

ЕНТРОПІЯ І ВИБОРИ

ВСТУП

Статистична фізика впевнено завойовує нові позиції в царинах, що, здавалося б, не мають до неї жодного стосунку. Одним із засадничих понять статистичної фізики є поняття ентропії. У 1877 р. геніальний австрійський фізик **Людвіг Едуард Больцман** першим пояснив зв'язок ентропії фізичної системи з ймовірністю її перебування в тому чи іншому макроскопічному стані, пов'язаною з кількістю мікростанів, які реалізують даний макроскопічний стан [1–4]. У 1948 р. знаменитий американський електротехнік і математик **Клод Елвуд Шеннон** запропонував використовувати поняття ентропії для оцінки невизначеності інформації про ту чи іншу подію [5–7]. Тим самим він започаткував нову математичну дисципліну – *теорію інформації*, де ентропія отримала назву «*інформаційної ентропії*». Зв'язок інформаційної ентропії з ймовірністю настання тої чи іншої події він запропонував у такому ж вигляді як і зв'язок перебування системи в тому чи іншому макроскопічному стані, тобто фактично використав для інформаційної ентропії формулу Больцмана. Розглянемо формулу для інформаційної ентропії.



Валерій Швець

доктор фіз.-мат. наук,
професор кафедри
вищої математики
Одеської національної академії
харчових технологій;
м. Одеса

ЕНТРОПІЯ, ІНФОРМАЦІЙНА ЕНТРОПІЯ І ЕНТРОПІЯ ВИБОРІВ

Нехай ми проводимо випадковий експеримент з наслідками E_1, E_2, \dots, E_n , що можуть реалізуватися з ймовірностями p_1, p_2, \dots, p_n . Тоді інформація, отримана нами в результаті цього експерименту, є випадковою величиною, що приймає значення $I(E_i)$ при настанні наслідку експерименту E_i . При цьому

$$I(E_i) = -\log_2(p_i). \quad (1)$$

Математичне очікування цієї інформації (інформаційна ентропія), тобто середня кількість інформації, що припадає на один наслідок експерименту, визначається стандартним чином [8]:

$$M(I) = \sum_{i=1}^n p_i I(E_i). \quad (2)$$

Останній результат можна записати у формі, прийнятій для статистичної фізики і теорії інформації:

$$S = -\sum_{i=1}^m p_i \log_2(p_i). \quad (3)$$

Багато політичних процесів нагадують випадковий експеримент. Зокрема, на мою думку, таким процесом є вибори різних рівнів. Якщо можливими наслідками цього політичного процесу вважати перемогу того чи іншого кандидата, тобто події E_1, E_2, \dots, E_n з ймовірностями p_1, p_2, \dots, p_n , то для оцінки результатів виборів можна використати попередню формулу. Тепер було б доцільно використовувати замість терміну «*інформаційна ентропія*» термін «*ентропія виборів*». Найперше вона [ентропія – *Ред.*] характеризує рівень невизначеності результатів виборів. Чим більше кандидатів на вибірну посаду і чим рівномірніше розподілені ймовірності перемоги різних кандидатів, тим більшою є ентропія виборів, тим більшою є інформаційна ентропія. Цю універсальну властивість ентропії застеріг ще Людвіг Едуард Больцман.

При двох кандидатах, які мають рівні шанси на перемогу, тобто у найпростішому політичному випадковому експерименті «ентропія виборів», так само як і інформаційна ентропія, ми отримуємо результат 1. В теорії інформації така кількість інформації називається «*бітом*». У нашому випадку її доцільніше було б назвати інакше, наприклад, «*фрід*» – від перших літер англійського слова *freedom* – свобода. Саме для того щоб у найпростішому політичному експерименті ми отримали відповідь «1», логарифм у формулі для ентропії виборів доцільно брати за основою «2».

ПРЕЗИДЕНТСЬКІ І ПАРЛАМЕНТСЬКІ ВИБОРИ В УКРАЇНІ

Принагідно зауважимо, що у багатьох країнах, рівень демократії у яких вважається високим, фактично вибори й відбуваються між двома кандидатами з приблизно рівними шансами на перемогу. Ясно, що в такому випадку ентропія вибору буде доволі малою, порівняно, наприклад, з Україною.

