

ДИВОВИЖНЕ У ДИВОВИЖНОМУ.

Ультрахолодні квантові гази: унікальні ефекти, новітні технології та завдання



Юрій Слюсаренко
доктор фіз.-мат. наук, професор,
член-кореспондент НАН України,
зав. відділу статистичної фізики
та квантової теорії поля
Інституту теоретичної фізики
ім. О.І. Ахієзера ННЦ ХФТІ,
м. Харків



Андрій Сотников
канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співр.
відділу статистичної фізики
та квантової теорії поля
Інституту теоретичної фізики
ім. О.І. Ахієзера ННЦ ХФТІ,
м. Харків

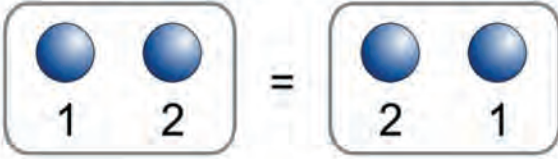
Уже понад сторіччя світове наукове товариство спирається на відкриті закони квантового світу з метою здобуття нових знань та їх використання для технічного прогресу людства. Слід зазначити, що широкий загал, який цікавився науковими аспектами розвитку суспільства, досить тривалий час мусив усвідомлювати, власне, самі відкриті закони мікросвіту та звикати до них, оскільки навіть їх формулювання було незвичним, певною мірою дивовижним. Хоча б тому, що такі формулювання вимагали залучення понять імовірності, яка закладена в основу квантової механіки, на відміну від звичних детерміністських фізичних законів-попередників. Зусилля науковців за ці роки увінчалися неабиякими успіхами. Зокрема, на даний час вважається, що у випадку, коли об'єктом досліджень є окрема частинка (або елементарна частинка, або ядро, або атом чи молекула), більшість квантових процесів у конкретних системах із наданими параметрами може бути змодельовано, розраховано та передбачено, принаймні з використанням сучасних обчислювальних методів. Але, ризикнемо зазначити, що такі дослідження, попри їх дещо романтичне звучання, цікавими могли бути, скоріш за все, для вчених, які працювали у відповідних галузях фізики, хімії, техніки чи тісно з ними пов'язаними.

Зовсім по-іншому виглядає ситуація у випадку, коли мова заходить про прояв квантових ефектів у системах багатьох частинок. З одного боку, квантова система багатьох частинок стає набагато складнішою або навіть неймовірно складною для послідовного теоретичного опису щодо перших принципів. З другого боку, такі ускладнення супроводжуються та компенсуються тими обставинами, що саме поле досліджень стає набагато ширшим та цікавішим, з'являються колективні квантові ефекти, що роблять систему дивовижною, унікальною за властивостями, які не спостерігаються більше ніде в природі. Яскравими прикладами такого прояву квантових властивостей речовини на макрорівні є явища феромагнетизму, надплинності, надпровідності. Незважаючи на багатолітню історію як теоретичних, так і експериментальних досліджень таких явищ, багато їх аспектів чи механізмів досі залишаються недостатньо зрозумілими й слугують предметом запеклих наукових дискусій по всьому світу. Узяти хоча б явище високотемпературної надпровідності! Причина такого стану речей саме в зазначеній складності таких систем для послідовного опису на мікроскопічному рівні.

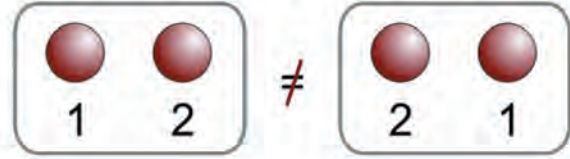
Але можна подякувати Творцеві за те, що серед вражаючого переліку квантових систем існують і такі, що можуть демонструвати дивовижні властивості в зазначеному сенсі, залишаючись, однак, достатньо простими для опису й передбачення існування в них

Властивості хвильової функції

бозони: $\psi(1, 2) = \psi(2, 1)$

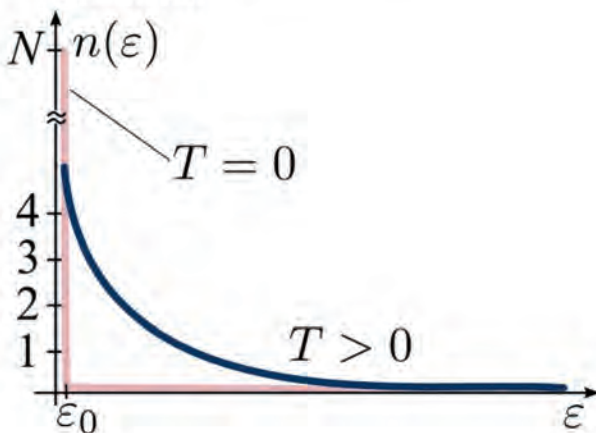


ферміони: $\psi(1, 2) \neq \psi(2, 1)$



Функція розподілу ідеального газу за енергетичними станами

бозони:



ферміони:

