

Ірина Вавілова

ВЕЛИКОМАСШТАБНА СТРУКТУРА ВСЕСВІТУ:

СПОСТЕРЕЖЕННЯ І МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Навчальний посібник
до спецкурсу

"Позагалактична астрономія"
для студентів фізичного факультету

Київський університет імені Тараса Шевченка

Ірина Вавілова

ВЕЛИКОМАСШТАБНА СТРУКТУРА ВСЕСВІТУ:

СПОСТЕРЕЖЕННЯ І МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Навчальний посібник
до спецкурсу

"Позагалактична астрономія"
для студентів фізичного факультету

Київ
Редакційно-видавничий центр
"Київський університет"
1998

Вавілова І.Б. Великомасштабна структура Всесвіту: спостереження і методи дослідження: Навч. посібник до спецкурсу "Позагалактична астрономія" для студентів фізичного факультету. - РВЦ "Київський університет", 1998. - 107 с.

Рецензенти: С.Г.Кравчук, канд. фіз.-мат. наук,
Г.А.Рубо, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Затверджено
радою фізичного факультету
10 жовтня 1997 року

© Вавілова І.Б., 1998

ПЕРЕДМОВА

Походження, еволюція та будова Всесвіту завжди цікавили людство, але тільки завдяки успіхам спостережної астрономії нашого сторіччя вдалося приступити до конкретного вирішення цієї проблеми. Були виконані різноманітні глибокі огляди неба з метою дослідження розподілу галактик та їхніх скупчень. Одночасно на основі теорій еволюції Всесвіту були побудовані можливі сценарії формування його великомасштабної структури.

Із сучасного погляду, галактики та їхні скупчення групуються в ще більші структури - надскупчення галактик. Типові надскупчення мають сплюснуту форму чи представляють собою витягнуті ланцюгові структури, довжини яких досягають десятків мегапарсек (1 Мпк $\approx 3 \cdot 10^6$ світових років). У розподілі галактик зустрічаються великі порожнини, що не містять галактик. Вони мають такі ж розміри, як надскупчення галактик, наприклад, найвідоміша порожнина, що спостерігається у сузір'ї Волопаса, має діаметр близько 100 Мпк. Обрис структури Всесвіту нагадує коміркову: галактики розташовані на границі комірок у скупченнях, які, у свою чергу, формують надскупчення галактик; мережа надскупчень оточує величезні області, які практично не вміщують галактик.

Великомасштабний розподіл галактик має суттєво невипадковий характер і не описується пуассонівським законом розподілу. Цей факт ще до 1970 р. був предметом систематичних дискусій. Перші інтерпретації непуассонівського розподілу галактик були ініційовані Б.Боком і Ф.Цвікі у 30-х роках, а пізніше В.Рубін і Д.Лімбером та Дж.Нейманом і Е.Скотт у 1953 - 1955 рр., які ввели статистичні міри - автокореляційні, двоточкову та кутову кореляційні функції - для вивчення розподілу галактик, але тільки у 80-х роках завдяки дослідженням Ф.Дж.Пібблса та інших вчених була надійно встановленою кореляційна функція галактик та скупчень галактик.

На найбільших масштабах, де проявляється обрис надскупчень (аж до спостережного горизонту у декілька гігапарсек), Всесвіт є ізотропним. Даний факт підтверджується ізотропією та видом спектра мікрохвильового фонового випромінювання, відкритого А.Пензіасом і Р.Вільсоном у 1965 р. Це відкриття разом із революційним відкриттям Е.Хаббла у 1929 р. розбігу галактик у Всесвіті за законом прямої пропорційності між швидкістю галактики і відстанню від нас, що свідчить про розширення Всесвіту, є головними постулатами теорії походження Всесвіту. Згідно з цією теорією Великого вибуху Всесвіт виник зі стану з

екстремальною густиною і температурою та еволюціонував до стану, який спостерігається зараз. Мікрохвильове фонове випромінювання є реліктом найперших стадій еволюції Всесвіту, - епохи, коли при температурі близько 10^4 К речовина відокремилася від випромінювання і залишилася прозорою для нього. Відхилення від ізотропії реліктового випромінювання, які безпосередньо зумовлені неоднорідністю розподілу структур у Всесвіті, остаточно не встановлені. Верхня межа на анізотропію реліктового випромінювання $\Delta T/T \approx 10^{-5}$, яка отримана в ході експерименту COBE, достатньо мала і може бути зумовлена іншими причинами.

Умова ізотропності у поєднанні з ідеєю Н.Коперника про невиділеність нашого положення у Всесвіті приводить до гіпотези високої просторової однорідності Всесвіту. Останнє повинно означати, що існує масштаб, вище якого середні властивості Всесвіту постійні. Але спостережні докази однорідності непереконливі, оскільки Всесвіт, як ми знаємо зараз, неоднорідний принаймні до масштабів надскупчень галактик (десятки - сто мегапарсек). Для узгодження цього результату припускається, що, якщо великомасштабний розподіл галактик усереднити за розміром надскупчень чи великих порожнин у 100 Мпк, Всесвіт можна вважати однорідним. Відмітимо, що на малих відстанях до 1 Мпк, характерних для груп галактик, зростає роль дисипації та взаємодії між членами груп, що ускладнює отримання інформації про еволюцію структур на цих масштабах. Найважливіша інформація про формування великомасштабної структури надходить з аналізу розподілу галактик на середніх відстанях, характерних для скупчень галактик. На цих відстанях розподіл галактик певною мірою відповідає розподілу флуктуацій густини речовини, що мав місце в епоху рекомбінації.

Параметр густини речовини Ω_0 є головним параметром теорії походження та еволюції Всесвіту та визначається таким співвідношенням: $\Omega_0 = \rho_0/\rho_{крит}$, де $\rho_{крит} = 3H_0^2/8\pi G = 1{,}8\cdot 10^{-29}\ h^2$ г/см^3 - критична густина, перевищення якої приводить до колапсу Всесвіту (H - постійна Хаббла, яка дорівнює $100h$ км/(с·Мпк), G - гравітаційна стала, безрозмірний параметр h знаходиться у діапазоні $0{,}5 \le h \le 1$, до речі, зараз вважається $h = 0{,}75$), а ρ_0 - середня густина Всесвіту у сучасну епоху. Величина Ω_0 визначена зі спостережень, її значення знаходиться у межах $0{,}1 \le \Omega_0 \le 1$. Виходячи з теорії синтезу легких елементів, відношення густини речовини, що світиться, тобто баріонної речовини, до критичної густини знаходиться в

межах $0{,}01 \le \Omega_{бар} \le 0{,}1$. Зазначені дві нерівності свідчать про існування у Всесвіті темної (небаріонної) речовини. Одним із джерел темної речовини може бути нейтрино з масою спокою 10 - 100 еВ. Нещодавно надійшло повідомлення, що великою міжнародною групою науковців визначена маса спокою нейтрино. Якщо цей результат підтвердиться у подальшому, то сучасні погляди на походження та еволюцію великомасштабної структури Всесвіту можуть докорінно змінитися.

Мета даного навчального посібника - ознайомити студентів із зазначеною фундаментальною проблемою сучасної астрофізики та спостережними і математичними методами її дослідження.

У першому розділі розглянуто найважливіші роботи щодо вирішення проблеми великомасштабного розподілу галактик спостережними, так званими космографічними засобами, коли спостережні групи, скупчення, надскупчення галактик виявляються як індивідуальні системи завдяки їхній підвищеній щільності у загальному розподілі галактик. Це типовий феноменологічний підхід, який має глибоке історичне коріння.

У другому розділі наведено статистичний опис скупчування галактик, який став важливим інструментом досліджень великомасштабної структури Всесвіту за останні 40 років. На відміну від космографічного підходу, розподіл галактик та їхніх скупчень досліджується як статистичний ансамбль об'єктів, де згруповання галактик та порожнини виділяються згідно зі строгими математичними методами. У підрозділах подано математичний апарат методів та огляд робіт, в яких було знайдено принципові рішення проблеми, а також описано класичні статистичні міри, n-точкові кореляційні функції, кластерний, таксономічний та перколяційний аналіз, функція ймовірності порожнин, мозаїка Вороного, чисельне моделювання, фрактальний та хвильковий аналіз.

У додатку 1 подано бібліографічну довідку про каталоги і списки галактик, які найчастіше вживаються у позагалактичній астрономії. Додаток 2 містить у собі короткий огляд та математичний апарат теорій і сценаріїв походження та еволюції великомасштабної структури Всесвіту. Порівнюються баріонні сценарії Я.Зельдовича і Ф.Дж.Піббліса походження галактик та їхніх скупчень із розподілу першопочаткових збурень густини речовини у процесі гравітаційної взаємодії. Подано три загальноприйняті сценарії формування структур у Всесвіті на основі холодної, гарячої та змішаної темної матерії.

Особлива увага при написанні даного посібника була надана списку робіт, починаючи з класичних праць XVIII ст., який надасть студентам можливість достатньо повно і детально ознайомитися із зазначеною проблемою та різноманітними математичними методами, які, завдяки їхній уніфікованості, можуть бути також використані для вирішення інших фізичних проблем.

Автор висловлює щиру подяку В.Ю.Караченцевій, доктору фізико-математичних наук, за цінні коментарі до посібника та участь у підготовці додатка 1; Т.М.Солнцевій, бібліотекарю Астрономічної обсерваторії Київського університету імені Тараса Шевченка, за допомогу у бібліографічному пошуку матеріалу з фондів даної бібліотеки, а також Л.М.Костенко і К.Г.Рудниковій, кандидату фізико-математичних наук, за допомогу у термінологічному редагуванні та Н.А.Зайцевій за підготовку рукопису до друку.

РОЗДІЛ 1. ДОСЛІДЖЕННЯ ВЕЛИКОМАСШТАБНОГО РОЗПОДІЛУ ГАЛАКТИК ТА СКУПЧЕНЬ ГАЛАКТИК: КОСМОГРАФІЧНИЙ ПІДХІД

1.1. Огляд класичної спадщини наукових досліджень із розподілу галактик до 1924 року

Уперше термін "*галактика*" в його сучасному розумінні використав П.Нікол у своїй книжці "The Stellar Universe: view of its arrangaments, motions and evolutions" ("Зоряний Всесвіт: погляд на його упорядкування, рухи та еволюції"), опублікованої у 1848 р. Попередні автори, а також його сучасники, описуючи небо за межами площини Молочного Шляху, використовували слово "*nebula*" (*туманність*) для означення об'єкта, який ми зараз називаємо "*галактика*".

Уперше розподіл "туманностей" на небі було описано Ш.Месьє у 1781 р. [1], який у своєму каталозі "туманностей" (М, див. дод. 1) відзначив, що 13 із 103 "туманностей" розташовані у сузір'ї Virgo (і як ми знаємо зараз, усі ці 13 об'єктів є дійсно галактиками).

У 1784 р. В.Гершель опублікував результати перших досліджень розподілу "туманностей". Він класифікував співвідношення, які є між "туманностями" та зоряними купами, і за допомогою його потужних телескопах знайшов, що більшість з об'єктів Месьє розділяються на зірки, у той час, коли інші залишаються суцільними об'єктами. Така думка була висловлена І.Кантом ще у 1755 р., який, виходячи з абстрактних міркувань уважав, що окрема "туманність" чи зоряна купа є скупченням зірок, які за величиною та будовою подібні до тих, котрі утворюють Молочний Шлях. Уявлення про "туманності" як "острівні всесвіти" довгий час полонило Гершеля, але пізніше він відмовився від нього, оскільки не міг відповісти на поставлене ним же питання - чому острівні всесвіти у своєму розподілі залежать від положення Молочного Шляху? Грунтуючись на власних дослідженнях та використовуючи каталог Месьє, Гершель із-поміж інших висновків відзначив, що "туманностям" властива тенденція до скупчування у найвіддаленіших областях від площини Молочного Шляху, тобто біля полюсів. У розподілі кількох тисяч "туманностей", що були наведені в декількох каталогах Гершеля у 1786 - 1802 рр., зараз легко виявляється положення приблизно десяти найближчих до нас скупчень та груп галактик.

Його син, Дж.Гершель, опублікував у 1833 та 1847 рр. два каталоги "туманностей" [2, 3], до яких він залучив 3925 об'єктів, у тому числі "туманності" південного неба. Варто відзначити ряд висновків, які він зробив у роботі [3] у розділі "Про закон розподілу туманностей та скупчень зірок на небесній сфері": 1) розподіл "туманностей" на небесній сфері помітно неоднорідний; 2) центральне угруповання "туманностей" знаходиться у сузір'ї Virgo; 3) наша галактика належить до системи "туманностей", центральне угруповання яких знаходиться у сузір'ї Virgo; 4) кількість "туманностей" у північній півкулі більша, ніж у південній; 5) існує південне продовження сузір'я Virgo; 6) існує декілька надструктур "туманностей", у тому числі найближча до нас надструктура (але на той час Дж.Гершель не міг довести існування Місцевого Надскупчення).

У 1864 р. Дж.Гершель опублікував "A General Catalogue of nebulae and clusters of stars" ("Загальний каталог туманностей і скупчень зірок", GC, див. дод. 1), який містить інформацію про 5079 об'єктів, на базі якого почалися систематичні роботи з вивчення розподілу "туманностей".

Зупинимося на трьох класичних роботах, в яких було *закладено принципи космографічного підходу* до проблеми розподілу великомасштабних структур у Всесвіті.

Однією з перших була робота К.Аббе (1867 р.) [4], який виконав розрахунки об'єктів у комірках із розміром 30^m за прямим сходженням та 10° за схиленням, поділивши усі об'єкти на чотири групи: шарові та нормальні скупчення, розділені та нерозділені на зірки "туманності". Із досліджень розподілу 4050 нерозділених "туманностей" він дійшов наступних висновків: 1) нормальні скупчення належать Молочному Шляху та знаходяться у середньому ближче до нас, ніж слабкі зірки; 2) розділені та нерозділені "туманності" в основному знаходяться поза Молочним Шляхом, який є значно багатший зірками; 3) видимий всесвіт складається із систем, які представляють собою Молочний Шлях та три "туманності", які, у свою чергу, складаються із зірок. Варто відмітити, що, обговорюючи тему анізотропії розподілу "туманностей" у півкулях, Аббе вперше звернув увагу на питання *повноти даних у статистичних вибірках*.

У 1872 р. Р.Проктор опублікував детальні карти розподілу "туманностей" у напрямку сузір'їв Virgo та Coma, визначивши точні положення "туманностей" [5]. Наприклад, сузір'я Virgo вміщувало 250 "туманностей", розташованих в областях $\alpha = 12^h00^m \div 12^h45^m$ та

$\delta = 0° \div 20°$, а сузір'я Coma - 80 об'єктів в області $\alpha = 12^h32^m \div 13^h12^m$ та $\delta = 23° \div 28°$.

У 1883 р. С.Уотерс на основі GC опублікував ізографічні рівноплощадні карти розподілу "туманностей" із точністю положення 1°, поділивши об'єкти на три категорії - скупчення, розділені та нерозділені "туманності".

Спостережний матеріал каталогу Дж.Гершеля став основою відомої роботи Дж.Дрейера "A New General Catalogue of nebulae and clusters of stars being the Catalogue of the late Sir John F.W.Herschel, Bart, revised, corrected and enlarged" ("Новий загальний каталог туманностей та скупчень зірок, ревізований, виправлений і розширений на основі останнього каталогу сера Дж.Гершеля") [6] (NGC, див. дод. 1) , опублікованої у 1888 р. Цей каталог уміщував 7840 об'єктів і згодом був доповнений автором двома Індексними Каталогами "туманностей" IC [7] та IC2 [8] (див. дод. 1), котрі містили інформацію про 5386 додаткових об'єктів. До IC2 уперше увійшли об'єкти, які були відкриті фотографічним шляхом, зокрема М.Вольфом та його колегами із Гейдельберга. Відзначимо, що приблизно у 1888 р. І.Робертс отримав першу фотографію "туманності", а в 1896 р. Дж.Кілар, використовуючи рефлектор Крослі Лікської обсерваторії, отримав перші сучасні фотографії галактик із деталями, які раніше не спостерігалися.

Із-поміж робіт із вивчення розподілу галактик на основі NGC відзначимо наступні.

Дж.Баушингером у 1889 р. [9] були складені таблиці із підрахунками окремо для яскравих та слабких "туманностей", планетарних "туманностей" та зоряних скупчень. Він дійшов висновку, що спостерігається надлишок яскравих і слабких "туманностей" поблизу галактичних полюсів.

К.Бохлін у 1909 р. [10], використовуючи каталог NGC та фотографії для класифікації об'єктів, дійшов висновку, що "система шарових скупчень розташована у центрі галактичної системи", і значна кількість об'єктів, визначених у NGC як шарові скупчення, відносяться до спіральних галактик.

В.Стратонов у 1900 р. [11] побудував карти, в яких привів кількість галактик у кожній зоні з розміром 20^m (по α) та 5° (по δ), а також нарисував ізоплети (контури "кількість-щільність") окремо для різних класів "туманностей": яскраві (1345), слабкі (7919), великі (1725), малі (1541), усі відомі "туманності", зірки та нешарові скупчення. Він дійшов висновку [12], що розподіли "туманностей" та зірок тісно пов'язані, тобто

вони утворюють єдину систему. Етюди, в яких Стратонов подав свої ізоплети [11], захоплюючі і цікаві з сучасного погляду. Надскупчення Perseus-Pisces виразно окреслено, з двома концентраціями, у цілковитій згоді із сучасним уявленням, яке грунтується на оглядах червоних зміщень галактик. В етюдах окреслено надскупчення Centaurus-Hydra та Hercules, а також надскупчення, які пізніше у 1983 р. на картах Оорта [13] були відмічені, як Ser, Boo 2 та Boo 3.

У 1904 р. з'явилася дуже важлива стаття К.Істона [14], яка згодом була забута. У ній Істон передбачив відкриття існування Місцевого Надскупчення за 50 років до відомих робіт Дж.Вокулера. А.Хінкс [15, 16], Дж.Харкдкастл [17], Е.Фас [18], Р.Сенфорд [19], К.Лундмарк [20] у 10-х роках нашого століття також дійшли висновку, що спіральні "туманності" не розподілені симетрично та їхній розподіл залежить від галактичної довготи і широти. Найближче до доказу існування Місцевого Надскупчення, на думку Вокулера [21], підійшов Дж.Рейнольдс, який представив у своїх роботах [22 - 24] результати скупчування великих спіралей та негалактичних "туманностей" в обох півкулях "строго уздовж медіани (галактичної) довготи 100°". Однак Рейнольдс не зміг оцінити важливість цього результату і не продовжував ці дослідження. Забігаючи наперед у хронологію цих досліджень, відзначимо роботу К.Лундмарка (1927 р.) із розподілу 780 великих галактик. Він також уважав, що спіралі "віддають перевагу скупчуватися усередені поясу, який є перпендикулярним до Молочного Шляху і перетинає галактичну площину на $l^{\mathrm{I}} = 100°$ та $b^{\mathrm{I}} = 295°$", на жаль, він не розгорнув зазначену ідею далі.

Дослідження, які було проведено до 20-х років нашого століття, стосувалися загального розподілу "туманностей" на небесній сфері. Невеликі угруповання "туманностей" та деякі їхні скупчення ставали предметом досліджень. Проктор описав скупчення Virgo та Coma, Вольф представив окремі деталі скупчень Perseus та Coma. Лорд Рос відкрив спіральну форму окремих "туманностей" (M33) та розділив деякі з них на зірки. Стратонов залишив унікальні описи на своїх картах декількох надскупчень. Багато дослідників припускали подальше вивчення цих гігантських структур, але опублікованих робіт не надійшло. Це підтверджує думку, що вивчення тенденції "туманностей" до скупчування не розглядалося на той час як першочергова проблема.

Ясно, проте, що до того, як дійсна природа "туманностей" ще не була визнана, їхній розподіл на небесній сфері вже був відомий. Усі дослідники погоджувалися, що розподіл "туманностей" неоднорідний і деякі

"туманності" належать до груп та скупчень. Була передбачена загальна структура Місцевого Надскупчення, скупчення Virgo було визначено як область підвищеної щільності, і наша Галактика була віднесена до скупчення Virgo.

На рис. 1 подано розподіл 11500 яскравих "туманностей" на небесній сфері, виконаний К.Чарлі [25] у 1922 р. Дана картина відображає як дійсний розподіл галактик, так і ефекти селекції. Область уникнення галактик у центральній частині відображає положення нашої Галактики чи, іншими словами, зону поглинання світла, що спрямоване від нашої Галактики до спостерігача, - результат, який був доведений Сенфордом у раніше згаданій роботі [19]. З іншого боку бачимо, що спостережна неоднорідність розподілу галактик за зоною уникнення в обох напівсферах не спричинена поглинанням світла. Флуктуації у кількості галактик можуть бути зумовлені впливом темної матерії у Галактиці, а також відбивати той факт, що галактики об'єднуються у скупчення галактик.

На подальший розвиток уявлень про великомасштабний розподіл "туманностей" значною мірою вплинули дві дискусії, які розгорнулися у 20-х роках, - між А.Ейнштейном та У. де Сіттером і між Х.Кертісом та Х.Шеплі.

На той час під словосполученням "великомасштабний розподіл речовини", як правило, розуміли розподіл зірок у нашій Галактиці. Якщо б розподіл зірок був однорідним, то число зірок N_m, яскравіших видимої зоряної величини m, дорівнювало б: $lg\, N_m = 0.6\, m + A$. Але підрахунки зірок відрізняються у різних напрямках на небесній сфері, і за мірою зростання зоряної величини m їхня кількість зростає не так швидко, як можна було б очікувати із зазначеного співвідношення. Невідомо, наскільки А.Ейнштейн був знайомий із даними ідеями у 1917 р. та як вони на нього вплинули. Він писав, що розподіл зірок можливо однорідний, якщо його усереднити за достатньо великим масштабом. Він також не згадував про аргументи, які на той час навів та систематизував Р.Сенфорд [19], на користь того, що спіральні "туманності" можуть бути іншими "острівними всесвітами", тобто іншими галактиками, які складаються із зірок. Але у загальних рисах Ейнштейн був знайомий із цією ідеєю, тому що обговорював разом із де Сіттером проблему розподілу речовини у Всесвіті [26]. Ейнштейн відкидав ідею, згідно з якою Всесвіт, котрий складається із зірок, може бути ізольованим "островом". Де Сіттер знав, що зірки розподілені неоднорідно, тому він схилявся до прийняття гіпотези

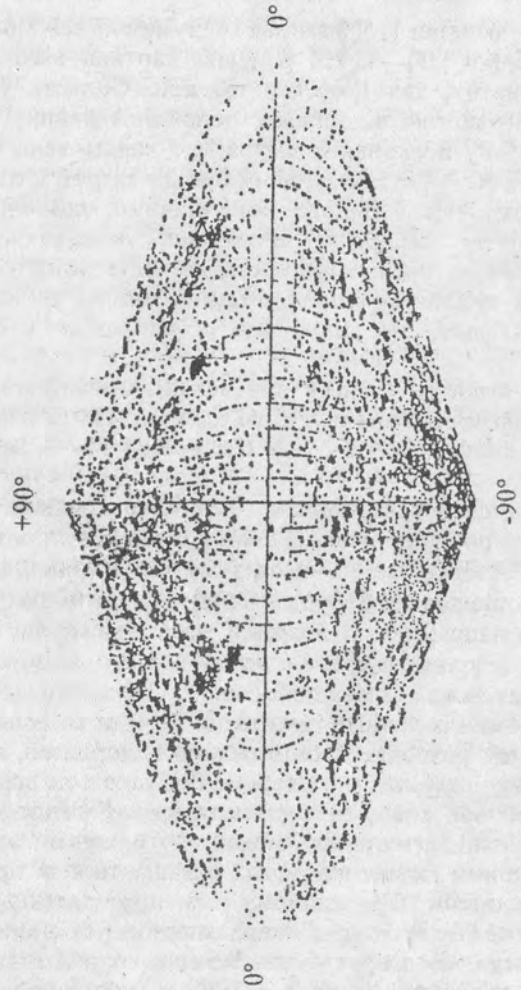


Рис. 1. Мапа розподілу яскравих "туманностей", за К.Чарлі [25]

"острівного Всесвіту" та припускав, що острівні системи можуть розподілятися у просторі однорідно [27].

Друга дискусія розгорнулася у 1920 р. між американськими астрономами Х.Кертісом та Х.Шеплі. Шеплі виступив як супротивник концепції "острівних всесвітів", яку відстоював його опонент. Цікаво, що в цій дискусії Шеплі висловив помилкові погляди на природу спіральних "туманностей", і обидва неправильно оцінили розміри Галактики.

Згадувані дискусії розгорнулися тоді, коли було розпочато перші роботи із визначення відстані до "туманностей". У 1912 р. американський астроном В.Слайфер, досліджуючи спектральний аналіз слабких (як потім визначилося, далеких) спіральних "туманностей", вперше знайшов характерне для них зміщення спектральних ліній у червону частину спектра (червоне зміщення), яке потім було пояснено дією ефекту Доплера. К.Лундмарк у 1920 р. розклав на зірки периферійну частину спіральної "туманності" М33.

У 1924 р. завершується серія перших класичних робіт із вивчення розподілу галактик. Саме у 1925 р. Е.Хаббл опублікував свою роботу, в якій навів остаточні докази зоряної побудови спіральних "туманностей" М31, М33 та NGC 6822 [28]. Він також знайшов серед зірок "туманностей" Андромеди (М31) та М33 цефеїди, що дозволило йому оцінити відстані до цих об'єктів. Після цих визначень стало майже безсумнівним, що туманність Андромеди, а отже, й інші "туманності" мають позагалактичну природу. Існування великих відстаней до галактик стало очевидним, і допущення однини нашої зоряної системи у Всесвіті назавжди спростовано. Дана робота Е.Хаббла стала початком позагалактичної астрономії.

1.2. Основи систематичних досліджень великомасштабного розподілу галактик

Відкриття Е.Хабблом у 1924 р. зоряної побудови яскравих спіральних "туманностей", які знаходяться далеко за межами нашої власної Галактики [28], спонукало його знову повернутися до ідеї про те, що слабкі "спіральні туманності", стосовно яких було відомо, що їх більше, ніж яскравих, можуть бути такими самими, але віддаленішими об'єктами. Якщо б галактики були рівномірно розподілені у просторі, то кількість галактик N_m яскравіше видимої зоряної величини m змінювалося б, як і для зірок, за таким законом: $lg\ N_m = 0.6\ m + A$. Хаббл у 1926 р., можливо також під впливом дискусії Ейнштейна з де Сіттером щодо

однорідних моделей всесвіту, перевірив це співвідношення та підтвердив його прямолінійний характер, що погоджується із припущенням про однорідність [29].

Повідомлення про відкриття, що виміряні швидкості розбігання галактик, які були визначені за допплерівським зміщенням ліній у спектрах та виправлені за обертання Сонячної системи навколо центра нашої галактики, прямо пропорційні оціненим із спостережень відстаням до галактик, Хаббл опублікував у 1929 р. [30]. Даний факт став основою для припущення, що Всесвіт є однорідним та ізотропним, і представляє собою так званий *космологічний принцип*, - припущення має виконуватися, якщо провести усереднення за достатньо великою областю простору.

Результат, який отримав Хаббл, принципово відрізняється від звичайної поведінки підрахунків зірок: при спостереженні зірок досягається межа місцевої зоряної системи, тоді як спостереження галактик не дає вказівок, що існує межа того, що Р.Сенфорд [19] назвав "світом туманностей". Пізніше Хаббл висловив цю думку так: "До цього часу немає ознак того, що існує надсистема туманностей, яка є аналогом системи зірок. Саме тому, на перший час, область, яка спостерігається телескопами, може бути достатньо задовільним представником усього Всесвіту" [31, С. 8].

Упродовж наступного десятиріччя Хаббл здійснив велику програму глибоких підрахунків галактик у декількох областях неба до граничної зоряної величини 21^m. Результатом цих досліджень було наступне: співвідношення підрахунків галактик до 19.6^m добре узгоджується із законом $10^{0.6m}$, а при збільшенні m кількість галактик збільшується повільніше, ніж за цим законом (зараз вважається, що систематичні помилки в оцінці m та K-поправки можуть пояснити зазначувану розбіжність для гранично слабких m). Дані результати, що дають свідчення про однорідність Всесвіту, були попередніми й обнадійливими. Однак більшість теоретиків швидко визнали цей факт. Сам Хаббл у 1937 р. у своїй книжці "The observational approach to cosmology" ("Спостережний підхід до космології") [32] наполегливо підкреслював, аналізуючи розподіл туманностей у глибину та на поверхні сфери, що "усереднюючи помилки даних, кількість галактик N_m є константою, помноженою на об'єми простору, які вони займають", тобто "частина Всесвіту, котра спостерігається, приблизно однорідна, також як і ізотропна, повсюди та за всіма напрямками дуже однакова" [32, С. 18]. Безумовно, Хаббл відзначав чітко виражену тенденцію галактик до скупчення у розподілі по поверхні

неба, але вважав, що ця тенденція спрацьовує на малих та середніх масштабах, таким чином відхиляючи можливість існування великомасштабних неоднорідностей. "Наприклад, - писав він, - немає скупчень із населенністю 1000 галактик. Коли порівнюються великі області неба, нерегулярності усереднюються, і великомасштабний розподіл виявляє себе цілком однорідним" [32].

У тому десятиріччі було складено багато списків галактик, однак тільки один із них охоплював усе небо в однорідній системі. Це, насамперед, - гарвардський огляд галактик Шеплі-Еймс [33] до 13^m, який містить 1249 об'єктів. Об'єм простору, який займає цей огляд, недостатній для того, щоб задовільно показати розподіл галактик, тому що структура скупчення, за сучасними оцінками, проявляється на масштабах у 5 Мпк. Так чи інакше, це був перший однорідний огляд, і виявилося, що за найяскравішими галактиками цього огляду можно виявити декілька найближчих скупчень. Серед них особливо виділяються скупчення Virgo з його південним продовженням, а також ще ближча, але й розсіяніша хмара в Ursa Major та два скупчення у Fornax. Подальші гарвардські огляди з *Bruce Telescope* до граничних слабких зоряних величин у південній півкулі ще більше посилили уявлення про скупченість галактик.

