна зв'язати стандартні годинники. Нехай $x^\mu = x^\mu(p)$ - траєкторія тіла, p — довільний монотонно зростаючий параметр. Відповідно до СПЕ для диференціала власного часу, який є безпосередньо спостережуваною величиною, можемо покласти

$$d\tau^2 = G(x^\alpha, dx^\beta/dp)dp^2, \tag{1}$$

причому функція G задовольняє умові однорідності $G(x^\alpha, ky^\beta) = k^2 G(x^\alpha, y^\beta)$.

Функція $G(x^\alpha, y^\beta)$, як і інші, що будуть розглядатися нижче, визначається в деякій області U дотичного розшарування $U \subset TM$, яка, з огляду на умову однорідності, має бути конусною у кожному шарі. Задання функції $G(x^\alpha, dx^\beta)$ визначає дещо узагальнену фінслерову геометрію [5]. Але самої форми (1) недостатньо для моделювання просторово-часових вимірювань. Для цього потрібно мати аналог метричного тензора, необхідність якого випливає з принципу відповідності. З умови однорідності легко отримати:

$$(d\tau)^2 = G_{\mu\nu}(x^\alpha, dx^\beta) dx^\mu dx^\nu, \tag{2}$$

де

$$G_{\mu\nu}\left(x^\alpha, y^\beta\right) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G\left(x^\alpha, y^\beta\right)}{\partial y^\mu \partial y^\nu}. \tag{3}$$

Це одне з можливих означень метричного тензора у фінслеровій геометрії. У рімановій геометрії завдання метричної форми еквівалентно завданню метричного тензора. У фінслеровому випадку це вже не так. Якщо задавати безпосередньо симетричний тензор $G_{\mu\nu}(x^\alpha, y^\beta)$, нульового степеня однорідності за змінними y^β, тобто відмовитися від формули (3), то приходимо до так званих узагальнених фінслерових геометрій.

Отже сформулюємо основні вимоги до геометричної моделі простору часу. Далі припускаємо, що *на просторово-часовому многовиді M існує узагальнений фінслерів метричний тензор $G_{\mu\nu}\left(x^\alpha, y^\beta\right)$; квадрат інтервалу між близькими подіями дається формулою (2); коли ϖ прямує до нуля, тензор $G_{\mu\nu}$ прямує до метричного тензору ЗТВ, $G_{\mu\nu}\left(x^\alpha, y^\beta\right) \xrightarrow{\varpi \to 0} g_{\mu\nu}\left(x^\alpha\right)$*. З цим також тісно пов'язано наступне припущення: *рівняння $G\left(x_0^\alpha, dx^\beta\right) = 0$ виділяє в дотичному просторі $T_{x_0}M$* точки x_0 *двопорожнинний світловий конус; кожному 4-напрямку, що задовольняє це рівняння, відповідає траєкторія світлового променя.*

Згідно із прийнятою моделлю *через кожну точку x_0^α ПЧ у кожному 4-напрямку, такому, що $G\left(x_0^\alpha, dx^\beta\right) > 0$, проходить одна і тільки одна траєкторія пробних тіл. З кожним пробним тілом можна зв'язати стандартний годинник, покази якого збігаються з інтервалом уздовж траєкторії.* Ми поки-що не уточнюємо зв'язність ПЧ однозначно, а лише вимагаємо, що *вплив гравітації на динаміку матерії моделюється введенням нетривіальної зв'язності $H^\alpha_{\beta\gamma}$ на M*; при $\varpi = 0$ *зв'язність ПЧ є псевдоріманововою, що відповідає метриці $g_{\alpha\beta}$*.

Рівняння (1) фіксує певну, канонічну, параметризацію траєкторій. Його можна переписати у вигляді

$$G(x^\alpha, dx^\beta \big/ d\tau) = 1, \tag{4}$$

і розглядати як інтеграл руху, або як в'язь. Унаслідок цього лише три компоненти вектора 4-швидкості $dx^\beta \big/ d\tau$ є незалежними.