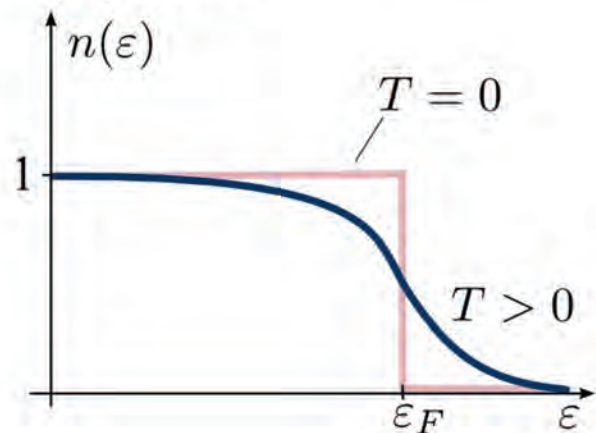


Рис. 1. Порівняння властивостей бозонів і ферміонів

нових “сенсаційних” явищ, можливих і в складних системах. Тим самим, такі середовища можуть слугувати певними моделями для вивчення властивостей середовищ більш складних. Мова йде про новітні на даний час системи — *ультрахолодні квантові гази*, які можуть послужити зручним плацдармом як для здобуття нових знань про речовину за надзвичайних умов, так і для технологій та завдань майбутнього. Із наведеного прикладу стане зрозуміло, чому й самі ультрахолодні квантові гази є дивовижними системами, а не тільки явища в них.

Шлях завдовжки в 70 років

Відправним пунктом в історії квантових газів можна вважати 1924—1925 роки, коли *Альберт Ейнштейн*, базуючись на роботі індійського фізика *Шатьєн-драната Бозе*, теоретично показав можливість квантового колективного ефекту — конденсації в газі частинок, що не взаємодіють між собою [1]. Необхідною умовою для цього була належність цих частинок до різновиду статистики, наведеної Бозе [2]. Пізніше було показано, що такими є тотожні частинки, хвильова функція яких симетрична, тобто не змінюється при перестановці будь-яких двох частинок із системи. Самі частинки були названі *бозонами*, а квантова статистика, що їх описує, — *статистикою Бозе-Ейнштейна*.

Трохи пізніше, а саме в 1926 році, було виведено іншу статистику для квантових газів — *статистику Фермі—Дірака*, яка описувала протилежний, до наведеного вище, випадок, а саме — частинки з антисиметричною хвильовою функцією [3, 4]. Ці частинки (названі пізніше *ферміонами*) в багатьох випадках мають діаметрально протилежні властивості, порівняно з бозонами, без додаткових умов не утворюють конденсат, а натомість утворюють структури, названі “*Фермі морями*” та “*Фермі поверхнями*”. Обидві статистики однаково важливі та їх обох достатньо для опису всіх систем, де проявляються квантові ефекти (за винятком дуже специфічних випадків, де можуть існувати також *аніони* [5]); основні властивості ідеальних газів, складених із бозонів і ферміонів, схематично зображено на рис. 1.

Пізніше, в 40—50 роках ХХ ст., теорію квантових газів успішно розвинули такі видатні вчені як *М. Боголюбов*, *Л. Ландау*, *Дж. Бардін*, *Л. Купер*, *Дж. Шріффер* та інші. Але, незважаючи на розвиток теорії, прямого експериментального підтвердження зі застосуванням, насамперед, квантових газів бракувало.

Основною причиною цього є той факт, що колективні квантові ефекти в усіх звичних речовинах мають прояв за таких низьких температур, коли газова фаза є нестабільною, а речовина має тенденцію

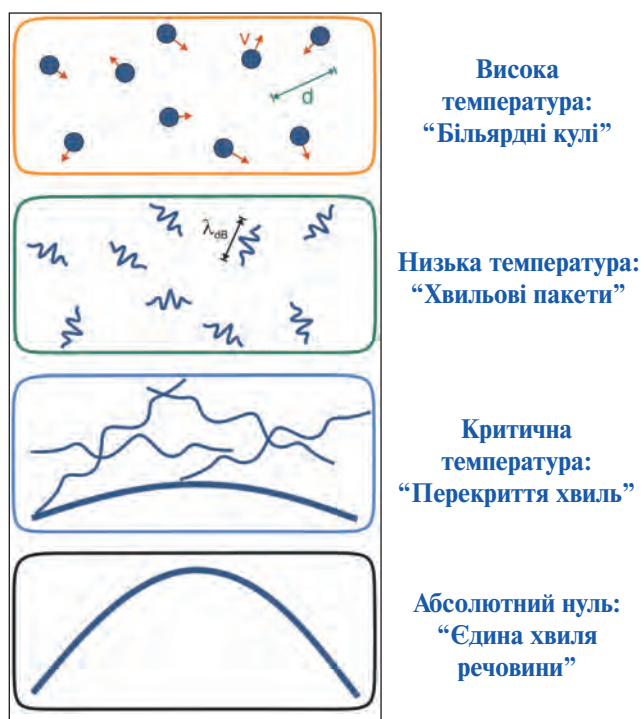


Рис. 2. Зображення змін хвильових властивостей газів із пониженням температури (на прикладі бозонів).

Адаптовано з [8]

переходити в твердий стан. Це призводить до необхідності додатково розріджувати гази в спеціальних вакуумних камерах, що, на жаль, ще більше зменшує характерні температури, за яких проявляються квантові ефекти. Останній факт зумовлено тим, що відстань, необхідна для перекриття хвильових пакетів частинок, збільшується із розрідженням, що потребує зменшення температури газу, яка пов'язана з довжиною хвилі де Бройля (див. рис. 2).

Незважаючи на істотні перепони, усі технологічні труднощі вдалось подолати завдяки розвитку техніки лазерного охолодження атомів. Наприкінці 80-х — першій половині 90-х років ХХ сторіччя науковці почали ефективно використовувати лазери для доплерівського, сизифового та випарувального охолодження, а також, за допомогою спеціальної конфігурації, — для оптичних пасток. Ці техніки зумовили справжній прорив у досягненні наднизьких температур, додатковим доказом чого є Нобелівська премія з фізики 1997 року основним “піонерам” напряму лазерного охолодження: *С. Чу, К. Коену-Тануджи* та *В. Філінсу* [6].