У 1930-ті роки розгорнулася полеміка між Хабблом та Шеплі щодо значення відхилень від однорідності. Обидва підкреслювали, що на відносно малих масштабах розподіл галактик є дуже неоднорідним. Наприклад, Хаббл відмічав у вже згадуваній роботі [31], що зроблені в різних областях неба підрахунки "туманностей" розподілені не за законом Пуассона, а наявність скупчення галактик у різних областях привело до того, що розподіл підрахунків став ширшим. Хаббл також виявив цікавий факт - розподіл $lg\ N_m$ надзвичайно близький до закону Гаусса. Однак для Хаббла, безумовно, основним результатом була однорідність великомасштабного розподілу галактик, що було виявлено за допомогою дуже глибоких підрахунків, усереднених за багатьма вибраними областями неба. Шеплі, опонуючи Хабблу, вважав, що припущення однорідності не зовсім виправдане, оскільки розподіл галактик дуже нерівномірний, у крайньому разі у таких великих масштабах, як місцева надструктура. Шеплі також відважився поставити питання, чи існує взагалі граничний масштаб, у межах якого можна говорити про однорідність Всесвіту. Позиція Шеплі базувалася на його роботах з оглядом Шеплі-Еймс. Він показав, що існує розбіжність у підрахунках галактик для двох галактичних півкуль [34]. Шеплі вважав, що цей

поперечний градієнт пов'язаний з існуванням двох областей Метагалактики, розділених відстанню 200 млн світових років. Він також дійшов висновку, що при $m \approx 18$ поверхнева щільність розподілу галактик може змінюватися приблизно вдвічі при зміщеннях на небі приблизно на 30°. Крім того, зазначений висновок дозволяє припустити, що відхилення від закону $10^{0.6m}$ для слабких m, за даними Хаббла, можуть з'являтися внаслідок великомасштабних флуктуацій щільності, а не через неспроможність теорії відносності (як уважав Хаббл).

Б.Бок у 1934 р. показав [35], що концепція випадкового розподілу загального поля галактик могла бути наслідком слабкої статистики: по-перше, випадковий вибір із полем бачення набагато меншим, ніж кутовий масштаб флуктуацій щільності, здатен замаскувати великомасштабне скупчення; по-друге, гауссівський розподіл $lg\ N_m$, який спостерігав Хаббл, пояснюється дисперсією у зоряних величинах, або, якщо попереднє неправильно, доводить скупченість у розподілі галактик. Бок уважав, що "великомасштабна неоднорідність розподілу зовнішніх галактик та тенденція до скупчення є, певно, основною рисою частини Всесвіту, що спостерігається".

Зауваження, зроблені Шеплі та Боком, не привернули особливої уваги. У.Мак-Крі підкреслив [36], що великомасштабні неоднорідності будуть джерелом ускладнень для спостережних програм, котрі спрямовані на вимірювання параметрів загальноприйнятих космологічних моделей. Згідно із пропозицією Толмена, Дж.Омер [37] побудував неоднорідну релятивістську модель, параметри якої йому вдалося підібрати так, що модель майже відповідала результатам за підрахунками галактик. Більшість же астрономів прийняло твердження Хаббла про однорідність розподілу галактик на усіх масштабах.

Не зважаючи на це, пошук місцевої або можливо глобальної надсистеми галактик не був припинений завдяки роботам К.Лундмарка та його учнів - Е.Холмберга, А.Рейца та інших - у Швеції. Холмберг у 1937 р. за допомогою аналізу розподілу подвійних та кратних систем галактик у середині "найближчої Метагалактики" дійшов висновку про "існування великої метагалактичної концентрації, щільність якої у центрі увосьмеро перевищує щільність на периферії, а наша галактика розташована достатньо далеко від центра" [38]. Рейц у 1941 р. [39], досліджуючи просторовий розподіл 4666 галактик у північній полярній зоні ($b \geq 50°$), підтвердив доказ "високої просторової щільності ... метагалактичних

скупчень..., які, певно, створюють метагалактичні надскупчення або хмару".

В.Рубін наприкінці 40-х років, ще будучи студенткою Корнуельського університету, почала дослідження з великомасштабного систематичного руху галактик як доповнення до хаббліського розширення. На той час були відомі радіальні швидкості приблизно 100 галактик. Зроблена нею карта розподілу різниці спостережної швидкості та швидкості, яка базується на хаббліській оцінці відстаней, показала для означених галактик існування великого кола, яке містить чіткі області максимуму та мінімуму цього розподілу. Результати Рубін стосовно структури розподілу швидкостей відповідають сучасному уявленню, а отримане положення площини відповідає сучасній надгалактичній площині. Хоча роботу було подано у матеріалах конференції 1950 р. [40], Рубін відмовили у публікації з причини слабкої статистики матеріалу та суперечності зроблених нею висновків [41].

Як відзначила пізніше сама Рубін [41], значимість її роботи та роботи К.Огороднікова [42], який виконав подібний аналіз у 1952 р., полягає "не у висновках, зроблених у цих роботах, а в тій підтримці, яку вони надали більш вичерпним дослідженням де Вокулера", котрий у 1953 р. сформулював сучасну концепцію Місцевого Надскупчення ще до того, як існування великомасштабних скупчень стало загальновідомим.

Де Вокулер знайшов [43 - 45], що надскупчення має діаметр близько 75 Мпк (H = 50 км/(с·Мпк)) і вміщує Місцеву групу, скупчення Virgo та Fornax, хмару в Ursa Major та багато інших дрібніших груп та скупчень галактик. Надскупчення сплющене, так що яскравіші галактики концентруються до більшого кола на небесній сфері (надгалактичний екватор) із координатами полюса $l^{II} = 47°$ та $b^{II} = 5°$, а центр системи знаходиться у скупченні Virgo. Пізніше де Вокулер та багато інших авторів довели реальність Місцевого Надскупчення та розробили кінематичний та динамічний аналіз Місцевого Надскупчення як надсистеми галактик та скупчень галактик.

Відзначимо, що Шеплі у 1957 р. [46], обговорюючи питання великої неоднорідності у поверхневому розподілі галактик, ще раз привернув увагу до питання про те, що вона не може бути описана тільки як місцеве скупчення, проте підтверджує існування метагалактичної структури або надскупчення на великих масштабах.

Напередодні другої світової війни Ф.Цвікі у своїх перших роботах на оглядах із ширококутовим астрографом Гарвардської обсерваторії та

18-дюймової шмідтівської камери на Паломарі [47, 48] показав, що існування скупчень та груп галактик є, скоріше, правилом, ніж виключенням (результат, який докорінно відрізняється від поглядів Хаббла). "Мабуть, у більшості випадків, якщо не в усіх, галактики є членами деяких груп чи скупчень із типовим населенням від 10 до 100 членів в інтервалі перших трьох найяскравіших зоряних величин". Цвікі дійшов висновку, що випереджав час, - усі галактики належать до скупчень, і Всесвіт може бути представлений поділеним на комірки із середнім діаметром приблизно 7.5 Мпк (у новій шкалі відстаней діаметр такої комірки приблизно 75 Мпк для H = 50 км/(с·Мпк)).

Шейн і Віртанен [49 - 51] наприкінці 50-х років зробили огляд усього неба до 18.4^m, що спостерігається із Лікської обсерваторії, в якому підрахунки галактик були виконані у квадратах 10' x 10'. Дані площадки покривають дві третини небесної сфери, а ефективна глибина огляду становить приблизно 200 h^{-1} Мпк. За ізоплетами цього огляду були виявлені скупчення і згруповання галактик та навіть надскупчення. Такі результати привели Шейна до аналогічного висновку - більша частина галактик належить групам та скупченням. Відмітимо, ці роботи згодом стали спостережною основою для статистичних робіт Дж.Неймана із співробітниками та Д.Лімбера. Перші роботи Ф.Дж.Піббліса із співробітниками з кореляційного аналізу розподілу галактик також були виконані на основі цього огляду. Систематичний же пошук скупчень та надскупчень галактик за аналізом ізоплет Лікського каталогу Шейна-Віртанена [52] був виконаний лише у 1985 р. С.Шектманом [53].

Наприкінці даного підрозділу відзначимо, що до кінця 50-х років ідея про можливість великомасштабної неоднорідності розподілу галактик була витиснута із розуму космологів, а її місце зайняли суперечки про однорідні моделі світу та параметри релятивістських моделей. Тема великомасштабних неоднорід-ностей в астрономічних дослідженнях була також непопулярною, і лише деякі автори (роботи яких згадувалися) продовжували вважати у кращому випадку вразливим припущення Хаббла щодо однорідності розподілу галактик на великих масштабах.

1.3. Каталоги скупчень галактик Ейбелла і Цвікі та їхнє використання у дослідженні великомасштабної структури Всесвіту

У 1954 р. було закінчено фотографічний огляд неба на 48-дюймовому шмідтівському телескопі на Маунт-Паломарі до зоряної величини $m = 20.5$ (POSS, див. дод. 1). Кожна пластинка мала розміри 6°x 6°. Цей спостережний матеріал став основою для систематичних пошуків скупчень галактик, який вели незалежно Дж.Ейбелл та Ф.Цвікі зі співробітниками у 60-х роках. Дослідження проводилися передусім на основі підрахунків галактик. Доцільно навести визначення скупчень галактик, які було сформульовано Ейбеллом [54] та Цвікі [55] в їхніх каталогах скупчень галактик, визначень, що відкрили так звану дискусію "вибору номенклатури".

За Ейбеллом (А, див. дод. 1), багате скупчення - це таке згруповання галактик, яке у крайньому разі налічує не менше 50 членів на інтервалі двох зоряних величин (починаючи із третьої яскравої галактики у скупченні) і знаходиться усередені круга радіуса r від центра скупчення. Значення радіуса r дорівнює $4{,}6\cdot10^5/(cd\lambda/\lambda)$ мм на POSS - платівках, що відповідає 1.5 Мпк (c – швидкість світла). Таким чином, згруповання галактик для того, щоб називатися скупченням за Ейбеллом, має задовольняти умові багатства та компактності, а також двом додатковим критеріям, а саме: відстань до скупчення має відповідати значенням червоного зміщення галактик $z = 0.02 \div 0.2$ (6000 км/с ÷ 60000 км/с) та скупчення має знаходитися в області POSS, яке досліджується. Такий вибір кола з $r \propto 1/z$, у котрому проводяться підрахунки галактик, не залежить від відстані до скупчення.

За Цвікі (CGCG, див. дод. 1), скупченням галактик називається така область неба, в якій поверхнева щільність галактик у даному інтервалі зоряних величин удвічі більша, ніж у найближчих областях. Діапазон зоряних величин вибирається таким чином: $m_{max} \div m_{min} + 3^m$, де m_{max} - зоряна величина найяскравішої галактики скупчення. Для даного діапазону зоряних величин кількість галактик усередені контура після корекції за фон має перебільшувати 50.

Як видно із різниці у визначенні скупчення галактик, предметом дискусії між Ейбеллом та Цвікі насамперед було питання про існування "скупчення скупчень галактик" (надскупчення) через те, що розміри

надскупчень, за Ейбеллом, практично збігались із розмірами скупчень, за визначенням Цвікі ("вибір номенклатури"). Наприклад, дискусія [56] про кутові розміри скупчення в Coma: більшість астрономів уважало кутовий розмір скупчення більшим 100′, у той час, як, за Цвікі, воно мало розмір більший ніж 12°.

Зразу ж відзначимо, що старанно продумана Ейбеллом процедура виділення багатих скупчень галактик на картах Паломарського огляду, яка базувалася на хороших знаннях властивостей окремих найбільш вивчених у той час об'єктів цього класу, у поєднанні з величезним обсягом виконаної роботи привели до того, що каталог Ейбелла і на сьогоднішній день складає фундамент робіт із класифікації та дослідження статистичних характеристик багатих скупчень галактик.

Аналізуючи вибірку своїх скупчень, Ейбелл у 60-х роках достатньо швидко дійшов висновку [54, 57], що скупчення не розподілені випадково, і є вказівки на сильну тенденцію до згруповання скупчень у групи більших розмірів (рис. 2). Використовуючи метод χ^2, Ейбелл показав, що ймовірність $P(\chi^2)$ збігу розподілу однакових за площиною комірок на небесній сфері, які вміщують t скупчень, із випадковою вибіркою за біноміальним розподілом $B(t)$ складає лише 10^{-61}. Окрім скупчення другого порядку, звичайно, можуть існувати інші причини, які пояснюють невипадковий поверхневий розподіл скупчень галактик, наприклад: неоднорідне галактичне поглинання у Молочному Шляху, великомасштабна неоднорідність у розподілі скупчень, а також помилки вияву скупчень поблизу Молочного Шляху. Ейбелл, аналізуючи надскупчення галактик, уперше інтерпретував спостережну заперечну кореляцію розміру комірок, при якому ймовірність $P(\chi^2)$ мінімальна, із класом відстаней скупчень як вказівку на скупченість другого порядку, яка проявляється в одному і тому самому масштабі незалежно від класу відстаней вибірки [54, 57]. Із рис. 2 видно: якщо неоднорідності розподілу достатньо близьких скупчень є лише частинами картини однорідно або випадково розподілених скупчень, які можна спостерігати у дірах поглинаючої речовини, то очевидно, що більш віддалені скупчення можна спостерігати за тими самими напрямками, і, звичайно, не між ними, як це спостерігається в дійсності [58, 59]. Результатом цього аналізу надскупчування скупчень став перелік надструктур [57], які складаються зі скупчень Ейбелла.

Перші статистичні дослідження каталогів скупчень Ейбелла та Цвікі велися на основі як згадуваного методу χ^2, так і аналізу розподілу об'єктів

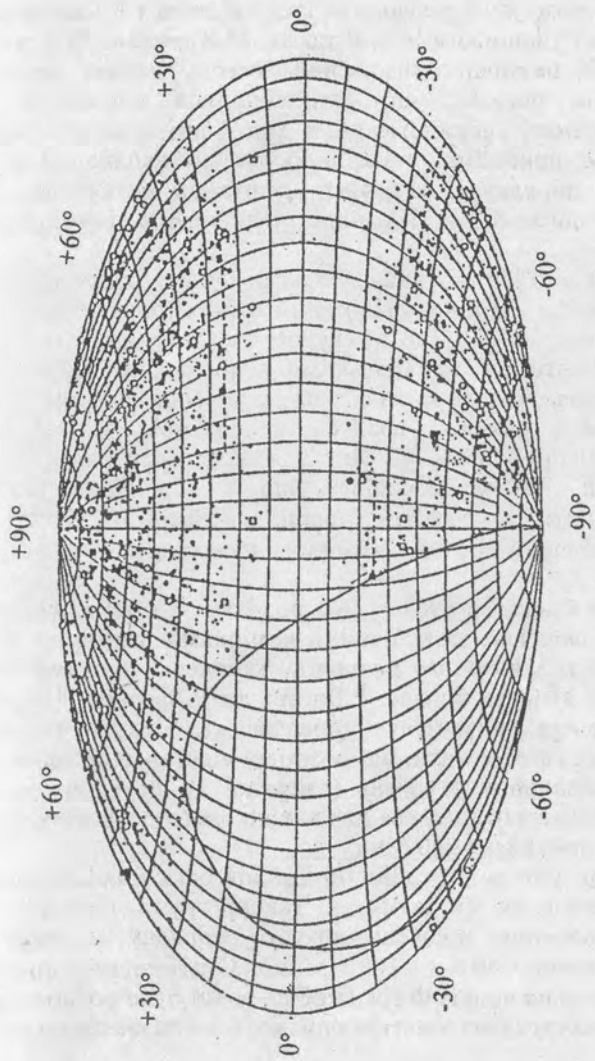


Рис. 2. Мапа розподілу скупчень галактик із каталогу Ейбела: велика порожня область - південна частина небесної півкулі, що не охоплена паломарським оглядом; пунктир - галактичні широти, на яких каталог скупчень не є статистично повним [59]

за допомогою індексу скупчування, який буде описаний у другому підрозділі. Ейбелл розглянув результати своєї роботи з К.Селігманом [60] та робіт Цвікі з К.Рудницьким [61], а також М.Карпович [62] із різними виборками CGCG, виконаних на основі методу індексу скупчування (підрозд. 2.1). Він показав, що функціональна залежність індексу скупчування від розміру вибраного поля хоч і не доводить існування надскупчення, але, принаймні, така, як скупчення входили б до складу скупчень другого порядку із типовим масштабом скупчення 50 Мпк. Тобто предметом дискусії, як і раніше, залишилося питання "вибору номенклатури" [59].

І.Караченцев у 1966 р., аналізуючи розподіл "дуже далеких" та "екстремально далеких" скупчень Цвікі на високих галактичних широтах північного неба, показав [63], що ці скупчення знаходяться на відстанях 600 - 1000 Мпк. Тобто, як і за Лікськими підрахунками, виявилося, що позитивна кореляція, котра зазначає на скупчення центрів скупчень, охоплює площини у декілька градусів у діаметрі, що відповідають лінійним діаметрам приблизно 42 Мпк для середнього надскупчення на відстані 800 Мпк. Також виявилося, що у кожному надскупченні знаходиться від п'яти до десяти основних скупчень та багато малих згруповань, а середній об'єм "комірки надскупчень" має діаметр приблизно 60 Мпк.

Т.Кіанг та У.Саслау у 1969 р. [64] розрахували серіальні кореляції для ейбеллівських скупчень за кубічними комірками розміром 50 Мпк з метою визначення тривимірного розподілу скупчень. Виявлені кореляції мали масштаб 100 Мпк та більше. Р.Богарт та Р.Вагонер [65] у 1973 р. провели дослідження розподілу ейбеллівських скупчень методом найближчого сусіда та отримали, що розподіл відстаней до найближчого сусіда від однієї половини скупчень (джерело) до другої (об'єкти) має значно менше середнє значення, ніж для випадкового розподілу. Масштаб цього скупчення є приблизно 200 Мпк.

Таким чином, уже до середини 70-х років багатьма авторами було показано, що скупчення галактик, а також групи галактик мають тенденцію до утворення скупчень другого порядку із характерним масштабом скупчення 40 ÷ 100 Мпк. Статистичні дослідження Принстонської групи на чолі із Ф.Дж.Піббл сом, які було розпочато саме в цей період та про які згадуватиметься окремо, ще більше підтвердили цей висновок.

Унікальну роботу про можливу коміркову структуру Всесвіту подали у 1977 р. М.Йіевеєр та Я.Ейнасто [66]. Аналізуючи просторовий

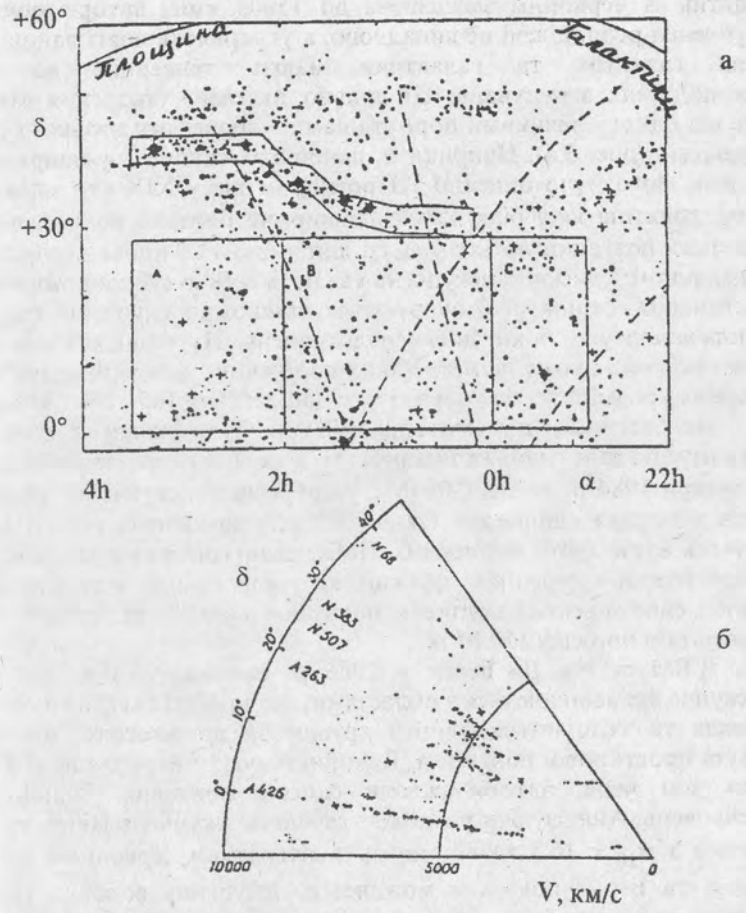


Рис. 3. Розподіл (а) галактик у зоні Perseus (суцільні лінії - ланцюжок Perseus та зони диску надскупчення, пунктир - надгалактичні широти); (б) червоних зміщень уздовж ланцюжка Perseus [66]

розподіл скупчень галактик Ейбелла та Цвікі, груп, пар та поодиноких галактик із червоним зміщенням до 15000 км/с, автори показали, що "скупчення розподілені не випадково, а утворюють довгі ланцюжки. Малі групи галактик та галактики мають тенденцію до створення дископодібних згрупувань. Ці щільно населені утворення відокремлені одне від одного великими порожнинами - областями низької просторової щільності" (рис. 3,а). Наприклад, ланцюжок скупчень у напрямку Perseus (до речі, його було описано Р.Проктором ще у XIX ст.) займає на небі смугу, довжина якої біля 45° та півширина близько до 1.5°, а майже всі галактики розташовуються у смузі шириною 4°. Типова комірка виглядає таким чином: "диски надскупчень являють собою стінки комірки, у місцях перетинання стінок розташовуються ланцюжки скупчень галактик, які охоплюють з усіх боків диски надскупчень. Нутрощі комірок вільні від галактик", при цьому діаметр таких порожнин - зон уникнення галактик - такий, як і розміри надскупчень і складає близько 100 - 150 Мпк (рис. 3,б).

На базі каталогу скупчень Ейбелла було складено різні каталоги надскупчень, але найважливішим із цих робіт є огляд Н.Баколл та Р.Сонейри 1984 р. до $z \leq 0.08$ [67], у котрому надскупчення виділялися на основі контрасту щільності (звичайно ж, у зазначеній роботі відстані до скупчень були добре відомими). Побудовані авторами двовимірні кутові та просторові кореляційні функції, як і кореляції у червоних зміщеннях багатих ейбеллівських скупчень, показали сильну та стійку кореляцію на масштабі порядку 150 Мпк.

Д.Батускі та Дж.Бернс у 1985 р. проаналізували, що всі відомі надскупчення асоціюються з областями, що зайняті багатими скупченнями Ейбелла та з'єднуються один з другим за допомогою "мостів" більш низької просторової щільності. Використовуючи перколяційний аналіз до таких зон неба, автори склали список можливих "кандидатів" до надскупчень. Аналізуючи розподіл "середніх" скупчень Цвікі та скупчень Ейбелла з $m_{10} < 16.5$ та відомими із літератури червоними зміщеннями, Батускі та Бернс показали можливість існування волокна галактик та скупчень галактик (рис. 4), який уміщує надскупчення Perseus-Pegasus та має загальну видиму довжину більше 300 h^{-1} Мпк [68].

Розвиток зазначених робіт пішов у напрямку вивчення розподілу скупчень Ейбелла у Південній півкулі на основі каталогу Дж.Ейбела, Г.Корвіна та Р.Оловіна (ACO, див. дод. 1) [69]. ACO-каталог уміщує більшу кількість скупчень на однаковий об'єм простору, ніж ейбеллівський каталог, та є глибшим [70]. Аналіз розподілу ACO-скупчень підтвердив,

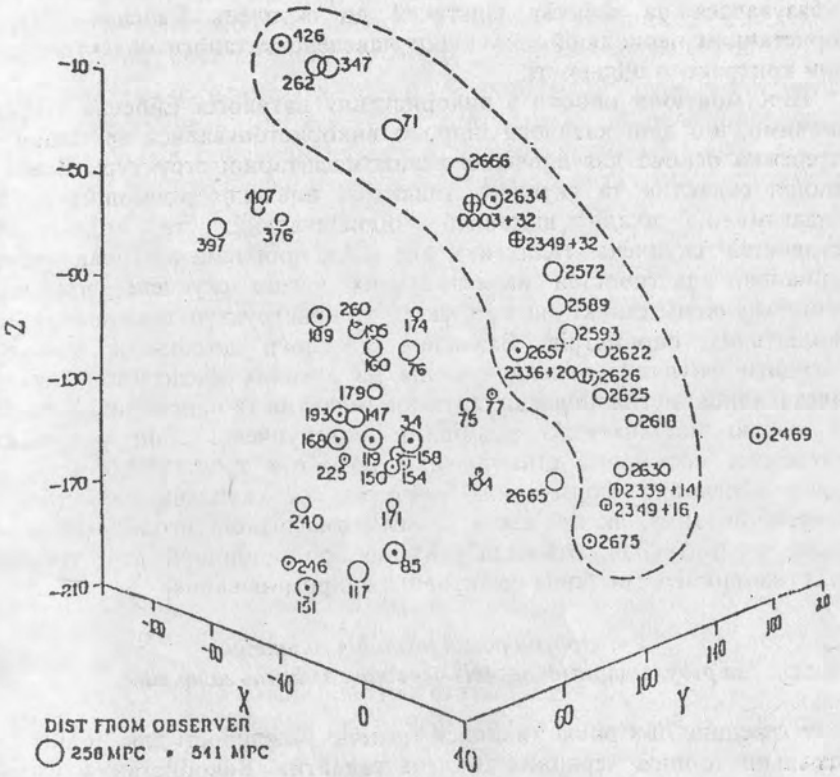


Рис. 4. Гігантська ланцюжкова структура Perseus-Pisces, яка складається з галактик і скупчень галактик та має довжину 300 h^{-1} Мпк [68].

що надскупчення можуть мати розміри 100 Мпк та більше, більшість галактик належить до цих надскупчень, між якими існують такі ж за розміром порожнини. У нещодавній роботі Е.Зуки із співробітниками [71], що базувалася на оцінках відстаней до скупчень Ейбелла-АСО, із використанням перколяційної техніки наведено каталоги надскупчень із різним контрастом щільності.

Підсумовуючи роботи з використання каталогів Ейбелла і Цвікі, відзначимо, що дані каталоги широко використовувалися не тільки як спостережна основа для вивчення великомасштабної структури Всесвіту (розподіл галактик та скупчень галактик, вивчення космологічної та внегалактичної шкали відстаней, індивідуальних та колективних властивостей скупчень галактик), але і для проблеми міжгалактичного поглинання, властивостей найяскравіших членів скупчень, проблеми еволюції скупчень, оцінки маси структур та надструктур, відношення m/L, космологічних параметрів. Зазначені каталоги дозволили впевнено підтвердити існування надскупчування на великих масштабах, виявити величезні волокнисті ланцюжки скупчень галактик та порожнини, розміри яких можно порівняти із розмірами надскупчень. Дані результати спостережної космології стимулювали розвиток теоретичних робіт із розробки сценарію формування галактик та скупчень галактик та поставили питання, як пов'язати ці великомасштабні неоднорідності із фактами, що підтверджують наше уявлення про однорідний та ізотропний Всесвіт (наприклад, ізотропія реліктового випромінювання).

1.4. Просторовий розподіл галактик за результатами оглядів червоних зміщень галактик

У середині 70-х років з'явилися технічні можливості для "швидких" спектральних оцінок червоних зміщень галактик. Використання оглядів червоних зміщень галактик показало, по-перше, що практично всі галактики знаходяться у скупченнях і групах, по-друге, підтвердило існування надскупчень галактик та порівняних із ними за розміром порожнин.

Однією з перших таких робіт був великомасштабний огляд, проведений у 1976 р. У.Тіффтом та С.Грегорі [72] для поля радіусом 6° із центром у скупченні Coma, який був згодом поєднаний із оглядом у напрямку скупчення А1367 [73]. Результати показали існування надскупчення Coma/A1367, яке складається з чотирьох менших груп та декількох розсіяних ізольованих галактик, а також порожнин радіусом

понад 20 Мпк. Пізніше, у 1989 р., К.Кім із колегами [74] підтвердили реальність надскупчення Coma/A1367 в їхніх спостереженнях слабкої радіоемісії на частоті 326 Мгц, котра не асоціюється з жодною індивідуальною системою галактик у цьому комплексі. Детальна структура в Coma спостерігалась також у рентгенівському діапазоні [75].

Спостереження галактик до $m_p = 14^m$, зроблені Тіффтом та Грегорі в напрямку надскупчень Perseus [76], підтвердили феноменологічний висновок, який був описаний раніше відносно скупчення Coma: знову спостерігалась витягнута форма надскупчення та величезна порожнина розміром близько 80 Мпк. Аналогічні огляди у напрямку надскупчення Hercules, виконані М.Таренгі з колегами [77 - 79], відкрили, що надскупчення включає в себе три багатих скупчення Ейбелла А2147, А2151, А2152, та підтвердили, що "галактики групуються у великі асиметричні структурні утворення, групи та надскупчення, ... скупчення галактик виявляються пов'язаними конденсаціями, які поринають у надскупчення. Порожнини, котрі проявляються як провалини у полі швидкостей, - дуже важлива особливість, яку можна використати для оцінки верхньої границі щільності галактик "поля", хоча впевненості в існуванні таких галактик немає".

Відкриття Р.Кіршнером із колегами [80] великої порожнини у напрямку сузір'я Bootis, в якому щільність яскравих галактик менше 20 % у порівнянні з "оточенням", що знаходиться у радіусі порядку 3000 км/с від центра порожнини, остаточно підтвердило реальність існування великих областей розміром порядку 100 Мпс із низькою концентрацією галактик. Докладний огляд теми ототожнення великомасштабних порожнин та їх можливого походження можна знайти у статті Г.Руда [81].

Результати за оглядами червоних зміщень галактик у вибраних напрямках неба, описаних вище, поставили наприкінці 80-х років як мінімум два питання спостережної космології: 1) якою мірою виявлені неоднорідності є загальними у великомасштабному розподілі галактик; 2) якщо існують гігантські області низької концентрації галактик, то як упорядковані галактики у надскупченнях?