З прийнятих умов випливає, що шляхи пробних тіл задовольняють систему рівнянь другого порядку:

$$\frac{d^2x^\alpha}{d\tau^2} + K^\alpha\left(x^\beta, \frac{dx^\gamma}{d\tau}\right) = 0 \quad . \tag{5}$$

При цьому будемо вважати, що функції $K^\alpha\left(x^\beta, dx^\gamma/d\tau\right)$ є однорідними другого степеня відносно $dx^\gamma/d\tau$, так що вони можуть бути представлені у вигляді:

$$K^\alpha\left(x^\mu, \frac{dx^\nu}{d\tau}\right) = K^\alpha_{\beta\gamma}\left(x^\mu, \frac{dx^\nu}{d\tau}\right)\frac{dx^\beta}{d\tau}\frac{dx^\gamma}{d\tau} \quad , \tag{6}$$

де симетричні за нижніми індексами коефіцієнти $K^\alpha_{\beta\gamma}\left(x^\mu, dx^\nu/d\tau\right)$ є однорідними нульового степеня за швидкостями. Таке припущення дозволяє: 1) обирати незалежним чином одиниці вимірювання координат та (власного) часу; 2) поширити рівняння (5) на світлоподібні траєкторії, коли параметр τ набуває іншого фізичного тлумачення; 3) поширити рівняння (5) на просторовоподібні траєкторії, коли квадрат інтервалу стає від'ємним. Наслідком однорідності є те, що розв'язки рівняння (5) залежать від початкових швидкостей $\dot{x}^\nu|_{\tau=0}$ та параметра лише через добутки $(\dot{x}^\nu|_{\tau=0}\cdot\tau)$. Тут і надалі звичайні похідні за власним часом позначаємо точкою угорі, $dx^\alpha/d\tau = \dot{x}^\alpha$.

Рівняння (5) і (6) визначають криві, які можна назвати *геодезичними* для розглядуваних узагальнених геометрій. При перетвореннях координат коефіцієнти $K^\alpha_{\beta\gamma}\left(x^\mu, \dot{x}^\nu\right)$ перетворюються як компоненти зв'язності. Розглядаючи геодезичні як автопаралельні криві (аби мав місце узагальнений закон інерції), запишемо рівняння руху через коваріантні похідні:

$$\frac{D\dot{x}^\alpha}{d\tau} \equiv \frac{d\dot{x}^\alpha}{d\tau} + H^\alpha_{\beta\gamma}\dot{x}^\beta\dot{x}^\gamma = 0.$$

Порівнюючи з (5), доходимо висновку, що фізичну зв'язність $H^\alpha_{\beta\gamma}\left(x^\mu, \dot{x}^\nu\right)$ можна подати у вигляді

$$H^\alpha_{\beta\gamma}\left(x^\mu, \dot{x}^\nu\right) = K^\alpha_{\beta\gamma}\left(x^\mu, \dot{x}^\nu\right) + L^\alpha_{\beta\gamma}\left(x^\mu, \dot{x}^\nu\right) \quad , \tag{7}$$

де $L^\alpha_{\beta\gamma}$ - тензор, що задовольняє такій умові:

$$L^\alpha_{\beta\gamma}\dot{x}^\beta\dot{x}^\gamma = 0. \tag{8}$$

Диференціюючи (4) та враховуючи рівняння (2), (5) і (6), отримуємо умову, що зв'язує узагальнені метричну та геодезичну структури:

$$\left(G_{\alpha\beta,\gamma} - 2G_{\alpha\delta}K^\delta_{\beta\gamma} - G_{\alpha\beta,,\delta}K^\delta_{\gamma\mu}\dot{x}^\mu\right)\dot{x}^\alpha\dot{x}^\beta\dot{x}^\gamma = 0. \tag{9}$$

Тут комою позначені частинні похідні щодо координат, а двома комами - частинні похідні відносно компонент швидкості. Рівняння (9) є однорідним третього степеня за швидкостями.

Таким чином, геометрія ПЧ визначається метричним тензором $G_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right)$ та зв'язністю (7), які задовольняють рівнянням (8) та (9). Нехай $g_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}\right)$ - метричний тензор, що відповідає у рамках ЗТВ тому ж розподілу матерії, і $\Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma}(x)$ - відповідна ріманова зв'язність. Згідно із принципом відповідності ми вважаємо, що тензори деформації

$$\Theta_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right) = G_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right) - g_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}\right) \tag{10}$$

та

$$\Pi^{\alpha}_{\beta\gamma}\left(x^{\mu}, y^{\nu}\right) = H^{\alpha}_{\beta\gamma}\left(x^{\mu}, y^{\nu}\right) - \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma}\left(x^{\mu}\right) \tag{11}$$

формально пропорційні параметру ϖ.

