



Олександр Ляпунов

Видатне життя. Визначні теореми.

У Харківському університеті **Олександр Михайлович Ляпунов** працював з 1885 року. Він зайняв вакантну посаду на кафедрі прикладної математики, що утворилася після від'їзду **В.Г. Імшенецького** до Санкт-Петербурга, оскільки в 1881р. він був обраний ординарним академіком. На момент переїзду А.М. Ляпунова до Харкова університет у своєму розвитку пройшов уже 70-річний шлях. Він був відкритий у 1805 році, і за статутом 1804 р. тут передбачалося 28 професорів, 12 ад'юнктів, причому незалежно від кількості студентів. А з набором студентів справді були труднощі. Перед відкриттям університету в 1804 р. на вступні іспити прийшов лише 41 абітурієнт [1].

Серед професорів був тільки один із математики. На початку 1803 р. професором на кафедрі чистої математики на відділення фізичних і математичних наук був призначений **Тимофій Федорович Осиповський** (1765-1832). Ним був написаний хороший і повний 3-томний курс математики, що витримав за час із 1801 по 1832 р. три видання. І він визначив високий рівень викладання математики в Харківському університеті в першій половині 19 ст., який після від'їзду Т.Ф. Осиповського був підтриманий його учнями **А.Ф. Павловським** і **Н.М. Архангельським** [2].

Але в цей час наукова праця з математики ще не велася в університеті. Протягом перших 70 років дисертації з математики (магістерські й докторські), захищені в Харківському університеті, здебільшого мали компілятивний характер [3]. Але на момент приїзду О.М. Ляпунова ситуація змінювалася на краще. В 1863 р. був прийнятий новий статут університету, і за цим статутом на кафедрі мали бути 3 про-

фесори, а не 1, як було в попередньому статуті 1804р. Та й професорів у Харківському університеті в 1884 р. було вже 58, а доцентів 12 [1]. Це вже створювало критичну масу для творчої атмосфери.

У квітні 1872 р. кафедру прикладної математики обійняв Василь Григорович Імшенецький, який переїхав у Харків з Казані. На той час ім'я Імшенецького було добре відоме російським і західноєвропейським вченим завдяки його роботам з теорії рівнянь із частинними похідними. А наприкінці 1872 р. на посаду приват-доцента прийшов випускник Московського університету **Костянтин Олексійович Андрєєв**. У вересні 1979 року з ініціативи В.Г. Імшенецького було засновано Харківське математичне товариство. Його засновниками були **В.Г. Імшенецький, Е.І. Бєср, Д.М. Деларю, М.Ф. Ковальський, А.П. Шимков, К.А. Андрєєв, Ю.І. Морозов**. У перший рік існування було заслухано 20 доповідей. Відразу ж почав видаватися журнал "Известия Харьковського математического общества". Він став одним із провідних математичних журналів Росії. Починаючи з 1882 р. там публікували статті **Чебишева, Маркова**, пізніше з'являються статті **Сомова, Коркіна, Жуковського** [4]. Однак, надалі провідними статтями журналу були статті харківських математиків.

Дитячі та юнацькі роки

О.М. Ляпунов народився 25 травня 1857 року в Ярославлі, в родині відомого астронома, директора Демидівського ліцею Михайла Васильовича Ляпунова.

М.В.Ляпунов закінчив 1839 року Казанський університет і був призначений астрономом-спостерігачем при Казанському університеті. В 1842

році він разом із ректором Казанського університету **М.І. Лобачевським** спостерігав у Пензі повне сонячне затемнення. Після виходу з університету в 1856 році М.В. Ляпунов обійняв посаду директора ліцею. Через розлади у здоров'ї він вийшов у 1863 році у відставку, оселився в селі й присвятив себе вихованню синів: Олександра, Сергія, Бориса.

Батьки прагнули не лише дати дітям корисні поради й навички, але й прищепити їм смак до різних сторін духовної діяльності: музики, мистецтва, літератури, філософії, точних наук. Наймолодший із них, Борис писав: "**Я пам'ятаю, яке сильне враження справляли на мене щоденні уроки батька із братами в його кабінеті, але мені не судилося вчитися в батька, оскільки мені виповнилося в день його**



Юрій Олександров
канд. фіз.-мат. наук,
професор Харківського
національного університету
ім. В.Н. Каразіна,
м. Харків

смерті 6 років і 4 місяці” [5]. І не випадково всі три сини Ляпунових настільки блискуче виявили себе на різних полях діяльності. *С.М. Ляпунов* став композитором, *Б.М. Ляпунов* став філологом, був обраний дійсним членом АН СРСР.