Як один із підходів до відповіді на ці питання, Р.Джіованелі та М.Хайнес [82 - 84] розпочали систематичне вивчення структури, відомої як ланцюжкове скупчення Perseus-Pisces [68]. Із конусних діаграм на рис. 5 видно, що деякі підструктури галактик як "струни" перетинають загальний розподіл та мають розміри приблизно 100 Мпк, що дуже важко пояснити у межах формалізму динаміки скупчення. Огляд червоних

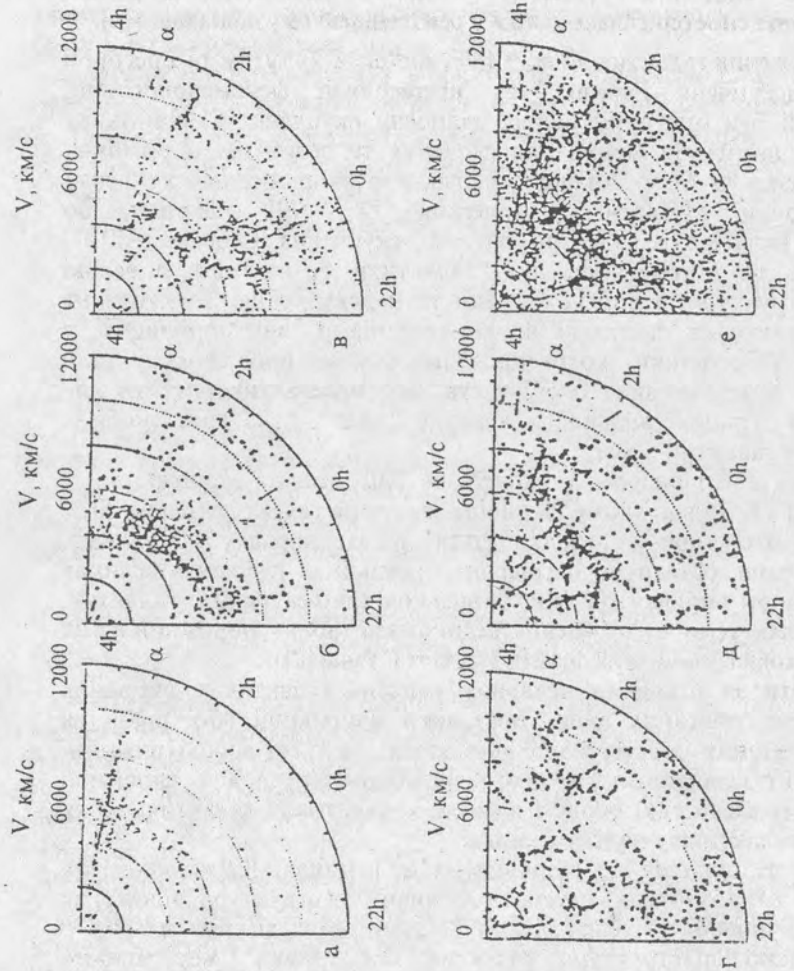


Рис. 5. Конусні діаграми розподілу галактик [82] у ланцюжку Perseus-Pisces:
(а-д) розподіл галактик у смугах 10° за скиленням (0° - 50°);
(е) усі 4176 галактик із $V_0 < 12000$ км/с

скупчень в інтервалі похилень 30° ÷ 40° показує, що більша частина галактик знаходиться в смузі червоних зміщень із центром близько 5000 км/с (рис. 5,д), підтверджуючи, що ця гігантська структура є волокноподібним утворенням. Область до 5000 км/с є типовою зоною уникнення галактик, але з меншими розмірами, ніж порожнина у Bootis.

Метою систематичних оглядів Гарвардського Центру Астрофізики (CfA), котрі публікуються з 1986 р. [85], є картографування не окремої виділеної структури, а загального поля розподілу більше 15000 галактик, що покриває небо на галактичних висотах $b^{II} \geq 30°$ до граничної зоряної величини $m_{B(0)} = 15.5$ [86 - 87]. Із цією метою карта неба оригінального CfA каталогу [88] була розбита на смуги шириною 6° за похиленям. На рис. 6 наведено результати для деяких таких смуг. Практично кожна галактика належить до тонкої структури, що простирається по всьому масштабу розподілу; чітко виділяються порожнини, а згруповання галактик у пограничних до порожнин областях більш сплющені порівняно з радіусом таких зон. Радіальний "палець" у напрямку 13^h (рис. 6,в) - це скупчення Coma (на карті дійсних положень галактик у просторі ця структура сферично симетрична аж до радіуса порядку 1 h^{-1} Мпк). Радіальна витягнутість таких структур в огляді червоних зміщень виникає внаслідок руху галактик у гравітаційному потенціалі скупчень з орбітальними швидкостями, такими, що скупчення перетинається галактикою багато разів (>10) за час життя Всесвіту. Іншими словами, якщо ядро скупчення стягує кут θ на небі та має середнє червоне зміщення $\langle v_H \rangle$, то галактики рухаються з типовими променевими швидкостями σ такими, що $\langle v_H \rangle \theta / \sigma << H_0^{-1}$, де H_0^{-1} - вік Всесвіту. Дисперсія променевих швидкостей для скупчення Coma приблизно 1000 км/с. Хоча такі "пальцеві" структури вносять деяке спотворення у картину загального розподілу, їх вилучання з огляду не змінює глобальної картини неоднорідностей на масштабах десятків мегапарсеків.

Топологія загального розподілу галактик залишається гетерогенною [89], як показали Л. да Коста з колегами, і для південного неба: ті ж самі волокнисті структури довжиною до 80 h^{-1} Мпк, дископодібні структури, що оточують порожнини розміром до 60 h^{-1} Мпк, та дифузні утворення.

На рис. 6,д наведено великомасштабну структуру у розподілі галактик, відому як "Велика Стіна". Ця смуга галактик, яка вміщує більше половини галактик цієї області, рухається упоперек напрямку прямих

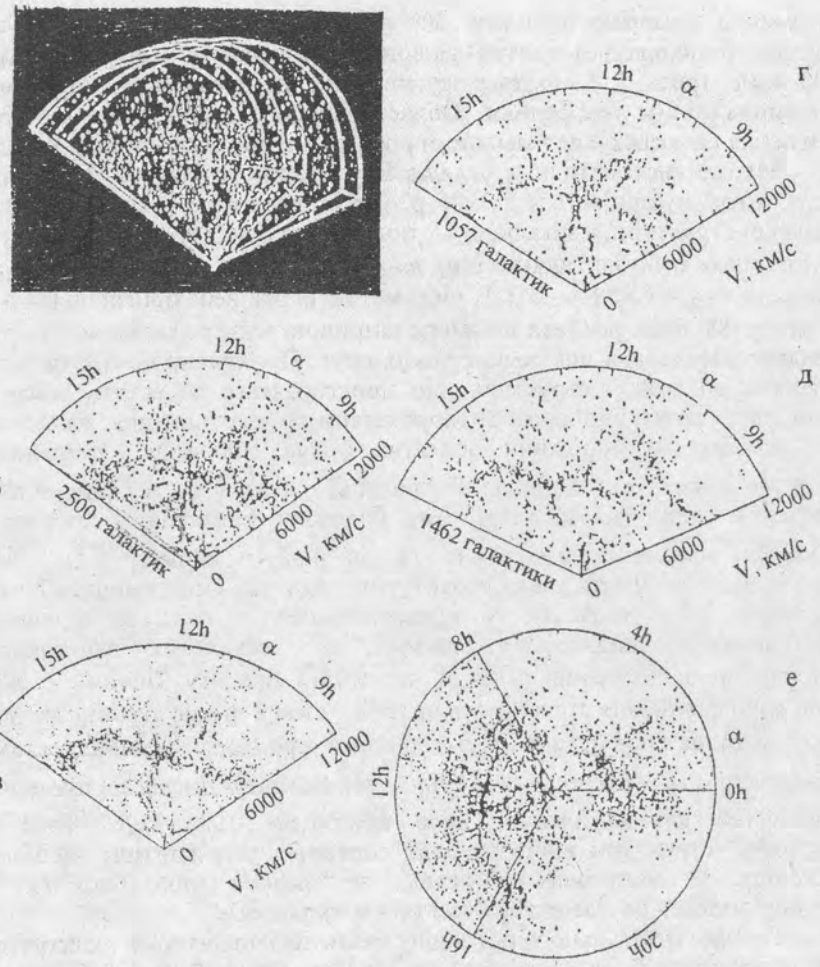


Рис. 6. Конусні діаграми розподілу галактик CfA-огляду у смугах 10° за схиленням [87]: (а) тривимірна компіляція діаграм на рис. (б-г); (б) вибірка для $26.5° \le \delta < 32.5°$; (в) вибірка для $26.5° \le \delta < 44.5°$; (г) вибірка для $8.5° \le \delta < 14.5°$; (д) структура "Велика стіна"; (е) 360°-огляд, на якому видно зв'язок між "Великою стіною" та ланцюжком Perseus-Pisces

сходжень зі швидкістю 7500 - 10000 км/с. У двовимірній картині її розмах близько 60 h^{-1} Мпк × 170 h^{-1} Мпк. Структура обмежена рамками огляду, тому її повний розмах невідомий. Хоча перші моделі показують [87] її можливий зв'язок зі скупченням Perseus-Pisces (рис. 6,е).

Аналіз розподілу галактик у південній півкулі, виконаний А.Фаєролом з колегами, наприклад [90, 91], подано на рис. 7. У них відображені положення шести надскупчень галактик та семи порожнин. Для оцінки верхньої межі на розмір великомасштабних порожнин було виконано достатньо глибокий Мюнстерський огляд [92], на основі якого П.Шуекер [93] отримав, що ця оцінка не перевищує 100 Мпк.

Зараз відомо понад 200 надскупчень, з яких приблизно 25 є дуже багатами. Найбільш вивченими з них є Perseus-Pisces, Coma/A1367, Hercules та Local Supercluster у північному небі та Hydra-Centaurus, Sculptor, Centaurus-Pavo та Indus у південному.

Дослідження просторового розподілу галактик на основі як описаних у даному підрозділі оглядів червоних зміщень, так і багатьох інших, підтвердило існування великомасштабних неоднорідностей [210, 211] та привнесло до астрономії ряд топологічних термінів для їх опису. Я.Ейнасто представляє розподіл галактик як "коміркову" (*cell*) структуру, CfA - астрономи ввели термін "бульбашкова" (*bubble*) структура, були виявлені гігантські "волокна" (*filaments*) та "порожнини" (*voids*), просторовий розподіл галактик уявлявся як "губчатоподібний" (*sponge-like*) чи "пластоподібний" (sheet-like).

Основна розбіжність між цими топологіями пролунала у дискусії між А.Фаєролом, Г.Кінкаріні та Я.Ейнасто [90]: 1) волокна є одновимірними утвореннями; 2) границі між порожнинами виявляються двовимірними пластами (типу "Великої Стіни") чи оболонками. У губчатоподібному розподілі завжди можна безперервно пройти від однієї порожнини до другої, не перетинаючи оболонок цих порожнин. Бульбашкові чи, що є тим самим, коміркові просторові структури можуть бути як закритого, так і відкритого типу. Для відкритого типу завжди існують діри у стінках, оточуючих порожнину, тобто порожнини та області, які вміщують галактики (стінки), утворюють безперервну перколяційну систему, як і в губчатоподібній структурі. При дуже великому рівні згладжування стінки можуть ізолювати порожнину, утворюючи цупку коміркову чи бульбашкову структуру. Таким чином, губчатоподібні топологічні структури більш узгоджено описують дійсний

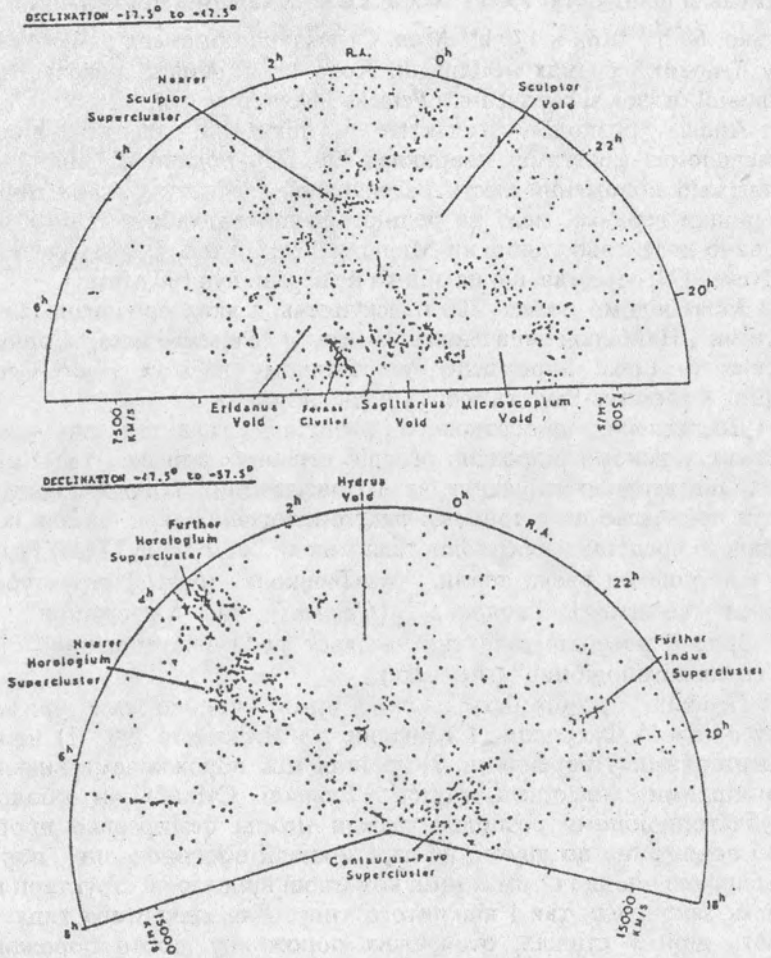


Рис. 7. Надскупчення та порожнини галактик у південній півкулі, за Фаеролом А. [90]

розподіл, хоча, як зазначив Ейнасто, дійсна картина більш ускладнена, ніж одна перколяційна мережа та одна перколяційна система галактик.

На даному етапі досліджень неможливо дати повну кількісну картину великомасштабних неоднорідностей, оскільки найчастіше їх розмах перевищує межі існуючих оглядів, і навіть повна їхня вибірка вміщує порядку $4 \cdot 10^4$ галактик. Відповіді зможуть дати як поповнення оглядів новими даними про червоні зміщення галактик, так і результати моделювання розподілу галактик, в яких уже зараз досягається границя в $10^7 \div 10^8$ галактик.

Дослідження великомасштабного розподілу галактик бурхливо розвиваються в останні роки, і космографічний підхід, що було започатковано ще у XVIII ст., зараз використовує комп'ютерні засоби відеозображення та дозволяє отримувати передові результати.

У розділі було подано основні роботи, виконані передусім за оптичними спостереженнями. Найбільше підтвердження описаним закономірностям у великомасштабному розподілі галактик надходить також із робіт, виконаних за рентгенівськими спостереженнями, які, до того ж, одразу дають оцінку маси скупчення галактик.

РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЕЛИКОМАСШТАБНОГО РОЗПОДІЛУ ГАЛАКТИК ТА СКУПЧЕНЬ ГАЛАКТИК

2.1. Попередні статистичні дослідження: статистичні міри, коміркова статистика, індекс скупчення галактик, модель Неймана-Скотт

Е.Хаббл, Б.Бок, Х.Шеплі, К.Лундмарк із Е.Холмбергом та А.Рейцом у своїх працях із розподілу підрахунків галактик N, про які згадувалося у підрозд. 1.2, використовували різні математичні методи для класифікації та масштабних оцінок скупчення галактик. А саме, статистичні міри для розрахунку кількості галактик по коміркам, використані ними, є різними модифікаціями так званої автокореляційної функції (АКФ). Наприклад, використаний Боком [35] параметр - дисперсія підрахунків N галактик у комірках, - є інтегралом від двоточкової кореляційної функції (КФ). Але систематика такого роду досліджень та алгоритми аналізу розподілу галактик як статистичного ансамблю об'єктів уперше були запропоновані Цвікі в його попередніх роботах у 40-х роках.

Для вивчення загальних характеристик розподілу галактик Цвікі [94, 207 - 209] розробив дуже простий статистичний *метод розподілу простору на комірки, однакових за розміром V, та подальшого вивчення поведінки функції розподілу кількості галактик у комірках від розміру комірок.*

Нехай N - загальне число галактик у n комірках. Функція розподілу $z(n)$ дає середнє число комірок, у яких знаходяться n галактик, при цьому $\sum_{\nu=1}^{N} z(\nu) = n$ та $\sum_{\nu=1}^{N} \nu \cdot z(\nu) = N$. Припускаючи випадковий розподіл об'єктів та зневажаючи взаємодією між об'єктами, легко розрахувати $z(n)$. Теоретичний розподіл може порівнюватися подалі зі спостережним $z_O(n)$.

Застосування даного методу до яскравих галактик ($m_p \leq 13$), виконане Г.Кацом та Х.Мюльдерсом [95], показало, що теоретичний та спостережний розподіли значно відрізняються, і середній розмір скупчення V_c може бути визначений за умови $V_c \cong V$.

Пізніше для вивчення розподілу галактик Цвікі запропонував [96, 97] *індекс скупчення галактик* $k(z,n)$, тісно пов'язаний із попереднім методом.

Нехай n об'єктів розподілені по A_i комірках таким чином, що n_i об'єктів потрапляють до A_i комірки (i=1, ..., z). Імовірність того, що один із об'єктів потрапляє до A_i, дорівнює p_i ($\sum_i p_i = 1$). Імовірність для $n_1,...,n_z$ об'єктів потрапити до комірок $A_1,...,A_z$ відповідно дорівнює:

$$P(n_1, n_2, ..., n_z) = p_1^{n1} p_2^{n2} ... p_z^{nz} \frac{n!}{n_1! ... n_z!}. \quad (1)$$

Середня населеність i-комірки дорівнює $\langle n_i \rangle = n \cdot p_i$. Відхилення δ_i для індивідуального розподілу від найімовірнішого середнього розподілу дорівнює: $n_i = \langle n_i \rangle + \delta_i$; отже, $\delta_i = n \cdot p_i \cdot (1-p_i)$. Якщо всі елементарні комірки мають однаковий розмір, то $p_i = 1/z_i$ і функція ймовірності дорівнює:

$$P_i(n_i) = \frac{n!}{n_i!(n-n_i)!} p_i^{n_i} (1-p_i^{(n-n_i)}). \quad (2)$$

Дисперсія σ, відповідно, дорівнює $\sigma = (\delta^2)^{1/2} = \left(\frac{1}{z} \sum_{i=1}^{z} \delta_i^2 \right)^{1/2}$. Цвікі розглядав також варіацію вибірки $S_1^2 = \sum_{i=1}^{z} \frac{(n_i - \frac{n}{z})^2}{z}$ та порівнював її з теоретичним значенням S_0^2 для варіації n_i об'єктів, припускаючи, що галактики розподілені однорідно та випадково по z комірках: $S_0^2 = \frac{n(1-\frac{1}{z})}{z}$. Індекс скупчення Цвікі тоді дорівнює: $k(z,n) = S_1/S_0$, тобто є відношенням дійсного розкиду галактик до розкиду, який очікується для однорідного випадкового розподілу.

Д.Лімбер [98, 99] оцінив *АКФ підрахунків галактик* (рівняння Лімбера) за незакінченим тоді ще Лікським каталогом. Він показав, що поверхнева КФ пов'язана із відповідною просторовою КФ $\xi(r)$ за

допомогою лінійного інтегрального рівняння. Рівняння Лімбера, яке було виведене за припущенням, що абсолютна зоряна величина галактик статистично не залежить від того, як дана галактика розташована відносно інших галактик, часто використовується у кореляційному аналізі для оцінки середньої просторової щільності галактик "поверхневого" каталогу (хоча, як зараз відомо, морфологічний тип та положення галактики корелюють). В.Рубін у 1954 р. використовувала оцінки розкиду N за Гарвардськими підрахунками для того, щоб знайти просторову КФ, та незалежно вивела окремий випадок рівняння Лімбера, який встановлював зв'язок між розкидом підрахунків галактик у комірках на небесній сфері і просторовою КФ.

На початку 50-х років Дж.Нейман, Е.Скотт, К.Шейн та Н.Майол [101 - 107] розробили *статистичну теорію розподілу галактик у просторі*. Це був дуже елегантний, стохастичний підхід до проблеми. Теорія базувалася на двох припущеннях: галактики знаходяться тільки у скупченнях та космологічний принцип не порушується. Із першого припущення випливає, що скупчення галактик представляють базовий елемент моделі, який може бути заданим його просторовими координатами в евклідовому просторі, $u(t)$. За другим припущенням випливає, що $u_i(t)=u_i(0)\exp(\int_0^t H_1(t))$, де H_1 - довільна функція, що визначається зі спостережень.

Три постулати мають відношення до центрів скупчень:

1) для кожної області R у просторі закріплюється випадкова змінна $\gamma(R)$, яка визначає число центрів скупчень, що належать R. Змінна $\gamma(R)$ залежить тільки від об'єму V області R. Для областей, що не перекриваються, R_1, ... ,R_n, змінні $\gamma(R_1)$,..., $\gamma(R_n)$ незалежні, і функція, яка визначає ймовірність генерування скупчень, дорівнює:

$$G_\gamma(t/V) = E\{t^{\gamma(R)}\} \text{ для } t \le 1; \qquad (3)$$

2) із кожним центром скупчення пов'язано число галактик ν, розподіл числа галактик характеризується ймовірністю генерування $G_\gamma(t)$ (якщо $\nu = 1$, таке скупчення є галактикою поля);

3) галактики розподілені у просторі незалежно одна від одної, тобто положення галактики, котра утворює скупчення і до якого вона належить,

є випадковою величиною; щільність імовірності $f(\eta)$, що була названа цими авторами *структурою скупчення*, залежить тільки від різниці координат галактик та координат центрів скупчення $\eta = x_i - u_i$ (i=1,2,3).

Зазначена модель була першою моделлю скупчення галактик. Щодо двох областей неба R_1 та R_2, що не перетинаються, та кількісті галактик N_1 та N_2, що в них спостерігаються, було зроблено два припущення:

1) розподіл центрів скупчень (3) - пуассонівський:
$G_\gamma(t/V)=\exp[-\lambda \cdot V(1-t)]$, де λ - середнє число центрів скупчень у об'ємі V.

2) фактор розширення Всесвіту враховується у визначенні H_1 як $H_1 = \int_0^t \exp(h_1(t)dt)$, де $h_1 = g \cdot c$, у свою чергу, g - це фактор розширення та c - швидкість світла.

Координати галактик $\{x\}$, що спостерігаються, пов'язані із координатами $\{y\}$ на момент випромінювання світла, який враховує фактор розширення g та відстань від спостерігача ζ. Тоді основна формула моделі Неймана та Скотт є такою:

$$G_{N1,N2}(t_1,t_2) = \exp\{-\lambda \iiint \{1 - G_\gamma[1-p_1(1-t_1)-p_2(1-t_2)]\}du_1du_2du_3\}, \qquad (4)$$

де $p_1 = \iiint f(y,u)\ \Theta(\zeta,\pi,\omega)\ dy_1dy_2dy_3$ - ймовірність того, що галактика, яка належить до центра скупчення u, потрапляє до області R_i; функція $f(y,u)$ - структура скупчення, $\Theta(\zeta,\pi,\omega)$ - функція спостереження (емульсія фотоплатівки, інструментальні похибки, похибка спостерігача та ін.). Нейман і Скотт отримали із основної формули моделі (4) так званий *параметр квазікореляції підрахунків галактик* для двох довільних областей R_1 та R_2 на фотографічній платівці:

$$\Omega = -\frac{G_{N_1N_2}}{G^2_{N_1} - E(N_i)} = \frac{S_{12}}{S_0}. \qquad (5)$$

Даний параметр не залежить від середнього числа центрів скупчень в об'ємі, не залежить від структури скупчень, функції світності (див. також роботу [101]) та фактора розширення. У перших же порівняннях із

спостережним матеріалом першого Лікського каталогу [49] Нейман і Скотт оцінили параметри моделі, які не залежать від спостерігача.

Метод, який був розроблений цими авторами є унікальним, а їхній відомий експеримент [104] порівняння дійсного та штучного розподілу галактик став першим експериментом із числового моделювання розподілу галактик у сучасному розумінні.

Модель розподілу галактик Неймана і Скотт (огляд у [108]), яка базувалася на припущенні випадкового розподілу незалежних центрів скупчення, підсилила математично спостережні висновки (підрозд. 1.1 та 1.2) відносно скупчування галактик взагалі та існування скупчення галактик більш високих порядків (скупчення скупчень).

Лімбер [99] та Нейман, Скотт і Шейн [106] першими оцінили АКФ галактик Лікського каталогу та його ефективну глибину як приблизно 220 h^{-1} Мпк. Нейман і його колеги в основному використовували дані про поверхневу АКФ підрахунків галактик та індексів скупчення Цвікі, що стало основою їх критики в роботах Рубін [101] та Лімбера [98], оскільки у працях останніх авторів розподіл галактик було описано неперервною функцією щільності (при малому $\langle N \rangle$ кінцевий вираз для розкидів підрахунків суперечить невід'ємності N). Пізніше Лімбер, а також Д.Лейзер [109] показали, що цю обставину можна подолати, використовуючи функції щільності як щільності ймовірності, або, як показав Піббле [110], заміною АКФ на двоточкову КФ розподілу точкових об'єктів.

Друга статистична міра - *спектр потужності*, або розклад за сферичними гармоніками КФ, використовувалася у роботі Дж.Ю та Ф.Дж.Піббле [111] для перевірки та підтвердження існування скупчення скупчень Ейбелла, а також для оцінок параметрів скупчення галактик Лікського каталогу у роботі Ф.Дж.Піббле та М.Хаузера [112] та радіоджерел з каталогу 4С А.Вебстером [113].

Успіх застосування статистичних мір (чи різних модифікацій АКФ), що не втратили свого значення для сучасних задач, визначається, по-перше, простотою цих методів; по-друге, легкістю зв'язку поверхневої КФ та просторової КФ; по-третє, можливістю статистичних оцінок як глибини каталогів (і, відповідно, масштабу кореляції у розподілі галактик), так і врахуванням похибок каталогів.

У 50-ті роки об'єм даних про галактики не був значним, тому КФ не можна було визначати надто точно. Наприклад, статистичні моделі Неймана та Скотт були навіть докладнішими, ніж це забезпечували спостереження. Після завершення каталогів Шейна-Віртанена та Цвікі,

створення перших швидкодіючих ЕОМ, стало можливим як оцінити КФ із достатньою точністю, так і вилучити із даних більше статистичної інформації. Один із засобів досягнення цього результату полягає у використанні КФ високих порядків (n-точкових кореляційних функцій).

2.2. n-точкові кореляційні функції

Якщо знехтувати різницями між динамічними параметрами галактик, то їхній розподіл можно описати як розподіл точкових об'єктів r_j за допомогою методу n-точкових кореляційних функцій. Метод надійшов до астрономії із теорії неідеального газу та був розроблений Ф.Дж.Пібблсом та Е.Гротом [114, 115] у 1976 р. (повний огляд можна знайти у книзі Піббла [110] та у роботі С.Фола [116]). Відзначимо, що вперше метод n-точкових кореляційних функцій було використано в астрономії Г.Тотсуі та Т.Кіхарою [117] у 1969 р. для аналізу розподілу галактик Лікського каталогу, яскравіших 19^m зоряної величини.

Кореляційна функція $\xi(r)$ може бути визначена як перетворення Фур'є-спектра флуктуації щільності:

$$\xi(r) = 4\pi \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} P(k) \frac{\sin(2\pi kr)}{(2\pi kr)} k^2 dk, \qquad (6)$$

де k - номер хвилі, який виражений у таких одиницях, що $k_{min} = 1$ відповідає довжині сторони L кубічного об'єму, який був визначений у дослідженні, а k_{max} - максимальний номер хвилі для даної вибірки, відстань r виражена в одиницях довжини L куба. На практиці двоточкова КФ визначається у термінах імовірності того, що усереднені загальної вибірки об'єктів із середньою щільністю n, галактики із будь-якої пари можуть бути незалежно виявлені у середині елементарних об'ємів δV_1 та δV_2 на відстані r один від одного (у теорії *a priori* вводиться ствердження, що *космологічний принцип* не порушується!):

$$\delta P_2 = n^2 \, \delta V_1 \, \delta V_2 \, [1 + \xi(r)]. \qquad (7)$$

Якщо розподіл є пуассонівським, то $\delta P_2 = n^2 \, \delta V_1 \delta V_2$, та $\xi(r) = 0$. Таким

чином, $\xi(r)$ описує відхилення від пуассонівського (однорідного) розподілу. Якщо галактики скупчуються у певні системи, то $\xi(r)$ буде позитивною для r, менших, ніж розмір системи, та $\xi(r)$ буде від'ємною для r, більших, ніж розміри системи.

Як видно із (7), усередині сфери радіусом r_0, із об'єктом у середині, може бути виявлено $\langle N \rangle_p = 4r_0^3 n/3 + n\int_0^{r_0} \xi(r)dV$ об'єктів. Перший член є середньою кількістю об'єктів у сфері, другий - кількістю об'єктів, які знаходяться у скупченні, що знаходиться у цій сфері, мінус один центральний об'єкт. Тільки у випадку пуассонівського розподілу обидва члени у даному виразі є однаковими.

Оскільки каталоги галактик містять відомості про кутові координати галактик, кутова відстань Θ між будь-якою парою є відомою. У цьому випадку зручною *статистичною мірою є кутова КФ*, яка теж була введена Піббллсом із співробітниками у їхніх систематичних дослідженнях каталогів об'єктів [114].

За аналогією із викладеним вище, кутова КФ $\omega(\Theta)$ дорівнює (Ω - елемент тілесного кута):

$$\delta P_2 = N^2\, \delta\Omega_1\, \delta\Omega_2\, [1+\omega(\Theta)]. \qquad (8)$$

Кутову КФ можно спостерігати і перетворити у просторову КФ за допомогою рівняння Лімбера. Із метою скорочення висновок не подається у даному навчальному посібнику, - його можна знайти у книзі Піббллса [110] або, у стислому вигляді, у роботі Дж.Матерне [118]. Тим більше, що розв'язати інтегральне рівняння для кутової КФ, пов'язаної за допомогою одержуваного підінтегрального виразу із функцією розподілу галактик, у явному вигляді неможливо.

На практиці використовується конкретний вираз для просторової КФ, який враховує типові масштаби розмірів скупчень. Дослідження цього питання Піббллсом із співробітниками на основних даних Лікського каталогу [119] та каталогу Цвікі [112] показали, що у межах відстаней 0.1 h^{-1} Мпк $\le r \ge$? 10 h^{-1} Мпк між галактиками, задовільними для просторової $\xi(r)$ та кутової $\omega(\Theta)$ КФ є такі степеневі апроксимації:

$$\xi(r) \cong (r_0/r)^{-\gamma};\quad \omega(\Theta) \cong \Theta^{1-\gamma};\quad \gamma \cong 1.8;\quad r_0 \cong 5\ h^{-1}\ \text{Мпк}. \qquad (9)$$

Таким чином, *галактики корелюють на масштабах у 5 Мпк,* і цей результат достатньо впевнений для діапазону відстаней від 10 кпк до 10 Мпк, після якого ця функція має різке спадання [110, 119 - 121].

Аналогічно будуються три- та чотириточкові КФ. Безумовно, повну картину кореляцій між галактиками дало б використання всіх n-точкових КФ, але у даний момент не існує можливості простежити КФ високих порядків у спостережних даних. Метод дає хороші результати у третьому порядку та на межі точності у четвертому [122].