У Радянському Союзі вибори завжди проводилися на безальтернативній основі. Це означає, що одна з ймовірностей, наприклад, $p_1=1$, а всі інші дорівнюють нулю. У такому разі формула для ентропії виборів дає нульовий результат.

Якщо вибори проходять у два тури, то для другого туру слід використати ту саму формулу для ентропії виборів, а результати, відповідно до універсальної властивості ентропії двох незалежних підсистем однієї системи, скласти:

$$S = S_1 + S_2, \quad (4)$$

де

$$S_1 = -\sum_{i=1}^m p_i \log_2(p_i), S_2 = -\sum_{i=1}^2 P_i \log_2(P_i). \quad (5)$$

По-моєму, ступінь невизначеності результатів виборів свідчить про рівень свободи виборця на таких виборах, тобто про рівень свободи самих виборів. Тому, оскільки конкуруючих варіантів означення з очевидних причин немає, я пропоную ентропію виборів називати «рівнем свободи виборів». При цьому, якщо виборець голосує за i -го кандидата, то він реалізує свою свободу вибору у кількісному вимірі як $-\log_2(p_i)$.

Важливим є питання джерела інформації про ймовірності перемоги окремих кандидатів. Насправді, головним джерелом інформації про ці ймовірності є результати виборів. Тоді ці ймовірності просто дорівнюють долям виборців, що проголосували за даного кандидата. Доволі точно інформацію можна отримати про ці ймовірності і на основі вивчення різноманітних соціологічних досліджень, але це також вибори при доволі обмеженому обсязі вибірки, тобто виборців.

Із виборами нерозривно пов'язана така політична субстанція як влада. Необмежена влада ніколи не спирається на будь-які вибори. У 1917 р. у Російській імперії до влади прийшли більшовики, не отримавши мандат на владу від виборців. Їх влада була страхітливою. Далі комуністична партія почала імітувати вибори у деякі другорядні ланки державного управління, проводячи їх на безальтернативній основі. Вся ж партійна ієрархія, що мала в країні абсолютну владу, ніколи не отримувала мандат виборців. Нам видається, що таке поняття, як влада, нерозривно пов'язане з такою добре окресленою характеристикою як ентропія, точніше ентропія виборів. У якості такого зв'язку ми пропонуємо його найпростіший варіант. Влада, мандат на яку дають саме вибори, є величиною, оберненою до ентропії виборів, тобто

$$V = 1/S. \quad (6)$$

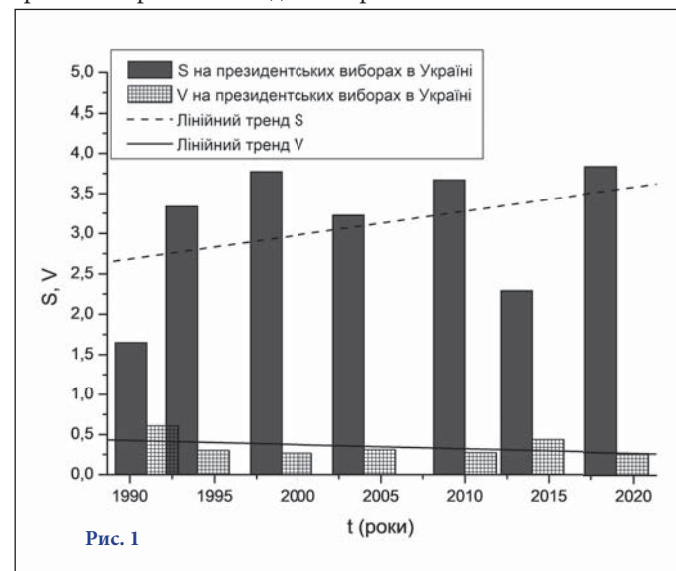
У такому випадку влада, отримана на безальтернативних виборах або взагалі без виборів, є абсолютною, в пропонуваній математичній моделі – нескінченною. Такою була влада комуністичної партії у Радянському Союзі, такою є й сьогодні влада комуністичної партії у Китаї.