У 1868 році М.В. Ляпунов помер раптово від серцевого приступу. Навчання Александра вдалося продовжити в родині *Рафаїла Михайловича Семенового*, дружиною якого була рідна тітка Александра — Олена Василівна Ляпунова. Їхня єдина дочка Наташа потім стала дружиною Александра Михайловича. В 1870 році Александр із матір'ю та братами переїжджає в Нижній Новгород для продовження освіти в гімназії. Математику та фізику О.М. Ляпунову в гімназії викладав *Олексій Петрович Грузинцев*. Він згодом став колегою О.М. Ляпунова по Харківському університету.

Навесні 1876 року Александр закінчив гімназію із золотою медаллю й восени вступив на відділення природничих наук фізико-математичного факультету Петербурзького університету. Відчуваючи, однак, особливий нахил до математичних наук, він уже через місяць перейшов на математичне відділення. У цей час в університеті працювали *П.Л. Чебишев*, *А.Н. Коркін*, *О.І. Сомов*, *Д.К. Бобилев*, *К.А. Поссе*, *Є.І. Золотарьов*. Це був час розквіту Петербурзької математичної школи. На старших курсах О.М. Ляпунов слухав лекції Д.К. Бобилева з механіки, які справили на нього велике враження. О.М. Ляпунов взявся за тему “Рівновага плаваючих тіл”, запропоновану Д.К. Бобилевим, і отримав золоту медаль за цю роботу. Після закінчення навчання він був залишений в університеті для підготовки до професорського звання.

Відразу ж після здачі магістерських іспитів 1982 року О.М. Ляпунов приступив до пошуку теми магістерської дисертації. Про це він сам розповів під кінець свого життя у вступній лекції “Про форму небесних тіл” до курсу, що читався в Новоросійському університеті в 1918 р.” В 1882 році, бажаючи підшукати підхожу тему для магістерської дисертації, я не раз розмовляв із Чебишевим із приводу різних математичних питань, причому Чебишев завжди висловлював думку, що займатися легкими, хоча і новими питаннями, які можна розв'язати загальновідомими методами, не варто, і що всякий молодий вчений, якщо він уже набув деяких навичок у вирішенні математичних питань, повинен спробувати свої сили на якомусь серйозному питанні, що становить певні тео-

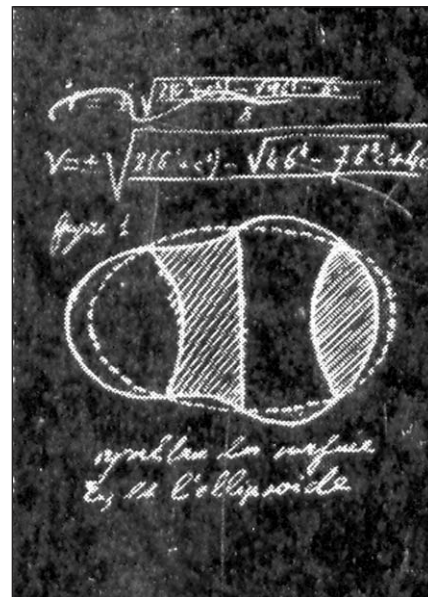
ретичні труднощі. При цьому він запропонував мені наступне запитання: “Відомо, що при деякій кутовій швидкості еліпсоїдальні форми перестають бути формами рівноваги обертової рідини. Чи не переходять вони при цьому в якісь нові форми рівноваги, які при невеликому збільшенні кутовій швидкості мали би відрізнялися від еліпсоїдів?” При цьому він додав: “от якби Ви розв'язали це питання, на Вашу роботу відразу би звернули увагу...” За свідченням *Дмитра Граве*, *П.Л. Чебишев* дав таку пораду Ляпунову: “Вам, Александре Михайловичу, треба займатися в математиці питаннями лише виняткової складності” [5-6].