Розрахунки, які були проведені Гротом та Піблсом ([115, 119, а також розділ 56 [110]), дозволили оцінити масштабне співвідношення для Лікського [52] та Ягеллонського каталогів [123], каталогу Цвікі [55]. Ефективна глибина каталогу D_{eff} може бути оцінена за такою формулою:

$$D_{eff} = [N(m_0) / n_0 E]^{1/3}, \qquad (10)$$

де $N(m_0)$ - очікувана щільність об'єктів у каталозі, $n_0 E D_S^3$ - щільність, яка очікувалася б для граничної зоряної величини m_0, якщо б не потрібно було вводити поправку на кривизну простору та розширення Всесвіту; D_S = dex [0.2(m_0 - M') - 5] Мпк - характерна глибина огляду, M' - характерна абсолютна зоряна величина для галактик даного каталогу.

Ягеллонський каталог має ефективну глибину порядку 400 h^{-1} Мпк та займає на небі площину 6° × 6°, що відповідає ділянці 40 × 40 h^{-1} Мпк (N = 1,1·10^6 ср$^{-1}$); каталог Цвікі при m_0 = 14.9 та N = 2050 ср$^{-1}$ характеризується D_{eff} = 47 h^{-1} Мпк. Таким чином, виборку Ягеллонського каталогу можна порівняти із вибіркою каталогу Цвікі, але глибина Ягеллонського каталога увосьмеро більша.

Серйозні проблеми виникли, коли багато хто із авторів почали розраховувати КФ для скупчень галактик. Наприклад, Н.Баколл та Р.Сонейра [124], а також А.Клипін та А.Копилов [125] показали, що кореляційна довжина для скупчень галактик r_{cc} більша за кореляційну довжину галактик r_{gg} та дорівнює $r_{cc} \cong 25\ h^{-1}$ Мпг; величина КФ залежить від багатства скупчення галактик, тобто амплітуда КФ збільшується за мірою зростання багатства; нахил КФ скупчень (показник ступеня у

формулах (9)) залишається однаковим та дорівнює $\gamma \cong 1.8$, як і для КФ галактик r_{gg}. Наприклад, КФ ейбеллівських скупчень із багатством $R \geq 1$ приблизно у 20 разів більше ніж КФ галактик $\xi_{cc} \cong 360\, r^{-1.8} = (r/26)^{-1.8}$ для $r \leq 100$ h^{-1} Мпк [124]. КФ скупчень С.Шектмана [53], яка була розрахована ним самим, дорівнює $\xi_{cc} \cong 180\, r^{-1.8} = (r/18)^{-1.8}$ [53]. М.Постман [126] для перевірки цього висновку розрахував КФ скупчень Цвікі та Ейбелла (1173 скупчення Цвікі з $z \cong 0.1$-0.14) у такому діапазоні відстаней, коли ці скупчення можна порівняти за сумарною щільністю, та отримав, що ці функції однакові для діапазону $r \leq 60$ h^{-1} Мпк. *Кроскореляційні функції* "галактика - скупчення", розраховані, наприклад, М.Селднером та Піббдсом [127] для розподілу галактик каталогу Шейна-Віртанена та положень багатих ейбелівських скупчень, поводять себе аналогічно КФ скупчень. Н.Баколл та У.Бюргет виконали аналіз КФ надскупчень $\xi_{sc,sc}$ [128] на базі каталогу надскупчень [67]. Виявилося, що $\xi_{sc,sc}$ приблизно у чотири рази більше ніж КФ багатих скупчень ($\xi_{sc,sc} = 1500\, r^{-1.8} = (r/60)^{-1.8}$).

Упродовж 80-х років багато хто з авторів на різних вибірках каталогів галактик і для різних відстаней, областей неба, класів багатства скупчень та за різними методиками розрахунків КФ та різним обліком систематичних похибок каталогів змогли тільки підтвердити цей результат: $r_{gg} \cong 5$ h^{-1} Мпк, $r_{cc} \cong 25$ h^{-1} Мпк, $\gamma \cong 1.8$ (огляд найбільш цікавих робіт можна знайти у роботі Баколл [129]).

Наприкінці підрозділу відзначимо наступне:

• Сам факт розмаху кореляційної довжини скупчень (25 h^{-1} Мпк) за межами розмаху КФ галактик (10 h^{-1} Мпк) [119] свідчить про існування великомасштабних структур у Всесвіті, а однаковий нахил обох КФ говорить на користь єдиного механізму її формування.

• Різність в амплітудах може бути пояснена як у фізичних, так і в геометричних термінах. Н.Кайзер [130] показав, що амплітуда КФ скупчень, як областей високої щільності галактик, зобов'язана бути більшою, ніж амплітуда КФ галактик. Це можна бачити із формули (6), яка пов'язує КФ зі спектром потужності: спектр потужності для скупчення вищий, ніж для галактик. Геометричне пояснення можна знайти у роботі Я.Ейнасто, А.Клипіна та Е.Саара [131], які показали, що кореляційна довжина є функцією глибини вибірки, при цьому її значення для галактик $(r_0)_{gg} = 5$ h^{-1} Мпк відповідає об'єму, якмй займає тільки одне скупчення.

чим більший об'єм, тим більша кореляційна довжина; як галактики, так і скупчення мають демонструвати однакову залежність кореляційної довжини від глибини вибірки. Я.Таго у 1987 р. підтвердив, що галактики та скупчення Цвікі мають практично однакові кореляційні функції та довжини, якщо обидві вибірки беруться з однаковим об'ємом.

• Залежність кореляційної довжини від глибини вибірки, у сучасному тлумаченні Ейнасто [132], виникає внаслідок зменшення числа галактик у вибірці за мірою зростання розмірів вибірки. Наше розташування усередені Місцевого Надскупчення веде до того, що при збільшенні об'єму вибірки все більше та більше порожнин (областей із низькою концентрацією галактик), які оточують Місцеве Надскупчення, залучається до об'єму цієї вибірки. КФ визначається (формула (7)) як відношення кількості пар галактик на даній відстані r до відповідної кількості при пуассонівській вибірці, яка вміщує таку ж загальну кількість галактик. Із сучасних уявлень про великомасштабну структуру ясно, що галактики переважно знаходяться у волокнистих утвореннях, які заповнюють лише малу частину загального простору. Очевидно, що у пуассонівській вибірці галактики рівномірно заповнюють загальний простір. І пояснення зводиться до наступного: чим менший коефіцієнт заповнення у реальній вибірці, тим більше переповнення галактик у заповнених областях вибірки відносно сумарної середньої щільності.

2.3. Кластерний, перколяційний та таксономічний аналіз

Кластерний аналіз, який має більш як сторічну історію, можна назвати головним методом, який використовується для ідентифікації різних систем. В астрономії він був уперше застосований у 1973 р. Р.Богартом та Р.Вагонером [65], які на основі *аналізу відстаней до найближчого сусіда* продемонстрували скупчення ейбелівських скупчень (підрозд. 1.4).

У основі методу кластерного аналізу розподілу n-галактик у вибірці полягає геометричний пошук найближчих пар галактик, для кожної із котрих поняття близькості встановлюється деяким наперед заданим радіусом кластеризації R_i, ясно, що перший об'єкт може бути вибраний довільно. Враховуючи відому формулу для кутової відстані ρ_{jk} між галактиками із координатами α_j, δ_j та α_k, δ_k (j=1, ... n; k=2, ... , n):

$$\cos \rho_{jk} = \cos\delta_j \cos\delta_k + \sin\delta_j \sin\delta_k \cos(\alpha_j - \alpha_k), \qquad (11)$$

до кластера увійдуть галактики, для кожної із котрих є, щонайменше, один найближчий сусід - такий, що $\rho_{jk} \le R_i$.

Очевидно, що внаслідок такої процедури кластеризації, вибірки галактик представлятимуть собою набір ізольованих галактик, пар, триплетів та груп із різною кількістю членів, для яких легко розрахувати долю галактик, які входять до них, від загальної кількості галактик у вибірці, тобто кількісно оцінити параметри скупчення. Такі геометричні кластери можуть порівнюватися із реальними групами та скупченнями галактик, для них можуть бути розраховані такі параметри, як розмір, відношення осей, орієнтація, морфологія, та світність. Ці параметри є функцією радіуса кластеризації R_i, при малих значеннях цього параметра всі галактики ізольовані одна від одної, при великих - зливаються до одного гігантського кластера.

Е.Тернер і Дж.Готт [133] у 1975 р. використали метод найближчого сусіда для виділення сукупності однорідно розподілених галактик поля, хоча їхня оцінка кількості галактик, які входять до поля, виявилася завищеною. Пізніше [134], у 1977 р., ці автори ввели *функцію кратності* як аналог функції світності для аналізу розподілу груп та скупчень галактик за багатством, яку використав на практиці С.Бхавсар [135]. *Диференційна функція кратності* $f(n)$ визначається часткою галактик у системі кратності між n та Δn. *Інтегральна функція кратності* дорівнює $F(n) = \sum_{n'=1}^{n} f(n')$ та, за визначенням, знаходиться в діапазоні [0, 1]. Функції кратності залежать від R_i. Ейнасто з колегами [136] використовув функцію кратності за десят'ю класами багатства для аналізу розподілу галактик у Місцевому Надскупченні та змодульованого пуассонівського розподілу такої ж кількості галактик. Вони показали, що 1) тест кратності дуже чуттєвий до параметрів скупчення; 2) для змодульованих вибірок характерна низька кратність кластерів; 3) у реальному розподілі населення систем низької кратності зростає дуже швидко за мірою зростання R_i, і цю відмінність від моделі автори пояснюють наявністю у змодульованих вибірках об'єктів, які не беруть участь у процесі формування скупчень; 4) на той час тести продемонстрували слабкість адіабатичної теорії формування галактик та силу CDM моделі ("холодна темна матерія", див. дод. 2), для якої якраз

характерно отриманий у моделі факт присутності більшого числа середніх за розміром систем галактик.

У підрозд. 1.3 згадувалося, що для аналізу великих флуктуацій у розподілі галактик, котрими є ейбеллівські скупчення, Ейбелл використовував параметр відхилення розподілу N підрахунків у комірках від пауссонівського як аналог міри скупчення. Для пророкування цієї повної очікуваної форми розподілу N підрахунків або розподілу відстаней до найближчого сусіда, теоретично можна використовувати викладенний у попередньому підрозділі метод КФ усіх порядків, але поки що не можна досягти на практиці порядки більше п'ятого. У випадку двовимірного розподілу галактик на небесній сфері, КФ малі, тому що багато тісних груп з'являються випадково внаслідок ефекту проекції. С.Фолл із колегами [137] модифікували метод КФ для аналізу підрахунків найближчих сусідів галактики і для оцінки розподілу відстаней до найближчого сусіда та використовували його для каталогу Цвікі. Опис зазначеного підходу та обговорення труднощів методу найближчого сусіда, які полягають в інтерпретації того, як дані про кутові координати перетворюються на дані про просторовий розподіл, викладено у роботі С.Уайта [138].

Перколяційний аналіз, який з успіхом використовувався у різних областях фізики та вперше застосований в астрономії у 1983 р. С.Шандариним [139], фактично є різновидом кластерного аналізу росту найбільших структур за мірою зростання радіуса кластеризації. Первісно, при малих R_i, система складається тільки з ядра її майбутнього більш щільного кластера. Зі збільшенням R_i збільшується кластер, який приєднує до себе ближчі кластери та волокнисті структури. Такий самий процес відбувається з іншими багатими кластерами. При деякому критичному R_i периферійні частини таких систем, утворюючи перемички, поєднуються в єдиний великий кластер. Якщо дві протилежні "боки" об'єму V вибірки з'єднуються за допомогою цього кластера, то система є перколяційною, а критичний радіус R_i називається радіусом перколяції R_{perc}. Основним параметром перколяційного аналізу галактик є середня кількість галактик у сфері перколяційного радіуса R_{perc}:

$$B = (R_{perc} / R_p)^3, \qquad (12)$$

де $R_p = (3V/4\pi N)^{1/3}$ - пуассонівський радіус вибірки. Для випадкового

розподілу галактик $B = 2.7$. Чим менше значення параметра B, тим краще система перколює, тобто має регулярну волокнисту мережу розподілу. Відзначимо, що цей параметр підлягав критиці та згодом був відкоректований (див., напр., [132, 140]).

Перколяційний аналіз використовувався Я.Зельдовичем та іншими [141, 142], С.Бхавзаром та Дж.Бароу [143], Я.Ейнасто та іншими [136], Г.Кінкаріні та іншими [145], Клипіним та Шандаріним [146] (див. огляд у [144]) як до змодульованих у межах CDM і HDM моделей розподілу галактик (*Cold* і *Hot Dark Matter* відповідно, див. дод. 2), так і до реальних виборок. Метод перколяційного аналізу уперше дозволив кількісно описати спостережні топологічні властивості великомасштабного розподілу галактик (підрозд. 1.3 та 1.4) та відкоректував параметри різних теорій формування галактик та скупчень галактик.

До зазначених типів геометричних методів аналізу великомасштабного розподілу галактик тісно примикає *ієрархічний метод* скупчення галактик, який був розвинутий у роботах Дж.Матерне [147, 148], а також *таксономічний метод*, що був розвинутий Р.Фагесом [149] і уперше використаний в астрономії Ж.Патюрелем [150]. Класифікаційні схеми, що грунтуються на таксономічному аналізі скупчення галактик, з успіхом застосовувалися М.Молесом та іншими [151, 152] у дослідженнях внутрішньої структури та дінаміки надскупчень Hercules і Perseus та скупчення Cancer, за даними оглядів червоних зміщень галактик CfA та [77, 78].

Систематичні дослідження Ейнасто з колегами [153, 154] упродовж останніх років із моделювання великомасштабної структури Всесвіту у вигляді регулярної "Мережі надскупчення – порожнини" (*Supercluster - Void Network*) базуються на застосуванні методу кластерного аналізу. Уперше Т.Броадгерст із колегами [155] в їх "олівцево-спрямованих" (pencil-beam) оглядах неба показали у 1990 р., що великомасштабний розподіл галактик має дивно регулярний візерунок із характерним розміром між піками збільшеної щільності в 130 h^{-1} Мпк. Ці піки, як пізніше показала Баколл [129], відповідають положенням надскупчень найбагатших скупчень. Підтвердження цього факту було висловлено також на основі використання КФ на дуже великих масштабах із тривимірних оглядів галактик [156 - 158] та аналізу надскупчень та порожнин [159]. Так чи інакше, надійність цього масштабного параметра для опису великомасштабного розподілу галактик остаточно не встановлена та є предметом дослідження групи Ейнасто. Їхній каталог

надскупчень нараховує 225 об'єктів, основний параметр методу - радіус найближчого сусіда - вибраний на основі функції кратності та дорівнює $R_i = 24\ h^{-1}$ Мпк (див. також [160]). Числове моделювання показує, що масштаб максимуму силового спектра первісних флуктуацій щільності в теорії Гаррисона-Зельдовича відповідає середній відстані між надскупченнями в 130 h^{-1} Мпк, і населення надскупчень залежить від хвиль щільності великого масштабу. Порівняння штучних розподілів у межах CDM-моделей зі спостережними [154] продемонструвало слабкі боки CDM-моделі для опису великомасштабного розподілу галактик і скупчень галактик.

Відзначимо, методи кластерного, перколяційного та таксономічного аналізу достатньо прості та геометрично наочні, що зробило їх потужним засобом дослідження проблеми великомасштабного розподілу галактик.

2.4. Методи виділення та опису порожнин у розподілі галактик: функція ймовірності порожнин Уайта, мозаїка Вороного

Дослідження галактик, за оглядами червоних зміщень галактик, показало наявність як областей скупчення галактик, так і порівняних із ними за розміром порожнин. Очевидно, що поруч із методами, які досліджують характеристики скупчення галактик, в останні роки з'явилися і такі, які вирішують протилежну задачу: оцінка кореляційних властивостей розподілу порожнин і геометричне їх виділення та опис.

С.Уайт у 1979 р. [138] увів *функцію ймовірності порожнини* $f_0(V)$ (ФІП), як імовірність не виявити жодної галактики у випадково обраному об'ємі розміром V. Ця функція може бути представленою як нескінчений добуток n-точкових кореляційних функцій:

$$f_0(V) = \exp\left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \bar{n}^n \int_V d^3x_1 \ldots d^3x_n k_n(x_1,\ldots,x_n)\right], \qquad (13)$$

де $\bar{n}$ - середня щільність, x_i - координати галактик, k_n - мінімальні точкові кореляції контрасту щільності.

ФІП є особливим випадком функції ймовірності розподілу галактик $f_n(V)$. У.Саслоу і А.Гамільтон [161] показали, що для ієрархічної

гравітаційної чи квазірелаксованої системи можна понизити кореляції високого порядку, і тоді $f_n(V)$ має такий вираз:

$$f_n(V) = \frac{q(1-b)}{n!}\left[q(1-b)+nb\right]^{n-1}\exp[-q(1-b)-nb], \qquad (14)$$

де $q=\frac{4\pi}{3}\bar{n}R^3 = \bar{n}V$ - середня кількість об'єктів у тестовому об'ємі, а параметр b дорівнює:

$$b = \frac{2\pi Gm^2\bar{n}}{3T}\int_0^\infty \xi(r)rdr = -\frac{W}{2K}. \qquad (15)$$

Оскільки для ФІП $n = 0$, тоді

$$f_0(V) = \exp[-q(1-b)]. \qquad (16)$$

У формулі (15): W - гравітаційна кореляційна енергія, K - пекулярна кінетична енергія, m - маса галактики, ξ - двоточкова КФ, T - температура у одиницях енергії. Для пуассонівської вибірки маємо: $W = 0$, $b = 0$ та $f_0(V)_p = -\ln[f_0(V)/q] \approx 1 - b$.

Оскільки ФІП залежить від двоточкової КФ, а на практиці заздалегідь не відомо, чи буде спостережувана вибірка ієрархічно гравітаційною чи квазізрелаксованою системою, залишається невідомим, чи відрізняються кореляційні властивості системи, що визначені за допомогою ФІП, від тих, які визначені за допомогою КФ. Значення $f_0(R_m) = 0.5$ визначає середній радіус порожнини, який може бути виражений в одиницях пуассонівського радіуса із формули (12) в одиницях q, як $q_m = (R_m/R_p)^3$.

Ейнасто та інші [162] показали, що, на відміну від КФ, ФІП залежить від кількості галактик у вибірці. У густонаселених галактиками вибірках можна бачити три очевидні популяції: скупчення галактик різної населеності, волокнисті утворення та порожнини. Порожнини у таких вибірках визначаються відстанями між галактиками в областях низької населеності. Для малонаселених галактиками вибірок притаманна відсутність волокнистих структур і фонових галактик та наявність скупчень галактик, тобто середній радіус порожнини збільшується

залежно від збільшення числа галактик у вибірці. Результат цих авторів свідчив також і про те, що параметр b не є кращою характеристикою вибірок, що спостерігаються, для яких більш характерні нелінійні механізми відбору. Визначення цього параметра до цього часу є предметом дискусій. Відзначимо, що ФІП добре доповнює КФ, а вони обидві характеризують розподіл галактик із протилежних боків.

Виявлення великомасштабних порожнин відкрило серію досліджень, присвячених не тільки пошуку статистичних мір для їх опису, але і пошуку фізичних процесів, при яких стає можливим спостережуваний розподіл матерії (великомасштабний вибух чи розширення більш щільних областей галактик швидше, ніж хаббліський потік галактик у середньому, здатний "вимісти" галактики та зібрати їх до великомасштабної мережі пластів, що перетинаються).

Найпростіший шлях моделювання такого коміркового візерунку розподілу галактик полягає у використанні геометричних *мозаїчних моделей*, серед яких найбільш уживаною є *мозаїка Г.Вороного* [163], яка була запропонована цим видатним українським математиком у 1908 р. (математичний апарат моделі згодом удосконалив Р.Мілс [164, 165]). Зазначена модель уперше у космологічному контексті порожнини, що поширюється, була запропонована Т.Мацудою та Е.Шимою у 1984 р. [166]. Е.Лінг та інші [167], В.Іке та Р.Вейгаерт [168] додали нові статистичні відомості до моделі мозаїки Вороного випадкових пуассонівських розподілів. Математичний апарат методу вичерпно викладений у книгах Ф.Препарати і М.Шеймоса [169] та Б.Ріплі [170].

Розглянемо комірку обмежених розмірів у N-мірному просторі (використовується $N = 2$ чи 3), в якій розподілена фіксована кількість об'єктів відповідно до якогось статистичного закону (зокрема пуассонівського). Припустимо, що кожен із цих об'єктів є центром сферичного розширення бульбашкової структури. Якщо всі такі структури почнуть розширятися водночас та з однаковою швидкістю, то перетнуться вони у площинах, перпендикулярних до ліній, що зв'язують відповідні центри (ядра) розширення. Дані лінії, у свою чергу, поділяються навпіл у точці перетину з площинами. Така модель розширення приводить до створення гратки, де кожний центр (ядро) знаходиться в оточенні (N-1) площин. Даний розподіл центрів і утворює унікальну в N-мірному просторі мозаїку Вороного. Аналітично відомі тільки одна функція розподілу (кутова функція розподілу суміжних ліній) і декілька статистичних моментів (у тому числі очікувані величини) мозаїки Вороного у випадку однорідного пуассонівського точкового розподілу.

Застосування мозаїки Вороного для фіксованої кількості центрів розширення, яка названа *піною Вороного*, можно знайти в роботах В.Іке і Р.Вейгаерта [171, 172]. Ці автори показали, що у тривимірному просторі піна Вороного може бути змодельована на основі трьох топологічних елементів: стінки, що утворені площинами, які, у свою чергу, окреслюють комірку (у реальному розподілі галактик така комірка спостерігається як порожнина); волокна - місце, де перетинаються три площини; вузли - точки, де перетинаються чотири волокна. У такій моделі стінки комірок представляють собою "млинці" Зельдовича, волокна - низку скупчень галактик (надскупчення), вузли - скупчення галактик (місце, де зосереджується матерія, що надходить із цетрів комірок). Іке і Вейгаерт [172], а також С.Йошиока і С.Ікеучи [173] показали на штучних експериментах із розподілом двоточкових КФ вузлів мозаїки Вороного, що утворюється з пуассонівського розподілу, наступне. КФ такого розподілу дивовижно збігаються зі спостережною КФ ейбеллівських скупчень [124,125], і до відстані 100 h^{-1} Мпк КФ вузлів такої мозаїки Вороного дорівнює $\xi(r) = (26/r)^{1.8}$.

П.Колес і Дж.Бароу [174] застосували мозаїку Вороного до моделі утворення великомасштабної структури Всесвіту і показали, що вона передбачає велику анізотропію мікрохвильового випромінювання на масштабах до 1°. Спостережна границя для анізотропії на таких масштабах потребує нереалістичних значень червоних зміщень галактик, пов'язаних з епохою формування скупчень галактик. Якщо модель доцільна, то тоді флуктуації щільності в космологічних теоріях походження галактик і скупчень галактик мають бути негауссівськими, чи гравітаційне розширення порожнин має доповнюватися енергією вибуху, що може ініціювати появу порожнин із розмірами, більшими ніж це припускається в межах існуючих теорій.

П.Колес у 1990 р. [175] та пізніше С.Ікеучи і Е.Тернер [176] використали модель Вороного для вивчення правдоподібного квазіперіодичного розподілу галактик, який було відкрито Т.Броадгерстом за "олівцево спрямованими" оглядами [155]. Прийнявши середню кількість галактик рівною $n = (100\ h^{-1}\ Мпк)^{-3}$, вони довели, що значення відстані між піками підвищеної щільності галактик дорівнює 69 h^{-1} Мпк, тобто вдвічі більше, ніж це спостерігалося Т.Броадгерстом. Подальше застосування моделі Вороного потребує нової інформації про більш високі моменти розподілу комірок Вороного та застосування даних для мозаїк, що виникають із непуассонівських розподілів об'єктів [177].

2.5. Фрактальний аналіз

Б.Мандельброт у 60-х роках подав основи фрактальної геометрії у своїх фундаментальних працях "Fractals: form, chance and dimension" ("Фрактали: форма, випадковість та розмірність") [178], "The fractal geometry of nature" ("Фрактальна геометрія природи") [179], "Fractals and multifractals: noise, turbulence and galaxies" ("Фрактали і мультифрактали: шум, турбулентність та галактики") [180]. Численність книжок та робіт стосовно фракталів, особливо в останнє десятиріччя, не перекриває великої кількості застосування фрактальних методів у природознавстві [181 - 184].

Основою фрактального аналізу є поняття *фрактальної розмірності* [179]. Класично фракталом називається множина, розмірність Хаусдорфа-Безіковича якої дійсно більше її топологічної розмірності. Розмірність Хаусдорфа-Безіковича саме і є фрактальною розмірністю D, яка, в свою чергу, потребує визначення міри M_d величини множини точок L у просторі. Розділимо простір, що охоплює множину точок, на невеликі сфери (чи куби тощо, - елементарні комірки) з діаметром ε та розташуємо центр такої сфери в якій-небудь точці множини. Тоді всі точки множини, що знаходяться від центра на відстані меншій ніж $\varepsilon/2$, будуть охоплені цією сферою. Мірою величини множини точок буде кількість елементарних комірок, що необхідні для покриття цієї множини точок. Дійсно кажучи, розмірність Хаусдорфа-Безіковича D множини L є критичною розмірністю, для котрої міра M_d змінює своє значення з нуля на нескінченність:

$$M_d = \sum \gamma(d) N(\varepsilon) \varepsilon^d \xrightarrow[\varepsilon \to 0]{} \begin{cases} 0, & d > D; \\ \infty, & d < D. \end{cases} \qquad (17)$$

У формулі (17) величина $N(\varepsilon)$ - число елементарних комірок, що необхідне для покриття множини точок; $\gamma(d)$ - геометричний коефіцієнт ($\gamma(d) = 1$ для прямолінійних відрізків, квадратів, кубів; $\gamma(d) = \pi/4$ - для кола; $\gamma(d) = \pi/6$ - для сфери); d - розмірність міри. Із формули (17) випливає, що асимптотично, у границі при малих ε, число елементарних комірок дорівнює:

$$N(\varepsilon) \approx 1/\varepsilon^D \qquad (18)$$

Із зазначеної формули зрозуміло, що існує можливість порахувати

фрактальну розмірність, якщо визначити кутовий коефіцієнт (нахил) графіка $ln\ N(\varepsilon)$ як функції від $ln\ \varepsilon$. Розмірність, яка розраховується за допомогою підрахунків числа комірок, що необхідні для покриття множини точок залежно від розміру ε комірки, називають *клітинною розмірністю*.

Важливими характеристиками фрактального аналізу є також оцінка *самоподібності множини точок* і *мультифрактальні характеристики*. Поняття *самоподібності* - це можливість покрити чи не покрити множину точок зменшеними копіями цієї множини (наприклад, прямокутну частину площини можна покрити її зменшеними копіями, якщо довжини прямокутника змінити в $r(N) = (1/N)^{1/2}$ разів). У загальному випадку масштабний множник треба вибирати наступним чином:

$$r(N) = (1/N)^{1/d}. \tag{19}$$

Розмірність подібності D_s визначається наступним чином (відмітимо, що фрактальна розмірність D для самоподібних фракталів дорівнює D_s):

$$D_s = -\ ln\ N\ /\ ln\ r(N). \tag{20}$$

Мультифрактальний формалізм полягає в тому, що розбиваючи об'єм, який займає вибірка з N точок, на комірки (куби) розміром ε, можна завжди порахувати число точок $n_i(\varepsilon)$ усередині кожної i-ої комірки і знайти ймовірність того, що випадкова точка знаходиться в комірці, як $p_i(\varepsilon) = n_i(\varepsilon)/N$. *Моменти* цієї *міри* визначають нову функцію $\tau(q)$:

$$\tau(q) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\log \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} [p_i(\varepsilon)]^q}{\log \varepsilon}. \tag{21}$$

Для *однорідного фрактала* характерна лінійна залежність τ від q, а будь-яке відхилення від лінійності свідчить про мультифрактальність, тобто можливість опису розподілу точок за допомогою фрактальних параметрів. Функція $\tau(q)$ пов'язана з *узагальненою фрактальною розмірністю* D_q наступним співвідношенням:

$$D_q = (q-1)^{-1} \tau(q). \tag{22}$$

Відмітимо, що рівняння $q = 0$ відповідає розмірності Хаусдорфа, рівняння $q = 1$ - інформаційній розмірності, а $q = 2$ - кореляційній розмірності. Із формули (22) легко бачити, що узагальнена розмірність завжди спадаюча функція, тобто, якщо $q \geq q'$, то $D_q \leq D_{q'}$. Більшим значенням q відповідають області найбільшої скупченості точок у вибірці, а більш негативні значення q характеризують менш щільні області розподілу.

Поняття мультифрактала було уведено Б.Мандельбротом [179, 180], Дж.Паладіним і А.Вулпіані [195] для узагальнення фрактальних властивостей розподілів, в яких різні області мають різні масштабні властивості з індивідуальним фрактальним індексом, і увесь розподіл може бути описано набіром цих індексів.

Цікава можливість охарактеризувати геометрію розподілу точок у вибірці з'являється [179], якщо увести набір масштабних індексів α_i, які пов'язані з імовірністю зайняти відповідну комірку, за допомогою співвідношення: $p_I = \varepsilon^{\alpha i}$. Мандельброт увів поняття неперервної функції "$f(\alpha)$-спектр" [179] (за аналогією з формалізмом Гіббса в термодинаміці). "$f(\alpha)$-спектр" - це фрактальна розмірність точок у вибірці, однакова для даного масштабного індексу α, яку для інтервалу $[\alpha', \alpha'+d\alpha']$ можна виразити таким співвідношенням: $n(\alpha')d\alpha' = \varepsilon^{f(\alpha')}d\alpha'$.

Наведені вище різні можливості опису мультифрактальних характеристик розподілу точок (q, τ) та (α, f) повязані між собою за допомогою перетворення Лежандра:

$$\begin{cases} \tau(q) = q\alpha - f(\alpha), \\ \alpha(q) = d\tau / dq. \end{cases} \tag{23}$$

Зрозуміло, що візерунок великомасштабного розподілу галактик у Всесвіті можно розглядати як набір розподілів точок у дво- чи тривимірному просторі. Використання фрактальних методів до різних вибірок галактик, щонайперше до оглядів червоних зміщень галактик CfA (підрозд. 1.4), показало, що наше уявлення про однорідність Всесвіту може змінитися радикально. П.Колеман та інші [186], використовуючи вибірки огляду CfA1 [88], показали, що границя статистичної надійності вибірки близька до $R_g = 20$ Мпк, тобто дорівнює радіусу максимальної сфери, яка вміщується у вибірці. Це автоматично означає, що ми знаходимося в

статистично "чистій" вибірці тільки до цієї відстані. Кореляційний аналіз, який було подано в цій роботі та в [185] і який *a priori* вільний від припущення про однорідність, показав, що вибірка добре описується степеневим законом без будь-якої тенденції до однорідності, і цей огляд CfA1 містить у собі частину фрактальної структури з розмірністю $D \approx 1.4$.