Як приклад розглянемо простий випадок, коли компоненти метричного тензору й коефіцієнти зв'язності не залежать від швидкостей. Рівняння (5) стає рівнянням афінних геодезичних і ми приходимо до афінно-метричних теорій гравітації, які важливі з точки зору калібрувального підходу [6]. У цьому випадку з рівняння (8) випливає, що тензор $L^{\alpha}_{\beta\gamma}$ є кососиметричним щодо нижніх індексів. Це так званий тензор геодезичного скруту, який зазвичай позначають як $S^{\alpha}_{\beta\gamma}$. Рівняння (9) набуває такого вигляду:

$$G_{(\alpha\beta,\gamma)} - 2G_{\delta(\alpha}K^{\delta}_{\beta\gamma)} = 0. \tag{12}$$

або, якщо прийняти звичайні позначення для коваріантного диференціювання та врахувати (7) і (8):

$$G_{(\alpha\beta;\gamma)} = 0. \tag{13}$$

Відомо, що в будь-якому просторі афінної зв'язності завдання поля симетричного тензора другої валентності $G_{\alpha\beta}(x)$, що використовується для жонглювання індексами, дозволяє представити коефіцієнти зв'язності у вигляді [7]:

$$\Gamma_{\alpha\mu\nu} = \{\alpha\mu\nu\} + Q_{\alpha\mu\nu} + \left(B_{\alpha\mu\nu} + B_{\nu\mu\alpha} - B_{\nu\alpha\mu}\right). \tag{14}$$

Тут ми, на відміну від загального випадку, позначили коефіцієнти афінної зв'язності традиційно, як $\Gamma_{\alpha\mu\nu} \equiv G_{\alpha\beta}\Gamma^{\beta}_{\mu\nu}$; $\{\alpha\mu\nu\}$ - символи Кристофеля; $Q_{\alpha\mu\nu} = S_{\alpha\mu\nu} + S_{\mu\nu\alpha} + S_{\nu\mu\alpha}$ - так званий тензор конторсії; $S_{\alpha\mu\nu} = \frac{1}{2}\left(\Gamma_{\alpha\mu\nu} - \Gamma_{\alpha\nu\mu}\right)$ - тензор скруту; $B_{\alpha\mu\nu} = -\frac{1}{2}g_{\alpha\mu;\nu}$ - "тензор неметричності". Тепер, умова збереження норми 4-швидкості (9) означає, що повністю симетрична частина тензора неметричності дорівнює нулю [7].

У деяких роботах припускалася можливість таких афінно-метричних узагальнень ЗТВ, в яких канонічний параметр, визначений за метрикою, не є афінним параметром геодезичних [8]. Нехай dx^{α}/ds фізична 4-швидкість пробного тіла. Тоді, як відомо, лише три її компоненти можуть бути задані незалежно, тобто, має існувати в'язь

$\Phi\left(x^\alpha, dx^\beta/ds\right) = 0$. Розв'язуючи це співвідношення відносно ds, ми приходимо до рівняння аналогічного (1). Таким чином наш розгляд охоплює саме фізичну канонічну параметризацію. Можна, звичайно, додатково задавати другу метричну форму, або інші геометричні структури.

Якщо порівняти геодезичні лінії, визначені рівнянням (5), із рімановими геодезичними, що відповідають метриці $g_{\mu\nu}\left(x^\alpha\right)$, то при однакових початкових умовах вони будуть поступово розходитися. Лінійну за параметром ϖ частину цього відхилення ми вивчаємо у наступному розділі і знаходимо для нього представлення через квадратури від тензора $\Pi^\alpha_{\beta\gamma}$.

3. ДЕФОРМАЦІЇ РІМАНОВИХ ГЕОДЕЗИЧНИХ

Інтегрування рівняння геодезичних – це складна математична задача, яка точно розв'язується лише в дуже простих просторах. Але, добре відомо як вона розв'язується у формі степеневих рядів у загальному випадку довільної пульверизації [5,9]. Також розроблено метод наближеного інтегрування геодезичних та побудови СВ локального спостерігача у наближенні слабкого поля [10-12]. У деяких випадках для порівняння висновків з альтернативних гравітаційних теорій достатньо розгляду відхилень геодезичних, обумовлених тензором деформації зв'язності.