Напружена робота над поставленою Чебишевим проблемою тривала два роки. При цьому Ляпунову вдалося успішно використовувати метод послідовних наближень і детально проаналізувати перше наближення. Однак це наближення виявилось недостатнім, і Ляпунов не зміг дати повне розв'язання завдання Чебишева. О.М. Ляпунов писав: “Після декількох невдалих спроб я повинен відкласти розв'язання питання на невизначений час. Але це питання навело мене на інше, а саме, на питання про стійкість еліпсоїдальних форм рівноваги, що і стало об'єктом моєї магістерської дисертації” [7]. Захист магістерської дисертації О.М. Ляпунова відбувся в січні 1885 р. Оponentами на диспуті були професор Д.К. Бобилев і професор Артилерійської академії *Н.С. Будаєв*. Навесні 1885 р. Ляпунов був затверджений у званні приват-доцента Петербурзького університету, але в цей же час він отримав пропозицію зайняти вакантну кафедру прикладної математики Харківського університету. І восени 1885 р. Ляпунов переїхав у Харків і розпочав у тому ж званні приват-доцента читати лекції на всіх курсах кафедри.

Харківський період творчості

О.М. Ляпунова

Аж до 1892 р. О.М. Ляпунов сам викладав усі розділи аналітичної механіки. До цих курсів пізніше додалися курси інтегрування диференціальних рівнянь динаміки, теорії збуреного руху й теорії ймовірностей. О.М. Ляпунов не лише підготував ряд оригінальних навчальних курсів, але й прагнув при цьому досягти надзвичайної стислості викладу при повній зрозумілості й строгості. Він писав у своїй автобіографії, згадуючи перші роки своєї роботи в Харкові: “Тут, спочатку, наукова діяльність Ляпунова мала припинитися”. Звичайно, це було перебіль-



шенням. Саме під час підготовки до лекцій із теорії ймовірностей О.М. Ляпунов дав новий цілком строгий доказ основної граничної теореми теорії ймовірностей. У результаті роботи з підготовки курсу з'явилися статті з теорії потенціалу.

Харківський період життя О.М. Ляпунова був найпліднішим і найшасливішим. З 1885 по 1902 роки він опублікував 28 робіт з теорії стійкості, механіки, теорії потенціалу, теорії ймовірностей. Безсумнівно є те, що головні результати цього періоду стосуються проблеми стійкості руху систем зі скінченим числом ступенів свободи. В 1892 році він у Московському університеті захистив докторську дисертацію “Загальна задача про стійкість руху” [8]. Оponentами виступили *М.Є. Жуковський* і *Б.К. Млодзевський*. Сама дисертація була в 1892 р. видана у вигляді монографії Харківським математичним товариством за фінансової підтримки Харківського університету, а в 1947 році вона була перевидана в США англійською мовою. До речі, і магістерська дисертація Ляпунова була перевидана у Франції (1904).

Я не буду робити тут огляд результатів Ляпунова про стійкість і нестійкість руху, це можна подивитися в [9-10], я покажу, як фактично використовувалася ідея функцій Ляпунова в принципі максимуму *Р. Гамільтона* [11], що було істотним інструментом для доказу *Г. Перельманом* гіпотези *Пуанкаре* й геометричної гіпотези *Терстона* [12-13].

Дослідження стійкості незбуреного руху зводиться до дослідження стійкості нульового рішення системи:

$$(1) \quad \dot{f}^i(0, \dots, 0), \quad i=1, \dots, n$$

Нерухома точка $(0, \dots, 0)$ називається положенням рівноваги.

Визначення. Положення рівноваги $x^i=0, i=1, \dots, n=0, \neq 1, \dots$, і називається **стійким за Ляпуновим**, якщо для будь-якого $\epsilon > 0$ і $t_0 > 0$ існує позитивне число η таке, що якщо в момент часу $t = 0$ розв'язок системи (1) $|x(0)| < \eta$, то при $t > t_0$ рішення $|x(t)| < \epsilon$. У протилежному випадку положення рівноваги називається **нестійким**. Якщо при цьому $|x(t)| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, то точка рівноваги називається **асимптотично стійкою**.

Один із фундаментальних способів доведення стійкості й нестійкості пов'язаний з функцією Ляпунова V , яка визначається таким способом:

- 1) $V = V(x^1, \dots, x^n)$ — регулярна функція, принаймні класу C^1 ;
- 2) $V(0) = 0$;
- 3) $V(x) > 0$, якщо $|x| = 0$.

Зазначимо, що при малих позитивних ϵ множина точок $V(x) = \epsilon$ у просторі x^1, \dots, x^n є замкнутою гіперповерхнею $F(\epsilon)$, гомеоморфною сфери S^{n-1} , яка обмежує область $\Omega(\epsilon)$, що містить початок координат. Ця точка є точкою рівноваги для системи (1).