Таким чином, добре відомий факт про кореляційну довжину для галактик (5 Мпк) може лише відтворювати факт розміру вибірки, а не реальні кореляційні властивості системи. Пізніше Колеман і Л.П'єтронейро [185] виконали фрактальний аналіз каталогу скупчень галактик Ейбелла [54] і довели, що фрактальні кореляції аж до ефективного розміру вибірки (80 Мпк) мають фрактальну розмірність, яка спостерігається для галактик. У зазначеній роботі автори довели, що ефективний розмір вибірки скупчень галактик приблизно вп'ятеро більше ефективного розміру вибірки галактик, тобто галактики скупчуються самоподібним чином у скупчення. Використовуючи розмір скупчення галактик (приблизно 5 Мпк) як одиницю виміру, вони показали, що скупчення галактик розподілені фрактально з такою ж самою фрактальною розмірністю, як і галактики. Таким чином, кореляції скупчень галактик є не що інше, як продовження кореляцій галактик на більших масштабах. Кореляційна довжина для галактик менше кореляційної довжини для скупчень (25 Мпк) за рахунок меншої глибини каталогів галактик. Цей вивід здатен, на думку авторів, спростити парадокс, що виникає при дослідженні різних каталогів скупчень галактик за допомогою n-точкових кореляційних функцій (підрозд. 1.2).

У межах фрактального підходу до опису розподілу галактик П'єтронейро і Ф. Сайлос Лабіні [187] пояснюють також лінійну залежність амплітуди КФ від глибини огляду CfA2 аж до 130 Мпк [188]. Піббле [189, 218] відмічає, що перемасштабування кутових кореляцій містить у собі припущення про однорідність. Кутові каталоги в дійсності більш згладжені, ніж тривимірні, - це виникає внаслідок перемішування масштабних відстаней між галактиками в кутових проекціях і появи штучного ефекту однорідності.

Ю.Баришев відмітив також [190], що амплітуди кореляційних функцій не містять ніякого фізичного змісту для фрактальної структури, і таким чином фрактальний опис Всесвіту конфліктує з теоріями формування галактик, які збудовано з урахуванням амплітуд кореляцій між малими і великими флуктуаціями щільності первісної матерії (напр. *biasing* модель Кайзера [188]).

Фрактальний аналіз глибоких "олівцевих" оглядів (за типом огляду [155]), що увійшли в ESO Slice Project Ветолані та ін. [191], показав, що [192] розподіл галактик у ESO Slice Project є фрактальним із розмірністю $D = 2$ аж до границі огляду 600 - 800 Мпк. Така розмірність вища, ніж для огляду галактик CfA1, але узгоджується з фрактальними розмірностями для розподілу галактик із огляду CfA2 [188] та у надскупченні Perseus-Pisces [192].

Підсумовуючи висновки зазначених робіт, які свідчать на користь опису розподілу видимої матерії у Всесвіті як простого фрактала аж до границі 200 Мпк, що відповідає 1/20 хаббліського радіуса Всесвіту, за сучасними оглядами червоних зміщень галактик чи до границі 600 - 800 Мпк за "олівцевими" оглядами, відмитимо їхні можливі наслідки [185, 190]. По-перше, фрактальність (неаналітичність) розриває симетрію між "зайнятою і порожньою точкою" Всесвіту, тобто вступає в конфлікт з *космологічним принципом*, і всі галактики статистично еквівалентні відносно оточення (локальна ізотропія). Наявність таких привілейованих "позицій" змінює наше уявлення про розподіл маси і світності галактик, оскільки маса і світність галактик стають сильнокорельованими з положенням галактик у просторі (критику цього питання можна знайти в [193, 194]). По-друге, ірегулярність стає внутрішньою властивістю на всіх масштабах, і розподіл ніколи не стає однорідним.

У роботі С.Боргані [196] для аналізу розподілу галактик Лікського каталогу [52] перевірялися ефекти кутових проекцій з використанням мультифракталів. Автори не одержали свідчень на користь чистого фрактала аж до масштабів 6° - 7°, який відповідає відстані 20 Мпк і збігається з кореляційною довжиною для багатих скупчень галактик. Таким чином, розподіл галактик із цього каталогу виявився однорідним. У роботі з багатими скупченнями Ейбелла [54] та ACO [69], Боргані та інші [197] підтвердили можливість опису розподілів скупчень галактик із цих оглядів за допомогою мультифрактального спектра з кореляційною довжиною $D = 2.2$, але зробили висновок про однорідність розподілу галактик на цих масштабах (див. дискусію в [190]). Відмітимо також роботу В.Мартінеза та інших [194], виконану на стику хвильового і фрактального аналізу для невеликої вибірки CfA-огляду, в якій подано ефективність зв'язку масштабних коефіцієнтів хвильового аналізу і мультифрактальних характеристик.

Залишимо за авторами остаточний висновок щодо результату, який прийшов із застосувань фрактальних концепцій до розподілу галактик і скупчень галактик, та процитуємо Баришева та ін. [190]: "Первісна

гіпотеза однорідності підтверджувалася, як це і потребує космологічний принцип, відсутністю привилейованого спостерігача у Всесвіті. На нашу думку, головна експериментальна задача зараз - оцінка кореляційної довжини. З одного боку, з досліджень більшості оглядів червоних зміщень галактик не виникають докази існування однорідності на великих масштабах, з іншого, - знайдена фрактальна поведінка для цих розподілів галактик. Більше того, умова локальної ізотропії, що задовольняється для фрактальної структури, є необхідною умовою гарантії статистичної еквівалентності усіх спостерігачів. Можна зберігти космологічний принцип у фрактальному розподілі у слабкішій редакції, тобто без суворої вимоги повної інваріантності відносно переносу і повертання (однорідності)... Значний зріст спостережних даних у космології приводить до нової ситуації, і виключна роль стандартної моделі Всесвіту порушується. У першу чергу треба розвивати вирішальні спостережні тести для того, щоб перевірити первісні постулати моделей".

Наприкінці підрозділу засвідчимо, що зараз багато авторів критикують цей неочікуваний результат щодо великомасштабної неоднорідності Всесвіту, який надійшов із робіт з фрактального аналізу розподілу галактик і скупчень галактик, як і порушення у зв'язку з цим космологічного ринципу. Оскільки метод фрактального аналізу дуже чутливий до "чистоти" вибірки, а висновок - до статистичної значимості вибірки галактик, більшість авторів уважають передчасним і певною мірою недостатньо обгрунтованим висновок Колемана і П'єтронейро про неоднорідність Всесвіту на масштабах до 200 Мпк.

2.6. Хвильковий аналіз та його застосування для виділення скупчень галактик

До методів, що аналізують розподіл галактик як ансамбль об'єктів та виділяють їх у скупчення відповідно до строгої математичної процедури, належить метод хвильового аналізу, який прийшов в астрономію з роботою Е.Слезака з колегами [198] у 1990 р.

Хвильковий аналіз уперше було подано Х.Хааром в 1909 р. як додаток до його дисертації, на жаль, хвильки Хаара не є неперервно-диференційованими функціями, і дана обставина обмежує використання зазначеного сімейства функцій. У 30-х роках декілька груп математиків розробили незалежно одна від одної математичний апарат представлення функцій із використанням *масштабно-залежних базисних функцій.* Інтенсивно хвильковий метод почав застосовуватися у фізиці у 60 - 80-х

роках насамперед завдяки роботам таких математиків, як Г.Вейс і Р.Койфман, фізиків А.Гросмана і Ж.Морле. У 1985 р. С.Малат надав нового імпульсу застосуванню хвильового аналізу, продемонструвавши його силу для задач цифрової обробки сигналів. Найважливішу роль у розвитку цього методу зіграла І.Добеші, яка використала роботу Малата для створення сімейств хвильових ортонормованих базисних функцій, що стали наріжними у застосуванні хвильового аналізу сьогодні. Про метод і його використання можна прочитати, напр., [199].

Хвильковий аналіз або перетворення хвильки забезпечує розклад сигналу $f(r)$, де $r = (x^2+y^2)^{1/2}$, в елементарні локальні розподіли об'єктів, які обмежені масштабним параметром a. Вони, у свою чергу, є скалярними добутками із сімейством *зміщених функцій* постійної форми $\psi(r,a)$, які називаються *хвильками.* Як наслідок - з'являється можливість оперувати даними у просторово-масштабному уявленні, яке є інваріантним відносно розширення сигналу подібно до перетворення Габора. Це просторово-масштабне уявлення можна виразити за допомогою коефіцієнтів хвильового аналізу (*Wavelet Coefficients*) WC(r,a), є:

$$WC(r,a) = \psi(r,a) \otimes f(r). \qquad (24)$$

Нехай перетворення хвильки квадратично-інтегрованої функції двох змінних $f(x,y)$ відносно ізотропної хвильки $\psi(x,y)$, яка аналізується, є комплексною функцією трьох змінних $WC(a, b_x, b_y)$, де a - досліджуваний масштабний параметр, (b_x, b_y) - координати точки виміру чи, іншими словами, трансляційний параметр, що відповідає положенню хвильки.

Тоді, за означенням Морле, коефіцієнти хвильового аналізу дорівнюють: $WC(a,b_x,b_y) = \langle S(x,y), G_{a,bx,by}(x,y)\rangle$, або

$$WC(a,b) = \frac{1}{a}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\psi^*\left(\frac{x-b}{a}, \frac{y-b}{a}\right)dxdy. \qquad (25)$$

Для $a = 1$ та $b = 0$ хвилька ψ називається материнською хвилькою. Різниця між Фур'є і хвильковим аналізом полягає у тому, що останній інваріантний щодо розповсюдження, - хвилька зберігає свою форму.

Хвилькове перетворення є ізометричним, якщо дрібна хвиля $\psi(x,y)$,

що аналізується, задовольняє умові $\psi(u,v) = 0$. Ураховуючи теорему Парсеваля, кореляційний інтеграл (25) може розглядатися як фільтруючий процес із набором фільтрів $\psi(au,av)$.

Дані коректно описуються як у просторі, так і у масштабній параметричній площині, якщо дрібна хвиля є гладкою. Модулі хвилькових коефіцієнтів $WC(a,b_x,b_y)$ визначають розділ "енергії" у позитивній частині просторово-масштабного об'єму ($a > 0$), у той час, як лінії постійної фази визначають сингулярність функції $f(x,y)$. Таким чином, хвилькове перетворення забезпечує надійний просторово-масштабний аналіз функції $f(x,y)$ там, де все дрібніші і найдрібніші деталі розподілу проявляються при зменшенні обраного масштабу a (принцип звичайного мікроскопа, де параметри a - роздільна здатність, ψ - оптика).

Із практичного погляду, двовимірний розподіл галактик (а саме - їхні координати на небесній сфері) можно описати за допомогою діраківського розподілу (δ-функції) та розташувати на гратці розміром $N \times N$ пікселів. Після цього аналіз розподілу галактик може бути замінений аналізом перетворення дрібної хвилі $\psi(r,a)$, яка завжди має нульове середнє, а значить, хвильковий аналіз стійкий до шуму фона.

Метод на диво витончено працює із клочкуватою структурою розподілу об'єктів, яка є характерною для оглядів галактик, що базуються на оригінальному фотографічному матеріалі. Е.Ескалера разом із колегами продемонстрували можливості використання методу хвилькового аналізу для виділення підструктур у скупченні Coma [200] та для ідентифікації структури та підструктури ейбеллівських скупчень [201]. У ролі перетворення хвильки була уживана формула, відома як "мексиканський капелюх":

$$\psi(r,a) = \left(2 - r^2/a^2\right)\exp\left(-r^2/2a^2\right). \qquad (26)$$

Структура може бути виділеною тільки тоді, коли її характерний розмір збігається з масштабом a хвильки. Основні кроки алгоритму виділення структури скупчення складаються наступні: 1) пошук максимуму і контуру "мексиканського капелюха", чи, що є теж саме, положення максимуму у просторі коефіцієнтів хвилькового перетворення $WC(r,a)$; 2) відбір галактик, які залучені до розрахунку цього максимуму на мапі контурів хвильок. Аналіз завжди починається з найбільшого значення

масштабного параметра a, коли виділяється уся структура скупчення чи групи галактик, і закінчується при найменших значеннях параметра a, коли лише одна галактика охоплена "мексиканським капелюхом" на мапі контурів хвильок. Таким чином, спрацьовує принцип мікроскопа: усе дрібніші деталі загального розподілу та угруповання галактик проявляються при зменшенні масштабу зору. Таким же чином цей алгоритм використовується в задачах виділення підструктур у скупченні галактик [201 - 202]. Для перевірки статистичної значущості виділення структури зазначеним методом, доцільно застосувати його до розподілу галактик, який змодельовано за законом випадкових чисел, перевіряючи для кожного випробування, скільки разів ідентична структура з'явиться у випадковому розподілі. Зрозуміло, якщо структура в ідентичному змодельованому розподілі галактик з'являтиметься декілька разів із ста випробувань, то результат є статистично значущий [202].

У працях А.Біджау з колегами, напр. [203 - 204], було розвинуто елегантний математичний апарат *мультимасштабного пошуку* структур у загальному розподілі галактик на базі так званого *пірамідального алгоритму*. У даному алгоритмі матриця хвилькових коефіцієнтів аранжована наступним чином. Вона містить у собі як порядок, так і різні знаки хвилькових коефіцієнтів *WC* та діє як згладжуваючий фільтр, утримуючи деталі розподілу об'єктів. Така матриця накладається на початковий вектор даних, після чого цей вектор даних згладжується і ділиться навпіл. Матриця *WC* накладається на половинний вектор даних, після чого він знову згладжується і ділиться навпіл. Алгоритм повторюється до такого останнього кроку, коли у вихідному векторі даних залишається лише тривіальна кількість "згладжуваних" даних. Таким чином, унаслідок дії пірамідального алгоритму з'являється можливість утримувати для подальшого аналізу на кожному крокові алгоритму як залишені згладжені компоненти вектора даних, так і просумовані деталі загального розподілу.

У роботах французьких астрономів, напр. [205, 212], було вдосконалено так званий "*алгоритм дерева*" ("*a trous algorithm*") [199], застосування якого дозволяє розпізнати ієрархію у великомасштабному розподілі галактик: ізольовані галактики, групи, скупчення, надскупчення галактик. Цей алгоритм до того ж дозволяє використовувати материнську хвильку з формою і властивостями, які подібні до "мексиканського капелюха" (26). Для спрощення розглянемо одновимірний випадок. Материнська функція будується з кубічно-центрованої *B*-сплайнової

функції ϕ, яка має такий вигляд:

$$\phi(x) = (|x-2|^3 - 4|x-1|^3 + 6|x|^3 - 4|x+1|^3 + |x+2|^3) / 12, \quad (27)$$

а материнська хвилька, у свою чергу, дорівнює:

$$\psi(x) = \phi(x) - \frac{1}{2}\phi(\frac{x}{2}). \quad (28)$$

Дискретний набір масштабів встановлюється як набір степеневих функцій на основі 2, де $i \geq 0$:

$$\psi(\frac{x-b_k}{2^i}) = \phi(\frac{x-b_k}{2^i}) - \frac{1}{2^{i+1}}\phi(\frac{x-b_k}{2^{i+1}}). \quad (29)$$

Масштабна функція ϕ задовольняє умові для $i \geq 0$:

$$\frac{1}{2^{i+1}}\phi(\frac{x}{2^{i+1}}) = \sum_{n=-2}^{n=2} h(n)\phi(\frac{x}{2^i} - n). \quad (30)$$

Для кубічного *B*-сплайну набір відповідних коефіцієнтів $h(n)$ є: $h(n) = \frac{1}{16}C_{2-n}^4$, де C - біноміальні коефіцієнти. Відповідно до формули (30) розрахунок масштабної функції на масштабах $a_{i+1} = 2^{i+1}$ з рівняння (29) безпосередньо отримується за допомогою лінійної комбінації величин, що отримані на попередньому масштабі ($a_i = 2^i$). Для спрощення, у подальших формулах замінемо вираз 2^i на i, а трансляційний крок b_k на k. Тоді хвилькове перетворення функції f розраховується за наступним алгоритмом:

1) апроксимація функції $f(x)$ для $i = 0$:

$$c(0,k) = \langle f(x) | \phi(x-k) \rangle, \quad (31)$$

де $\phi(x)$ - масштабна функція, яка задовольняє рівнянню (30);

2) апроксимація $f(x)$ на кожному масштабі $i \geq 1$:

$$c(i,k) = \frac{1}{2^i}\left\langle f(x) \middle| \phi(\frac{x-k}{2^i}) \right\rangle, \quad (32)$$

відповідно до рівняння (30), набір коефіцієнтів $c(i,k)$ можна розрахувати за допомогою рекурсивної формули:

$$c(i,k) = \sum_n h(n)c(i-1, k+n2^{i-1}); \quad (33)$$

3) розрахунок хвилькових коефіцієнтів, а саме - за означенням (25), запишемо вираз для хвилькових коефіцієнтів WC у наступному вигляді:

$$WC(i,k)) = \left\langle f(x) \middle| \phi(\frac{x-k}{2^i}) \right\rangle, \quad (34)$$

відповідно до рівняння (29), хвилькові коефіцієнти на масштабі i отримуються як різниця:

$$WC(i,k) = c(i,k) - c(i+1,k). \quad (35)$$

Наведені вище формули легко пристосовуються до тривимірної вибірки перестановкою скалярної змінної k за відповідним вектором $k = (j,l,m)$.

У випадку набору N дискретних точок (кількості галактик у вибірці) з координатами $x_p = (x_p, y_p, z_p)$ функцію f, як це вже відзначалося, можна подати у вигляді дираківського розподілу, а саме:

$$f(x,y,z) = \sum_{p=1}^{N} \delta(x-x_p, y-y_p, z-z_p). \quad (36)$$

Після цього аналіз ієрархії у розподілі галактик може бути поданим на тривимірній гратці $N_x \times N_y \times N_z$.

Подібні задачі, як і задачі з чисельного моделювання, що описуватимуться у наступному підрозділі, потребують великого обсягу машинної пам'яті. Розглянемо, як працює цей алгоритм на прикладі

комп'ютера СМ-200 з 8192 процесорами (кожний процесор асоціюється зі 125 кілобайтами пам'яті, тобто загалом - 1 гігабайт). Перший крок полягає у розрахунку апроксимації коефіцієнта $c(0)$ із рівняння (31). Відповідний тривимірний B-сплайн для розрахунку рівняння (31) має наступну властивість: $\phi(x,y,z) = \phi(x) * \phi(y) * \phi(z)$. Таким чином, використовуючи формалізм Дірака для рівняння (36), рівняння (31) можна записати у такому вигляді:

$$c(0,j,l,m) = \sum_{p=1}^{N} \phi(x_p - j)\phi(y_p - l)\phi(z_p - m). \qquad (37)$$

Зазначене рівняння розраховується паралельно для кожної точки **k**. Оскільки B-сплайн визначається на компактному домені (27), розрахунок $c(0, \boldsymbol{k})$ потребує підсумовування даних, що зберігаються у невеликій кількості сусідніх процесорів: 5^d, де d – розмірність. На кожному масштабі $i \geq 1$, рівняння (33) розраховується паралельно для кожної точки **k**. Підсумовування даних на попередніх масштабах, які зберігаються процесорами на більших відстанях $n \cdot 2^{i-1}$, виконується на масштабі i у діапазоні {-2, 2}. Після цього виконується розрахунок хвильових коефіцієнтів (35) для кожної точки **k**, комбінуючи результати рівняння (33) на масштабі i та i+1. Відповідні значення біноміальних коефіцієнтів $c(i, k)$ та $c(i+1, k)$ зберігаються у тих самих процесорах для кожної точки **k**.

Таким чином, великомасштабний розподіл галактик можна моделювати у межах різних сценаріїв (CDM, HDM, MDM) його формування (див. дод. 2). Використання такого алгоритму у роботах [206, 212] дозволило авторам отримати морфологічний індикатор для порівняння змодельованих космологічних сценаріїв і спостережного розподілу галактик за каталогом CfA [85]. Розглянемо таку задачу.

Загальноприйнято, що морфологічний параметр обирається як параметр форми $L(a)$ дослідженої структури, який визначає відхилення цієї форми від сферичної:

$$L(a) = 36\pi \frac{V^2(a)}{S^3(a)}, \qquad (38)$$

де чисельник і знаменник є, відповідно, об'ємом і поверхнею структури на кожному масштабі a (зрозуміло, що у випадку тривимірного аналізу). Цей

параметр близький до нуля для сплюснутих і витягнутих структур і має максимальне значення (нормоване до одиниці) для сферичних структур. На кожному масштабі розраховується також середнє відхилення форми від сферичності за такою формулою:

$$\langle L(a) \rangle = \sum_{i=1}^{N} \frac{L_i(a)}{N}. \qquad (39)$$

Алгоритм сегментації [206] використовується для ідентифікації галактик, які належать до тієї самої структури. З'ясувалося, що цей параметр може бути індикатором для розпізнавання сценаріїв із холодною та темною матерією: порівняння змодельованого HDM, CDM та MDM сценаріїв із розподілом галактик CfA-каталогу знаходиться у згоді зі змішаним сценарієм формування великомасштабного розподілу галактик як 65 % CDM, 30 % HDM і 5 % баріонної речовини (див. також дод. 2). Інтерпретація морфологічного індикатора для порівняння змодельованого розподілу галактик із дійсною вибіркою галактик із каталогу CfA [85] має певні труднощі. Однією з причин можна вважати селекційні ефекти, які зумовлені визначенням тільки двох координат галактик у цьому каталозі і труднощами з визначенням дійсної морфології галактик. Узагалі існує більш серйозна проблема інтерпретації морфологічного індикатора для аналізу тривимірних оглядів неба, а саме: великі дисперсії швидкостей галактик у групах спотворюють остаточні значення морфологічного параметра, який визначає форму досліджуваної структури.

Порівняння хвильового аналізу, який базується на уявленні про розподіл галактик у просторі за пуассонівським законом з неоднорідною щільністю, із кластерним аналізом показує, що вони добре узгоджуються. При цьому, хвильовий аналіз уникає деяких слабких боків кластерного аналізу. Наприклад, кластерний аналіз не здатен достовірно локалізувати області з низькою щільністю галактик чи вилучити з розгляду однорідний фон об'єктів, які накладаються на загальний розподіл галактик скупчення. Із цього боку, застосування методів типу хвильового аналізу, який надійшов з області обробки образів і розглядає кожну галактику як сигнал, дає можливість упевнено виявляти згруповання галактик штучними засобами.

2.6. Чисельне моделювання

Першою статистичною моделлю великомасштабного розподілу галактик у сучасному розумінні була модель Неймана-Скотт (підрозд. 2.1), розроблена ними у 50-х роках. Із того часу, завдяки удосконаленню комп'ютерної технології, чисельна астрофізика стала окремим розділом астрономічної науки.

Розглянемо на прикладі класичної роботи Дж.Сентрелли і А.Мелотта [239], виконаної ними у 90-х роках, симуляцію сучасної великомасштабної структури Всесвіту за тривимірною чисельною моделлю. Фізичною основою моделі є однорідний ізотропний Всесвіт, що поширюється. Він представляє собою "фоновий" Всесвіт, у котрому формуються і розвиваються структури у масштабах, менших масштабу однорідності Всесвіту (100 Мпк).

Основне рівняння еволюції для такого однорідного Всесвіту має наступний вигляд:

$$\frac{1}{R}\frac{dR}{dt} = \frac{R_0 H_0}{R}\left[1 - \Omega_0 + \Omega_0 \frac{R_0}{R}\right]^{1/2}, \qquad (40)$$

де $R(t)$ - масштабний фактор розширення, $R_0 = R(t_0)$, t - космологічний час, $H_0 = H(t_0)$, де $H(t) = (1/R)\cdot(dR/dt)$. Рівняння (40) справедливе для Всесвіту із надлишком речовини після епохи рекомбінації, тиск є несуттєвий, а густина речовини описується таким співвідношенням: $\rho/\rho_0 = (R/R_0)^3$. Рівняння (40) є рівнянням поля у межах загальної теорії відносності ($\Lambda = 0$), а також отримується у межах ньютоновської фізики для великої газової хмари, що поширюється. Параметр густини Ω_0 (див. передмову) є головним параметром моделі. У термінах ньютоновської фізики параметр Ω_0 є співвідношенням потенційної і кінетичної енергій Всесвіту, якщо потенційна енергія перебільшує кінетичну, Всесвіт стискатиметься, у зворотному випадку Всесвіт необмежено розширюватиметься.

Найважливіше питання для моделі - з якого типу речовини складається Всесвіт? Спостережні і теоретичні висновки стверджують, що густина речовини у Всесвіті переважно складається з темної - небаріонної - речовини. Із нерівностей на спостережні обмеження параметра густини, які згадувалися у передмові до даного навчального посібника, видно, що темна речовина зумовлює динаміку Всесвіту, особливо у процесах гравітаційного колапсу і формування скупчень галактик. Виходячи з

цього, як перший крок аналізу еволюції великомасштабної структури, розглядається речовина без зіткнень. Гідродинамічну еволюцію баріонної речовини, у тому числі ударні хвилі, дисипативні процеси, теплові потоки і втрати на випромінювання, які завжди включаються до подібних задач, не розглядатимемо для спрощення. У межах ньютоновської космології: $v << c$, де c - швидкість світла; лінійні масштаби $\lambda << L_H$, де $L_H \cong c\cdot t$ - розмір горизонта (нагадаємо, що швидкості галактик у скупченнях і надскупченнях $v \le 1000$ км/с, а лінійні масштаби $\lambda \le 100$ Мпк, тобто, використання ньютоновського наближення у подібних задачах є доцільним).

Функція розподілу часток f для *темної речовини без зіткнень* описується *рівнянням Власова*:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla f \cdot \vec{v} + \left[F \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{v}}\right] f = 0. \qquad (41)$$

Сила визначається рівнянням Пуассона: $\nabla F = -4\pi G\rho$. Для зручності зробимо заміну змінних: $x' = (R_0 / R)x$, $dt' = (R_0 / R)^2 dt$, де x – прямокутні координати часток, а v' у штрихованій (супутній) системі координат (x', t') записується так: $v' = (R_0 / R)^{-1}(v - Hx)$. Підставимо штриховані змінні у рівняння (41) і використуємо рівняння (40), тоді рівняння Власова має наступний вигляд:

$$\frac{\partial f}{\partial t'} + \nabla' f \cdot \vec{v}' + \left[F' \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{v}'}\right] f = 0, \qquad (42)$$

де $F' = (R_0 / R)^{-3}(F + 4\pi G\bar{\rho}x)$, $\nabla' F' = -4\pi G'\rho'$, $\rho' = (R_0 / R)^{-3}(\rho - \bar{\rho})$, і, у свою чергу, $\bar{\rho}$ пропорційна густині "фонового" Всесвіту, а $G' = (R_0 / R)^{-1} G$. Зауважимо, що у супутніх координатах: а) середня густина у великому об'ємі Всесвіту є сталою величиною, б) дві частки у стані спокою, при рівномірному поширенні, залишаються нерухомими, в) неоднорідності розподілу густини народжують гравітаційні сили, і частки, рухаючись під їхньою дією, набувають швидкостей відносно фону, так званих пекулярних швидкостей.

Рівняння Власова (42) фактично є рівнянням руху частки у фазовому

просторі (x, v). Тобто, якщо ми знаємо величину f у момент t, то зможемо прослідкувати її еволюцію у момент t_1. Рівняння руху i-ої частки у супутніх координатах уздовж траєкторії $x_i(t)$ таке:

$$dx_i^{'} / dt^{'} = v_i^{'}, \quad dv_i^{'} / dt^{'} = F_i^{'}. \tag{43}$$

Друге важливе рівняння моделі – це *космічне рівняння енергії*, яке описує еволюцію енергії з часом у декотрому об'ємі, що перевищує характерний об'єм конденсації речовини. А саме: якщо кінетична енергія у супутніх координатах:

$$K^{'} = \frac{1}{2}\int \rho^{'}(v^{'})^2 dV^{'}, \tag{44}$$

а потенційна енергія:

$$U^{'} = -\frac{G^{'}}{2}\iint \frac{\rho_1^{'}\rho_2^{'}}{\left|x_1^{'} - x_2^{'}\right|} dV_1^{'} dV_2^{'}, \tag{45}$$

де $dV^{'} = dx^{'}$, то повна енергія дорівнює: $E^{'} = K^{'} + U^{'}$. *Рівняння еволюції енергії*, яке використовується для перевірки збереження енергії у чисельних розрахунках, має такий вигляд:

$$\frac{dE^{'}}{dt^{'}} = K^{'}U^{'}. \tag{46}$$

Оскільки чисельне моделювання здійснюється для прямокутного об'єму простору (куба) Всесвіту, важливо задати періодичні граничні умови, а саме: частка, яка залишає обраний куб крізь одну з його граней, зразу ж потрапляє до нього крізь протилежну грань, тобто загальна маса часток залишається сталою.

До початку моделювання, у середині обраного куба визначається рівномірна прямокутна гратка, на якій розраховується гравітаційне поле за наведеним вище рівнянням Пуассона. Густина і гравітаційний потенціал визначаються у вузлах гратки, а сили визначаються у точках, які центровані відносно вузлів. Після цього рух часток уздовж сітки моделюється за рівнянням Власова (42). На кожному кроці моделювання координати і швидкості часток перевизначаються, а сили, що діють на частку, інтерполюються. Моделювання повторюється доти, доки не встановиться такий розподіл часток, який узгоджується зі спостережним

великомасштабним розподілом речовини. У моделюванні неперервний час $t^{'}$ задається набором дискретних параметрів $\Delta t^{'}$. Оскільки масштаб структур та їхня густина у середині обраного куба збільшуються з розвитком моделі, то значення параметрів $\Delta t^{'}$ поступово зменшується, і розподіл часток отримується майже у неперервному часі. Критерієм надійності розрахунків на кожному кроці є *виконання умови збереження енергії*, що визначається рівнянням еволюції енергії.

Сучасний великомасштабний розподіл матерії найкраще описується за означеною моделлю [239], якщо темна речовина складається з нейтрино. Але це не означає, що темна матерія відповідає за формування усіх структур - від галактик до надскупчень галактик.

Результати подібного моделювання розподілу галактик у межах трьох сценаріїв походження великомасштабної структури Всесвіту - холодної, гарячої та змішаної темної матерії - наведено на рис. 9,б,г,е [212].

Підсумовуючи аналіз проблеми великомасштабного розподілу галактик і скупчень галактик, наведемо ***головні аргументи, що підтверджують однорідність великомасштабного розподілу галактик у Всесвіті***, а саме:

- космологічний принцип;
- підрахунки кількості галактик залежно від зоряної величини галактик;
- кутовий кореляційний аналіз каталогів галактик і розрахунок глибини каталогів;
- розподіл галактик за триточковим кореляційним аналізом;
- розподіл квазарів;
- ізотропія реліктового випромінювання.