Щодо основного доказу справедливості теорій — безпосереднього спостереження явища Бозе—Ейнштейнівської конденсації (БЕК) у газі атомів, це стало можливим у 1995 році завдяки двом експериментальним групам із США, які незалежно продемонстрували цей ефект у парах атомів рубідію та натрію. Лідери цих експериментальних груп, *Е. Корнелл* та *К. Віман* із університету Боулдера та *В. Кеттерле* з Массачусетського технологічного інституту, 2001 року отримали Нобелівську премію за це досягнення [7, 8]. Сам конденсат, отриманий цими групами, став системою з найнижчою температурою, досягнутою

людством, яку, до речі, неможливо знайти в навколишньому всесвіті (див. рис. 3).

Це досягнення не тільки поставило крапку в дебатах зі скептиками теорій, що ґрунтуються на квантовій статистиці, але дало значний поштовх й відкрило зовсім нові напрями в експериментальних та теоретичних дослідженнях ультрахолодних квантових газів, про які зазначимо далі.

Уповільнення електромагнітних хвиль. Вморожене світло — зупинка за вимогою

Ми звикли, що світло навкруги нас рухається з неймовірною швидкістю, тобто це завжди нестримний та невлотимий об’єкт — йому достатньо 8 з половиною хвилин, щоб дістатися від Сонця до нас, а за секунду воно може сім разів “обігнути” земну кулю. Необхідно зауважити, що таку швидкість має світло, коли воно рухається у вакуумі або в повітрі. Насправді, ситуація кардинально не змінюється у відомих оптично густих речовинах (якщо, звісно, брати прозорі матеріали): наприклад, найбільшого уповільнення світло зазнає в діаманті, де воно рухається у 2,4 рази повільніше, ніж у повітрі.

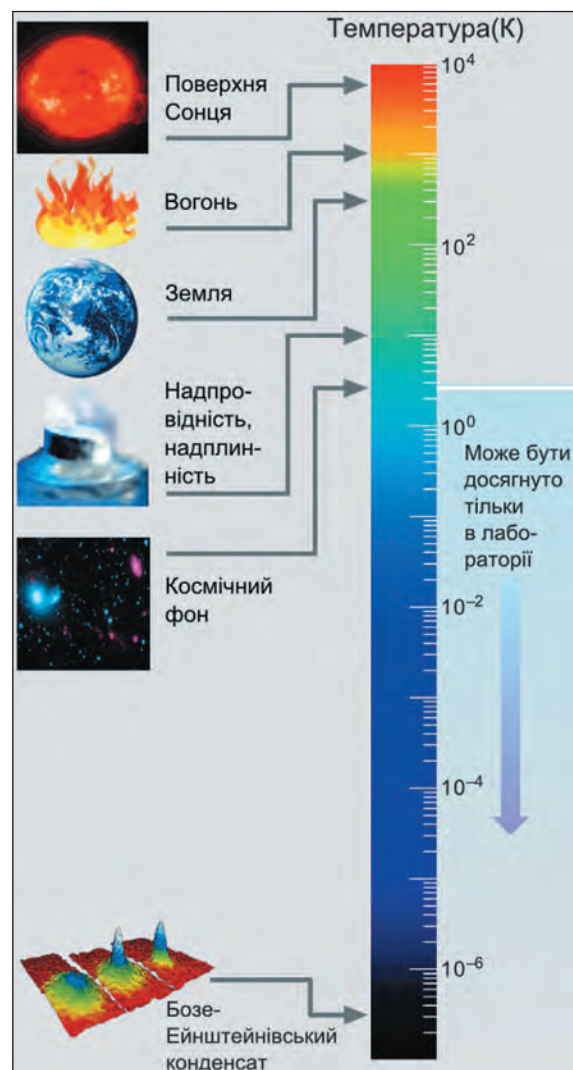


Рис. 3. Логарифмічна шкала температур з відповідними фізичними об’єктами та явищами