Доволі корисно протестувати запропоновані формули на основі результатів виборів в Україні. У Інтернеті відповідна інформація легкодоступна, тому надалі не буде конкретних посилань на її джерела. На діаграмі рис. 1 наведені результати президентських виборів в Україні за роки незалежності.

З діаграми видно, що рівень свободи виборів в Україні є надзвичайно високим, можливо найвищим у Європі. Найнижчим цей рівень був на перших виборах в новітній історії України. На мою думку, це зумовлювалось інерцією мислення виборців, а також і кандидатів, внаслідок ще недавнього радянського минулого. Відносно малим цей рівень був і на виборах у 1914 р. Тоді на Україну насувалася неминуча війна з Російською федерацією. Бажаючих очолити державу в цей трагічний для України час було порівняно небагато. Вибори у два тури були б занадто небезпечними для країни. Відповідальність виборців за долю держави визначила саме такий результат. Один із кандидатів впевнено переміг уже в першому турі.

Найвищим рівень свободи виборів був на останніх виборах 2019 року. Тут вибори відбулися в два тури. Кількість кандидатів була безпрецедентно високою. Переможець другого туру у першому набрав лише трохи більше тридцяти відсотків голосів виборців.

Якщо ж прослідкувати всі президентські вибори у незалежній Україні, то спостерігається чітка тенденція до зростання рівня свободи виборів.



Другим вагомим результатом президентських виборів є те, що потенціал влади, отриманої переможцем виборів, є доволі невеликим, можливо найменшим у Європі, і цей потенціал має тенденцію до зменшення. Тобто, чим вільнішими є вибори, тим менше делегованої виборцями влади опиняється в руках переможця. Рівень свободи виборів – це рівень реальної влади народу. Потенціал влади – це, по суті, реальна влада переможця. Якщо ж переможець забуває про межі своєї влади, то неминучим є повстання народу з трагічними наслідками для узурпатора. Такий досвід уже є в нещодавній українській історії.

Результати голосування по Україні

Вибори Президента України. Повторне голосування 26.12.2004



Чергові вибори
Президента України
31.10.2004



Повторне голосування
виборів Президента
України 21.11.2004



Повторне голосування
виборів Президента України
26.12.2004

% оброблених протоколів по Україні	100.00
Кількість виборців, які взяли участь у голосуванні по Україні	29 068 971
% виборчих бюлетенів, визнаних недійсними по Україні	1.45
% виборців, які не підтримали жодного кандидата	2.34

Кандидат	Графік	% ЗА	Голосів ЗА
Ющенко В. А.		51.99	15 115 712
Янукович В. Ф.		44.20	12 848 528

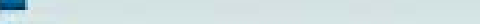
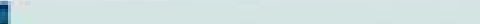
Результати голосування по Україні

Вибори Президента України 17.05.2004

Чергові вибори Президента України 17.05.2004

% оброблених протоколів по Україні	100.00
Кількість виборців, які взяли участь у голосуванні по Україні	24 589 257
% виборчих бюлетенів, визнаних недійсними по Україні	1.64
% виборців, які не підтримали жодного кандидата	2.38

Кандидат	Графік	% ЗА	Голосів ЗА
Янукович В. Ф.		35.37	8 686 370
Тимошенко Ю. В.		25.25	6 159 609
Тимошенко С. М.		21.86	5 371 857
Лещенко А. П.		6.08	1 511 748
Медведчук В. А.		5.45	1 341 500
Озарковський М.		3.78	932 500
Лещенко В. М.		2.38	588 888
Тимошенко В. В.		1.49	366 282
Григоренко А. С.		1.28	316 422
Богословська Л. Л.		0.41	102 425
Мороз В. Ф.		0.38	95 368
Востренко Ю. І.		0.32	80 378
Сурженко В. П.		0.19	47 248
Примаченко В. В.		0.18	45 000
Пайтун В. В.		0.14	35 475
Ратушняк С. П.		0.12	30 706
Воробей П. В.		0.05	14 891
Воробей О. В.		0.03	7 704