У той же час наступні ***дослідження можуть свідчати про неоднорідність великомасштабного розподілу галактик***:

- картографія розподілу галактик за оглядами червоних зміщень галактик;
- існування хаббліvських течій галактик на всіх масштабах;
- фрактальний аналіз розподілу галактик у вибраних глибоких областях Всесвіту;
- пошук анізотропії реліктового випромінювання.

Принципові питання сучасного дослідження великомасштабного розподілу галактик різними математичними методами були добре сформульовані С.Бхавзаром у 1991 р. на конференції по застосуванню статистичних методів в астрономії в дискусії після доповіді Дж.Бароу [177] та досі залишаються актуальними. Вони такі:

- фрактальна чи ні природа великомасштабного розподілу галактик?
- які топологічні властивості розподілу матерії у Всесвіті?
- яка статистична значущість і роль таких великомасштабних утворень як волокнини, порожнини, надскупчення тощо?
- які розміри найбільших когерентних структур у Всесвіті?
- чи є періодичність у розподілі галактик?
- яка статистика розподілу галактик залежно від різних морфологічних типів і світності?

Автор сподівається, що наведені питання зацікавлять студентів і спонукатимуть зробити вагомий внесок у розв'язання проблеми походження, еволюції та будови Всесвіту.

СПИСОК КАТАЛОГІВ І АТЛАСІВ ГАЛАКТИК, ЯКІ НАЙЧАСТІШЕ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ У ПОЗАГАЛАКТИЧНІЙ АСТРОНОМІЇ

А. Загальні каталоги галактик

Прийняте позначення	*Посилання*
M	Messier C. Catalogue des Nebuleuses et des Atas d'etolis // Connoissance des temps pour l'annee bissexile. - Paris, 1784. - P. 227.
GC	Herschel J. Catalogue of Nebulae and Clusters of Stars // Phil. Trans. Roy. Soc. - London, 1864. - Vol. 154. - P. 1.
NGC	Dreyer J.L.E. A New General Catalogue of Nebulae and Clusters of stars being the Catalogue of the late Sir John F.W.Herschel, Bart, revised, corrected and enlarged // Mem. Roy. Astron. Soc. - London, 1888. - Vol. 49, part I. - 237 p.
IC	Dreyer J.L.E. Index Catalogue of Nebulae found in the years 1888 to 1894, with Notes and Corrections to the New General Catalogue // Mem. Roy. Astron. Soc. - London, 1895. - Vol. 51. - P. 185.
IC2	Dreyer J.L.E. Second Index Catalogue of Nebulae and Clusters of Stars containing Objects found in the years 1895 to 1907 with Notes and Corrections to the New General Catalogue and to the Index Catalogue for 1888 - 1894 // Mem. Roy. Astron. Soc. - London, 1908. - Vol. 59. - P. 105.
Harvard survey SA	Shapley H., Ames A. A survey of the external galaxies brighter than the thirteenth magnitude // Harv. Obs. Ann. - 1932. - Vol. 88. - P. 43.
CGCG	Zwicky F., Herzog E., Wild P., Karpowich M., Kowal G. Catalogue of Galaxies and Clusters of Galaxies. - Pasadena: California Institute of Technology, 1961 - 1968. - Vol. I - VI.
МКГ (MCG)	Воронцов-Вельяминов Б.А., Красногорская А.А., Архипова В.П. Морфологический каталог галактик. - М.: Изд-во МГУ. - 1962 - 1974.

RC1	De Vaucouleurs G., de Vaucouleurs A. Reference Catalogue of Bright Galaxies. - Austin: University of Texas Press, 1964.
UGC	Nilson P., 1973. Uppsala General Catalogue of galaxies // Uppsala Astron. Obs. Ann. - Bd 6.
Rev NGC	Sulentic J.W., Tifft W.G. The Revised New General Catalogue of Nonstellar Astronomical Objects. - Texas: University of Arisona Press, 1973.
UGCA	Nilson P. Catalogue of selected non-UGC galaxies // Uppsala Astron. Obs. Report. - 1974. - Vol. 5.
RC2	De Vaucouleurs G., de Vaucouleurs A., Corwin H.G. Second Reference Catalogue of Bright Galaxies. - Austin: University of Texas Press, 1976.
ESO/Upps	Lauberts, A. The ESO/Uppsala Survey of the ESO (B) Atlas // European Southern Observatory. - Munich (ESO), 1982.
SGC	Gorwin H.G., de Vaucouleurs, A., and de Vaucouleurs G. Southern Galaxy Catalogue // Univ. Texas Monograph in Astron., 1985. – N 4.
Rev SA	Sandage A., Tammann G.A. A Revised Shapley-Ames Catalogue of Bright Galaxies, Second edition. - Washington D.C.: Carnegie Inst. of Washington, 1987.
Rev NGC, IC	Sinnott R. NGC 2000.0. - Cambridge: Mass. - Sky Publ. Corp., 1988.
PGC	Paturel G., Fouque P., Bottinelli L., Gouguenheim L. Catalogue of Principal Galaxies. - Lyon, 1989. - Vol. I - III.
RC3	De Vaucouleurs G., de Vaucouleurs A., Corwin H.G., Buta R.J., Paturel G., Fouque P. Third Reference Catalogue of Bright Galaxies. - NY, Inc.: Springer – Verlag, 1991. - Vol. I - III.
FGC	Karachentsev I.D., Karachentseva V.E., Parnovsky S.L. Flat Galaxy Catalogue // Astron. Nachr. - 1993. - Vol. 314. - P. 97.

Б. Атласи галактик

Прийняте позначення	*Посилання*
	Stratonoff W. Etudes sur la structure de l'Universe // Publ. Tashkent. - 1900. - Vol. 2. - P. 1.

VV	Vorontsov-Velyaminov B.A. Atlas and Catalog of Interacting Galaxies. - M.: Shternberg Astron. Inst., 1959.
VV	Vorontsov-Velyaminov B.A. Atlas and Catalog of Interacting Galaxies // Astron. Astrophys. Suppl. Ser. - 1977. – Vol. 28. - P. 1.
POSS-1	Lund J.M., Dixon R.S. A user's guide to the Palomar Sky Survey // Publ. Astron. Soc. Pacific. - 1973. - Vol. 85. - P. 230.
	Dixon R.S., Gearhart M.R., Schmidtke P.C. Atlas of Sky Overlay Maps for the Palomar Sky Survey. - Ohio State University Radio Observatory, 1981.
POSS-II	Morgan D.H., Tritton S.B., Savage A., Hartley M., Cannon R.D. Current and future programmes with the UK Schmidt teleskope // Digitized Optical Sky Surveys. - Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1992. – P. 11.
ESO(B)	West R.M., Shuster H. -E. The ESO Quick Blue Survey and ESO(B) Atlas // Astron. Astrophys. Suppl. Ser. - 1982. - Vol. 49. - P. 577.

С. Каталоги систем галактик

Прийняте позначення	*Посилання*
	Holmberg E. A study of double and multiple galaxies together with inquiries into some general metagalactic problems // Ann. Obs. Lund. - 1937. - Vol. 6. - P. 1.
A	Abell G.O. The distribution of rich clusters of galaxies // Astrophys. J. Suppl. Ser. - 1958. - Vol. 3. - P. 211.
CSCG	Zwicky F. Catalogue of selected Compact Galaxies and of Post-Eruptive Galaxies. - Berne: Zwicky, 1971.
CIPG	Karachentsev I.D. The Catalog of Isolated Pairs of Galaxies in Northern Hemisphere // Soob. SAO. - 1972. - Vol. 7. - P. 3.
CIG	Karachentseva V.E. The Catalogue of Isolated Galaxies // Soob. SAO. – 1973. - Vol. 8. - P. 3.
Shakhbasian groups	Shakhbasian R.K. Compact groups of compact galaxies // Astrofizika. - 1973. - Vol. 9. - P. 495.
	De Vaucouleurs G. Nearby groups of galaxies // Galaxies and the Universe. - Univ. of Chikago Press, 1975. - P. 557.

	Rose J.A. A survey of compact groups of galaxies // Astrophys. J. - 1977. - Vol. 211. - P. 311.
ИТГ	Караченцева В.Е., Караченцев И.Д., Щербановский А.Л. Изолированные Триплеты Галактик. 1. Список // Известия САО (Астрофиз. исслед.). - 1979. - Т. 11. - С. 3.
Hickson's Catalogue	Hickson P. Systematic properties of compact groups of galaxies // Astrophys. J. - 1982. - Vol. 255. - P. 382.
	Oort J.H. Superclusters // Ann. Rev. Astr. Astrophys. - 1983. - Vol. 21. - P. 373.
Supercluster catalog	Bahcall N.A., Soneira R.M. A supercluster catalogue // Astrophys. J. - Vol. 277. - P. 27.
Vennik's groups	Vennik J.A. A list of Nearby groups of galaxies // Preprint of Tartu Obs. - Tallinn, 1984. - N 73. - 27 p.
ACO	Abell G.O., Corwin H.G., Olowin R.P. A catalog of rich clusters of galaxies // Astrophys. J. Suppl. Ser. - 1989. - Vol. 70. - P. 1.
A-ACO Superclusters	Zucca E., Zamarani G., Scamarella R., Vettolani G. All-sky catalogs of superclusters of Abell-Aco clusters // Astrophys. J. - 1993. - Vol. 407. - P. 470.

Г. Спеціалізовані каталоги галактик

Прийняте позначення	*Посилання*
DDO	Van den Bergh S. Luminosity classification of dwarf galaxies // Astron. J. - 1966. - Vol. 71. - P. 922.
Arp	Arp H. Atlas of peculiar galaxies. – Pasadena, California, 1966.
Lick counts	Shane C.D., Wirtanen C.A. The distribution of galaxies // Publ. Lick Obs. - 1967. - Vol. 22. - P. 1.
	Arakelian M.A. Galaxies of high surface brightness // Soob. Byurakan Obs. - 1975. - Vol. 47. - P. 1.
	Kraan-Korteweg R.C., Tammann G.A. A catalogue of galaxies within 10 Mpc // Astron.Nachr. - 1979. - Vol. 300. - P. 181.
z-catalogue	Davies M., Huhra J., Latham D.W., Tonry J.A survey of galaxy redshifts. II. The large-scale space distribution // Astrophys. J. Suppl. Ser. - 1982. - Vol. 52. - P. 89.

SBS	Маркарян Б.Е., Липовецкий В.А., Степанян Дж.А. Второй Бюраканский спектральный обзор неба. 1. Квазизвездные и сейфертовские объекты // Астрофизика. - 1983. - Т. 19. - С. 29
	Huchtmeter W.K., Richter O.-G., Bohnenstengel H.-D., Hauschildt M. A General Catalogue of HI Observations of External Galaxies // ESO Sci. Preprint. - 1983. - N 250.
	De Vaucouleurs G., Longo G. Catalogue of visual and infrared photometry of galaxies from 0.5 μm to 10 μm // Univ. Texas Monograph in Astron. - 1985. - N 5.
FG	Feitzinger J.M., Galinski T. A catalogue of dwarf galaxies south of δ=-17°.5 // Astron. Astrophys. Suppl. Ser. - 1985. - Vol. 61. - P. 503.
VCC	Binggeli B., Sandage A., Tammann G.A. Studies of the Virgo cluster. II. A catalog of 2096 galaxies in the Virgo cluster area // Astron. J. - 1985. - Vol. 90. - P. 1681.
IRAS-catalogue	Gezari D.Y., Schmitz M., Mead J.M. Catalogue of Infrared Observations. Part 1 - Data // NASA Reference Publication. - 1987. - N 1196.
	Arp H.C., Madore B.F. A Catalogue of Southern Peculiar Galaxies and Associations. - Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987.
QSO-catalogue	Hewitt A., Burbridge G. A new optical catalog of quasi-stellar objects // Astrophys. J. Suppl. Ser. - 1987. - Vol. 63. - P. 1.
Catalogue LSB dwarfs	Karachentseva V.E. Sharina M.E. The Catalogue of low surface brightness dwarf galaxies // Commun. SAO. - 1988. - Vol. 57. - P. 3.
Nearby galaxies	Tully R.B. Nearby Galaxies Catalog. - Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1988.
KISO-survey	Takase B., Miyauchi-Isobe N. KOSO survey for ultraviolet-excess galaxies. VIII // Ann. Tokyo Astron. Obs. - 1988. - Ser. 2. - Vol. 22. - P. 41.
Surface Photometry Catalogue	Lauberts A., Valentijn E.A. The Surface Photometry Catalogue of the ESO-Uppsala galaxies. - Garching: European Southern Obs., 1989. - 504 p.
FBS	Markarian B.E., Lipovetskii V.A., Stepanyan J.A., Erastova L.K., Shapovalova A.L. The First Byurakan Survey. A Catalogue of galaxies with UV-continium // Commun. of SAO. - 1989. - N 62. - P. 5.

FGC	Ferguson H.G. Population studies in groups and clusters of galaxies. II. A catalog of galaxies in the central 3°.5 of the Fornax cluster // Astron. J. - 1989. - Vol. 98. - P. 367.
	Schneider S.E., Thuan T.X., Magri C., Wadiak J.E. Nothern dwarf and low surface brightness galaxies. I. The Arecibo neutral hydrogen survey // Astrophys. J .Suppl. Ser. - 1990. - Vol. 72. - P. 245.
	Schneider S.E., Thuan T.X., Magnum J. C., Miller J. Nothern dwarf and low surface brightness galaxies. II. The Green Bank neutral hydrogen survey // Astrophys. J. Suppl. Ser. - 1992. - Vol. 81. - P. 5.
ROSAT	Trumper J. ROSAT All-Sky Syrvey // Q.J.R. Astron. Soc. - 1992. - Vol. 33. - P. 165.

ДОДАТОК 2

ТЕОРІЇ І МОДЕЛІ ФОРМУВАННЯ ВЕЛИКОМАСШТАБНОЇ СТРУКТУРИ ВСЕСВІТУ

Сценарії формування великомасштабних структур у Всесвіті залежать від спектра збурень першопочаткової густини речовини на найраніших стадіях розвитку Всесвіту, флуктуації якої визначаються за такою формулою: $\delta = \rho / \overline{\rho} - 1$. Розрізняють два типа флуктуацій:

1. *Адіабатичні*: кожна з компонент першопочаткової речовини, матерія і радіація, зазнає збурення. Цей тип флуктуацій визначає баріонний сценарій "top-down" Я.Зельдовича [213]. За цим сценарієм структури формуються, починаючи з більшої ієрархії (скупчення галактик), які потім у процесі фрагментації досягають малої ієрархії (галактики).

2. *Ізотермічні (ентропійні)*: тільки компонент першопочаткової речовини матерії зазнає збурення. Цей тип флуктуацій визначає баріонний сценарій "bottom-up" Ф.Дж.Піббліса [214]. За цим сценарієм галактики за мірою виникнення групуються у структури більшої ієрархії (групи і скупчення галактик) у процесі гравітаційного скупчування.

Існує також сценарій вихорного походження великомасштабної структури Всесвіту Л.Озерного, який містить у собі як ядіабатичну, так і ентропійну концепцію. За цією теорією в епоху переваги випромінювання на всіх масштабах існували великомасштабні вихорні рухи з понадзвуковою швидкістю v_0, яка визначає безрозмірну амплітуду вихорів $v_0 / c \le 1/\sqrt{3}$. За допомогою цього параметра теорія дозволила авторам знайти спектр космологічної турбулентності, пояснити походження і величини обертальних швидкостей та динамічних параметрів галактик та їх скупчень тощо. Зараз теорія активно не розробляється, основні її положення можно знайти в [66, С. 469 - 480].

Розглянемо перетворення Фур'є контрасту густини δ, кожна мода якої δ_k визначається амплітудою $A(k)$ і фазою θ_k: $\delta_k = A(k)\, exp(i\theta_k)$. Модуль δ_k визначає спектр потужності: $P(k) = |\delta_k|^2 = A^2(k)$. Модуль представляє собою середнє, за ансамблем, за декількома статистичними реалізаціями. Оскільки ми маємо "один Всесвіт", вважається, що середні, за ансамблем,

еквівалентні середнім за об'ємом V у просторі (ергодична гіпотеза). Фази, як у випадку гауссіанівського процесу, можуть бути випадковими, чи невипадковими, - як прояв топологічних відхилень. Флуктуації наприкінці інфляційної фази стають гауссіанівськими, таким чином, повністю можуть бути описані безпосередньо своїм спектром потужності (типу Харісона-Зельдовича): $P(k) \propto k$.

1. Лінійна фаза гравітаційної нестабільності. Видимі структури Всесвіту, які ми спостерігаємо, у стандартному сценарії виникають унаслідок гравітаційної еволюції збурень, що існують на першопочатковій фазі поширення Всесвіту Фрідмана-Робертсона-Уокера. Тримаючи опис поточного розширення Всесвіту на потім, пов'яжемо фізичні координати r і супутні координати x наступним чином: $r = a(t) \cdot x$, а також власну швидкість v та супутню швидкість u через рівняння: $v = ax + u$, де перший член рівняння ax - особлива швидкість, а саме, швидкість відхилення хаббліського струму. Поле густини $\rho(x,t)$ описується як суперпозиція однорідного фону $\rho(t)$ і збурення $\delta(x,t)$: $\rho(x,t) = \rho(t)(1 + \delta(x,t))$. Відстань, на якому релятивістські ефекти стають важливими, рахується, виходячи з факту, що швидкість утікання пов'язана зі швидкістю світла законом Хаббла: $r=c/H_0 \approx 3000$ Мпк. Великі структури (R $\approx$ 100 Мпк), які спостерігаються біля цього порогового значення, - достатньо малі і можуть бути описані в наближенні ньютонівської гравітації. Матерія може бути змодельованою як рідина, що знаходиться під тиском, еволюція системи описується рівняннями неперервності (збереження маси), Ейлера (рівняння руху рідини) та Пуассона (ньютонівська гравітація). Використовуючи відповідні рівняння для частки флуктуації, можно записати (Ефстахіо [215]) наступне:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \nabla_x \cdot \vec{v} + \nabla_x \cdot (\vec{v}\delta) = 0,$$
$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + 2\frac{\dot{a}}{a}\vec{v} + (\vec{v} \cdot \nabla_x)\vec{v} = -\frac{\nabla_x \phi}{a^2}, \qquad (Д1)$$
$$\frac{\nabla_x^2 \phi}{a^2} = 4\pi G\bar{\rho}\delta.$$

у системі рівнянь Д1 ϕ є гравітаційний потенціал: $\phi = \Phi + a\ddot{a}\frac{\vec{x}^2}{2}$.

Рішення шукають у виді плоских хвиль за гіпотезою, що збурені величини періодичні у великому об'ємі V відносно масштабів флуктуацій. Припустимо, що δ може бути представлена як суперпозиція хвиль, а саме:

$$\delta(\vec{x},t) = \sum_{\vec{k}} \delta_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\vec{x}}. \qquad (Д2)$$

Тоді у Фур'є-просторі система рівнянь Д1 описується так:

$$\frac{d\delta_{\vec{k}}}{dt} + i\vec{k}\vec{u}_{\vec{k}} + \sum_{\vec{k}'} i\delta_{\vec{k}'}(\vec{k}\vec{u}_{\vec{k}-\vec{k}'}) = 0,$$
$$\frac{d\vec{u}_{\vec{k}}}{dt} + 2\frac{\dot{a}}{a}\vec{u}_{\vec{k}} + \sum_{\vec{k}'} i[\vec{u}_{\vec{k}'}(\vec{k}-\vec{k}')]\vec{u}_{\vec{k}-\vec{k}'} = i\frac{\vec{k}}{a^2}\hat{\phi}_{\vec{k}}, \qquad (Д3)$$
$$\frac{\hat{\phi}_{\vec{k}}}{a^2} = -4\pi G\bar{\rho}\delta_{\vec{k}}\left|\vec{k}\right|^{-2}.$$

Члени в сумах описують собою зв'язок між різними масштабами: динаміка великих масштабів модифікує динаміку малих, і навпаки. Лінійний опис збурень може вживатися, якщо ці члени дещо несуттєві. У припущенні, що контраст густини дуже слабкий (δ<<1), можна застосовувати [110, §28] лінійне наближення, прийняте для δ, а саме:

$$\frac{d^2\delta_{\vec{k}}}{dt^2} + 2\frac{\dot{a}}{a}\frac{d\delta_{\vec{k}}}{dt} = 4\pi G\bar{\rho}(t)\delta_{\vec{k}}. \qquad (Д4)$$

Рівняння Д4, яке у випадку $\Omega_0 = 1$ для Всесвіту, у якому домінує матерія ($a(t) \propto t^{2/3}$ згідно з рішеннями Фрідмана $-4\pi G\bar{\rho}(t) = 3\ddot{a}/a$), має таке рішення:

$$\delta_{\vec{k}} = A_{\vec{k}}t^{2/3} + B_{\vec{k}}t^{-1}. \qquad (Д5)$$

У лінійному режимі припускають аналітичне рішення у вигляді суперпозиції зростаючої і спадаючої мод.

2. Процес затухання: ***а) довжина Джинса.*** Характерний першопочатковий масштаб "з'являється" у випадку лінійної еволюції мод δ_k (Д4), якщо уникнути гипотезу нульового тиску:

$$\frac{d^2\delta_{\vec{k}}}{dt^2}+2\frac{\dot{a}}{a}\frac{d\delta_{\vec{k}}}{dt}=(4\pi G\bar{\rho}-(\frac{c_s^2k}{a})^2)\delta_{\vec{k}},$$

де $c_s=(\partial P/\partial\rho)$ - звукова швидкість. Вираз справа у цій формулі описує протидію гравітації до зростання збурення під тиском. Ці дії компенсують одна другу при так званій *критичній довжині Джинса* [216]: $\lambda_J=c_s(\frac{\pi}{G\bar{\rho}})^{1/2}$. Збурення, які більше цієї критичної довжини, - нестабільні, а відповідно інші - осцілюють як акустичні хвилі. На фазі, коли матерія і радіація ще нерозділені, ця довжина зростає пропорційно границі горизонту, падаючи дуже різко в момент рекомбінації до величини $\lambda_J\approx 10^{19}(\Omega_0h^2)^{-1/2}$ см. Довжина Джинса пов'язана з масою Джинса $M_J=10^6(\Omega_0h^2)^{-1/2}M_O$, яка характерна для шарових скупчень. У баріонному ізотермічному сценарії ("bottom-up") таке значення для маси відповідає граничній величині багатьох невеликих збурень, які гравітаційно нестабільні.

б) Довжина Сілка. Оскільки фотони достатньо заповнюють речовину ще до періоду рекомбінації, дифузія фотонів на електронах упродовж періоду роз'єднання стає причиною затухання усіх адіабатичних збурень до найнижчого, так званого критичного значення. Для цієї критичної довжини, довжини Сілка [217], яка відповідає часу рекомбінації, характерна маса Сілка $M_S=10^{12}(\Omega_0h^2)^{-3/2}M_O$. Для чистобаріонного Всесвіту границя на космологічний параметр густини ($\Omega_0\equiv\rho_0/\rho_{crit}$), який задається первинним нуклеосинтезом, дорівнює $\Omega_0h^2\approx 0.03$ $(h=0.5)$. Відповідна маса Сілка дорівнює $M_S\approx 10^{14}M_O$. Це характеристичне значення маси відповідає масі скупчення галактик і зумовлює формування великих структур (скупчень

галактик) раніше, ніж малих структур (галактик, зірок), за баріонним адіабатичним сценарієм ("top-down").

3. Нелінійна фаза: Розподіл галактик на малих масштабах достатню структуризований. Контраст густини, плоский до характерної відстані $r = 8\ h^{-1}$ Мпк, дорівнює одиниці [218] при гипотезі, що основна маса Всесвіту зосереджена в галактиках: $\sigma_8=[\sum_k|\delta_k|^2W^2(k)]^{1/2}=1$. У цьому виразі W є функція згладжування (у так званій гипотезі збочення "*bias hypothesis*" це значення дорівнює: $\sigma_8=1/b$). Таким чином, пояснення характерних масштабів скупчень, галактик і галактичних гало потребує дослідження нелінійної фази гравітаційної нестабільності. Аналітично дослідити режим нестабільності можливо тільки частково [219]. Загальне аналітичне наближення нелінійної фази було започатковано Я.Зельдовичем [220], продвинення цієї теорії (модель зчеплення) зроблено в роботі С.Гурбатова та інших [221], решту ж наближень до типу збурень можно знайти у праці Ф.Буше та ін. [222].

а) Наближення Зельдовича. Розглянемо однорідне та ізотропне середовище часток, визначене на момент часу t = 0 першопочатковою густиною $\rho(x,0)=\rho_i$ і полем швидкостей $v(x,0)=v_i$. Положення частки в одномірному випадку, так звана ейлерівська координата x на момент t, визначається через лагранжеву координату q:

$$x(q,t)=q+tv_i(q). \qquad (Д6)$$

Використовуючи закон збереження маси, а саме: $\rho(x,t)dx=\rho_idq$, можливо розрахувати розподіл густини як функції лагранжевої координати за наступною формулою:

$$\rho(q,t)=\frac{\rho_i}{1+t\alpha(q)}, \qquad (Д7)$$

де $\alpha(q)=dv_i/dq$. Оскільки $|t\alpha(q)|<<1$, то режим лінійний, і можливо використовувати наближення першого порядку у рівнянні (Д7):

$$\rho(q,t) \approx \rho_i(1 - t\alpha(q)) . \qquad (Д8)$$

Оскільки на цій фазі $x \approx q$, то це рівняння визначає також розподіл густини у просторі Ейлера. Таким чином, функція $\alpha(q)$ у лінійному режимі визначає флуктуації δ поля густини. Протягом часу функція $\alpha(q)$ доходить до такої точки, коли лінійне наближення стає нереальним. Як видно із рівняння (Д7), при t = -1/$\alpha(q)$ густина в точці з координатою q стає невизначеною. Відповідні точки у просторі Ейлера походжують каустики.

У двовимірному випадку цей феномен добре пояснено С.Шандаріним [223] за допомогою оптичного порівняння: подивимося на образ із глибини басейну, коли на поверхні є хвилі, і ми побачимо, що сонячні промені формують світлу коміркову структуру - каустики, які оточують великі темні області. Зіставимо глибину z із часом t, світність l із густиною, кут відхилення променів зі швидкістю. Тоді координата променя, який повертається на поверхню в координату q = (q_1, q_2), на глибині z є:

$$\mathbf{x}(\mathrm{z},\mathbf{q}) = \mathbf{q} + zs(\mathbf{q}) , \qquad (Д9)$$

а світність:

$$l(x,\mathbf{q}) = \frac{l_i}{(1 - z\alpha(\mathbf{q}))(1 - z\beta(\mathbf{q})} , \qquad (Д10)$$

де $\alpha(q)$ і $\beta(q)$ є власними значеннями матриці $\partial s_j / \partial \boldsymbol{q}_j$.

Застосування моделі у випадку гравітаційних збурень дає можливість пояснити коміркову структуру, яка спостерігається у розподілі галактик. Перетворення тривимірного ансамблю часток під дією гравітації при розширюванні Всесвіту у наближенні Зельдовича:

$$x(\mathbf{q},t) = \mathbf{q} + b(t)\mathbf{p}(\mathbf{q}) , \qquad (Д11)$$

де $b(t)$ є функцією часу, що описує еволюцію контрасту густини у лінійному наближенні, а $\mathbf{p}(\mathbf{q})$ представляє просторову частину збурень. Рівняння (Д11) є рішенням системи рівнянь С.Гурбатова та ін. [221]:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial b} + (\mathbf{V}\cdot\nabla)\mathbf{V} = 0 ,$$
$$\frac{\partial \eta}{\partial b} + \nabla\cdot(\eta\mathbf{V}) = 0 , \qquad (Д12)$$

де $\mathbf{V} = v / a\dot{b}$, $\eta = \rho a^3$, параметр a - фактор розширювання. Система рівнянь (Д12) представляє собою рівняння Ейлера і неперервності, наведені раніше при опису лінійної фази. Аналогічне рівняння Пуассона одержується за допомогою тривимірного перетворення з рівняння (Д8):

$$\rho(\mathbf{q},t) = \rho_i(1 - b(t)\nabla_{\mathbf{q}}\cdot\mathbf{p}(\mathbf{q})) . \qquad (Д!3)$$

Якщо представити $\mathbf{p}(\mathbf{q})$ як градієнт потенціалу ϕ, то $\delta \propto \nabla^2\phi(\mathbf{q})$. Виходячи з рівняння (Д7), одержуємо рівняння для густини:

$$\rho(\mathbf{q},t) = \frac{\rho_i}{(1 + b(t)\lambda_1(\mathbf{q}))(1 + b(t)\lambda_2(\mathbf{q}))(1 + b(t)\lambda_3(\mathbf{q}))} , \qquad (Д14)$$

де власні значення λ_1, λ_2, λ_3 пов'язані з розширенням матерії на кожній із головних осей. Оскільки ймовірність збігу власних значень $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ дорівнює нулеві [220], то у випадку локального стиснення існує тільки один привілейований напрямок.

Таким чином, першопочаткові структури, що формуються у нелінійному режимі, виглядають як "стінки" ("*pancakes*" - "млинці" Зельдовича), і формування структур йде за баріонним сценарієм Зельдовича "top-down". Наближення Зельдовича веде до зростання товщини "стінок" і зберігання напрямку часток, які перетинають найбільш щільні області.

б) Наближення зчеплення. Наближення зчеплення дозволяє симулювати гравітаційне "склеювання" за допомогою введення штучної в'язкості. Член, який відповідає за в'язкість, додається у перше рівняння системи (Д12), трансформуючи його у рівняння Бургерса (розглянемо одновимірний випадок):

$$\frac{\partial v}{\partial b} + v\frac{\partial v}{\partial x} = \nu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}. \qquad (Д15)$$

Оскільки поле швидкостей змінюється повільно, то вираз справа у цій формулі має невелике значення, і швидкість часток практично стала (як і за умов наближення Зельдовича). Протягом часу за мірою зближення часток, член справа стає важливим через в'язкість, навіть якщо $\nu << 1$, при цьому відносні швидкості часток аналюються, і частки "склеюються" одна до одної. Якщо частка падає на "стінку", то вона загарбовується "стінкою" і продовжує свій рух у зонах вищої щільності [224]. Зазначені зони відповідають перетинам "стінок" чи так званим філаментам, які спостерігаються у розподілі галактик. Після цього рух часток продовжується у напрямку перетину філаментів. Якраз у точках перетину багаточисленних філаментів, що представляють собою зони найвищої щільності, і формуються скупчення галактик.