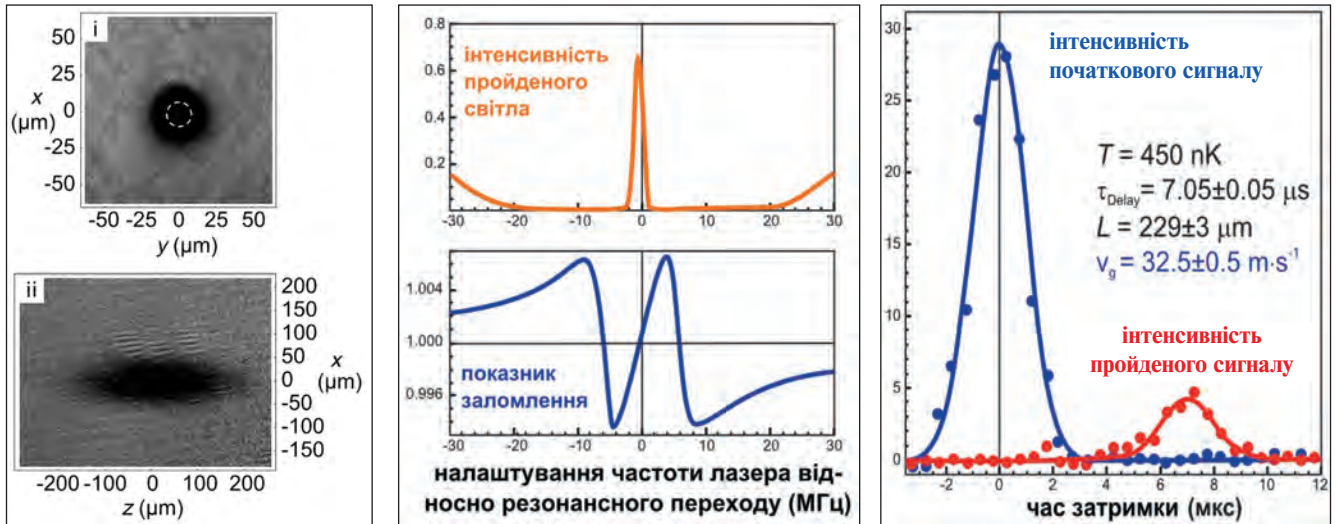


Рис. 4. Деталі експерименту з уповільнення світла: фотознімки атомної хмари у стані з БЕК, дисперсійні властивості та реєстрація уповільнення світла. Адаптовано з [9]

Однак, у 1999 році було опубліковано результати експериментів [9], де світло вдалося сповільнити до швидкості 17 метрів за секунду, тобто майже в 20 мільйонів разів (рис. 4). І це вдалося зробити не в якійсь дуже густій рідині або кристалі, а навпаки — у розрідженій парі натрію. Ці розріджені гази практично прозорі для світла усього оптичного діапазону, за винятком окремих частот, де світло резонансно взаємодіє з речовиною, ініціюючи переходи між внутрішніми квантовими станами атомів. У межах цих частот показник заломлення теж є близьким до одиниці, але він дуже залежить від частоти, тобто система має сильну дисперсію (рис. 4). Це дуже істотно впливає на групову швидкість сигналу, бо чим більша дисперсія, тим сильніше уповільнюється сигнал. У частинах із сильною дисперсією, зазвичай, є істотне поглинання сигналу, але цьому вдалось запобігти в експерименті за допомогою явища електромагнітно-індукованої прозорості.

Необхідною умовою в експерименті з уповільнення світла в газі були ультранизькі температури, за яких цей газ перебував у стані з Бозе—Ейнштейнівським конденсатом. Цей стан для зазначеного ефекту є вкрай потрібним, бо атоми усього газу реагують зі світлом як єдине ціле, а не відокремлено чи маленькими групами, як у звичайних матеріалах. Кількість атомів у стані БЕК в сучасних експериментальних установках, зазвичай, налічує мільйон або декілька мільйонів, тому й ефект уповільнення посилюється в пропорційну кількість разів.

Насправді, наведені дані не є межею фізичних можливостей уповільнення світла в ультрахолодних газах. Наприклад, у подальших теоретичних дослідженнях в Україні було запропоновано використовувати мікрохвильове випромінювання, налаштоване на заборонені дипольні переходи в атомах, що надало б можливість уповільнити електромагнітні хвилі до швидкостей близько 1 см/с [10]. Також доведено, що ультрахолодні квантові гази дуже чутливі до зміни зовнішнього магнітного поля: при його зміні на частки гауса (менш ніж інтенсивність поля Землі)

групову швидкість лазерних променів у БЕК може змінюватися у десятки разів [11]. Завдяки цьому можна запропонувати механізми управління явищем уповільнення світла за допомогою зміни зовнішнього магнітного поля.

Більше того, тією ж експериментальною групою з Гарварда було показано можливість “зупиняти” світло [9]. Для цього треба використовувати додатковий лазер, який за потреби робить газ атомів прозорим або непрозорим для основного лазера (явище електромагнітно-індукованої прозорості). Далі, коли вже сигнал основного лазера проходить крізь газ і дуже сильно сповільнюється, додатковий лазер вимикають та роблять газ непрозорим. Сповільнене світло при цьому всередині ефективно “вморожується” у квантові стани атомів, бо поширюється воно тільки за наявності додаткового лазера. Надалі, через необхідний проміжок часу, додатковий лазер знову вмикається, що приводить до прозорості газу та “визволення” світлового сигналу.

Зазначмо, що дивовижні ефекти в Бозе—Ейнштейнівському конденсаті, звичайно, не вичерпуються вже описаними і, напевно, будуть поповнюватися й надалі. Наприклад, у [12] показано, що заряджена частинка при проходженні її через газ із Бозе-конденсатом за певних умов не гальмується, як це буває зазвичай, а навпаки, може прискорюватися!

Існують також оптимістичні прогнози використання описаних ефектів для побудови нових технологій для оптичних ліній затримки, надчутливих детекторів магнітних полів, фільтрації електромагнітних сигналів [13], або навіть застосування у системах квантових обчислень [14].

Конденсат фотонів для побутових потреб

Для завершеності ж загальної картини суто академічних досліджень довгий час не вистачало експериментальної реалізації явища Бозе-конденсації фотонів. Якщо б ми спитали науковців, тих же *Бозе* та *Ейнштейна* або їх послідовників, навіть ще 10 років

тому, чи можливо конденсувати фотони (бо вони теж є бозонами), відповідь була б однозначною — ні. Причин такого стану речей було декілька й вони досить очевидні, принаймні, для спеціалістів. Справді, коли мова йде про Бозе-конденсацію, в першу чергу звично розглядається можливість такого явища у газах як найпростіших фізичних системах. Як уже було зазначено, саме в таких системах умови конденсації й були вперше досягнуті експериментально. Для реалізації такого стану в газі бозонів необхідно, щоб частинки мали масу, а їхнє загальне число в системі зберігалось. Але, як відомо, у вакуумі маса фотонів дорівнює нулю. Крім того, для досягнення умов

Бозе-конденсації потрібно мати змогу знижувати температуру системи. Важко запропонувати спосіб зниження температури у газі, що складається тільки із фотонів, навіть якщо не ставити питання, як створити таку систему. Отже, стає зрозумілим, що надати фотонам ефективної маси й знизити температуру фотонного газу можна тільки в тому випадку, коли фотони взаємодіють зі середовищем. Однак при цьому необхідно навчитися компенсувати втрати фотонів за рахунок поглинання їх середовищем зі зниженням температури.

