

<https://doi.org/10.15407/knit2023.01.052>

УДК 539.3: 624.074

К. В. АВРАМОВ¹, зав. відділу надійності та динамічної міцності, д-р техн. наук, проф.

E-mail: kvavramov@gmail.com

Б. В. УСПЕНСЬКИЙ¹, старш. наук. співроб., канд. техн. наук

І. І. ДЕРЕВ'ЯНКО², нач. групи, канд. техн. наук

М. О. ДЕГТЯРЬОВ², Генеральний конструктор — Перший заступник Генерального директора, канд. техн. наук

О. Ф. ПОЛІЩУК¹, старш. наук. співроб., канд. техн. наук

М. В. ЧЕРНОБРИВКО¹, пров. наук. співроб., д-р техн. наук

E-mail: chernobryvko@ipmach.kharkov.ua

¹ Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного Національної академії наук України
вул. Пожарського 2/10, Харків, Україна, 61064

² Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля»
вул. Криворізька 3, Дніпро, Україна, 49008

ДИНАМІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ НАНОКОМПЗИТНИХ ТА ТРИШАРОВИХ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ АЕРОКОСМІЧНОЇ ТЕХНІКИ, ВИГОТОВЛЕНИХ МЕТОДАМИ АДИТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Нанокompозитні та тришарові пластини із стільниковим заповнювачем мають високі характеристики міцності, а елементи конструкцій з таких матеріалів мають малу вагу, тому вони надзвичайно перспективні для аерокосмічної техніки та літакобудування. У статті подано математичну модель циліндричної нанокompозитної функціонально-градієнтної оболонки при її взаємодії з надзвуковим газовим потоком. Для отримання моделі використано метод заданих форм. Отримано систему нелінійних звичайних диференціальних рівнянь, що описує автоколивання. Для аналізу автоколиваний модель конструкції враховує геометричну нелінійність.

Подано модель автоколиваний тришарової конічної оболонки, що взаємодіє з надзвуковим газовим потоком. Середній шар оболонки є стільниковим заповнювачем, що виготовлений методами адитивних технологій. Для моделювання напруженого стану використано теорію зсуву високого порядку. Напружений стан кожного шару описується п'ятьма координатами: трьома проєкціями переміщень серединної поверхні та двома кутами повороту нормалі до серединної поверхні. У місцях склеювання шарів використовуються граничні умови рівності проєкцій переміщень. Для опису автоколиваний конструкції враховується модель геометрично нелінійного деформування. Внаслідок використання методу нормальних форм отримано нелінійну автономну динамічну систему. Наведено результати чисельного моделювання автоколиваний. Для їхнього розрахунку розв'язується нелінійна крайова задача для системи звичайних диференціальних рівнянь поєднанням методів пристрілки та продовження розв'язування по параметру.

Розглянуто підхід до експериментальних досліджень втомі тришарових пластин із стільниковим заповнювачем. Викладено методикку випробувань на втомі тришарових пластин. Результати випробувань представлено на діаграмах Веллера.

Ключові слова: нанокompозит, функціонально-градієнтний матеріал, оболонка, сандвіч-оболонка, стільниковий заповнювач, адитивні технології, автоколивання.

Цитування: Аврамов К. В., Успенський Б. В., Дерев'янко І. І., Дегтярьов М. О., Поліщук О. Ф., Чернобривко М. В. Динамічні властивості нанокompозитних та тришарових тонкостінних елементів аерокосмічної техніки, виготовлених методами адитивних технологій. *Космічна наука і технологія*. 2023. **29**, № 1 (140). С. 52—64. <https://doi.org/10.15407/knit2023.01.052>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2023. Стаття опублікована за умовами відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)

ВСТУП

Сучасний міжнародний ринок космічних літальних апаратів є надзвичайно конкурентним. Останнім часом багато елементів ракет-носіїв виготовляються з композитних матеріалів. Для підсилення характеристик міцності композиту застосовується метод армування матеріалу матриці нанотрубками. Справа в тому, що механічні характеристики нанотрубок на декілька порядків вищі ніж у сталі [2, 4, 10]. Тому цей матеріал дуже ефективний для армування композитів. Отриманий нанокompозит є міцним та легким, що надзвичайно важливо для ракетної техніки.

В наш час для виготовлення окремих елементів конструкцій в аерокосмічній галузі все більше починають використовуватися адитивні технології. При виготовленні деталей шляхом використання адитивних технологій можливо отримувати всередині виробу порожнисті області, що дозволяє значно полегшити конструкцію. Тонкостінні композитні елементи ракет-носіїв, незважаючи на малу товщину виробу, також виготовляються з використанням адитивних технологій.

Розрахункові методи, що ґрунтуються на результатах експериментальних досліджень, відіграють важливу роль у розвитку теорії нанокompозитів, оскільки вони допомагають зрозуміти поведінку тонкостінних конструкцій із цих матеріалів. Пружні ефективні характеристики нанокompозиту отримані експериментально у роботі [20]. Експериментальні результати у статті порівнюються з даними розрахунку, отриманими методом Морі — Танака. Ефективні механічні характеристики нанокompозиту розраховуються за допомогою 3D-наномасштабного методу репрезентативних об'ємів [16]. Метод отримання визначальних рівнянь композитів з полімерної матриці, посиленої нанотрубками, пропонується у роботі [18]. Результати тестів на розтяг зразків з нанокompозитів розглядаються в роботі [1]. Тут показано, що зі збільшенням кількості нанотрубок у матриці композитного матеріалу, модуль Юнга і границя міцності значно збільшуються. Жорсткість нанокompозитних матеріалів експериментально визначається в роботі [13].