Зараз для простоти візьмемо випадок, коли система (1) є автономною, тобто функції f^i не залежать від t . Розглянемо систему

$$(2) \quad dx^i/dt = f^i(x^1, \dots, x^n)$$

Похідна функції V уздовж інтегральних траєкторій системи $x^i = x^i(t)$, $i = 1, \dots, n$ визначається як

$$(3) \quad V = dV/\delta x^i = \delta V/\delta x^i \cdot dx^i/dt$$

Тому що $x^i = x^i(t)$, $i = 1, \dots, n$ задовольняють систему (2), то

$$(4) \quad dx^i/dt = f^i,$$

де по i йде підсумовування від 1 до n .

Має місце

Теорема (Ляпунов). Нехай система (2) має нерухому точку на початку координат. Якщо біля початку координат існує функція Ляпунова така, що

$$I. \quad V \leq 0 \quad (5),$$

то початок координат є стійкою нерухомою точкою системи (2);

II. якщо $V < 0$ (6)

скрізь в околиці, крім початку координат, то початок координат — є асимптотично стійкою нерухомою точкою.

Зрозуміло, що

$$V = \langle \text{grad} V, f \rangle \quad (7),$$

де $\text{grad} V$ спрямований по нормалі гіперповерхні $F(\epsilon)$ поза компактною областю $\Omega(\epsilon)$, яку обмежує гіперповерхня $F(\epsilon)$ і яка містить нерухому точку системи (2), $f = (f^1, \dots, f^n)$ — вектор дотичний до інтегральної траєкторії системи (2), $\langle \cdot, \cdot \rangle$ — скалярний добуток в евклідовому просторі x^1, \dots, x^n . З (7) слідує, що умова (6) еквівалентна

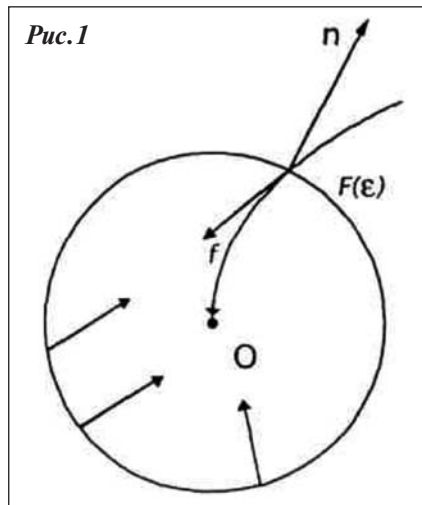


Рис. 1

тому, що вектор f на гіперповерхні рівня $F(\epsilon)$ строго спрямований усередину області $\Omega(\epsilon)$, а згідно з умовою (5), вектор f або строго спрямований всередину області $\Omega(\epsilon)$, або може лежати в дотичній до $F(\epsilon)$ гіперплощині.

А. Пуанкаре в 1904 р. висловив гіпотезу, що будь-яке компактне однозв'язне тривимірне різноманіття гомеоморфне тривимірній сфері S^3 . Геометрична гіпотеза Терстона полягає в тому, що будь-яке компактне тривимірне різноманіття можна канонічним способом розбити торами й сферами на частини, що на кожному із цих шматків можна задати одну з 8 стандартних тривимірних геометрій.

Останній вирішальний крок у розв'язанні цих проблем і зробив Г. Перельман.

Головним інструментом для розв'язання цих проблем був **потік Річчі**, введений **Р. Гамільтоном** в 1982 р. [14]

Нехай M^n — компактне риманове різноманіття з метрикою $g_0, g = (g_{ij})$ — метричний тензор в локальних координатах, — тензор Річчі. Деформуємо метрику на M за наступним законом:

$$\delta g_{ij}/\delta t = -2 R_{ij}$$

$$g(0) = g_0,$$

Можна отримати еволюційні рівняння для вимірювання скалярної кривизни, тензора Річчі, тензора кривизни. Ці системи еволюційних рівнянь матимуть вигляд:

$$(8) \quad df^i/\delta t = \Delta_M f^i + \Phi^i(f^1, \dots, f^k),$$

$$i = 1, \dots, k$$

де Δ_M — оператор Лапласа на римановому різноманітті з метрикою $g, f = (f^i)$ система функцій на M .

Ми розглядаємо f як відображення M у евклідовому просторі R^k . Нехай U — відкрита множина в R^k і $\Phi: U \subset R^k \rightarrow R^k$ — гладке векторне поле на U .