Усі перераховані перешкоди вдалося подолати відносно недавно [15]. У простих, але тонких і вишуканих, експериментах під керівництвом *Мартіна Вайтца* в 2010 році було здобуто стан із Бозе-конденсатом вільних фотонів у мікропорожнині, заповненій флуоресцентним барвником та оточеній системою дзеркал (рис. 5). Фотони накачували до системи лазером. Їх багаторазове поглинання та випромінювання фарбником дозволило досягнути “термодинамічної рівноваги” фотонів із речовиною. Віддзеркалення ж фотонів системою дзеркал дозволило підтримувати їх кількість сталою. Крім того, все це зробило можливим фотонам набутися ефективної маси. Надалі, залишилось тільки технічно досягти режиму, коли цих фотонів є досить багато у просторі для формування конденсату Бозе-Ейнштейна. Експериментальна реалізація Бозе-конденсації фотонів у такій системі в науковому середовищі відразу породила епітети: “прорив”, “маленька сенсація” тощо. Це було пов’язано не тільки із самим фактом отримання конденсату фотонів, але і з давнім його очікуванням, а також із тією обставиною, що умови Бозе-конденсації фотонів були досягнуті за кімнатної температури, тобто без використання додаткових, досить складних технік охолодження, як у випадку атомарних газів.

Крім того, відразу почали відзначати можливість практичних застосувань реалізованого явища. Наприклад, із погляду зору збирання й фокусування сонячних променів для сонячних батарей за похмурої погоди, створення нових джерел короткохвильового лазерного випромінювання, зменшення розмірів електронних пристроїв (мікрочипів), що може зумовити побудову потужніших комп’ютерів нового покоління тощо.

Зрозуміло однак, що сучасний стан досліджень потребує також продовження й “академічних” досліджень за низкою напрямів. Наприклад, чи можливе досягнення умов Бозе-конденсату фотонів в інших середовищах, ніж ті, де він спостерігався в експерименті? Або: Чи можливе співіснування бозе-конденсатів атомів і фотонів, наприклад, в атомарних газах? Саме для останніх згаданих середовищ позитивні відповіді було надано в роботах [16,17], виконаних в Україні. Більше того, в роботі [17] було наведено умови, за яких співіснування бозе-конденсатів фотонів і атомів у розріджених газах може виглядати як зупинка світла у бозе-конденсаті атомів, про що вже згадувалося.

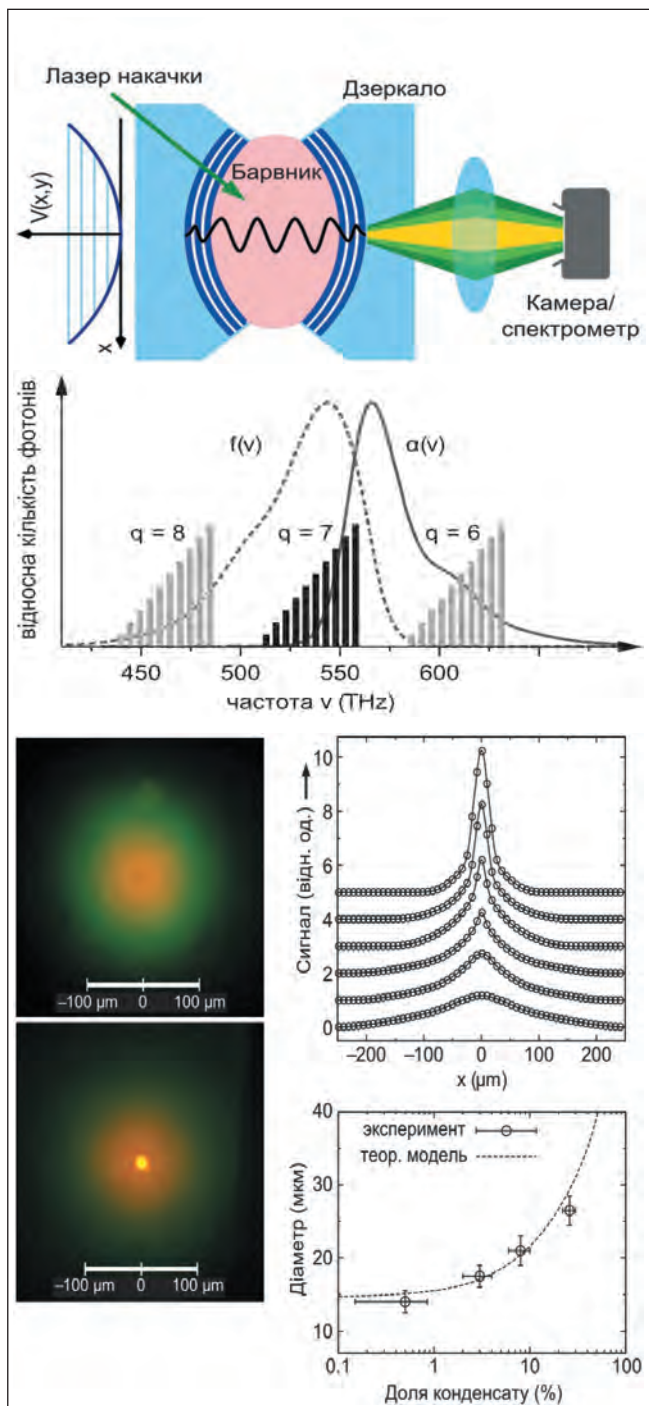


Рис. 5. Деталі експерименту з конденсації фотонів. Адаптовано з [15]