Новизною роботи є побудовані нові математичні моделі та результати дослідження динамічної поведінки тонкостінних конструкцій з нових матеріалів. Серед цих матеріалів — нанокompозити та тришарові композити зі стільниковим заповнювачем, надрукованим за адитивними технологіями.

Запропоновано підхід до експериментального дослідження втомних характеристик тришарових композитів зі стільниковим заповнювачем, отриманим за адитивними технологіями.

МОДЕЛІ ТОНКОСТІННИХ НАНОКОМПОЗИТНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Тонкостінні конструкції з нанокompозитних матеріалів, що складаються з конічних та циліндричних оболонок, досліджувалися в роботах [3, 5, 7, 19, 22].

Тут ми розглянемо циліндричну оболонку постійної товщини h (рис. 1) та заданої довжини L , що взаємодіє з надзвуковим газовим потоком. Нелінійна динаміка оболонки розглядається в циліндричній системі координат, пов'язаній із серединною поверхнею оболонки. Поздовжня та окружна координати позначаються x та θ відповідно. Поперечна координата позначається z ,

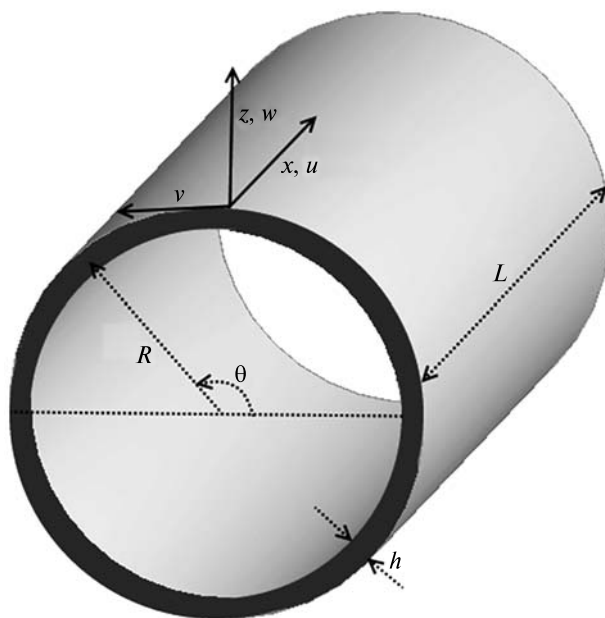


Рис. 1. Ескіз циліндричної оболонки

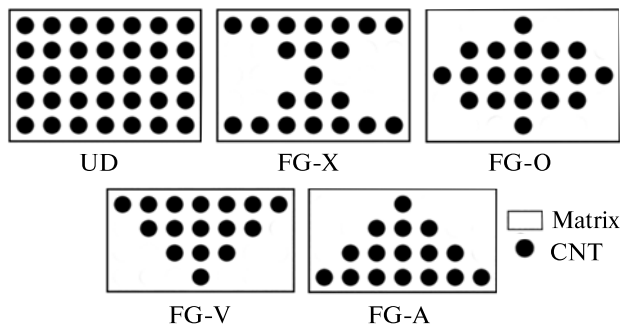


Рис. 2. Типи посилення композиту нанотрубками

вона спрямована назовні оболонки. Динамічна нестійкість циліндричної оболонки при її взаємодії з надзвуковим газовим потоком досліджується числовими методами. Динамічна нестійкість призводить до зростання амплітуд коливань, а внаслідок такого зростання амплітуд виникає геометрично нелінійне деформування конструкції і, як наслідок, виникають автоколивання.

Три проєкції переміщень серединної поверхні позначимо через u, v, w . Приймається, що матеріал конструкції перебуває в області пружності, тоді справедливий закон Гука. Наноккомпозит, що розглядається, є функціонально градієнтним матеріалом, тобто механічні характеристики композиту є функцією поперечної координати z .

Усі нанотрубки, що армують конструкцію, розташовані паралельно між собою. Розглядалися п'ять видів армування наноккомпозиту у поперечному напрямку (рис. 2). Армування типу UD означає випадок рівномірного розміщення нанотрубок у поперечному напрямку оболонки. Інші типи армування нанотрубками у поперечному напрямку позначено як FGV, FGL, FGX і FGO. Частина об'єму, зайнята нанотрубками, позначається через V_{CNT} . Залежність зайнятого нанотрубками об'єму від координати z позначається через $V_{CNT}(z)$. Ці види армування докладно розглянуті у роботі [3].

Механічні характеристики наноккомпозитного матеріалу розраховуються згідно з правилом сумішей [21]:

$$E_{11}(z) = \eta_1 V_{CNT}(z) E_{11}^{CNT} + V_m(z) E^m,$$

$$E_{22}(z) = \frac{\eta_2 E_{22}^{CNT} E^m}{V_{CNT}(z) E^m + V_m(z) E_{22}^{CNT}},$$

$$G_{12}(z) = \frac{\eta_3 G_{12}^{CNT} G^m}{V_{CNT}(z) G^m + V_m(z) G_{12}^{CNT}}, \quad (1)$$

$$\mu_{12}(z) = V_{CNT}(z) \mu_{12}^{CNT} + V_m(z) \mu^m,$$

$$\mu_{21}(z) = \frac{\mu_{12}(z)}{E_{11}(z)} E_{22}(z),$$

$$\rho(z) = V_{CNT}(z) \rho^{CNT} + V_m(z) \rho^m,$$

$$V_m(z) = 1 - V_{CNT}(z),$$

де $E_{11}^{CNT}, E_{22}^{CNT}, G_{12}^{CNT}$ — модулі Юнга та зсуву нанотрубок; μ_{12}^{CNT} — коефіцієнт Пуассона; η_1, η_2, η_3 — параметри ефективності; E^m, G^m — модуль Юнга та зсуву матриці; ρ^{CNT}, ρ^m — щільність матеріалу нанотрубок та матриці відповідно.