Найцікавіше розглянути насамперед аналітичне рішення Бургерса [225] рівняння (Д15). Можливо ввести потенціал Ф:

$$\Phi = \int_{-\infty}^{x} v dx \qquad (Д16)$$

і перетворення Хопфа-Койла: U = exp(-Ф/2ν), яке перетворює рівняння Бургерса на рівняння теплопровідності:

$$\frac{\partial U}{\partial b} = \nu\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}. \qquad (Д17)$$

Маючи вираз для потенціалу (Д16), знаходимо рішення для усього часу:

$$v(x,b) = -2\nu\frac{\partial \ln U}{\partial x},$$
$$U(x,b) = (4\pi\nu b)^{-1/2}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[\frac{-1}{2\nu}\left(-\Phi_i(q) + \frac{(x-q)^2}{2b}\right)\right]dq. \qquad (Д18)$$

На границі $\nu \to 0$ вклад в інтеграл йде з точки q_{min}, який мінімізує функцію $G(x,q,b) = \Phi_i + \frac{(x-q)^2}{2b}$. Швидкість у точці x є: $v(x,b) = \frac{x - q_{min}(x,b)}{b}$. Застосування геометричного підходу для аналізу цих рішень дозволяє також отримати (у трьохвимірному випадку) положення стінок, філаментів і скупчень галактик (рис. 8).

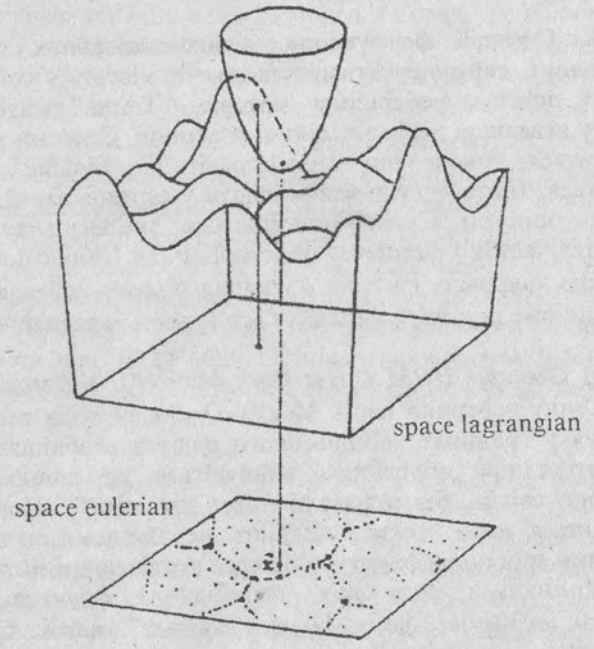


Рис. 8. Розв'язок рівняння Бургерса

Опис властивостей структур обговорюється в роботі Л.Кофмана та ін. [226]. Детальний аналіз порівняння між чисельними гравітаційними моделями і рішенням рівняння Бургерса проведено в роботах [227, 228]. Візуальне порівняння, як і варіації контрасту густини і розподіл швидкостей часток, демонструють узгодження на масштабах $\geq 2\ h^{-1}$ Мпк в моделі зчеплення і різних сценаріях. Сценарії холодної здвигнутої матерії і гарячої матерії є найкращими, які репродукують усі масштаби в розподілі галактик. Навпаки, при $2\ h^{-1}$ Мпк модель зчеплення погано спрацьовує у сценаріях, більш обгрунтованих для малих масштабів (CDM і баріонна ієрархічна модель), оскільки сильно недооцінюють фрагментацію великих структур у групи.

4. Сценарії формування великомасштабних структур. Сценарії формування, які описуватимуться нижче, містять у собі положення, що у Всесвіті домінує небаріонна матерія. "Темна" матерія накладена на частину невеликої негравітаційної взаємодії. Системи як ансамбль часток знаходиться тільки під дією гравітації. Більше того, зіткненнями нехтується, тобто частки взаємодіють у середньому гравітаційному полі. Система описується рівнянням Власова, яке визначає еволюцію функції розподілу часток у фазовому просторі. Ф.Дж.Піббле показав у роботі [110] еволюцію контрасту густини δ у випадку ідеальної рідини. Зростання мод δ_k у лінійному режимі, у випадку $\Omega_0 = 1$, дається рівнянням (Д5).

а) Сценарій HDM ("Hot Dark Matter"). У Всесвіті домінують легкі частки типу нейтрино ($m_\nu \leq 30$ *e*V). Оскільки вони релятивістські, то всі збурення у границях хаббліського радіуса слабкішають: нейтрино, які з'являються при збуреннях, зміщуються до швидкості, близької до швидкості світла, без взаємодії ("free streaming"). Послабшення збурень відбувається доти, поки швидкість не зменшиться до такої, що стає можливим зростання флуктуацій перед розділенням матерії і радіації [229].

Мінімальна маса цих нестабільних флуктуацій [230] становить $M \approx 4\cdot10^{15}(m/30ev)M_\odot$, де m - маса "гарячих" часток. Саме ці "граничні" структури і є скупченнями, що з'являються першими, а потім фрагментують на більш дрібні структури. Першопочатковий спектр Харісона-Зельдовича модифікується внаслідок присутності небаріонних часток. У лінійному режимі можна оцінити моди Фур'є контрасту густини δ на момент часу t за допомогою функції зміщення $T(k,t)$: $\delta_k(t) = T(k,t)\delta_k(t_i)$, де $\delta_k(t_i)$ - це моди, пов'язані з першопочатковим спектром $P(k,t_i) = |\delta_k(t_i)|^2$.

Лінійна еволюція спектра у сценарії HDM [230] подано на рис. 9,а . Якщо форма спектра відома, то його амплітуда залишається вільним параметром, який залежить від значення варіації густини у спостережному розподілі галактик: $\sigma_8 = 1/b$. Параметр b визначає наявність анізотропії космологічного фону, - *питання, яке вирішується зараз у відомому експерименті COBE* [231].

Розподіл матерії, котрий має виникнути у результаті такого сценарію, близький до розподілу галактик, що спостерігається зараз, особливо наявністю в ньому численних філаментарних структур (рис. 9,б). Але ця ознака тимчасова, подальший розвиток моделі показує фрагментацію філаментів у скупчення та послідовну концентрацію більшої частини матерії у невелику кількість скупчень. Епоха, де кореляційна функція спускається (обернене перетворення Фур'є з пуассонівським спектром), у сценарії HDM відповідає часу формування найпізніших галактик ($z < 2$) [232]. Але це суперечить спостереженням квазарів ($z > 4$). Якщо припустити, що епоха формування галактик відповідає червоному зміщенню $z \approx 3$, то матерія має концентруватися в цю епоху в дуже багатих скупченнях. Акреція баріонної матерії [233] має призводити до сильного рентгенівського випромінювання з цих структур, яке не спостерігається. Ця гіпотеза була підтверджена в гідродинамічних моделях М.Девісом [234]. До того ж, наявність масивних гало навколо деяких карликових галактик виключає нейтринну концепцію, оскільки маса для небаріонних зв'язаних часток вища, ніж 500 *eV* [235]. Останнім аргументом проти цього сценарію є неможливість коректного опису часу "формування" порожнин у великомасштабному розподілі галактик.

б) Сценарій CDM ("Cold Dark Matter"). У Всесвіті домінують нерелятивістські частки. Флуктуації присутні на всіх масштабах. Лінійна фаза спектра наведена на рис. 9,в [236]. Дійсний розподіл матерії, змодельований за методом *N*-кубів (рис. 9,г), показує, що вона сконцентрована в невеликих групах, відсутні розриви на малих масштабах у лінійному спектрі. Вишикування груп, як результат нелінійної фази, визначає структуру на великих масштабах.

Еволюція структур у сценарії CDM детально розглянута М.Девісом та ін. [237]. Автори порівнювали дві моделі у своїх чисельних моделюваннях: $\Omega_0 = 0.2$ та $\Omega_0 = 1$. Всесвіт моделювався у вигляді кубічних боксів за умов періодичних границь, при цьому роздільність на сучасну епоху, яка дорівнює 2 Мпк, відповідає групам галактик. Розподіл матерії

внаслідок такого моделювання є більш концентрованим у скупчення для $\Omega_0 = 0.2$, ніж для $\Omega_0 = 1$. Спостережна кореляційна функція галактик відповідає кореляійній функції змодельованого розподілу галактик у моделі CDM для $0.2 < \Omega_0 < 1$. Дисперсія власних швидкостей, навпаки, дуже завелика у моделі ($\sigma_v \approx 1000$ км/рік), ніж спостережна ($\sigma_v \approx 200 - 300$ км/рік) для $r = 1\ h^{-1}$ Мпк. Таке ж саме завелике значення $\sigma_v \approx 500$ км/рік дає модель $\Omega_0 = 0.2$, але для $r \approx 5\ h^{-1}$ Мпк. Порожнина з розміром $r = 30\ h^{-1}$ Мпк, яка спостерігалася [80] в області Bootis (підрозд. 1.4), з натяжкою репродукуються у сценарії CDM.

Модель, яка найкращим чином відтворює дані зі спостережень, порівнювалася з розподілом галактик каталогу CfA. Модель CDM нездатна пояснити дисперсію швидкостей галактик, і, таким чином, гіпотеза, що галактики відслідковують масу, погано відтворює дані зі спостережень.

За гіпотезою, що галактики формуються у піках розподілу матерії, "пласка" модель CDM відтворює дисперсії швидкостей ($h = 0.44$). Незважаючи на нестачу теоретичних розробок зсуву ("*bias*"), модель CDM, здається, краще репродукує масштаби утворених структур. Формування галактик за цим сценарієм детально розглянуто в роботах [232, 238], еволюція галактичних гало відтворювалася за допомогою чисельних моделювань. За гіпотезою зсуву, галактики можуть формуватися тільки у піках найвищої густини. Максимум динамічного процесу, коли виявляються галактичні гало, приходиться між $z = 6$ та $z = 3$ і затухає для $z = 0$. Формування гало, які виявляються при $z = 0$, пов'язано з епохою $z = 2.5$ та еволюцією в цей час двух велетенських батьківських гало. Тоді на $z = 1$ маса гало вже порівняна з кінцевою масою, і об'єднання двух "протогало" вже завершилось.

Послідовна еволюція показує ступінь проміжної концентрації матерії. Швидкість обертання гало на $z = 0$ добре узгоджується зі швидкостю обертання спіральних галактик ($V_c < 250$ км/рік). Даний результат свідчить на користь гіпотези зсуву ("bias").

Розробку CDM моделі "зсуву" на завеликих масштабах також досліджено в роботі [238], в якій автори розглянули еволюцію системи часток із масою $\approx 10^{13}\ M_\odot$ на границі 280 h^{-1} Мпк. Складність опису таких масштабів пов'язана з недостатньою інформацією для скупчень галактик. Амплітуда кореляційної функції вдвічі слабша, ніж кореляційна функція вибірки 440 скупчень [124], але рівень статистичної достовірності цього заключення спірний. Порожнини розміром як в області Bootis

моделювалися за методом, поданим у роботі [80]. Опрацювання каталогу CfA виявило філаментарні структури, але у заключенні автори підкреслили необхідність нової спостережної інформації, яка б посилила обгрунтування CDM моделі "зсуву" на великих масштабах.

Отже, амплітуда спектра, який передбачає анізотропію реліктового фону [231], як і відновлення поля швидкостей на великих масштабах [240] і нещодавні виміри кореляційної функції скупчень [241] не узгоджуються зі сценарієм CDM моделі "зсуву" з $b \approx 2.5$. Узгодження потребує, щоб $b \approx 1$, однак, як було сказано вище, це призводить до зависоких швидкостей на малих масштабах.

Розроблено інші сценарії CDM, наприклад, "похилий" ("*tilted*") [242, 243], де термін "*похилий*" визначає необхідний для узгодження зі спостереженнями "*нахил*" спектра CDM. Сучасний розвиток теоретичних розробок скоріше свідчить на користь моделі з двокомпонентною баріонною матерією.

в) Сценарій MDM ("Mixed Dark Matter"). У межах теорії Великого Об'єднання вводилася модель двокомпонентної матерії [244]. Застосування цієї моделі для великомасштабних структур Всесвіту можна знайти у роботі [245]. Після порівняння цієї моделі з верхніми границями на анізотропію космологічного фону [246] інтерес до неї значно посилився. Результати COBE у 1992 р. Викликали новий інтерес до сценарію, названого MDM ("змішаної темної матерії"), за яким Всесвіт утворився з матерії, що є мішаниною 65 % холодної матерії, 30 % гарячої матерії та 5 % баріонів.

Залучення гарячої темної матерії до CDM-моделі збільшує пуассонівський спектр на великих масштабах за рахунок збурень, пов'язаних із нейтрино, і також зменшує пуассонівський спектр на малих масштабах, оскільки зростання мод у лінійному режимі уповільнюється. Спектр, який відповідає лінійному режиму еволюції спектра збурень, наведено на рис. 9,д. Після рекомбінації "гарячі" частки є нестабільними на масштабах, більших за довжину Джинса нейтрино λ_{Jv}, і збурення зростають як $t^{2/3}$. Збурення δ холодного компонента, нестабільного для $\lambda < \lambda_{Jv}$, еволюціонують згідно з рівняння (Д5), і за наявністі темної матерії маємо таке:

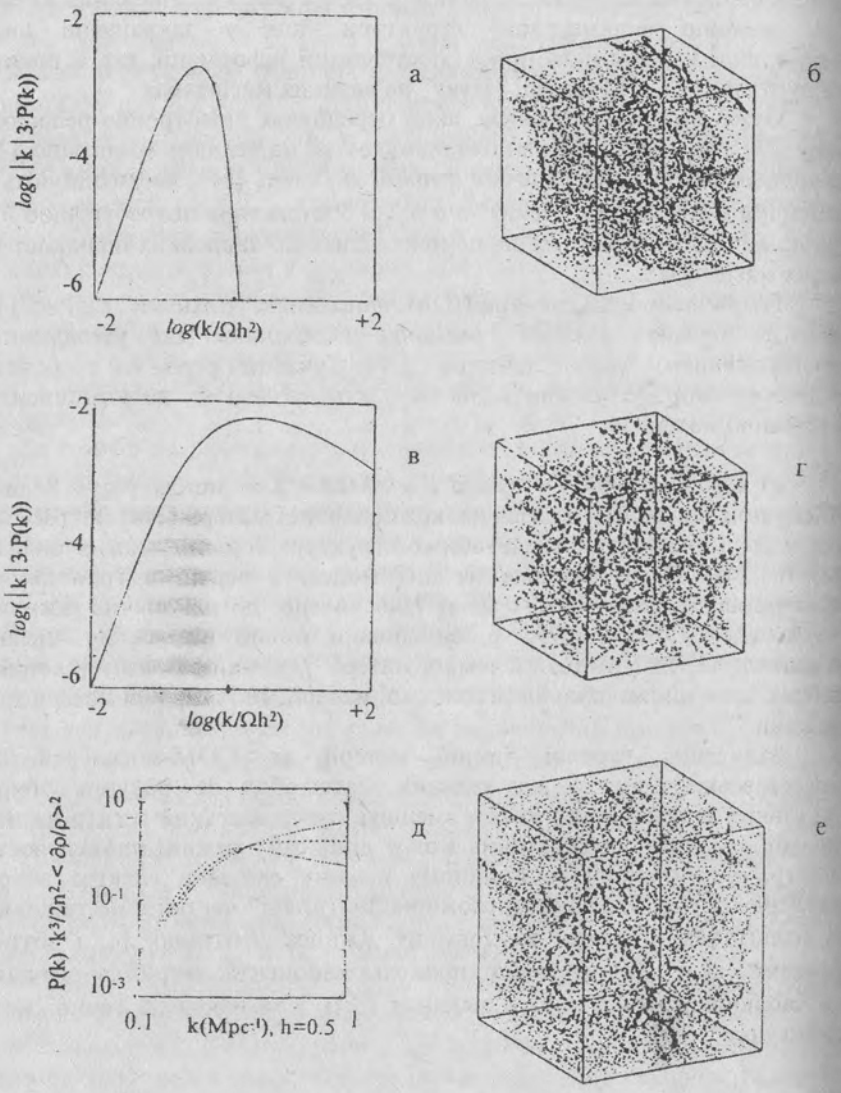


Рис. 9. Лінійна еволюція спектра збурень і змодельований розподіл галактик у "кубі Всесвіту" за сценаріями: (а-б) HDM; (в-г) CDM; (д-е) MDM

$$\frac{d^2\delta_c}{dt^2}+2(\frac{\dot a}{a})\frac{d\delta_c}{dt}=4\pi G(\Omega_\nu+\Omega_c)[\frac{\Omega_c}{\Omega_T}\delta_c+\frac{\Omega_\nu}{\Omega_T}\delta_\nu]. \qquad (Д19)$$

Рішення (Д19) для зростаючої моди можна вважати таким: $\delta_c \propto t^\alpha$, де експонента α прямує до нуля, якщо часткою холодної матерії можно знехтувати порівняно з повною масою Ω_T, і прямує до 2/3, коли частка холодної матерії домінує. Однак кожній із величин Ω_c густини холодної матерії відповідає більш повільніше зростання збурень, ніж за сценарієм CDM. Розподіл сучасної матерії за сценарієм MDM подано на рис. 9,е.

Детальний аналіз зростання флуктуацій для різних процентних часток темної матерії зроблено Дж.Холцменом [249]. Чисельне моделювання нелінійної фази на масштабі галактичних гало [250] показує, що модель MDM відтворює дисперсію швидкостей галактик. Властивості скупчень теж знаходяться у згоді зі спостереженнями [251]. До того ж відповідність з амплітудою спектра за даними експерименту COBE [231] робить цю модель достатньо придатною на сучасному етапі досліджень.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Підрозділ 1.1

1. *Messier C.* Catalogue des Nebuleuses et des Atas d'etolis // Connoissance des temps pour l'annee bissexileю. - Paris, 1784. - P. 263.

2. *Herschel J.* Observations of nebulae and clusters of stars made at slough with a twenty-foot reflector between years 1825 and 1833 // Phil. Trans. - 1833. - Vol. 123. - P. 359.

3. *Herschel J.* Results of astronomical observations made during the years 1834, 5, 6, 7, 8 at Cape of Good Hope, being the completion of a telescope survey of the whole surface of the visible heaven, commenced in 1825 // Phil. Trans. -1847. - Vol. 137.

4. *Abbe C.* On the distribution of the nebulae in space // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1867. - Vol. 27. - P. 257.

5. *Proctor R.A.* The Rich Nebulae Regions in Virgo and Coma Berenices // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1872. - Vol. 33. - P. 14.

6. *Dreyer J.L.E.* A New General Catalogue of Nebulae and Clusters of stars being the Catalogue of the late Sir John F.W.Herschel, Bart, revised, corrected and enlarged // Mem. Roy. Astron. Soc. - 1888. - Vol. 49, part I. - P. 237.

7. *Dreyer J.L.E.* Index Catalogue of Nebulae found in the years 1888 to 1894, with Notes and Corrections to the New General Catalogue (IC) // Mem. Roy. Astron. Soc. - 1895. - Vol. 51. - P. 185.

8. *Dreyer J.L.E.*, 1908. Second Index Catalogue of Nebulae and Clusters of Stars containing Objects found in the years 1895 to 1907 with Notes and Corrections to the New General Catalogue and to the Index Catalogue for 1888 - 1894 (IC2) // Mem. Roy. Astron. Soc. - 1908. - Vol. 59. - P. 105.

9. *Bauschinger J.* // V.J.S. Astr. Ges. - 1889. - Vol. 24. - P. 45 (note after review of Dreyer's NGC).

10. *Bohlin K.* On the galactic system with regard to its structure, origin and relations in space // Kungl. Vetenskapsakademiens Handlinger. - 1909. - Bd. 43. - N 10. - P. 1.

11. *Stratonoff W.* Etudes sur la structure de l'Universe // Publ. Tachkent. - 1900. - N 2. - P. 1.

12. *Стратонов В.В.* О строении Вселенной. - Ташкент, 1901. - 30 с.

13. *Oort J.H.* Superclusters // Ann. Rev. Astr. Astrophys. - 1983. - Vol. 21. - P. 373.

14. *Easton C.* La distribution des nebeleuses et leurs relation avec le systeme galactique // Astr. Nachr. - 1904. - Vol. 166. - P. 131.

15. *Hinks A.R.* The galactic distribution of spiral nebulae. Preliminary Note // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1911. - Vol. 71. - P. 588.

16. *Hinks A.R.* Note // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1914. - Vol. 74. - P. 706.

17. *Hardcastle J.A.* Nebulae seen on MrFranclin-Adams' plates // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1914. - Vol. 74. - P. 698.

18. *Fath E.A.* A study of nebulae // Astron. J. - 1914. - Vol. 28. - P. 75.

19. *Sanford R.F.* On some relation of the spiral nebulae to the Milky Way // Lick Bull. - 1917. - Vol. 297, part IX. - P. 80.

20. *Lundmark K.* On the relation of the globular clusters and spiral nebulae to the stellar system // Kungl. Svenska Vetenskapsakademiens Handlinger. - 1920. - Bd. 60. - N 8. - P. 1.

21. *De Vaucoulers G.* The local supercluster of galaxies // Bull. Astr. Soc. India. - 1981. - Vol. 9. - P. 1.

22. *Reynolds J.N.* The galactic distribution of the large spiral nebulae // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1920. - Vol. 81. - P. 129.

23. *Reynolds J.N.* The galactic distribution of the spiral nebulae with special reference to galactic longitude // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1923. - Vol. 83. - P. 147.

24. *Reynolds J.N.* The galactic distribution of the small spiral spheroidal and lanticular nebulae // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1924. - Vol. 84. - P. 76.

25. *Charlier C.V.L.* How an infinitite world may be built up // Arkiv for Matematik, Astronomi och Fysik. - 1922. - Vol. 16. - P. 22.

26. *De Sitter W.* On Einstein's theory of gravitations, and its astronomical consequences // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1916. - Vol. 77. - P. 155.

27. *De Sitter W.* On Einstein's theory of gravitation and its Astronomical consequences // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1917. - Vol. 78. - P. 3.

Підрозділ 1.2

28. *Hubble E.* NGC 6822, A remote stellar system // Astrophys. J. - 1925. - Vol. 62. - P. 409.

29. *Hubble E.* Extra-galactic nebulae // Astrophys. J. - 1926. - Vol. 64. - P. 321.

30. *Hubble E.* Distance and radial velocity among extra-galactic nebulae // Proc. Nat. Acad. Sci. - 1929. - Vol. 15. - P. 168.

31. *Hubble E.* Red-shifts in the spectra of Nebulae. - Oxford: Clarendon Press; London: Oxford Univ. Press, 1934. - 17 p.

32. *Hubble E.* The observational approach to cosmology. - Oxford: Clarendon Press, 1937. - 54 p.

33. *Shapley H., Ames A.* A survey of the external galaxies brighter than the thirteenth magnitude // Harv. Obs. Ann. - 1932. - Vol. 88. - N 2. - P. 43.

34. *Shapley H.* On some structural features of the Metagalaxy // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1934. - Vol. 94. - P. 791.

35. *Bok B.J.* The apparent clustering of external galaxies // Bull. Harvard Coll. Observ. - 1934. - N 895. - P. 1.

36. *McCrea W.H.* Observable relations in relativistic cosmology // Z. Astrophys. - 1939. - Vol. 18. - P. 98.

37. *Omer G.C.* A nonhomogeneous cosmological model // Astrophys. J. - 1949. - Vol. 109. - P. 164.

38. *Holmberg E.* A study of double and multiple galaxies together with inquires into some general metagalactic problems // Ann. Obs. Lund. - 1937. - Vol. 6. - P. 1.

39. *Reiz A.* A study of external galaxies with special regard to the distribution problem // Ann. Obs. Lund. - 1941. - Vol. 9. - P. 3.

40. *Rubin V.* Differential rotation of the inner metagalaxy // Astron. J. - 1951. - Vol. 56. - P. 47.

41. *Rubin V.* The Local Supercluster and anisotropy of the redshifts // The world of galaxies. - Springer-Verlag, 1989. - P. 431.

42. *Огородников К.Ф.* К вопросу о кинематике Метагалактики // Вопр. космогонии. - 1952. - Т. 1. - С. 150.

43. *De Vaucouleurs G.* Evidence for a Local Supergalaxy // Astron. J. - 1953. - Vol. 58. - P. 30.

44. *De Vaucouleurs G.* The distribution of bright galaxies and the local supergalaxy // Vist. Astron. - 1956. - Vol. 2. - P. 1584.

45. De Vaucouleurs G. Further evidence for a local supercluster of galaxies: rotation and expansion // Astron. J. - 1958. - Vol. 63. - P. 253.

46. *Shapley H.* The Inner Metagalaxy, New Haven // Yale University Press, 1957. - Chap. 9.

47. *Zwicky F.* On the masses of nebulae and of clusters of nebulae // Astrophys. J. - 1937. - Vol. 86. - P. 217.

48. *Zwicky F.* On the clustering of nebulae // Publ. Astron. Soc. Pacific. - 1938. - Vol. 50. - P. 218.

49. *Shane C.D., Wirtanen C.A.* The distribution of extragalactic nebu.ae // Astron. J. - 1954. - Vol. 59. - P. 285.

50. *Shane C.D.* The distribution of extragalactic nebulae. II // Astron. J. - 1956. - Vol. 61. - P. 292.

51. *Shane C.D., Wirtanen C.A., Steinlin U.* The distribution of extragalactic nebulae. III // Astron. J. - 1959. - Vol. 64. - P. 197.

52. *Shane C.D., Wirtanen C.A.* The distribution of galaxies // Publ. Lick Obs. - 1967. - Vol. 22. - P. 1.

53. *Shectman S.* Clusters of galaxies from the Shane-Wirtanen counts // Astrophys. J. Suppl. Ser. - 1985. - Vol. 57. - P. 77.

Підрозділ 1.3

54. *Abell G.O.* The distribution of rich clusters of galaxies // Astrophys. J. Suppl. Ser. - 1958. - Vol. 3. - P. 211.

55. *Zwicky F., Herzog E., Wild P., Kaprowicz M., Kowal C.T.* Catalogue of Galaxies and Clusters of Galaxies (in 6 volumes). - Pasadena: California Institute of Technology, 1961 - 1968.

56. *Abell G.O.* Membership of clusters of galaxies // Proc. IAU Symp. 15. - London: The Macmillian Co., 1962. - P. 213.

57. *Abell G.O.* Evidence regarding second-order clustering of galaxies and interactions between clusters of galaxies // Astron. J. - 1961. - Vol. 66. - P. 607.

58. *Abell G.O.* Clusters of galaxies // Galaxies and the Universe. - Chikago & London: The University of Chikago Press, 1976. - Vol. IX.

59. *Эйбелл Дж.* Сверхскучивание галактик // Космология: теория и наблюдение. - М.: Мир, 1978. - С. 111.

60. *Abell G.O., Seligman C.E.* A statistical study of the distribution of clusters of galaxies // Astron. J. - 1967. - Vol. 72. - P. 288 (abstract).

61. *Zwicky F., Rudnicki K.* Zur Nichtexistenz von Haufen von Galaxienhaufen // Z. Astrophys. - 1966. - Vol. 64. - P. 246.

62. *Karpowicz M.* On the Non-existence of clusters of galaxies. II // Z. Astrophys. - 1967. - Vol. 66. - P. 301.

63. *Караченцев И.Д.* Некоторые статистические характеристики сверхскоплений галактик // Астрофизика. - 1966. - Т. 2. - С. 307.

64. *Kiang T., Saslaw W.C.* The distribution in space of clusters of galaxies // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1969. - Vol. 143. - P. 129.

65. *Bogart R.S., Wagoner R.V.* Clustering effects among custers of galaxies and quasi-stellar sources // Astrophys. J. - 1973. - Vol. 181. - P. 609.

66. Крупномасштабная структура Вселенной / Под ред. М.Лонгейра и Я.Эйнасто. - М.: Мир. - 1981. - С. 270.

67. *Bahcall N.A., Soneira R.M.* A supercluster catalog // Astrophys. J. - 1984. - Vol. 277. - P. 27.

68. *Batuski D.J., Burns J.O.* A possible 300 Mpc filament of clusters of galaxies in Perseus-Pegasus // Astrophys. J. - 1985. - Vol. 299. - P. 5.

69. *Abell G.O., Corwin H.G., Olowin R.P.* A Catalog of rich clusters of galaxies // Astrophys. J. Suppl. Ser. - 1989. - Vol. 70. - P. 1.

70. *Batuski D.J., Bahcall N.A., Olowin R.P., Burns J.O.* Large-scale structure in the New South Extension of the Abell catalog // Morphological astronomy. - Berlin: Springer-Verlag, 1989. - P. 104.

71. *Zucca E., Zamarani G., Scaramella R., Vettolani G.* All-sky catalogs of superclusters of Abell-ACO clusters // Astrophys. J. - 1993. - Vol. 407. - P. 470.

Підрозділ 1.4

72. *Tifft W.G., Gregory S.A.* Direct observations of the large-scale distribution of galaxies // Astrophys. J. - 1976. - Vol. 205. - P. 696.

73. *Gregory S.A., Thompson L.A.* The Coma/A1367 supercluster and its environs // Astrophys. J. - 1978. - Vol. 222. - P. 784.

74. *Kim K.-T., Kronberg P.P., Giovanini G., Venturi T.* Discovery of intergalactic radio emission in the Coma-A1367 supercluster // Nature. - 1989. - P. 341.

75. *Briel U.G., Henry J.P., Bohringer H.* Observation of the Coma cluster of galaxies with ROSAT during the all-sky survey // Astron. Astrophys. - 1992. - Vol. 259. - L. 31.

76. *Тиффт В.Г., Грегори С.А.* Наблюдения крупномасштабного распределения галактик // Крупномасштабная структура Вселенной. - М.: Мир. - 1981. - С. 296.

77. *Tarenghi M., Chincarini G., Rood H., Thompson L.A.* The Hercules supercluster. II. Analysis // Astrophys. J. - 1980. - Vol. 235. - P. 724.

78. *Таренги М., Тиффт В.Г., Кинкарини Г., Руд Х.Д., Томпсон Л.А.* Строение сверхскопления Геркулес // Крупномасштабная структура Вселенной. - М.: Мир. - 1981. - С. 292.

79. *Maccagni D., Garilli B., Tarenghi M.* The complex structure of A2151 (Hercules) // ESO preprint. - 1994. - N 1042.

80. *Kirschner R.P., Oemler A.O., Schekhter P.L., Shectman A.* A million cubic megaparsec void in Bootis? // Astrophys. J. - 1981. - Vol. 248. - L. 57.

81. *Rood H.J.* Voids // Ann. Rev. Astron. Astrophys. - 1988. - Vol. 26. - P. 245.

82. *Haynes M.P., Giovanelli R.* The connection between Pisces-Perseus and the Local Supercluster // Astrophys. J. - 1986. - Vol. 306. - L. 55.

83. *Haynes M.P., Giovanelli R., Chincarini G.L.* Morphological segregation in the Perseus-Pisces supercluster // Astrophys. J. - 1986. - Vol. 300. - P. 77.