Життя атомів за ґратами

Повернімося, однак, до ультрахолодних атомів. Виявилось, що багатьом науковцям недостатньо утримувати атоми в спеціальних пастках за екстремально низьких температур, вони ще й сконструювали за допомогою зовнішніх лазерів спеціальні ґратки (оптичні ґратки) для них усередині цих пасток. Але ж це, звісно, не просто примха або якийсь дивний прояв “наукових репресій”. Річ у тому, що атоми в оптичних ґратках реалізуються в дуже зручну модель кристалу.

Але, порівняно із твердими тілами, ці системи є абсолютно “чистими” — вони позбавлені домішок, дефектів та неконтрольованого впливу зовнішніх факторів. У той же час, багато параметрів таких систем доволі легко контролювати, наприклад, висоту й тип періодичного потенціалу, кінетичну енергію (тунелювання між вузлами ґратки) та силу взаємодії між атомами, що контролюються інтенсивністю зовнішніх лазерів, їхнім розташуванням та інтенсивністю додаткового магнітного поля незалежно один від одного. Також, за наявності такої потреби, за допомогою додаткових лазерів у систему доволі легко можна додавати дефекти (які завжди є в реальних кристалах).

Таким чином, ультрахолодні атоми в оптичних ґратках — дуже зручні системи для реалізації та безпосереднього вивчення існуючих моделей твердих тіл у кристалічному стані з широким спектром можливостей, при чому всі параметри керовані.

Додатковою особливістю оптичних ґраток є можливість роботи як із бозонами, так і з ферміонами, або навіть їх сумішами, що досить сильно контрастує з можливостями досліджень у твердих тілах, де найбільш частинками є електрони, підпорядковані статистиці Фермі—Дірака. Саме з бозонами в оптичних ґратках у 2001 році уперше було безпосередньо показано квантовий перехід системи багатьох частинок від стану надплинності до локалізованого стану [18], що є аналогом переходу з металічного стану до стану ізолятора в твердих тілах (до так званого стану ізолятора Мотта, механізм утворення якого був наведений в 1937 році). Але, якщо в твердих тілах для того, щоб змінити властивості провідності для конкретного матеріалу, треба дуже ретельно підбирати процент домішок, тиск, напругу та магнітне поле, що навіть при цьому не завжди гарантує необхідний результат, у випадку ультрахолодних атомів квантовий перехід вдається зробити в одній і тій самій системі завдяки зміні лише одного зовнішнього параметру — інтенсивності лазера (рис. 6).

Досить важливим напрямом досліджень в оптичних ґратках тепер є досягнення фаз з магнітним упорядкуванням [19]. Це зумовлено декількома факторами. По-перше, у твердих тілах магнітно-упорядковані фази межують з фазою надпровідності за аналогічних температур. Тобто, отримання таких фаз відкриває можливість ретельного вивчення природи надпровідного стану на системах, де усі параметри є контрольованими.

Це може покласти край дебатам про необхідні “інгредієнти” високотемпературної надпровідності й сприяти вирішенню питання можливості утворення надпровідного стану в твердих тілах за кімнатних температур — так званому “*священному Граалю*” сучасної фізики. По-друге, упорядковані стани є вкрай важливими з точки зору розділів фундаментальної науки, де вивчаються механізми спонтанного порушення симетрії, що, до речі, стосується багатьох галузей фізики від фазових переходів до механізмів утворення всесвіту. І по-третє, оптичні ґратки з упорядкованими станами атомів є дуже привабливими системами для квантових обчислень та елементів атомної електроніки, яка серед науковців та інженерів стає все популярнішою.

Технології майбутнього: квантові комп’ютери та атомна електроніка

Ідея квантового комп’ютера, хоч як це дивно, вже налічує понад 30 років і належить видатним ученим: математику *Юреві Маніну* [20] та фізику *Річардові Фейнману* [21]. Саме вони на початку 1980-х років незалежно один від одного зазначили, що класичні обчислювальні машини при описі квантових систем із багатьма ступенями свободи (великим гільбертовим простором) будуть наражатися на нездоланні труднощі, пов’язані з експоненціальним уповільненням обчислювальних операцій при врахуванні кожного наступного ступеня вільності (що відповідає врахуванню наступної частинки або наступному можливому квантовому стану кожної з частинок системи).

Щоб мати уявлення про обсяг проблеми, зазначимо, що сучасним найпотужнішим комп’ютерним кластером (звісно, класичним) на цей час під силу обчислити поведінку системи, складеної з 20 квантових частинок (з двома квантовими станами: спін \uparrow та \downarrow) та 25 просторових станів (вузлів ґратки) [22]. Додавання ще однієї частинки або стану робить завдання нерозв’язним, тобто дуже довгим для обчислення навіть на суперкомп’ютерах.