Закон Гука для цього композиту

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}(z) & Q_{12}(z) \\ Q_{12}(z) & Q_{22}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\sigma_{\theta z} = G_{23}(z) \gamma_{\theta z},$$

$$\sigma_{xz} = G_{13}(z) \gamma_{xz},$$

$$\sigma_{x\theta} = G_{12}(z) \gamma_{x\theta},$$

$$Q_{11}(z) = \frac{E_{11}(z)}{1 - \mu_{12} \mu_{21}},$$

$$Q_{22}(z) = \frac{E_{22}(z)}{1 - \mu_{12} \mu_{21}},$$

$$Q_{12}(z) = \frac{\mu_{21}(z) E_{11}(z)}{1 - \mu_{12}(z) \mu_{21}(z)},$$

де $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{\theta\theta}, \gamma_{\theta z}, \gamma_{xz}, \gamma_{x\theta}$ — елементи тензора деформацій; $\sigma_{xz}, \sigma_{\theta z}, \sigma_{xx}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{x\theta}$ — елементи тензора напружень.

Проекції динамічних переміщень точок циліндричної оболонки на відстані z від серединної поверхні на координатні осі x, θ, z позначимо $u_x(x, \theta, t, z), u_\theta(x, \theta, t, z), u_z(x, \theta, t, z)$. Ці компоненти мають вигляд [5, 7]

$$u_x(x, \theta, t, z) = u(x, \theta, t) + z \phi_1(x, \theta, t) + z^2 \psi_1(x, \theta, t) + z^3 \gamma_1(x, \theta, t),$$

$$u_\theta(x, \theta, t, z) = \left(1 + \frac{z}{R}\right) v(x, \theta, t) +$$

$$+ z \phi_2(x, \theta, t) + z^2 \psi_2(x, \theta, t) + z^3 \gamma_2(x, \theta, t), \quad (3)$$

$$u_z(x, \theta, t, z) = w(x, \theta, t),$$

де R — радіус серединної поверхні циліндричної оболонки; u, v, w — проєкції перемішень точок серединної поверхні на координатні осі; ϕ_1, ϕ_2 — кути повороту нормалі до серединної поверхні.

Параметри розкладу (3) ψ_1, ψ_2, γ_1 та γ_2 визначаються з граничних умов, що описують рівність нулю компонентів тензора напружень на зовнішній та внутрішній сторонах оболонки.

Потенціальна енергія циліндричної оболонки дорівнює

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{-0.5h}^{0.5h} (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{\theta\theta} \varepsilon_{\theta\theta} + \sigma_{\theta z} \gamma_{\theta z} + \sigma_{xz} \gamma_{xz} + \sigma_{x\theta} \gamma_{x\theta})(R+z) dz d\theta dx. \quad (4)$$

Кінетичну енергію циліндричної оболонки представимо як

$$T = 0.5 \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{-0.5h}^{0.5h} \rho(z) (\dot{u}_x^2 + \dot{u}_\theta^2 + \dot{u}_z^2) \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz dx R d\theta, \quad (5)$$

де

$$\dot{u}_x = \frac{\partial u_x}{\partial t}, \quad \dot{u}_\theta = \frac{\partial u_\theta}{\partial t}, \quad \dot{u}_z = \frac{\partial u_z}{\partial t}.$$

Конструкція взаємодіє з надзвуковим газовим потоком, який описується поршневою теорією. Тиск моделюється функцією

$$p = -\frac{\gamma p_\infty M_*^2}{\sqrt{M_*^2 - 1}} \left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{M_*^2 - 2}{M_* a_\infty (M_*^2 - 1)} \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{w}{2R\sqrt{M_*^2 - 1}} \right], \quad (6)$$

де γ — адіабатичний показник, p_∞ — динамічний тиск, M_* — число Маха, a_∞ — швидкість звуку.

Пять координат оболонки запишемо у вигляді

$$w = \sum_{m=1}^{N_1} [A_m(t) \cos(n\theta) + B_m(t) \sin(n\theta)] \sin(\lambda_m x) + \sum_{m=1}^{N_2} C_m(t) \sin(\lambda_{2m-1} x),$$

$$u = \sum_{m=1}^{N_1} [A_{N_1+m}(t) \cos(n\theta) + B_{N_1+m}(t) \sin(n\theta)] \cos(\lambda_m x) + \sum_{m=1}^{N_2} C_{N_2+m}(t) \cos(\lambda_{2m-1} x),$$

$$v = \sum_{m=1}^{N_1} [A_{2N_1+m}(t) \cos(n\theta) + B_{2N_1+m}(t) \sin(n\theta)] \sin(\lambda_m x), \quad (7)$$

$$\phi_1 = \sum_{m=1}^{N_1} [A_{3N_1+m}(t) \cos(n\theta) + B_{3N_1+m}(t) \sin(n\theta)] \cos(\lambda_m x) + \sum_{m=1}^{N_2} C_{2N_2+m}(t) \cos(\lambda_{2m-1} x),$$

$$\phi_2 = \sum_{m=1}^{N_1} [A_{4N_1+m}(t) \cos(n\theta) + B_{4N_1+m}(t) \sin(n\theta)] \sin(\lambda_m x),$$

де $\mathbf{q} = [A_1, \dots, A_{3N_1}, B_1, \dots] \equiv [q_1, \dots, q_N]$ — узагальнені координати.