Нехай метрика g і Φ також залежить і від часу. Розглянемо нелінійну систему параболічних рівнянь.

$$(9) \quad f(0) = f_0,$$

і припустимо, що розв'язання існує на проміжку часу $0 \leq t \leq T$. Нехай X — замкнута опукла множина в $U \subset R^k$, що містить початкові дані f_0 . Коли розв'язок системи (9) залишиться в множині X при часу $0 \leq t \leq T$. Для відповіді на це запитання розглянемо систему звичайних диференційних рівнянь

$$df/dt = \Phi(f)$$

$$f(0) = f_0$$

в області $U \subset R^k$ і поставимо те ж запитання: коли розв'язок системи (10) залишиться в X ? Нехай ∂X — межа опуклої множини X . В загальному випадку, коли X містить внутрішні точки, це буде опукла нерегулярна гіперповерхня. В точці $f \notin \partial X$ ми визначаємо дотичний конус $T_f X$ як найменший опуклий конус із вершиною f , який містить X . $T_f X$ є перетинанням замкнутих напівпросторів, що містять X і гіперплощини, що обмежують ці напівпростори, проходять через точку $f \notin X$. Якщо точка f — є гладка точка гіперповерхні ∂X , то $T_f X$ збігається із замкнутим напівпростором, що містить X , що обмежує дотична площина в точці $f \notin X$.

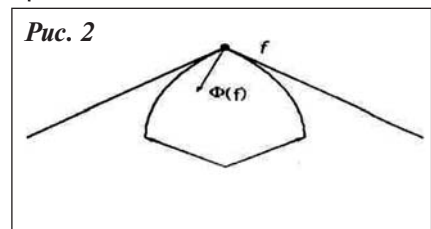


Рис. 2

Теорема. [11] Розв'язок системи (10) з початковими даними f_0 у замкнутій опуклій множині X залишиться в X тоді і тільки тоді, коли $\Phi(f) \notin T_f X$ для всіх $f \notin \partial X$.

Легко побачити, що ця теорема є прямим нерегулярним аналогом теорема стійкості Ляпунова. Тут гіперповерхня ∂X замінює гіперповерхні рівня $F(\epsilon)$, а дотичний конус $T_f X$ замінює замкнутий напівпростір, який обмежує дотична гіперплощина до $F(\epsilon)$. І в гладкій точці умова теореми еквівалентна $\langle n, \Phi(f) \rangle < 0$, де n — нормаль до гіперповерхні ∂X у точці $f \notin \partial X$.

А з попередньої теореми безпосередньо випливає

Теорема [11]. Якщо розв'язок системи звичайних диференційних рівнянь (10) залишається в X , то рішення системи (9) рівнянь із частками похідними також залишається в X .

Ці результати узагальнюються на випадок векторних шарувань над компактним різноманіттям M [11], коли опуклі множини залежать від часу і не зберігаються системою (10) на частині границі X [15].



В 1901 році О.М. Ляпунов був обраний на посаду ординарного академіка на кафедрі прикладної математики, що залишалася вакантною після смерті П.Л. Чебишева протягом семи років. За умовами того часу обрання в академіки вимагало обов'язкового переїзду в Петербург. І тут він знову повертається до питання про фігури рівноваги, запропонованого йому П.Л. Чебишевим 20 років тому, в 1882 р.

І.П. Павлов вважав характерною рисою творчого розуму постійне “*зосередження думки*” на певному питанні, “*невідступне, безустанне думання*” [6]. **В.П. Ефромсон** виділяв як одну з головних ознак генія “*фантастичну за інтенсивністю й напруженістю захопленість*” [17]. Все це повною мірою стосується О.М. Ляпунова.

У циклі робіт було строго доведено існування нових фігур рівноваги, близьких до еліпсоїдальних, у випадку обертової однорідної рідини, довів нестійкість грушоподібних фігур Пуанкаре. Останній результат Ляпунова був у явному протиріччі з дослідженнями астронома **Д. Дарвіна**, що будував свою космогонічну гіпотезу на помилковому твердженні про стійкість таких фігур [10].

Після смерті Ляпунова залишився великий рукопис “*Про деякі фігури рівноваги неоднорідної рідини*”, про який **П. Анпель** сказав: “*Ці роботи настільки глибокі, що їх не можна ні переглянути, ні швидко вивчити, їх треба прочитати. Мені б довелося витратити на це 10 років*”.