Зазначеної проблеми, згідно з *Р. Фейнманом*, можна уникнути, використовуючи простішу квантову систему як обчислювальний центр. Такий квантовий комп’ютер має оперувати квантовими бітами, які відрізняються від класичних тим, що інформація складається не тільки з “1” та “0”, а також і з їхньої лінійної квантової суперпозиції як векторів на одиничній сфері (сфері Блоха), що налічує нескінченну кількість можливих станів. Обчислення на квантовому комп’ютері уповільнюється лінійно з кількістю квантових частинок або станів, що є головною перевагою.

Уже добре вивчено, що квантові комп’ютери можуть бути незалежно побудовані на базі різних систем: іонних пасток, ультрахолодних атомів в оптичних ґратках, фотонних пристроїв (із можливим використанням зазначеної техніки уповільнення світла в БЕК), надпровідних матеріалів та інше.

Кожна з цих систем має свої вади та переваги, однак побудувати процесор із необхідним набором квантових операцій на базі кожної з них є цілком реальним (що, до речі, вже зроблено в модельних зразках [23]). Іншим завданням є поєднання такого процесора з класичними електронними пристроями. Це завдання бере на себе достатньо новий розділ

фізики — *атомтроніка*. Атомтронні пристрої мають забезпечити когерентний потік інформації між електронними пристроями та квантовим комп'ютером. Показано, що Бозе-Ейнштейнівський конденсат атомів у оптичних ґратках може цілком взяти на себе цю місію. Проводяться експерименти, в яких метою є реалізація аналогів діодних пристроїв і

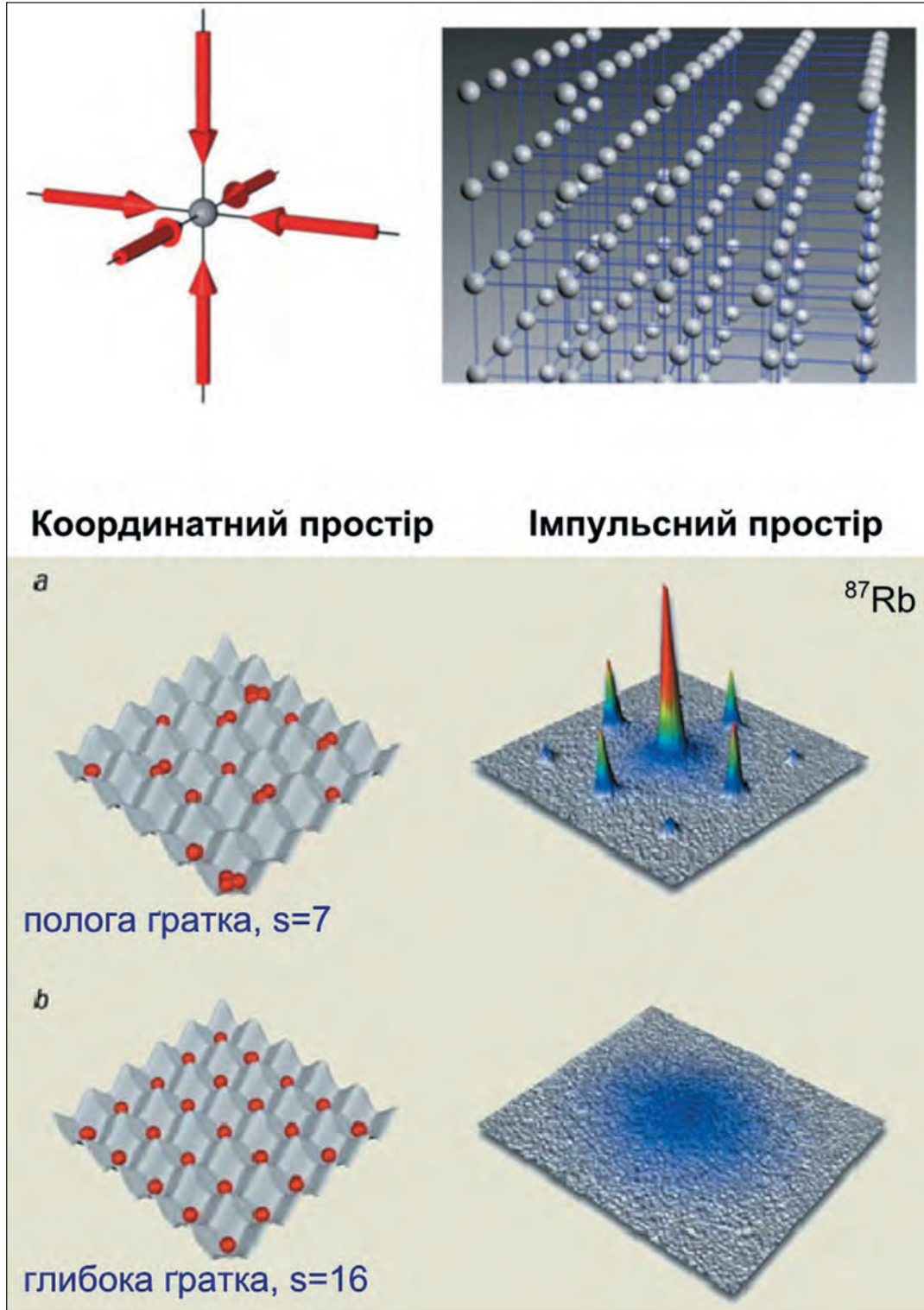


Рис. 6. Зображення утворення тривимірної оптичної ґратки та спостереження переходу надплинний газ — ізолятор в експерименті. Адаптовано з [18]

транзисторів [24], що виступають необхідними складниками конструктивних схем на базі квантових комп'ютерів.