Застосовуючи метод заданих форм, розкладання (7) застосовуються до потенціальної та кінетичної енергій системи. В результаті після інтегрування ці енергії є поліноміальними функціями узагальнених координат та узагальнених швидкостей. Використовуючи ці вирази для енергії, отримуємо рівняння Лагранжа руху системи, яке набуває вигляду

$$\sum_{j=1}^{N_i} (m_{ij} \ddot{q}_j + K_{ij} q_j) = \sum_{v=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{j \leq v} \alpha_{vj}^{(i)} q_v q_j + \sum_{v=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{j \leq v} \sum_{i_1=1}^{i_1 \leq j} \beta_{vji_1}^{(i)} q_v q_j q_{i_1} + Q_i, \quad (8)$$

де Q_i — узагальнені сили надзвукового газового потоку.

Автоколивання в динамічній системі (8) досліджувалися за допомогою алгоритмів продовження, розглянутих у роботі [9]. Результати такого аналізу буде подано нижче на біфуркаційній діаграмі.

МОДЕЛІ ТРИШАРОВИХ ОБОЛОНОК ІЗ СТЬЛЬНИКОВИМИ НАПОВНЮВАЧАМИ, ВИГОТОВЛЕНИМИ ЗА АДДИТИВНИМИ ТЕХНОЛОГІЯМИ

Приклад тришарової зрізаної конічної оболонки зображено на рис. 3. Середній шар конічної оболонки є стільниковим наповнювачем. Він виготовлений адитивними FDM-технологіями із ма-

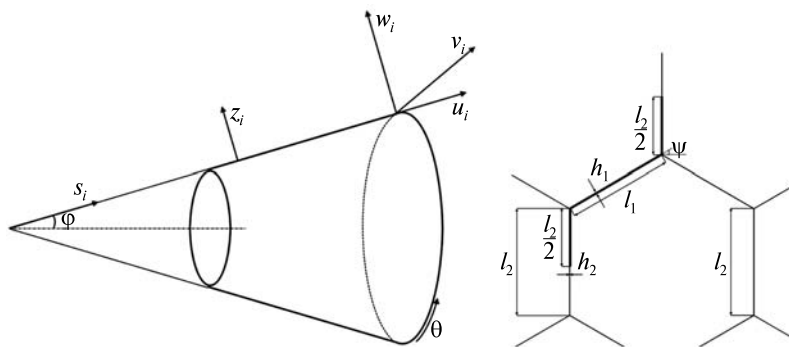


Рис. 3. Тришарова конічна оболонка та стільниковий заповнювач

теріалу ULTEM 9085 [6, 11, 14, 15, 17]. Верхній та нижній шари конічної оболонки виготовлено з вуглепластику. Основні геометричні параметри стільника позначено на рис. 3.

Досліджується динамічна нестійкість та автоколивання тришарової конічної оболонки у надзвуковому газовому потоці. Для опису напруженого стану конструкції задаються три системи координат, пов'язані з серединними поверхнями кожного шару, $(s_i, \theta, z_i), (s_c, \theta, z_c), (s_b, \theta, z_b)$. Тут θ — окружна координата; z_t, z_b, z_c — поперечні координати верхнього, середнього та нижнього шарів; s_t, s_c, s_b — поздовжні координати відповідних прошарків. Три поздовжні осі можна замінити однією: $\xi = s_i - s_i^{(1)}; i = t, b, c$, де $s_t^{(1)}, s_c^{(1)}, s_b^{(1)}$ — значення поздовжніх координат на лівому боці оболонки. Тоді динамічний стан конструкції аналізується у трьох системах координат $(z_i; \xi; \theta); i = t, c, b$. Радіуси кривизни серединних поверхонь шарів позначимо через $R_\theta^{(j)}; R_s^{(j)}; j = t, c, b$, а параметри Ляме позначимо $A_s^{(j)}; A_\theta^{(j)}$.

Стільниковий заповнювач перетворюється на еквівалентне суцільне ортотропне середовище. Закон Гука цього ортотропного середовища представимо так:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{ss}^{(c)} \\ \sigma_{\theta\theta}^{(c)} \\ \sigma_{zz}^{(c)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{ss}^{(c)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(c)} \\ \varepsilon_{zz}^{(c)} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\sigma_{\theta z}^{(c)} = C_{44} 2\varepsilon_{\theta z}^{(c)}, \quad \sigma_{sz}^{(c)} = C_{55} 2\varepsilon_{sz}^{(c)}, \quad \sigma_{s\theta}^{(c)} = C_{66} 2\varepsilon_{s\theta}^{(c)},$$

де

$\sigma_{ss}^{(c)}, \sigma_{\theta\theta}^{(c)}, \sigma_{zz}^{(c)}, \sigma_{\theta z}^{(c)}, \sigma_{sz}^{(c)}, \sigma_{s\theta}^{(c)}, \varepsilon_{ss}^{(c)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(c)}, \varepsilon_{zz}^{(c)}, \varepsilon_{\theta z}^{(c)}, \varepsilon_{sz}^{(c)}, \varepsilon_{s\theta}^{(c)}$ — елементи тензорів напружень та деформацій еквівалентного суцільного середовища.