Життя О.М. Ляпунова не було багатим на зовнішні події. “*У його житті не було великих подій, всі великі події*

відбувалися в його голові”, — казав **Л. Больцман** про **Г. Кіргофа**. Ці слова повною мірою відносяться і до Ляпунова.

Ляпунов у житті

В 1886 році О. Ляпунов одружився на своїй двоюрідній сестрі Наталі Рафаїлівні Сеченовій. І вона з батьками переїхала в Харків.

Коло знайомства Олександра Михайловича складалося з найближчих його родичів і невеликої кількості вечних, переважно математиків. Працював він ночами до 4-5 години ранку. Він майже не дозволяв собі жодних розваг і лише іноді з'являвся в театрі або на концерті. Іноді на осіб, які мало його знали, він справляв враження мовчазно-похмурої, замкнутої людини. Часто він настільки був поглинений своїми науковими дослідженнями, що дивився — і не бачив, слухав — але не чув. “*Насправді ж за зовнішньою сухістю й навіть суворістю ховалася людина великого темпераменту із чужою і, можна сказати, дитячою душею*” (В.А. Стеклов) [18].

В.А. Стеклов: “Це була людина бездоганної моральності. У той час була практика призначати магістрів з посади приват-доцентів на посади в.о. екстраординарних професорів. Це дозволяло їм збільшити річне утримання приблизно вдвічі. Але Ляпунов відмовився від цієї посади й залишався приват-доцентом до захисту докторської дисертації.

О.М. Ляпунов брав активну участь у роботі Харківського математичного товариства, університетського життя й в академічних подіях. Уже в 1891 р. він був обраний товаришем (заступником) голови Харківського математичного товариства, а з 1899 р. після від'їзду К.А. Андреева до Москви — головою. Перебуваючи вже в Петербурзі, він брав участь у комісіях з реформування календаря, викладання в середній школі.

В 1901 році на Раді Харківського університету була створена комісія, що висунула проект зміни статуту університету. У цю комісію ввійшли також О.М. Ляпунов і В.А. Стеклов. У записці, підготовленій комісією при активній участі О.М. Ляпунова, зокрема, було написано: “*Справжній бюрократичний лад університетів є ненормальним. Університети перетворилися в канцелярії...*” На жаль, ці слова повністю відбивають сьогоденний стан університетів. У січні 1905 р. у російських газетах була опублікована “*Записка про сучасний стан і потреби російської школи*” (Записка 342-х учених). Зокрема в записці говорилося

про важке становище викладачів вищої школи й про падіння їхнього наукового й морального авторитету. Насамкінець відзначалося, що “*випробування, які постали перед нашою батьківщиною, з повною ясністю для всіх показують, у яку небезпеку втрапляє народ, позбавлений освіти й елементарної законності*”. Серед тих, хто підписав “*Записку...*”, було 16 дійсних членів Академії наук, серед них і Ляпунов.

Президент Академії великий князь **Костянтин Костянтинович** розіслав академікам циркулярний лист, у якому грубо вишпетив їх, заявляючи, що вони займаються не своєю справою. Академіки дали гідну відповідь президентові, й О.М. Ляпунов 23 лютого 1905 р. направив свою відповідь президентові, де він писав: “*Бувають моменти, коли чесні люди не повинні й не можуть мовчати, і коли навіть люди, що винятково присвятили себе науці й ніколи раніше не цікавилися політикою, не можуть залишатися байдужими до суспільних питань*”.

Останні дні О.М. Ляпунова

Настав 1917 рік. Здоров'я Наталі Рафаїлівни погіршилося, і в червні 1917 року О.М. Ляпунов виїхав із дружиною в Одесу, сподіваючись на сприятливий вплив південного клімату. Тут, в Одесі, у цей час працював його брат Борис Михайлович, професор Новоросійського університету. Але хвороба дружини розвивалася й настав час, коли вона вже не могла виходити й лежала на балконі. Посилились ознаки розвитку хвороби очей в Олександра Михайловича. Після Жовтневої революції О.М. Ляпунов виявився відірваним від Петрограда. Не маючи джерел до існування, він опинився у важкому матеріальному становищі. Щоб допомогти О.М. Ляпунову, молоді професори запропонували, щоб він оформився професором університету. При цьому Олександру Михайловичу казали, що він може оголосити курс і не викладати. На що Ляпунов відповів: “*А цього не може. Якщо оголошую, то повинен і викладати*”, і дав згоду прочитати курс “*Про форму небесних тіл*”. Усього було прочитано 7 лекцій. Останню свою лекцію Ляпунов прочитав в останній понеділок свого життя 28 жовтня 1918 р. Стан Н.Р. Ляпунової ставав безнадійним, час тягнувся в болісній тузі... 31 жовтня 1918 р. вона померла. В день смерті дружини О.М. Ляпунов вистрілював у себе, і, не опритомнівши, 3 листопада 1918 р. помер.