Результати голосування по Україні			
Позачергові вибори Президента України 25 травня 2014 року			
 Позачергові вибори Президента України 25.05.2014			
% опрацьованих протоколів по Україні		100,00	
Кількість виборців, які взяли участь у голосуванні по Україні		19 019 458	
% виборчих бюлетенів, визначено надійшлими по Україні		1,35	
Кандидат	Графік	% голосів виборців, поданих за кандидата	Кількість голосів виборців, поданих за кандидата
Порошенко П. О.		64,70	9 856 976
Тимошенко Ю. В.		12,81	2 309 812
Лішко С. П.		8,32	1 590 349
Грищенко А. С.		5,48	989 028
Тішко С. П.		5,23	943 451
Добан М. М.		3,03	548 138
Рефлюсов В. З.		2,25	406 369
Богомоць С. В.		1,91	340 306
Степанюк П. М.		1,51	272 858
Талашей О. Я.		1,16	210 504
Ірван Д. А.		0,75	127 818
Грищенко А. В.		0,40	73 277
Вондатов В. І.		0,38	69 569
Бойко Ю. А.		0,19	36 927
Малюк М. Г.		0,13	24 040
Курцман Р. Р.		0,10	19 689
Куйбидя П. С.		0,05	12 392
Клименко О. І.		0,05	10 545

Вибори Президента України: результати голосування по Україні в 2004 р. (II тур), 2010 р. (I тур), 2014 р. (I тур), 2019 р. (I тур) (джерело: скріншоти з веб-сайту Центральної виборчої комісії України)

Вибори Президента України 2019 Центральна виборча комісія			
			
% опрацьованих протоколів по Україні		100,00	
Кількість виборців, які взяли участь у голосуванні по Україні		18 983 964	
% виборчих бюлетенів, визначено надійшлими по Україні		1,18	
Кандидат	Графік	% голосів виборців, поданих за кандидата	Кількість голосів виборців, поданих за кандидата
Зеленський Володимир		30,24	5 714 836
Порошенко Петро		15,95	3 014 409
Тимошенко Юлія		13,40	2 532 452
Бойко Юлія		11,67	2 206 216
Григорук Аноколія		6,81	1 306 450
Сенченко Ірина		6,04	1 141 332
Лішко Олег		5,48	1 036 903
Волош Олександр		4,15	784 274
Возв'язюк Євген		1,62	307 264
Тимошенко Юлія		0,82	157 603

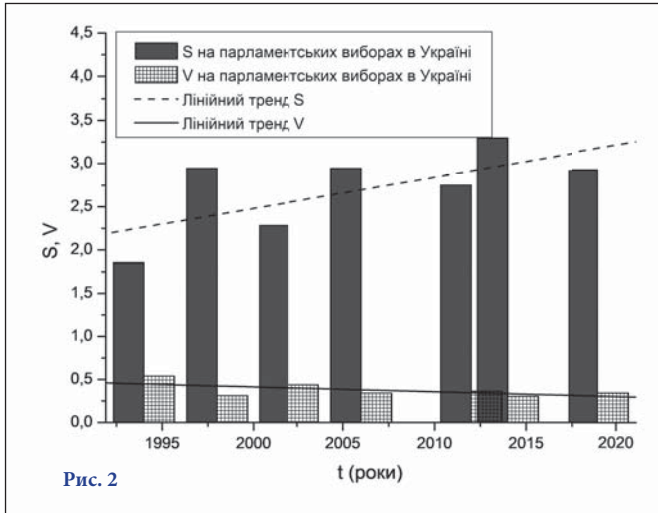


Рис. 2

На рис. 2 наведені аналогічні результати парламентських виборів в Україні за роки незалежності.

Рівень свободи на парламентських виборах також доволі високий і добре корелює з рівнем свободи президентських виборів (рис. 2). Він також має тенденцію до зростання. Найнижчою свобода виборів була на перших парламентських виборах у 1994 році, що узгоджується з найнижчим показником президентських виборів. Проте найвищою вона була у найважчий для України 2014 рік. Реальні шанси на перемогу отримала більша кількість політичних партій, а голоси рівномірніше, ніж на інших парламентських виборах, розподілилися між ними. Обравши у травні місяці президента український виборець на патріотичній хвилі завів у парламент величезну кількість національно свідомих депутатів. Зайшли також і партії, що за інших умов не мали такого шансу. У парламенті не з'явилося великої кількості депутатів від окупованих Російською федерацією областей України, традиційно ортогональних до українських цінностей. Ще ніколи парламент не працював так ефективно, як у період від 2014 до 2019 року.