Величини C_{11}, C_{12}, \dots визначаються із скінченно-елементних розрахунків, представлених у роботі [23].

Дві лицьові сторони конічної оболонки виготовлено із вуглепластиків. Вони мають однакові пружні властивості. Закон Гука для цих шарів можна подати у вигляді

$$\begin{bmatrix} \sigma_{ss}^{(j)} \\ \sigma_{\theta\theta}^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} \\ \bar{C}_{12} & \bar{C}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{ss}^{(j)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(j)} \end{bmatrix}; \quad (10)$$

$$\sigma_{s\theta}^{(j)} = 2\bar{C}_{33}\varepsilon_{s\theta}^{(j)}, \quad \sigma_{sz}^{(j)} = 2\bar{C}_{44}\varepsilon_{sz}^{(j)}, \quad \sigma_{\theta z}^{(j)} = 2\bar{C}_{55}\varepsilon_{\theta z}^{(j)},$$

$$j = b, t,$$

де

$\sigma_{ss}^{(i)}, \sigma_{\theta\theta}^{(i)}, \sigma_{s\theta}^{(i)}, \sigma_{sz}^{(i)}, \sigma_{\theta z}^{(i)}, \varepsilon_{ss}^{(i)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(i)}, \varepsilon_{s\theta}^{(i)}, \varepsilon_{sz}^{(i)}, \varepsilon_{\theta z}^{(i)}, i = t; b$ — елементи тензорів напружень та деформацій верхньої та нижньої лицьової сторони.

Проекції переміщень верхніх та нижніх шарів

$$u_1^{(i)}; u_2^{(i)}; u_3^{(i)} \quad (i = t, b)$$

мають вигляд

$$u_1^{(i)} = u^{(i)} + z_i \phi_1^{(i)} + z_i^2 \psi_1^{(i)},$$

$$u_2^{(i)} = \left(1 + \frac{z_i}{(s_i^{(1)} + \xi) \operatorname{tg} \varphi} \right) v^{(i)} + z_i \phi_2^{(i)} + z_i^2 \psi_2^{(i)}, \quad (11)$$

$$u_3^{(i)} = w^{(i)}; i = t, b,$$

де $u^{(i)}, v^{(i)}, w^{(i)}$ — проєкції переміщень серединних поверхонь шарів на координатні осі; $\phi_1^{(i)}, \phi_2^{(i)}$ — кути повороту нормалей до серединних поверхонь.

Проєкції переміщень еквівалентного ортотропного шару $u_1^{(c)}, u_2^{(c)}, u_3^{(c)}$ дорівнюють

$$\begin{aligned} u_1^{(c)} &= u^{(c)} + z_c \phi_1^{(c)} + z_c^2 \psi_1^{(c)} + z_c^3 \gamma_1^{(c)}, \\ u_2^{(c)} &= \left(1 + \frac{z_c}{(s_c^{(1)} + \xi) \operatorname{tg} \varphi} \right) v^{(c)} + \\ &\quad + z_c \phi_2^{(c)} + z_c^2 \psi_2^{(c)} + z_c^3 \gamma_2^{(c)}, \\ u_3^{(c)} &= w^{(c)} + z_c w_1^{(c)} + z_c^2 w_2^{(c)}, \end{aligned} \quad (12)$$

де $u^{(c)}, v^{(c)}, w^{(c)}$ — проєкції переміщень точок серединної поверхні еквівалентного ортотропного шару; $\phi_1^{(c)}, \phi_2^{(c)}$ — кути повороту нормалей до серединної поверхні; $\psi_1^{(c)}, \psi_2^{(c)}, \gamma_1^{(c)}, \gamma_2^{(c)}, w_1^{(c)}, w_2^{(c)}$ — невідомі функції, що визначаються з граничних умов.

Для подальшого розв'язування задачі застосовується підхід, викладений вище. Записується потенціальна та кінетична енергії системи. Розклади узагальнених переміщень записуються у вигляді (7). Внаслідок застосування методу заданих форм отримуємо динамічну систему типу (8). Для дослідження автоколивань застосовується метод продовження розв'язків [9].

ДИНАМІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ТОНКОСТІННИХ НАНОКОМПОЗИТНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Розглянемо результати моделювання автоколивань циліндричної оболонки з нанокompозиту у надзвуковому газовому потоці. Механічні характеристики вуглецевих нанотрубок та композитної матриці приймалися такими:

$$\begin{aligned} E_{11}^{CNT} &= 5.6466 \text{ ТПа}, \quad E_{22}^{CNT} = 7.08 \text{ ТПа}, \\ G_{12}^{CNT} &= 1.9445 \text{ ТПа}, \quad \mu_{12}^{CNT} = 0.175, \\ \rho^{CNT} &= 1400 \text{ кг/м}^3, \quad E^m = 2.5 \text{ ГПа}, \\ \mu^m &= 0.34, \quad \rho^m = 1150 \text{ кг/м}^3. \end{aligned}$$

Геометричні параметри оболонки такі:

$$R = 0.25 \text{ м}, \quad h = 5 \text{ мм}, \quad \frac{h}{R} = 0.02, \quad L = 1 \text{ м}.$$