Також досить важливими є результати зі спостереження аналогу магнітного гістерезису в квантових газах [25], що дає змогу будувати пристрої запису, збереження та зчитування квантової інформації. Підсумовуючи, можна сказати, що коли 20 років тому ультрахолодні квантові гази вважалися доволі синтетичною системою, яка здебільшого лише підтверджувала наявні на папері теорії, то тепер з'являється все більше ідей оригінального застосування, що доволі швидко реалізуються в експериментах.

Тому цілком можливо, що в майбутньому ми не зможемо уявляти своє повсякденне життя без оточуючих пристроїв на основі квантових газів, як зараз вже не можемо уявити його, скажімо, без електроніки.

Література

- Einstein A.** (1925). "Quantentheorie des einatomigen idealen Gases". *Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften* 1: 3.
- Bose S.N.** (1924). "Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese". *Zeitschrift für Physik* 26: 178.
- Fermi Enrico** (1926). "Sulla quantizzazione del gas perfetto monoatomico". *Rendiconti Lincei* 3: 145–9.
- Dirac Paul A.M.** (1926). "On the Theory of Quantum Mechanics". *Proceedings of the Royal Society, Series A* 112 (762): 661–77.
- Nayak C., Simon S., Stern A., Freedman M., Sarma S.** "Non-Abelian anyons and topological quantum computation". *Reviews of Modern Physics*, 2008, v. 80, pp. 1083–1–77.
- William D. Phillips** (1997). "Laser Cooling and Trapping of Neutral Atoms". Nobel Lecture.
- Eric A. Cornell and Carl E. Wieman** (2001). "Bose-Einstein Condensation in a Dilute Gas; The First 70 Years and Some Recent Experiments". Nobel Lecture.
- Wolfgang Ketterle** (2001). "When Atoms Behave as Waves: Bose-Einstein Condensation and the Atom Laser". Nobel Lecture.
- Hau L., Harris S., Dutton Z., and Behroozi C.** "Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas". *Nature*, 1999, v. 397, pp. 594–598.
- Slyusarenko Yu. and Sotnikov A.** "Green-function method in the theory of ultraslow electromagnetic waves in an ideal gas with Bose-Einstein condensates". *Physical Review A*, 2008, v. 78, No 5, pp. 053622–1–14.
- Slyusarenko Yu. and Sotnikov A.** "Possibility of controlling the light speed in a Bose condensate by an external static magnetic field". *Physics Letters A*, 2009, v. 373, No 15, pp. 1392–1395.
- Slyusarenko Yu. and Sotnikov A.** "Propagation of relativistic charges particles in ultracold atomic gases with Bose-Einstein condensates". *Physical Review A*, 2011, v. 83, No 5, pp. 023601–1–5.
- Slyusarenko Yu. and Sotnikov A.** "Feasibility of using Bose-Einstein condensates for filtering optical pulses". *Low Temperature Physics*, 2010, 36, 671–676.
- Zhang R., Garner S., and Hau L.** "Creation of Long-Term Coherent Optical Memory via Controlled Nonlinear Interactions in Bose-Einstein Condensates". *Phys. Rev. Lett.*, 2009, v. 103, p. 233602.
- Klaers J., Schmitt J., Wewinger F. and Weitz M.** "Bose-Einstein condensation of photons in an optical microcavity". *Nature*, 2010, 468, 545–548.
- Kruchkov A. and Slyusarenko Yu.** "Bose-Einstein condensation of photons in an ideal atomic gas". *Physical Review A*, 2013, v. 88, No 5, pp. 013615–1–13.
- Слюсаренко Ю.В., Бойченко Н.П.** Бозе—Ейнштейнівський конденсат фотонів і зупинка світла в ультрахолодних газах бозе-атомів, Доповіді НАН України, 2014, № 6, с. 74–79.
- Greiner M., Mandel O., Esslinger T., Henssch T., and Bloch I.** (2002). "Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms". *Nature* 415 (6867): 39–44.
- Sotnikov A., Cocks D., and Hofstetter W.** "Advantages of mass-imbalanced ultracold fermionic mixtures for approaching quantum magnetism in optical lattices" *Phys. Rev. Lett.*, 2012, v. 109, pp. 065301–1–5.
- Манин Ю.И.** (1980). "Вычислимое и Невычислимое". *Советское Радио*. С. 13–15.
- Feynman R P.** (1982). "Simulating physics with computers". *International Journal of Theoretical Physics* 21 (6): 467–488.
- Yamada S., Imamura T., Machida M.** *Proceedings of Supercomputing* (2005), p. 44.
- Di Carlo L., Chow J.M., Gambetta J.M., Bishop Lev S., Johnson B.R., Schuster D.I., Majer J., Blais A., Frunzio L., Girvin S.M., Schoelkopf R.J.** (2009). "Demonstration of two-qubit algorithms with a superconducting quantum processor". *Nature* 460 (7252): 240–4.
- Pepino R., Cooper J., Anderson D., Holland M.** "Atomtronic circuits of diodes and transistors". *Phys. Rev. Lett.* (2009) 103, pp. 140405–1–4.
- Eckel S., Lee J.G., Jendrzejewski F., Murray N., Clark C.W., Lobb C.J., Phillips W.D., Edwards M., Campbell G.K.** (2014). Hysteresis in a quantized superfluid 'atomtronic' circuit. *Nature* 506, pp. 200–203.