ПРЕЗИДЕНТСЬКІ І ПАРЛАМЕНТСЬКІ ВИБОРИ В РОСІЙСЬКІЙ ФЕДЕРАЦІЇ

Українські вибори найдоцільніше порівнювати з виборами у країнах, що виникли на руїнах Радянського Союзу. Важливим фактором тут є спільність стартових політичних і економічних умов. Також важливим вирівнюючим фактором є менталітет радянської людини, наявний у всіх, навіть у представників найвіддаленіших куточків колишнього Радянського Союзу на момент його розвалу. Якби в результаті виборів у різних країнах виявили суттєві відмінності, то ці відмінності, у першу чергу, були б зумовлені відмінностями етнічного походження.

Вибір Російської федерації як об'єкту для порівняння є цілком зрозумілим з різних міркувань. Безумовно, було би вкрай доцільно провести порівняльний аналіз стосовно всіх країн, що утворилися на території колишнього Радянського Союзу, але це вже матеріал для інших публікацій. Результати виборів у Російській федерації також легко доступні з інтернету і ми не робитимемо на ці результати спеціальних посилань.

З рис. 3 видно, що рівень свободи президентських виборів у Російській Федерації відразу стартував з доволі

високого рівня у 1991 році. У 1996 році він досяг максимуму, а останні майже двадцять років він демонструє очевидну тенденцію до зменшення. Безпосередніми причинами такої поведінки рівня свободи виборів є як зменшення кількості кандидатів, так і збільшення нерівномірності розподілу голосів між ними. Тобто велика кількість кандидатів отримує символічно малу кількість голосів, зате один з кандидатів отримує безпрецедентно високу їх кількість.

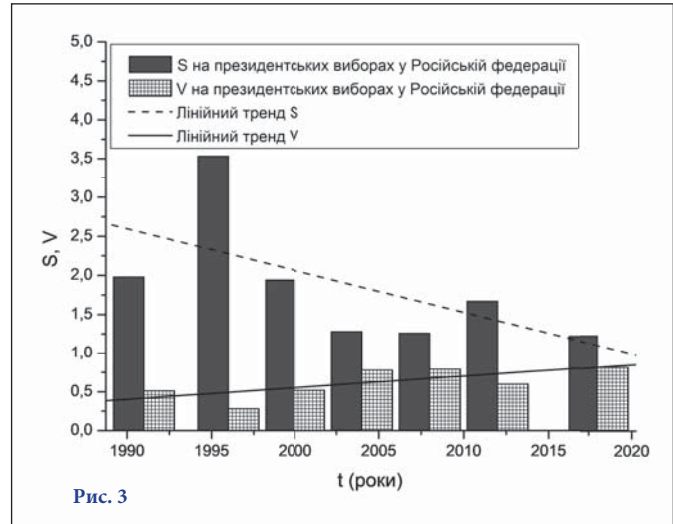


Рис. 3

Цікавою є тенденція до суттєвого збільшення потенціалу влади президента в Російській федерації за останні двадцять вісім років. Стартувавши з рівня, характерного для інших демократичних країн, вона швидко збільшилась до рівня, який можна назвати «авторитарним».

Результати парламентських виборів у Російській федерації подаються на наступній діаграмі (рис. 4).