Не відразу дійшла до Петрограда звістка про смерть Олександра Ми-

хайловича. 3 травня 1919 року відбулося публічне засідання Російської АН, де з промовою виступив В.О. Стеклов, учень О.М. Ляпунова з Харківського університету. У 1924 р. у Торонто (Канада) на Міжнародному математичному конгресі Стеклов зробив доповідь “*Посмертна праця академіка О.М.Ляпунова про форми рівноваги обертової неоднорідної рідини*”.

Велич ученого визначається не званнями й преміями, отриманим ним за життя, а часом, який визначає наукову цінність його праць. Час показав, що О.М. Ляпунов за цією ознакою посідає одне з перших місць.

Звичайно, не треба думати, що він завжди правильно оцінював майбутнє нових галузей математики. Зокрема в нарисі, присвяченому П.Л. Чебишеву, він писав: “*У той час, як шанувальники досить абстрактних ідей Рімана усе більше й більше заглиблюються у функціонально-теоретичні дослідження та псевдо-геометричні вишукування в просторах чотирьох і більшого числа вимірів, у цих вишукуваннях заходять іноді так далеко, що губиться всяка можливість бачити їхнє значення стосовно будь-яких додатків не тільки в сьогодні, але й у майбутньому*” [19]. Читаючи ці рядки, не слід забувати, що О.М. Ляпунов був вихованцем Пєтрагурзької математичної школи з її прагненням до конкретності й алгоритму, до остаточного розв’язання завдань, що й перешкоджало правильній оцінці нових галузей математики.

Все це аж ніяк не применшує досягнень Олександра Михайловича. Його колега по Харківському універ-

ситету професор *Безескул* писав: “*О.М. Ляпунов належав до тих професорів, які становлять щире душою університету, яким університет живе й процвітає, який несе в собі ідеал професора й ученого. Все низьке було для нього чужим. Він постійно витав у сфері наук. Усі свої неординарні сили він віддавав на самовіддане служіння науці, нею він жив, у ній він бачив сенс життя*”.

(Від ред. — До редакції надійшла також стаття А.О. Корсунь, присвячена О.М. Ляпунову, з окремими цікавими фактами якої ми Вас ознайомлюємо). Суттєве значення мали роботи Ляпунова для астрономії, зокрема, питання про стійкість руху та форму небесних світил. Відомий український астроном *В.П. Цесевич* писав [2], що наука про Всесвіт налічує багато важливих проблем і серед них такі дві класичні: перша — це проблема фігур рівноваги тіл, що обертаються; друга — це проблема стійкості рухів. Над цими проблемами працювали *Клеро, Пуанкаре, Дж.Дарвін* та ін. Проте найважливіші питання, які виявилися для них досить важкими, були вирішені Ляпуновим. В роботах, присвячених дослідженню теорії фігур небесних тіл, Ляпунов вступав в полеміку з Пуанкаре і Дж.Дарвіном стосовно стійкості грушеподібних фігур. Ляпунов писав: “*Займаючись тими ж питаннями, я дійшов протилежного висновку, що грушеподібна форма є нестійкою, і я вважаю свій результат правильним тому, що при обчисленнях я виходив з точних формул, тоді як Дж.Дарвін використовував наближені формули*”.

Серед тих, хто слухав останні лекції Ляпунова у 1918 р. у Новоросійському університеті, були відомі одеські професори *О.Я. Орлов, О.Ф. Билимович, В.Ф. Коган, С.О. Шатуновський, І.Ю. Тимченко, Д.О. Крижановський, Є.А. Буницький, М.С. Васильєв*. Цікавою виявилася доля останньої праці О.М. Ляпунова, про яку доповідав В.О. Стеклов у Торонто в 1924 р.