Перепишемо рівняння (5) з умовою (6), ураховуючи співвідношення (7), (8) та (11), наступним чином:

$$\ddot{x}^\alpha + \left(\Gamma^\alpha_{\beta\gamma} + \Pi^\alpha_{\beta\gamma}\right)\dot{x}^\beta \dot{x}^\gamma = 0. \tag{15}$$

Уведемо координати, які є нормальними в метриці $g_{\alpha\beta}\left(x\right)$. Будемо позначати їх як z^τ, а значення величин у цих координатах зірочкою вгорі, наприклад $\overset{*}{g}_{\rho\sigma}\left(z^\tau\right)$. При цьому рівняння (15) набуває вигляду:

$$\ddot{z}^\sigma + \left(\overset{*}{\Gamma}{}^\sigma_{\mu\nu}\left(z^\rho\right) + \overset{*}{\Pi}{}^\sigma_{\mu\nu}\left(z^\rho, \dot{z}^\rho\right)\right)\dot{z}^\mu \dot{z}^\nu = 0. \tag{16}$$

Ріманові геодезичні, що проходять через початок координат, мають вид прямих $z^\sigma = v^\sigma \cdot \tau$; а коефіцієнти ріманової зв'язності задовольняють функціональному рівнянню

$$\overset{*}{\Gamma}{}^\sigma_{\mu\nu}\left(z^\rho\right) z^\mu z^\nu = 0. \tag{17}$$

Деформація зв'язності призводить до деформації геодезичних. Шукаємо розв'язки рівняння (16) у вигляді $z^\sigma = v^\sigma\tau + \zeta^\sigma\left(v^\rho\tau\right)$. При цьому вважаємо, що тензор деформації зв'язності пропорційний малому параметру ϖ, і обмежуємося лінійним наближенням за цим параметром. Зрозуміло, що аргументи тензора деформації не збурюються: $\overset{*}{\Pi}{}^\sigma_{\mu\nu}\left(z^\rho, \dot{z}^\kappa\right) \to \overset{*}{\Pi}{}^\sigma_{\mu\nu}\left(v^\rho\tau, v^\kappa\right) = \overset{*}{\Pi}{}^\sigma_{\mu\nu}\left(v^\rho\tau, v^\kappa\tau\right)$. В останній рівності враховано, що відносно другого аргументу тензор деформації є однорідним нульового степеня. Врахуємо також, що рівняння (17) у лінійному наближенні дає

$$\overset{*}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\mu\nu,\kappa}\left(v^{\rho}\tau\right)v^{\mu}v^{\nu}\zeta^{\kappa}\tau+2\overset{*}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\mu\nu}\left(v^{\rho}\tau\right)v^{\mu}\zeta^{\nu}=0. \tag{18}$$

Отримуємо рівняння для деформації геодезичних:

$$\tau\ddot{\zeta}^{\sigma}+2\overset{*}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\mu\nu}\left(v^{\rho}\tau\right)v^{\mu}\left(\tau\dot{\zeta}^{\nu}-\zeta^{\nu}\right)=-\tau\overset{*}{\Pi}{}^{\sigma}_{\mu\nu}v^{\mu}v^{\nu}. \tag{19}$$

Або, якщо ввести вектор $\overset{*}{\Pi}{}^{\sigma}\left(v^{\rho}\tau\right)=\tau^{2}\overset{*}{\Pi}{}^{\sigma}_{\mu\nu}\left(v^{\rho}\tau,v^{\kappa}\tau\right)v^{\mu}v^{\nu}$ та оператор $D=\tau d/d\tau$:

$$D\left(D\zeta^{\sigma}-\zeta^{\sigma}\right)+2\overset{*}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\mu\nu}\left(v^{\rho}\tau\right)v^{\mu}\tau\left(D\zeta^{\nu}-\zeta^{\nu}\right)=-\overset{*}{\Pi}{}^{\sigma}. \tag{20}$$

Шуканий розв'язок має задовольняти однорідним початковим умовам $\zeta^{\sigma}\left(0\right)=0,\ \dot{\zeta}^{\sigma}\left(0\right)=0$. Покажемо, що він дається таким виразом:

$$\zeta^{\sigma}\left(v^{\rho}\tau\right)=-\tau\int\limits_{0}^{\tau}\frac{\overset{*}{g}{}^{\sigma\mu}(v^{\rho}s)}{s^{2}}ds\int\limits_{0}^{s}\frac{\overset{*}{\Pi}_{\mu}(v^{\rho}t)}{t}dt \tag{21}$$