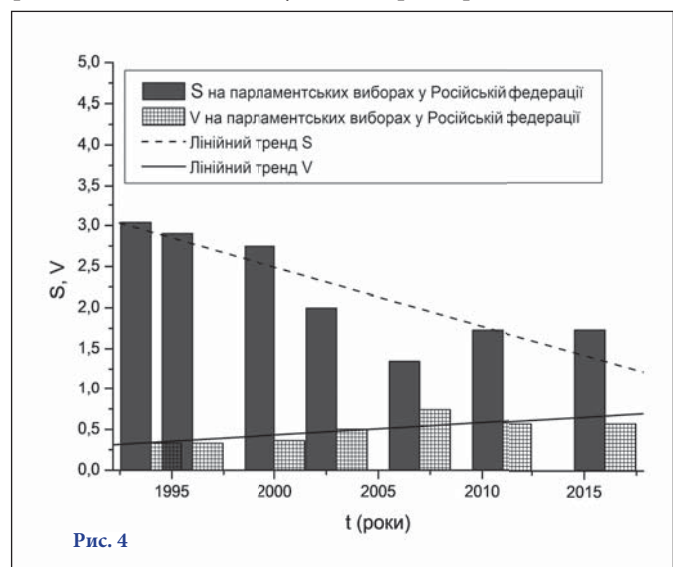


Рис. 4

Ця діаграма демонструє високий рівень свободи парламентських виборів у Російській федерації у 1994, 1996, 2000 роках, проте демонструє також і потужну тенденцію до зменшення цього рівня за всі проаналізовані роки. Спостерігається також сильна кореляція між результатами президентських і парламентських виборів. Така кореляція, як і на прикладі України, свідчить про об'єктивний характер процесу виборів для кожного народу, як би вибори не називалися. Тобто характер виборів є відбитком менталітету того чи іншого народу, його засадничих етнічних цінностей.

ПОРІВНЯННЯ ВИБОРІВ В УКРАЇНІ І РОСІЇ

Тільки порівняння результатів виборів у різних країнах дає можливість визначитися з нашим власним місцем у сучасному світовому політичному процесі. На рис. 5 таке порівняння наведено для президентських виборів в Україні і Російській федерації.

З діаграми видно, що рівень свободи виборів у 1991 році стартував в обох країнах практично з одного рівня. Це однозначно можна пояснити інерцією мислення українців і мешканців Російської федерації. Покоління виборців у обох країнах цілком сформувалися в умовах однієї політичної реальності – Радянському Союзу. Але з часом розбіжності почали наростати. Це відбувалося в міру того, як до виборчих урн в Україні почали приходити покоління виборців, які сформувалися політично (або навіть і народилися) в незалежній українській державі. Відповідно почала суттєво зменшуватися з природних причин кількість виборців, світогляд яких сформувався у Радянському Союзі. Така ж еволюція почалася і серед виборців Російської федерації, але у прямо протилежному напрямку. Складається враження, що радянське виховання було певним компромісом для різноманітних етнічних груп, що населяли Радянський Союз. Розпад Радянського Союзу був водночас і зникненням цього компромісу. Далі почалася еволюція кожної етнічної групи до свого, характерного саме їй, ментального світосприйняття. У результаті ми отримали на останніх президентських виборах в Україні найвищий за всю її історію рівень свободи вибору, а відповідно на президентських виборах у Російській федерації – найнижчий. При цьому ці результати відрізняються у рази.

На наступній діаграмі (рис. 5) наведено порівняльний аналіз президентських виборів у обох країнах.