Об’ємний рукопис останнього твору Ляпунова “Про різні фігури рівноваги неоднорідної обертової рідини”, в якому наведено доказ існування фігур рівноваги, які близькі до еліпсоїдальних, у випадку неоднорідної рідини, *В.П. Цесевич* і *А. Шульберг* назвали “лебединою піснею творчості” великого вченого [20]. Цей рукопис, як вони виявили, серед паперів Ляпунова знайшов *О.Я. Орлов* (майбутній засновник Головної астрономічної обсерваторії АН України в Києві, тоді — директор обсерваторії в Одесі). Рукопис цієї праці було передано до Російської АН і опубліковано до 200-річного ювілею АН СРСР у 1925 і 1927 рр. Знайдений тоді ж рукопис лекції “Про форму небесних тіл” було опубліковано в *Изв. АН СССР* [7].

“*Дослідження Ляпунова мають суттєво аналітичний характер; більшість сторінок його рукопису містить лише дуже складні математичні формули, а його праця нагадує “пісню без слів”, — писав В.О. Стеклов. — Здається, для цього видатного аналітика математична мова була зрозумілою сама по собі; і цієї мови йому було достатньо, щоб проникнути в “природу речей” (in naturem rerum)*”.

Література

1. Харківський національний університет ім. В.Н.Каразіна за 200 років, — Харків, Фолио, 2004 р.
2. *М.Н. Марчевский*. История математических кафедр в Харьковском университете за 150 лет его существования / Ученые записки Харьковского университета, сер. Математика.— т. XXIV.— 1956.—с. 7-30.
3. *А.К. Сушкевич*. Диссертации по математике в Харьковском университете за 1805- 1917 гг. / Ученые записки Харьковского университета, сер. Математика.—т. XXIV.— 1956, с.91-115.
4. *Н.И. Ахизер*. Харьковское математическое общество / Ученые записки Харьковского университета, сер. Математика.—т. XXIV.—1956, с.31-40.
5. *А.Л.Цыкало*. Александр Михайлович Ляпунов.— Москва, Наука, 1988, 245 стр.
6. *А.М. Ляпунов*. “О форме небесных тел”, Вступительная лекция курса, читаного в Новоросийском университете в 1918 г. / Изв. АН. СССР, сер.7, отделение физ-мат наук.— 1930.— №1.— с.25-41. ’
7. *А.М.Ляпунов*. Избранные труды, ред. акад. В.И.Смирнов, — Л.; Изд-во АН СССР, 1948.—540 стр.
8. *А.М. Ляпунов*. Общая задача об устойчивости движения, — М.; Л.; Гостехтеориздат, 1950, 471 стр.
9. *И.Г. Витензон*. Работы А.М. Ляпунова по механике в харьковский период его деятельности / Ученые записки Харьковского университета, сер. Математика.—т. XXIV.— 1956.—с. 75-90.
10. *В.И. Смирнов, В.С. Сологуб*. Очерк научной деятельности А.М. Ляпунова / В кн.: “История отечественной математики, 1801-1917”.—К.: Наукова думка, 1967.—т. 2.—с. 340-355.
11. *R. Hamilton*. Four manifolds with positive curvature operator / J. Differential geometry.— v.24.—1986.—с.153-179.
12. *А.А. Борисенко*. Гипотеза Пуанкаре и гипотеза Терстона / Universitates.— 2006.— №3.— с. 24-33.
13. *Morgan J.W.* Recent Progress on the Poincare conjecture and the classification of 3-manifolds / Bui. AMS.—v. 42.— №1.— 2004.— P. 57-78.
14. *R. Hamilton*. Three-manifolds with positive Ricci curvature / J. Differential geometry.—v.17.—1982.—р. 255-306.
15. *Bennet Chow, Peng Lu*. The maximum principle for system of parabolic equations subject to an avoidance set/Pacific J. of Mathematics.— V. 214.—№ 2.— 2004.—р. 201-221.
16. *Н.А. Григорьян*. Иван Петрович Павлов.— М.: Наука, 1999.—310 стр.
17. *В.П. Эфроимсон*. Генетика гениальности.— М.: изд. Тайдекс КО, 2004.—375 стр.
18. *А.М. Ляпунов*. Работы по теории потенциала. Биографический очерк В.А. Стеклова.—М.; Л.; Гостехтеориздат, 1950.—471 стр.
19. *П.Л. Чебышев*. Избранные математические труды. Очерк А.М. Ляпунова. “Жизнь и труды П.Л.Чебышева”,— М.: ОГИЗ, 1946.—199 стр.
20. *В. Цесевич, А. Шульберг*. А.М. Ляпунов. Одесское обл.изд-во, 1951, 58 стр.