Очевидно, що початкові умови виконуються. Далі маємо

$$\eta^{\sigma}\equiv D\zeta^{\sigma}-\zeta^{\sigma}=-\overset{*}{g}{}^{\sigma\mu}\left(v^{\rho}\tau\right)\int\limits_{0}^{\tau}\frac{\overset{*}{\Pi}_{\mu}\left(v^{\rho}t\right)}{t}dt, \tag{22}$$

$$\begin{aligned} D\eta^{\sigma}&=-\overset{*}{\Pi}{}^{\sigma}\left(v^{\rho}\tau\right)+\left(D\overset{*}{g}{}^{\sigma\kappa}\right)\overset{*}{g}_{\kappa\mu}\eta^{\mu}= \\ &=-\overset{*}{\Pi}{}^{\sigma}-\left(\tau v^{\nu}\frac{\partial\overset{*}{g}{}^{\sigma\kappa}\left(\tau v^{\rho}\right)}{\partial\left(\tau v^{\nu}\right)}\right)\overset{*}{g}_{\kappa\mu}\eta^{\mu}=-\overset{*}{\Pi}{}^{\sigma}-2\tau\overset{*}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\mu\nu}v^{\nu}\eta^{\mu}. \end{aligned} \tag{23}$$

Бачимо, що вираз (21) дійсно задовольняє рівняння (20).

Формула (21) може знайти широке коло застосувань. Цікаво, що у такому вигляді вона справедлива як для деформацій, спричинених збуреннями метрики, так і для афінних і фінслерових деформацій. Формула значно спрощується у випадку, коли фонова метрика псевдоевклідова, тобто у випадку слабкого поля.

Робота частково підтримана Програмою НАН України “Космомікрофізика”.

ЛІТЕРАТУРА

[1] *Яцків Я.С. та ін.* Загальна теорія відносності: випробування часом. - Київ, ГАО НАНУ, 2005, 288 с.

[2] *Soffel M. et al.* The IAU 2000 resolutions for astrometry, celestial mechanics and metrology in the relativistic framework: explanatory supplement.- arXiv: astro-ph/0303376, 2003, 45 p.

[3] *Уилл К.* Теория и експеримент в гравитационной физике. Москва, Энергоатомиздат, 1985, 296 с.

[4] *Александров О.М., Вавилова І.Б., Жданов В.І.* Вісн. Київ. ун-ту: Астрономія. 2005. Вип. **41-42**. 72–77.

[5] *Рунд Х.* Дифференциальная геометрия финслеровых пространств. Москва, Наука, 1981, 504 с.

[6] *Gronwald F., Hehl F.W.* On the gauge aspects of gravity. arXiv: gr-qc/9602013, 1996, 51 p.

[7] *Castagnino M.* R. C. Acad. Naz. Lincei (Italy). 1968. **44**. N. 4. 533–543.

[8] *Enosh M., Kovetz A.* Ann. Phys. 1972. **69**. N. 1. 279 – 296.

[9] *Пирагас К.А., Жданов В.И., Александров А.Н., Кудря Ю.Н., Пирагас Л.Е.* Качественные и аналитические методы в релятивистской динамике. Москва, Энергоатомиздат, 1995, 448 с.

[10] *Marzlin K.-P.* Phys. Rev. D. 1994. **50**. N. 2. 888–891.

[11] *Александров А.Н., Федорова Е.В.* Кинемат. и физ. небес. тел. Приложение. 1999. N. 1. 52–55.

[12] *Nesterov A.I.* Class. Quantum Grav. 1999. **16**. 465–477.

ON THE EQUATIONS OF TEST BODY MOTION IN NONMETRIC MODIFICATIONS OF GENERAL RELATIVITY

Alexandr ALEXANDROV[1], *Iryna VAVILOVA*[2], *Valerij ZHDANOV*[1]

[1] Astronomical Observatory, National Taras Shevchenko University of Kyiv
3 Observatorna St., 04053 Kyiv

[2] Main Astronomical Observatory, National Academy of Sciences of Ukraine
27 Akademika Zabolotnoho St., 03680 Kyiv

We discuss nonmetric formalisms that are needed to perform the relativistic gravity tests. The general conditions are formulated for the equations of the test body motion in the non-metric gravity theory and corresponding restrictions on the geometric structure are found. We derive a formula for deformations of Riemannian geodesics due to small perturbations of the connection.