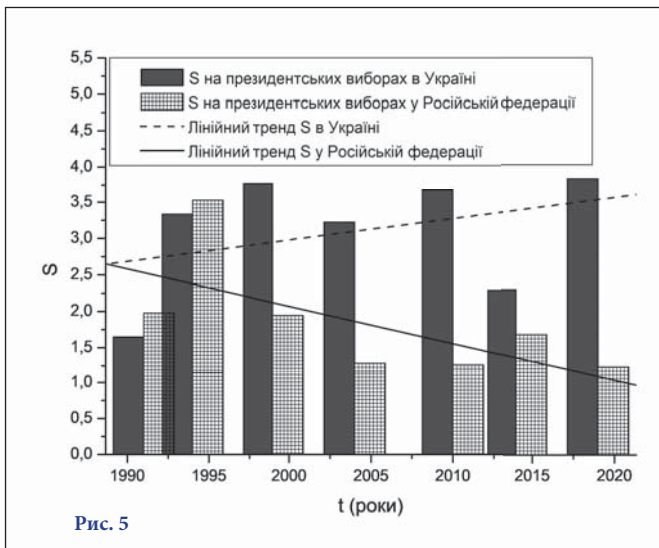


Рис. 5

В Україні порівняно з Російською федерацією свобода парламентських виборів також суттєво відрізняється на користь більшої свободи виборів. Для України спостерігається чітка тенденція до зростання свободи виборів, для Російської федерації – чітка тенденція до її зменшення. Проте є і певні відмінності. Свобода парламентських виборів у Російській федерації стартувала з вищих, порівняно з Україною, значень. Тенденція до суттєвого зменшення свободи парламентських виборів у Російській федерації стала виразною за останні двадцять років, коли помітно зросла концентрація влади в руках президента. Як і у випадку президентських виборів, результати всіх останніх парламентських виборів в обох країнах (рис. 6) суттєво відрізняються між собою на користь суттєво більшої свободи виборів в Україні.

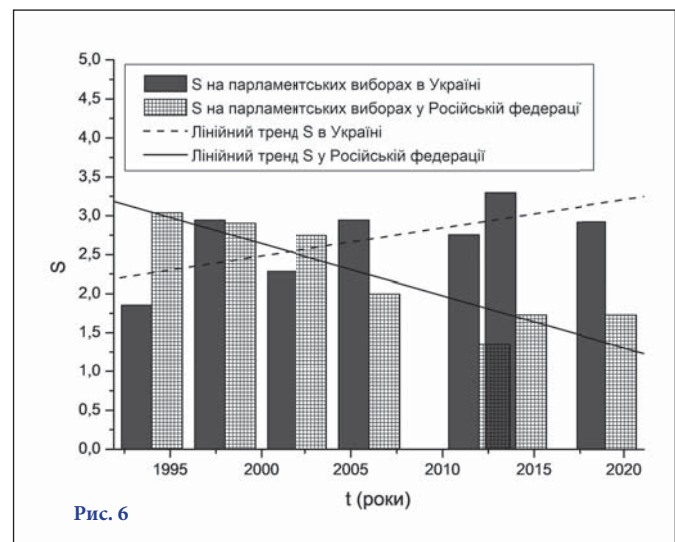


Рис. 6

З наведеного порівняльного аналізу президентських і парламентських виборів в Україні і Російській федерації випливає твердження, що суттєва відмінність результатів виборів в обох країнах протягом майже тридцяти років свідчить про суттєву ментальну відмінність українців і мешканців Російської федерації. Скоріше за все, ця відмінність запрограмована на генетичному рівні.

Сама можливість помітити й проаналізувати найдрібніші деталі як президентських, так і парламентських виборів у обох країнах на рівні чисел свідчить про те, що формули, запропоновані мною для кількісного аналізу виборів, є ефективним інструментом кількісного дослідження даного політичного процесу. Очевидно, подібний підхід можна застосувати для кількісного аналізу й інших аспектів політичного життя нашої країни.

Висловлюю щире подяку колегам за плідне обговорення результатів статті [9], а також **Юрію Івановичу Радковцю** не тільки за корисні обговорення, але і за саму ідею застосування математичного апарату до аналізу політичних процесів. ■

Література

1. Больцман Л. Избранные труды. Ч. 1. М.: Наука, 1984. 446 с.
2. Больцман Л. Очерки по методологии физики. М.: Гостехиздат, 1929. 324 с.
3. Больцман Л. Кинетическая теория материи. М.: Гостехиздат, 1939. 424 с.
4. Больцман Л. Лекции по теории газов. М.: Гостехиздат, 1953. 356 с.
5. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Иностранная литература, 1963. 830 с.

6. Shannon C.E. A Mathematical Theory of Communication. Bell System Technical Journal. 1948. V. 27. P. 379–423.

7. Shannon C.E. Communication in the presence of noise. Proc. Institute of Radio Engineers, Jan. 1949. V. 37, № 1. P. 10–21.

8. Швець В. Т. Теорія ймовірностей і математична статистика. Одеса: ВМВ, 2014, 200 с.

9. Швець В. Т. Інформаційна ентропія і свобода вибору. Conference proceeding. Part I. XII International scientific and practical conference: Information technologies and automation. 2019. October 17–18, Odessa. P. 22–25.