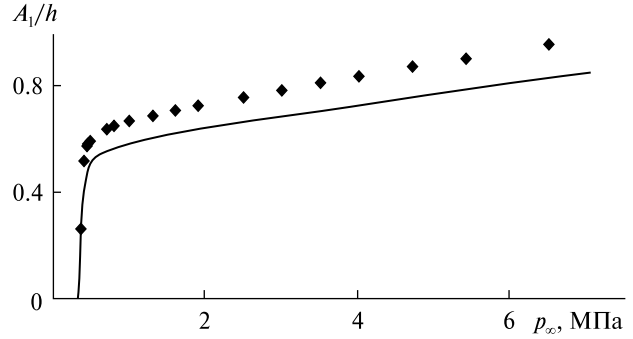


Рис. 4. Біфуркаційна діаграма автоколивань

Параметри динамічної системи (8) визначалися розрахунково. Нелінійна динамічна система досліджувалася шляхом спільного використання методу продовження та методу гармонійного балансу [10]. Отримані результати порівнювалися з результатами прямого числового інтегрування рівнянь (8).

Розглядалася циліндрична оболонка з UD-армуванням нанотрубками та величиною концентрації нанотрубок у матриці $V_{CNT}^* = 0.12$. Величини параметрів оболонки приймалися [3, 21]. Надзвуковий газовий потік визначається такими параметрами: $\gamma = 1.4; a_\infty = 213.36 \text{ м/с}; M_\infty = 3$. Параметр n у розкладі (7) приймався $n = 6$. Результати розрахунків узагальнено на біфуркаційній діаграмі.

На рис. 4 представлено залежність амплітуди A_1 автоколивань $q_1(t)$ від динамічного тиску надзвукового потоку p_∞ . Для розрахунку цієї кривої застосовувалося поєднання методів пристрілки та продовження розв'язку [8, 12]. Тривіальний стан рівноваги динамічної системи (8) $q_j \equiv 0$ є стійким при $p_\infty < 0.32 \text{ МПа}$. Біфуркація Хопфа спостерігається при $p_\infty = 0.32 \text{ МПа}$. Внаслідок цієї біфуркації тривіальний стан рівноваги втрачає стійкість і народжуються автоколивання. Розмахи цих автоколивань показано суцільною лінією на рис. 4. Вони описують радіальні автоколивання циліндричної оболонки. Зазначимо, що зі збільшенням p_∞ амплітуда автоколивань збільшується. Для верифікації отриманих результатів виконувалося пряме числове інтегрування динамічної системи (8). Результати прямого інтегрування зображено ромбами на

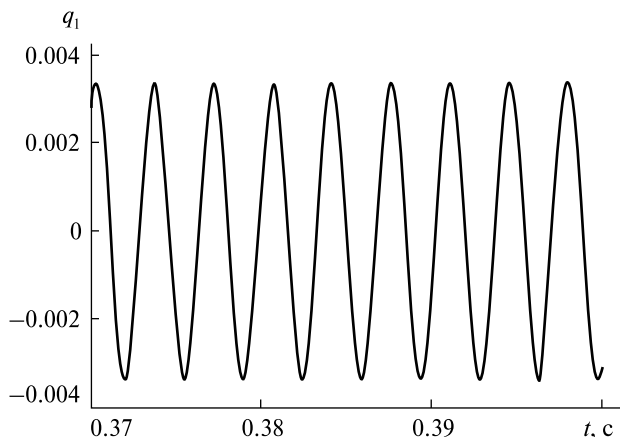


Рис. 5. Періодичні автоколивання конструкції

рис. 4. Отже, результати, отримані двома різними методами, близькі.

На рис. 5 показано періодичні автоколивання конструкції $q_1(t)$ при $p_\infty = 1$ МПа. Як видно, автоколивання є моногармонічними.

ДИНАМІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ТРИШАРОВИХ ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ, ВИГОТОВЛЕНИХ МЕТОДАМИ АДИТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

У цьому розділі представлені результати моделювання автоколивань консольної конічної оболонки, які виникають при взаємодії надзвукового потоку з сандвіч-оболонкою при її геометрично нелінійному деформуванні. Параметри надзвукового потоку (6) приймалися такими: $\gamma = 1.4$; $a_\infty = 213.36$ м/с; $\beta = 0$. Нелінійна динамічна система (8), яка описує автоколивання, має 21 ступінь свободи. Вона досліджується числовим методом за допомогою алгоритму, в якому поєднується реалізація методу пристрілки та алгоритм методу продовження рішення. Результати моделювання динамічної поведінки конструкції, що встановилася, приведено на біфуркаційній діаграмі (рис. 6). На діаграмі представлено залежність $\max(q_1/h_c)$ від p_∞ . Стійкий стани, що встановилися, показано суцільною лінією, а нестійкі — пунктирною.