84. *Haynes M.P., Giovanelli R.* Large-scale structure in the Local Universe: the Pisces-Perseus supercluster // Large-scale motions in the Universe. - Princeton: Princeton Univ. Press, 1988. - P. 31.

85. *De Lapparent V., Geller M.J., Huchra J.P.* A slice of the Universe // Astrophys. J. - 1986. - Vol. 302. - L. 1.

86. *Geller M.J., Huchra J.P.* Galaxy and cluster redshift surveys // Large-scale motions in the Universe. - Princeton: Princeton Univ. Press, 1988. - P. 3.

87. *Geller M.J., Huchra J.P.* Mapping the Universe // Science. - 1989. - Vol. 246. - P. 897.

88. *Davies M., Huchra J., Latham D.W., Tonry J.* A survey of galaxy redshifts. II. The large-scale space distribution // Astrophys. J. - 1982. - Vol. 253. - P. 423.

89. *Da Costa L.N., Pellegrini P.S., Willmer C., Latham D.W.* First result from a deeper survey of a southern redshift slice // Astrophys. J. - 1989. - Vol. 344. - P. 20.

90. *Fairall A.P.* Southen Superclusters and voids // Morphological astronomy. - Berlin: Springer-Verlag, 1989. - P. 145.

91. *Fairall A.P., Willmer C.N.A., Calderon J.H. et al.* Redshift observations in the Hydra-Centaurus region // Astron. J. - 1992. - Vol. 103. - P. 11.

92. *Seitter W.C., Boschan P., Cunow B. et al.* The Muenster Redshift Project // Cosmological aspects of X-ray clusters of galaxies. - Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1994. - P. 411.

93. *Shueker P., Ott H.-A.* Scales of structures and homogeneity in the Universe // Astrophys. J. - 1991. - Vol. 378. - L. 1.

Підрозділ 2.1

94. *Zwicky F.* On the clustering of nebulae.I // Astrophys. J. - 1942. - Vol. 95. - P. 555.

95. *Katz G., Mulders H.* On the clustering of nebulae.II // Astrophys. J. - 1942. - Vol. 95. - P. 565.

96. *Zwicky F.* Dispersion in the large scale distribution of galaxies // Publ. Astron. Soc. Pac. - 1952. - Vol. 64. - P. 247.

97. *Zwicky F.* Morphological astronomy. - Berlin: Springer Verlag, 1957.

98. *Limber D.N.* The analysis of counts of the extragalactic nebulae in terms of a fluctuating density field // Astrophys. J. - 1953. - Vol. 117. - P. 134.

99. *Limber D.N.* The analysis of counts of the extragalactic nebulae in terms of a fluctuating density field. II // Astrophys. J. - 1954. - Vol. 119. - P. 655.

100. *Rubin V.C.* Fluctuations in the space distribution of the galaxies // Proc. NASA. - 1954. - Vol. 40. - P. 541.

101. *Нейман Дж., Скотт Е.Л.* Галактики поля и скопления галактик. Обилие морфологических типов и соответствующие функции светимости // Космология: теория и наблюдение. - М.: Мир, 1978. - С. 173.

102. *Neyman J., Scott E.L.* A theory of the spatial distribution of galaxies // Astrophys. J. - 1952. - Vol. 116. - P. 144.

103. *Neyman J., Scott E.L., Shane C.D.* On the spatial distribution of galaxies. A special model // Astrophys. J. - 1953. - Vol. 117. - P. 92.

104. *Scott E.L., Shane C.D., Swanson M.D.* Comparison of the syntetic and actual distribution of galaxies on a photographic plate // Astrophys. J. - 1954. - Vol. 119. - P. 91.

105. *Neyman J., Scott E.L., Shane C.D.* The index of clumpiness of the distribution of images of galaxies // Astrophys. J. Suppl. Ser. - 1954. - Vol. 1. - P. 365.

106. *Neyman J., Scott E.L., Shane C.D.* Statistics of images of galaxies with particular reference to clustering // Proc. 3rd Berkeley Symp. on Math. Stat. and Prob. - Berkeley: University of California Press, 1956. - Vol. 3. - P. 75.

107. *Lovasich J., Mayall N.U., Neyman J., Scott E.L.* The expansion of clusters of galaxies // Proc. 4th Berkeley Symp. on Math. Stat. and Prob. - University of California Press. - 1961. - Vol. 3. - P. 187.

108. *Neyman J.* Alternative stochastic models of the spatial distribution of galaxies // Proc. IAU Symp. No 15. - London: The Macmillian Co., 1962. - P. 294.

109. *Layzer D.* Galaxy clustering, its description and its interpretation. // Galaxies and the Universe. - Chikago &London: The University of Chikago Press, 1976. - Vol. IX. - P. 665.

110. *Пиблс Ф.Дж.Э.* Структура Вселенной в больших масштабах. - М.: Мир, 1983. - 408 с.

111. *Yu J.T., Peebles P.J.E.* Superclusters of galaxies? // Astrophys. J. - 1969. - Vol. 158. - P. 103.

112. *Peebles P.J.E., Hauser M.G.* Statistical analysis of catalogs of extragalactic objects. III. The Shane-Wirtanen and Zwicky catalogs // Astrophys. J. Suppl. Ser. - 1974. - Vol. 28. - N 253. - P. 19.

113. *Webster A.* The clustering of radiosources. II. The 4C, GB and MC1 surveys // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1976. - Vol. 175. - P. 71.

Підрозділ 2.2

114. *Peebles P.J.E., Groth E.J.* Statistical analysis of catalog of extragalactic objects. I. Theory // Astrophys. J. - 1973. - Vol. 185. - P. 413.

115. *Peebles P.J.E., Groth E.J.* Statistical analysis of catalog of extragalactic objects. V. Three-point correlation function for the galaxy distribution in the Zwicky catalog // Astrophys. J. - 1975. - Vol. 196. - P. 1.

116. *Fall S.M.* Galaxy correlations and cosmology // Rev. Mod. Phys. - 1979. - Vol. 51. - N 1. - P. 21.

117. *Totsuji H., Kihara T.* The correlation function for the distribution of galaxies // Publ. Astron. Soc. Japan. - 1969. - Vol. 21. - P. 221.

118. *Materne J.* The correlation function // Acta Cosmologica. - 1988. - Vol. XV. - P. 49.

119. *Groth E.J., Peebles P.J.E.* Statistical analysis of catalogs of extragalactic objects. VII. Two- and three-point correlations functions for the high resolution Shane-Wirtanen catalog of galaxies // Astrophys. J. - 1977. - Vol. 217. - P. 385.

120. *Пиблс Ф.Дж.Э.* Крупномасштабное скучивание во Вселенной // Крупномасштабная структура Вселенной. - М.: Мир, 1981. - 516 с.

121. *Davis M., Peebles P.J.E.* A survey of galaxy redshifts.V.The two-point position and velocity correlation // Astrophys. J. - 1983. - Vol. 267. - P. 465.

122. *Fry J.N., Peebles P.J.E.* Statistical analysis of catalog of extragalactic objects. IX.The four-point galaxy correlation function // Astrophys. J. - 1978. - Vol. 221. - P. 19.

123. *Rudnicki, K., Dworak, T.Z., Flin, P.* A Catalogue of 15650 Galaxies in the Jagiellonian Field // Acta Cosmologica. - 1973. - Vol. 1. - P. 7.

124. *Bahcall N.A., Soneira R.* The spatial correlation function of rich clusters of galaxies // Astrophys. J. - 1983. - Vol. 270. - P. 20.

125. *Клыпин А.А., Копылов А.А.* Трехмерная корреляционная функция богатых скоплений галактик // Письма в АЖ. - 1983. - N2. - С. 43.

126. *Postman M., Geller M.J., Huchra J.P.* The cluster-cluster correlation function // Astron. J. - 1986. - Vol. 91. - P. 697.

127. *Seldner M., Peebles P.J.E.* Statistical analysis of catalog of extragalactic objects. VIII. Cross-correlation of the Abell and the 10' Shane-Virtanen catalogue // Astrophys. J. - 1977. - Vol. 215. - P. 703.

128. *Bahcall N.A., Burgett W.S.* Are superclusters correlated on a very large scale? // Astrophys. J. - 1986. - Vol. 300. - L. 35.

129. *Bahcall N.A.* Large-scale structure in the Universe indicated by galaxy clusters // Ann. Rev. Astron. Astrophys. - 1988. - Vol. 26. - P. 631.

130. *Kaiser N.* On the spatial correlations of Abell clusters // Astrophys. J. - 1984. - Vol. 284. - L. 9.

131. *Einasto J., Klypin A.A., Saar E.* Structure of superclusters and supercluster formation. V. Spatial correlation and voids // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1986. - Vol. 219. - P. 457.

132. *Einasto J.* Large-scale structure of the Universe // Observational and physical cosmology. - Cambridge Univ. Press, 1992. - P. 249.

Підрозділ 2.3.

133. *Turner E.L., Gott J.R.* Evidence for a patially homogeneous component of the Universe: single galaxies // Astrophys. J. - 1975. - Vol. 197. - L. 89.

134. *Gott J.R., Turner E.L.* Groups of galaxies. IV. The multiplicity function // Astrophys. J. - 1977. - Vol. 216. - P. 357.

135. *Bhavsar S.P.* Inhomogeneities in the Universe: an observed power law relating mass fraction to density enhancement // Astrophys. J. - 1978. - Vol. 222. - P. 412.

136. *Einasto J., Klypin A.A., Saar E., Shandarin S.F.* Structure of superclusters and Supercluster formation. III. Quantative study of the Local Supercluster // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1984. - Vol. 206. - P. 529.

137. *Fall S.M., Geller M.J., Jones B.J.T., White S.D.M.* On the use of correlation function in finding physical associations of galaxies // Astrophys. J. - 1976. - Vol. 205. - L 121.

138. *White S.D.M.* The hierarchy of correlation function and its relation to other measures of galaxy clustering // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1979. - Vol. 186. - P. 145.

139. *Шандарин С.Ф.* Теория протекания и ячеистая структура Вселенной // Письма в АЖ. - 1983. - Т. 9, N 4. - С. 195.

140. *Klypin A.A.* Percolation as descriptive statistics:prospects and methods // Acta Cosmologica. - 1988. - Vol. XV. - P. 101.

141. *Zel'dovich Ya.B., Einasto J., Shandarin S.F.* Giant voids in the Universe // Nature. - 1982. - Vol. 300. - P. 407.

142. *Shandarin S.F., Zel'dovich Ya.B.* Topology of the large-scale structure of the Universe // Comments. Astrophys. - 1982. - Vol. 10. - P. 33.

143. *Bhavsar S.P., Barrow J.P.* Percolation analysis of observed and simulated galaxy clustering // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1983. - Vol. 205. - P. 61.

144. *Dominik K.G., Shandarin S.F.* Percolation analysis of nonlinear structures in scale-free two-dimensional simulations // Astrophys. J. - 1992. - Vol. 393. - P. 450.

145. *Chinkarini G., Vettolani G., de Souza R.E.* Large-scale structures in the Universe: their form and orientation // Astron. Astrophys. - 1988. - Vol. 193. - P. 47.

146. *Klypin A.A., Shandarin S.F.* Percolation technique for galaxy clustering // Astrophys. J. - 1993. - Vol. 413. - P. 48.

147. *Materne J.A.* The structure of nearby clusters of galaxies. Hierarchical clustering and an application to the Leo region // Astron. Astrophys. - 1978. - Vol. 63. - P. 401.

148. *Materne J.A.* The structure of nearby groups of galaxies: quantative membership probabilities // Astron. Astrophys. - 1979. - Vol. 74. - P. 235.

149. *Fages R.* Programme de Taxinomie // SANTI Univ. Lion. - 1974. - P. 1

150. *Paturel G.* Study of the large Virgo cluster area from taxonomy // Astron. Astrophys. - 1979. - Vol. 71. - P. 106.

151. *Moles M., del Olmo A., Perea J.* Taxonomical analysis of clusters.I. The Hercules and Perseus superclusters // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1985. - Vol. 213. - P. 365.

152. *Perea J., Moles M., del Olmo A.* Taxonomical analysis of the Cancer cluster of galaxies // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1986. - Vol. 222. - P. 49.

153. *Einasto M., Einasto J., Tago E., Dalton G.B., Andernuch H.* . Structure of superclusters and Supercluster formation // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1994. - Vol. 269. - P. 301.

154. *Einasto J.* Superclusters-Voids Network // Examing Big Bang and diffuse background radiation. - Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1995. - P. 27.

155. *Broadhurst T.J., Ellis R.S., Koo D.C., Szalay A.S.* Large-scale distribution of galaxies at the Galactic poles // Nature. - 1990. - Vol. 343. - P. 726.

156. *Bahcall N.A.* Superclusters and pencil-beam surveys: the origin of large-scale periodicity // Astrophys. J. - 1991. - Vol. 376. - P. 43.

157. *Mo H.J., Deng Z.G., Xia X.Z., Schiller R., Borner G.* Typical scales in the distribution of galaxies and clusters of galaxies from unnormalized pair counts // Astron. Astrophys. - 1992. - Vol. 257, N 1. - P. 1.

158. *Фетисова Т.С., Кузнецов В.Й., Липовецкий В.А. и др.* Особенности пространственного распределения богатых скоплений галактик в северном и южном галактических полушариях // Письма в АЖ. - 1993. - Т. 19, N 6. - С. 508.

159. *Einasto J., Gramman M.* Transition scale to a homogeneous universe // Astrophys. J. - 1993. - Vol. 407. - P. 443.

160. *Einasto M., Jaaniste J., Tago E.* Superclusters and the structure of the Universe // SISSA Ref. 95/65/A. - 1995. - P. 111.

Підрозділ 2.4.

161. *Saslaw W.C., Hamilton A.J.S.* Thermodynamics and galaxy clustering: nonlinear theory of high order correlations // Astrophys. J. - 1984. - Vol. 276. - P.13.

162. *Einasto J., Einasto M., Gramman M., Saar E.* Structure and formation of Superclusters. XIII. The void probability function // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1990. - Vol. 248. - P. 593.

163. *Voronoi S.* Nouvelles applications des parametres continus a la theorie des formes quadratques. Deuxieme Memorie: recherches sur les paralleloedres primitifs // J. Rreine Angew. Math. - 1908. - Vol. 134. - P. 198.

164. *Miles R.E.* Voronoi tesselation // Math. Bioscience. - 1970. - Vol. 6. - P. 85.

165. *Hinde A.L., Miles R.J.* Statistical properties and triangulation // J. Statist. Comput. Simul. - 1980. - Vol. 10. - P. 205.

166. *Matsuda T., Shima E.* Topology of the supercluster-void structure // Prog. Theo. Phys. - 1984. - Vol. 71. - P. 855.

167. *Ling E., Frenk C., Barrow J.D.* Uncertainties in the cluster-cluster correlation function // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1986. - Vol. 223. - P. 21.

168. *Icke V., van de Weygaert R.* The galaxy distribution as aVoronoi foam // Quart. J. R. A. S. - 1991. - Vol. 32. - P. 85.

169. *Препарата Ф., Шеймос М.* Вычислительная геометрия: введение. - М.: Мир, 1989. - 478 с.

170. *Ripley B.D.* Spatial statistics. - John Wiley & Sons, 1981. - 252 p.

171. *Icke V., van de Weygaert R.* Fragmenting the Universe.I.Statistics of two-dimensional Voronoi foams // Astron. Astrophys. - 1987. - Vol. 184. - P. 16.

172. *Icke V., van de Weygaert R.* Fragmenting the Universe. II. Voronoi's vertices as Abell clusters // Astron. Astrophys. - 1989. - Vol. 213. - P. 1.

173. *Yoshioka S., Ikeuchi S.* The large-scale structure of the Universe and the division of space // Astrophys. J. - 1989. - Vol. 341. - P. 16.

174. *Coles P., Barrow J.D.* Microwave background constraints on the Voronoi model of large-scale structure // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1990. - Vol. 244. - P. 557.

175. *Coles P.* Understanding recent observations of the large-scale structure of the Universe // Nature. - 1990. - Vol. 346. - P. 446.

176. *Ikeuchi S., Turner E.L.* Quasi-periodic structures in the large-scale galaxy distribution and three-dimensional Voronoi tesselation // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1991. - Vol. 250. - P. 519.

177. Statistical challenges in modern astronomy / Eds. Ferguson A. et al. - Berlin: Springer-Verlag, 1992. - 550 p.

Підрозділ 2.5

178. *Mandelbrot B.B.* Fractals: Form, Chance and Dimension. - N.Y.: Freeman W.N., 1977.

179. *Mandelbrot B.B.* The fractal geometry of nature. - N.Y.: Freeman, 1982.

180. *Mandelbrot B.B.* Fractals and Multifractals: Noise, Turbulence and Galaxies. - N.Y.: Springer, 1988.

181. *Takayasu H.* Fractals in physical sciences. - Manchester Univ. Press, 1990.

182. *Turcotte D.L.* Fractals and chaos in geology and geophysics. - Cambridge Univ. Press, 1993.

183. Фракталы в физике / Под ред. Л.Петронейро. - М.: Мир, 1988.

184. *Feder J.* Fractals. - N.Y.: Plenum Press, 1988.

185. *Coleman P.H., Pietronero L.* The fractal structure of the Universe // Phys. Rep. - 1992. - Vol. 213. - P. 311.

186. *Coleman P.H., Pietronero L. Sanders R.H.* Absence of any characteristis correlation length in CfA catalogue // Astron. Astrophys. - 1988. - Vol. 245. - P. 1.

187. *Pietronero L., Sylos Labini F.* Comments on the CfA2 analysis // Preprint of Universiy La Sapienza. - Rome: La Sapienza, 1995. - 27 p.

188. *Park C., Vogeley M.S., Geller M., Huchra J.* Power spectrum, correlation, and test for luminosity bias in the CfA redshift survey // Astrophys. J. - 1994. - Vol. 431. - P. 569.

189. *Peebles P.J.E.* Principles of physical cosmology. - Prinston: Prinston University Press, 1993. - 718 p.

190. *Baryshev Yu.V., Sylos Labini F., Montuori M., Pietronero L.* Fractals // Vistas in Astron. - 1994. - Vol. 38, N 4. - P. 419.

191. *Vettolani et al.* Preliminary results from the ESO slice project (ESP) // Proc. Schools Rindberg workshop "Studying the Universe with clusters of galaxies". - 1994. - P. 132.

192. *Guzzo L., Iovino A., Chincarini G., Giovanelli R., Haynes M.P.* Scale-invariantclustering in the large-scale distribution of galaxies // Astrophys. J. Lett. - 1992. - Vol. 382. - L. 5.

193. *Ribeiro S.* On modelling a relativistic hierarchical (fractal) cosmology by Tolman's spacetime: Numerical results // Astrophys. J. - 1993. - Vol. 415. - P. 469.

194. *Martinez V.J., Jones B.J.T.* Why the Universe is not fractal? // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1990. - Vol. 242. - P. 517.

195. *Paladin G., Vulpiani A.* Anamalous scaling laws in multifractal object // Phys. Rep. - 1987. - Vol. 156. - P. 147.

196. *Borgani S., Plionis M., Valdarnini R.* Multifractal analysis of cluster distribution in two dimensions // Astrophys. J. - 1993. - Vol. 404. - P. 21.

197. *Borgani S., Martinez V.J., Perez M.A., Valdarnini R.* Is there any scaling in the cluster distribution? // Astrophys. J. - 1994. - Vol. 435. - P. 37.

Підрозділ 2.6.

198. *Slezak E., Bijaoui A., Mars G.* Identification of structures from galaxy counts: use of wavelet transform // Astron. Astrophys. - 1990. - Vol. 227. - P. 301.

199. Progress in wavelet analysis and applications // Proceedings of Int. Conf. "Wavelet and applications". - Paris: TRT, 1992. - 312 p.

200. *Escalera E., Mazure A.* Wavelet analysis of subclustering: an illustration, Abell 754 // Astrophys. J. - 1992. - Vol. 388. - P. 23.

201. *Escalera E., Slezak E., Mazure A.* New evidence for subclustering in the Coma cluster using the wavelet analysis // Astron. Astrophys. - 1992. - Vol. 264. - P. 379.

202. *Escalera E., Biviano A., Girardi M. et al.* Structures in galaxy clusters // Astrophys. J. - 1994. - Vol. 423. - P. 539.

203. *Slezak E., V. de Lapparent, A.Bijaoui* Objective detection of Voids and High-density structures in the first CfA Redshift survey slice // Astrophys. J. - 1993. - Vol. 409. - P. 517.

204. *Bijaoui A., Slezak E., Rue F., Lega E.* Wavelets and the Study of the Distant Universe // Proc. IEEE. - 1996. - Vol. 84. - N 4. - P. 670.

205. *Lega E. et al.* A parallel algorithm for structure detection based on wavelet and segmentation analysis // Parallel computing. - 1995. - Vol. 21. - P. 265.

206. *E.Lega, A.Bijaoui, J.M.Alimi, H.Scholl.* A morphological indicator for comparing simulated cosmological scenarios with observations // Astron. Astrophys. - 1996. - Vol. 309. - P. 23.

207. *Flin P.* Large-scale hierarchy in the Universe // Epistemologia. - 1983. - Vol. YI. - P. 225.

208. *Flin P.* Early studies of the distribution of the nebulae // Acta Cosmologica. - 1988. - Vol. XY. - P. 25.

209. *Flin P.* Early methods of investigation of the distribution of galaxies // Acta Cosmologica. - 1988. - Vol. XY. - P. 43.

210. *De Vaucouleurs G.* The case for a hierarchical cosmology // Science. - 1970. - Vol. 167. - P. 1203.

211. Galaxies and the Universe. - Chikago & London: The University of Ghikago Press, 1970. - Vol. IX. - 546 p.

Додаток 2

212. *Lega E.N.* Parametres morphologiques associes a une analyse multi-echelle de la distribution des galaxies: These de Doctorat. - Obs. Cote d'Azur, 1994.

213. *Zel'dovich Ya.B.* The theory of the large scale structure of the Universe // The large scale structure of the Universe. - IAU Symp. 79, 1978. - P. 409.

214. *Peebles P.J.E.* The Origin and the Evolution of Galaxies. - Dordrecht: Reidel, 1983.

215. *Efstahiou G.* Physics of the early Universe. - Kluwer Acad.Publ., 1991.

216. *Jeans J.H.* Astronomy and Cosmogony. - Cambridge Univ. Press, 1928.

217. *Silk J.* Cosmic black body radiation and galaxy formation // Astrophys. J. - 1968. - Vol. 151. - P. 459.

218. *Peebles P.J.E.* Principles of Physical Cosmology. - Prinston Univ. Press, 1993. - 718 p.

219. *Bertschinger E.* Self-similar secondary infall and accretion in an Einstein - de Sitter universe // Astrophys. J. Suppl. Ser. - 1985. - Vol. 58. - P. 39.

220. *Zel'dovich Ya.B.* Gravitational instability: An approximate theory for large density perturbations // Astron. Astrophys. - 1970. - Vol. 5. - P. 84.

221. *Gurbatov S.N., Saichev A.I., Shandarin S.F.* The large-scale structure of the Universe in the frame of the model equation of non-linear diffusion // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1989. - 236. - P. 385.

222. *Bouchet F.R., Juskiewicz R.J., Colombi S., Pellat R.* Weakly nonlinear gravitational instability for arbitrary Ω // Astrophys. J. - 1992. - Vol. 394. - L 5.

223. *Shandarin S.F., Zel'dovich Ya.B.* The large scale structure of the Universe: turbulence, intermittency, structures in a self-gravitating medium // Rev. Mod. Phys. - 1989. - Vol. 61. - P. 185.

224. *Gurbatov S.N., Malakhov A.N., Saichev A.I.* Nonlinear random waves and turbulence in nondispersive media: waves, rays, particles. - Manchester: Manchester Univ. Press, 1992.

225. *Burgers J.M.* The nonlinear diffusion equation. - Dordrecht: Reidel, 1974.

226. *Kofman L., Pogosyan D., Shandarin S., Melott A.L.* Coherent structures in the universe and the adhesion model // Astrophys. J. - 1992. - Vol. 393. - P. 437.

227. *Weinberg D.H., Gunn J.E.* Large-scale structure and the adhesion approximation // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1990. - Vol. 247. - P. 250.

228. *Kofman L., Pogosyan D., Shandarin S.* Structure of the Universe in the two-dimensional model of adhesion // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1990. - Vol. 242. - P. 200.

229. *Peebles P.J.E.* Primeval adiabatic perturbations: effect of massive neutrinos // Astrophys. J. - 1982. - Vol. 258. - P. 415.

230. *Bond J.R., Slazay A.S.* The collisionless damping of density fluctuations in expanding universe // Astrophys. J. - 1983. - Vol. 274. - P. 443.

231. *Smoot G.F. et al.* Structure in the COBE differential microwave radiometer first-year maps // Astrophys. J. - 1992. - Vol. 396. - L. 1.

232. *Frenk C.S., White S.D.M., Davis M.* Nonlinear evolution of large scale structure in the Universe // Astrophys. J. - 1988. - Vol. 271. - P. 417.

233. *White S.D.M., Davis M., Frenk C.S.* Is the nonluminous matter in dwarf spheroidal galaxies? // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. - 1984. - Vol. 209. - P. 27.

234. *Evrard A.E., Davis M.* The fate of cluster gas in neutrino-dominated cosmologies // Nature. - 1988. - Vol. 333. - P. 355.

235. *Lin D.N.C., Faber D.N.C.* Some implications of nonluminous matter in dwarf spheroidal galaxies // Astrophys. J. - 1983. - Vol. 266. - L. 17.

236. *Bond J.R., Efsthatiou G.* Cosmic background radiation anisotropies in universes dominated by nonbaryonic dark matter // Astrophys. J. - 1984. - Vol. 285. - L. 45.

237. *Davis M., Efsthatiou G., Frenk C.S., White S.D.M.* The evolution of large-scale structure in a universe dominated by cold dark matter // Astrophys. J. - 1985. - Vol. 292. - P. 371.

238. *White S.D.M., Frenk C.S., Davis M., Efsthatiou G.* Clusters, filaments and voids in a universe dominated by cold dark matter // Astrophys. J. - 1987. - Vol. 313. - P. 505.

239. *Сентрелла Дж., Мелотт А.* Крупномасштабная структура Вселенной: трехмерные численные модели // Численное моделирование в астрофизике. - М.: Мир, 1988. - С. 267.

240. *Dekel A.* Large scale dynamics from peculiar velocities Ω=1? // Proc. of the Milano Conf. on Observational Cosmology. - 1992. - P. 194.

241. *Olivier S.S., Primack J.R., Blumenthal G.R., Dekel A.* Significant cluster correlations at 30 h-1 Mpc: can standard models be ruled out? // Astrophys. J. - 1993. - Vol. 408. - P. 17.

242. *Lucchin F., Matarese S., Mollerach S.* The gravitational wave contribution to cosmic microwave background anisotropies and the amplitude of mass fluctuations from COBE results // Astrophys. J. - 1992. - Vol. 401. - L. 49.

243. *Liddle A.R., Barrow J.D.* Perturbation spectra from intermediate inflation // Phys. Rev. D. - 1993. - Vol. 47, N 12. - P. 5219.

244. *Holman A., Lazarides J., Shafi Q.* Baryogenesis's model // Phys. Rev. D. - 1983. - Vol. 27. - P. 995.

245. *Shafi Q., Stecker F.W.* Implications of a class of ground-unified theories for large-scale structure in the universe // Phys. Rev. Letters. - 1984. - Vol. 53. - P. 1992.

246. *Schaefer R.K.., Shafi Q., Stecker F.W.* Large-scale structure formation and cosmic microwave anisotropy in a cold plus hot dark matter universe // Astrophys. J. - 1989. - Vol. 347. - P. 590.

247. *Schaefer R.K., Shafi Q.* Simple model of large scale structure formation // Phys. Rev. D. - 1992. - Vol. 49. - P. 4990.

248. *Taylor A.N., Rowan-Robinson M.R.* The spectrum of cosmological density fluctuations and nature of dark matter // Nature. - 1992. - Vol. 359. - P. 396.

249. *Holtzman J.A.* Microwave background anisotropies and large-scale structure in universes with cold dark matter, baryons, radiation and massive and massless neutrinos // Astrophys. J. Suppl. Ser. - 1989. - Vol. 71. - P. 1.

250. *Davis M., Summers F.J., Schlegel D.* Large-scale structure in a universe with mixed hot and cold dark matter // Nature. - 1992. - Vol. 359. - P. 393.

251. *Ghigna S. et al.* Sizes of voids as a test for dark matter models // Astrophys. J. - Vol. 437. - L. 71.

ЗМІСТ

Передмова..... 3
Розділ 1. Дослідження великомасштабного розподілу галактик та скупчень галактик: космографічний підхід..... 7
1.1. Огляд класичної спадщини наукових досліджень із розподілу галактик до 1924 року..... 7
1.2. Основи систематичних досліджень великомасштабного розподілу галактик.....13
1.3. Каталоги скупчень галактик Ейбелла і Цвікі та їхнє використання у дослідженні великомасштабної структури Всесвіту..... 19
1.4. Просторовий розподіл галактик за результатами оглядів червоних зміщень галактик..... 26
Розділ 2. Математичні методи дослідження великомасштабного розподілу галактик та скупчень галактик..... 34
2.1. Попередні статистичні дослідження: статистичні міри, коміркова статистика, індекс скупчення галактик, модель Неймана-Скотт..... 34
2.2. *n*-точкові кореляційні функції..... 39
2.3. Кластерний, перколяційний та таксономічний аналіз..... 43
2.4. Методи виділення та опису порожнин у розподілі галактик: функція ймовірності порожнин Уайта, мозаїка Вороного.....47
2.5. Фрактальний аналіз..... 51
2.6. Хвильковий аналіз та його застосування для виділення скупчень галактик..... 56
2.7. Чисельне моделювання..... 64
Заключення.....68
Додаток 1. Список каталогів і атласів галактик, які найчастіше використовуються у позагалактичній астрономії..... 69
Додаток 2. Теорії і моделі формування великомасштабної структури Всесвіту..... 75
Цитована література..... 90

Навчальне видання

ВАВІЛОВА Ірина Борисівна

ВЕЛИКОМАСШТАБНА СТРУКТУРА ВСЕСВІТУ:

СПОСТЕРЕЖЕННЯ І МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Навчальний посібник
до спецкурсу

"Позагалактична астрономія"
для студентів фізичного факультету

Редактор О.А.Щербакова

Редакційно-видавничий центр «Київський університет»
252017, Київ, бульв. Т. Шевченка, 14, кімн. 43, тел.: 221-32-22.
Зам. 8-1674
Підписано до друку 11 11.98 Формат 60×84/16 Вид. № п. 242
Друк офсетний. Наклад 100 Умовн.друк. арк. 6,6
Надруковано у «Поліграфцентрі Київського університету ім. Тараса Шевченка»
252017, Київ, бульв. Т.Шевченка, 14, тел. : 224-01-05