Розглянемо динамічну поведінку конструкції, що показано на рис. 6. При будь-якому значенні p_∞ спостерігається тривіальний стан рівноваги, який описується прямою AB . У точці H спостері-

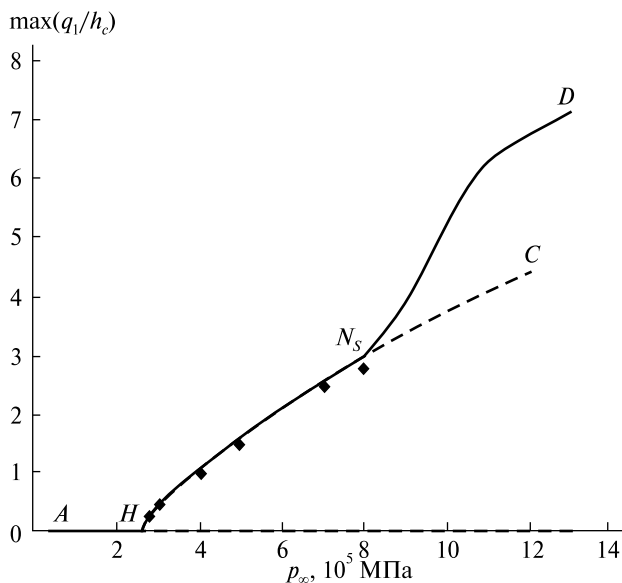


Рис. 6. Біфуркаційна діаграма автоколивань консольної оболонки при $M = 1.5$

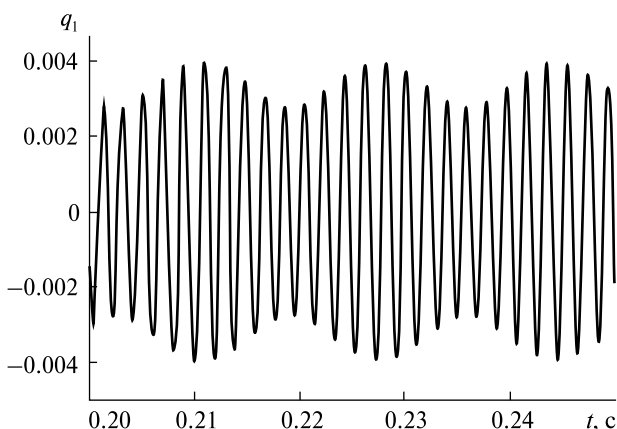


Рис. 7. Квазіперіодичні коливання $q_1(t)$ при тиску $p_\infty = 9 \cdot 10^5$ Па

гається біфуркація Хопфа. Внаслідок цієї біфуркації стійкий стан рівноваги AH перетворюється на нестійку рівновагу HB та відокремлюються стійкі автоколивання, які описуються кривою HN_s . У точці N_s спостерігається біфуркація Неймарка — Сакера. Тоді стійкий граничний цикл стає нестійким, і у точці N_s відокремлюються стійкі квазіперіодичні коливання. Амплітуди таких квазіперіодичних коливань описуються кривою N_sD . Квазіперіодичні коливання при $p_\infty = 9 \cdot 10^5$ Па подано на рис. 7.

МЕТОДОЛОГІЯ ВИПРОБУВАНЬ НА ВТОМУ ТРИШАРОВИХ ПЛАСТИН ІЗ СТІЛЬНИКОВИМ ЗАПОВНЮВАЧЕМ

Досліджувалися тришарові пластини зі стільниковим заповнювачем, виготовленим за адитивними технологіями із полімолочної кислоти (PLA). Верхній та нижній шари пластин виготовлялися із чотирьох поперечних шарів (0/90/0/90) SIGRAPREG C U200.

Технологію виготовлення тришарових пластин для випробувань на втому можна подати так:

- виробництво стільникових заповнювачів з полімолочної кислоти за адитивною технологією FDM,
- виробництво лицьових шарів з вуглепластику,
- склеювання отриманих пластин у тришарову пластину,
- обробка отриманої пластини.

Друк стільникового заповнювача проводився ниткою діаметром 0.2 мм. Параметри друку приведено у табл. 1. Стільникові заповнювачі друкуються за розмірами: 200×180×10 мм.

Вуглепластиковий композит, заснований на препрегу SIGRAPREG C U200-0/NF-E310/30 %, застосовується для двох лицьових сторін тришарової пластини. Товщина одного шару односпрямованого листа 0.1875 мм. Два лицьові шари складаються з чотирьох односпрямованих підшарків з кутами залягання 0°, 90°, 0°, 90°. Перед виготовленням тришарової конструкції вуглепластикові пластини розрізаються на частини розміром 200×200 мм. Склеювання стільникового заповнювача та лицьових сторін проводиться двокомпонентним епоксидним клеєм 3M™ Scotch-Weld™ DP190B/A. Стільниковий заповнювач із приклеєною однією лицьовою сторо-

Таблиця 1. Параметри виготовлення стільникового заповнювача

Показник	Значення
Діаметр сопла екструдера, мм	0.32
Швидкість друку, см/с	5...7
Середня ширина шару, мм	0.3
Температура стола, °C	60
Температура екструдера, °C	210



Рис. 8. Склеювання тришарових пластин (а — стільниковий заповнювач із приклеєною однією стороною, б — тришарова пластина)

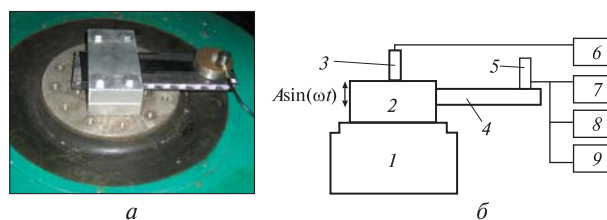


Рис. 9. Установка для випробувань на втому (а — зображення установки, б — принципова схема)



Рис. 10. Пошкоджена тришарова пластина

ною подано на рис. 8, а. Тришарова стільникова пластина зображена на рис. 8, б.

Розглянемо методологію втомних випробувань тришарових пластин [23]. Метою цих випробувань є аналіз втоми тришарових пластин із стільниковим заповнювачем, виготовленим за адитивними технологіями FDM.

Втомні випробування проводяться з використанням електродинамічного вібростенду (рис. 9). Для проведення втомних випробувань було виготовлено 12 тришарових пластин. Зображення тришарової пластини у вібростенді подано на рис. 9, а. Вібростенд генерує вертикальні гармонійні коливання в широкому діапазоні частот та амплітуд збудження. Коливання вібростенду збуджують коливання тришарової пластини. Для аналізу втоми досліджуються вимушені резонансні коливання тришарової пластини.

На рис. 9, б подано принципову схему динамічної установки для випробувань на втому.

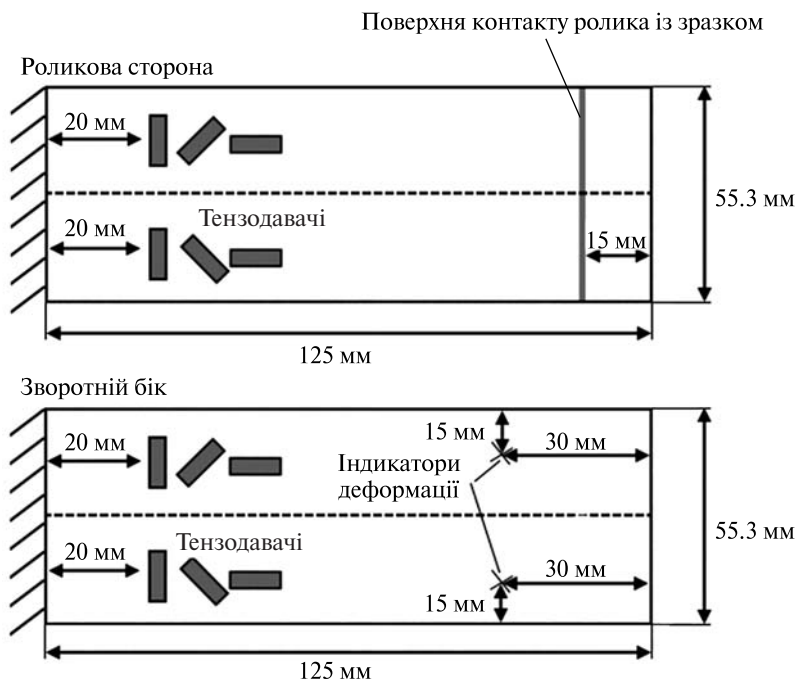


Рис. 11. Геометрія тришарової пластини та розміщення давачів на ній

Вібростенд позначено цифрою 1. Платформа, де закріплюється зразок, позначена цифрою 2. Ця платформа здійснює гармонійні коливання $A\cos(\omega t)$. На платформі розташовується давач для вимірювання віброприскорень, який позначено цифрою 3. Зразок, що випробовується, позначено цифрою 4. Давач, який вимірює віброприскорення кінця пластини, позначено цифрою 5. Лічильник, який фіксує кількість циклів до руйнування тришарової пластини із стільниковим наповнювачем, позначено цифрою 8. Частота коливання вимірюється давачем, що позначений цифрою 9.

Випробування зразків відбувається до моменту руйнування зразка. Число циклів до руйнування зразків фіксується. За результатами експериментів отримано, що всі пластини руйнуються по стільниковому заповнювачу. Як приклад, пластину з тріщиною, яка утворилася в процесі втомних випробувань, подано на рис. 10. Тріщина спостерігається у стільниковому заповнювачі.

Напружений стан тришарових пластин визначався із скінченно-елементних розрахунків. Методику цих розрахунків подано в роботі [23]. За

результатами випробувань на втому дванадцяти пластин побудовано діаграми Веллера.

РЕЗУЛЬТАТИ ВИПРОБУВАНЬ НА ВТОМУ ТРИШАРОВИХ ПЛАСТИН ІЗ СТІЛЬНИКОВИМ ЗАПОВНЮВАЧЕМ

Геометрію тришарових пластин зображено на рис. 11. Матеріали, з яких виготовлено конструкцію, обговорюються вище. Для дослідження втомного руйнування зразка проводилися його випробування на резонанс при наборі циклів аж до руйнування.

Частотний відгук резонансних коливань подано на рис. 12. Отримано залежність частоти збудження від коливань прискорення вільного кінця пластини.

Значення першої власної частоти згинальних коливань визначається з частотного відгуку. Ці власні частоти для дванадцяти досліджуваних пластин подано в табл. 2. Власні частоти дванадцяти зразків перебувають у частотному діапазоні 109...138 Гц. Отримано, що дисперсія власних частот внаслідок складності конструкції зразка є значною.

Здійснюється скінченно-елементне моделювання власних частот тришарових пластин. Методику цього моделювання докладно розглянуто у статті [23]. Досліджувалася тришарова пластина зі стільниковим заповнювачем. Стільниковий заповнювач розбивався на пластинчасті скінченні елементи. У рамках такої моделі отримано, що перша власна частота дорівнює 124.59 Гц. А перша власна частота цієї ж пластини, отриманої з використанням гомогенізованої моделі стільникового заповнювача, дорівнює 123.89 Гц. Отже, дві моделі дають близькі власні частоти.

У схему втомних випробувань (рис. 9, б) включено віброметр. Він дозволяє досліджувати спектральну щільність коливань вільного кінця тришарової консольної пластини. Спектральну щільність динамічного відгуку дев'ятого зразка подано на рис. 13. За результатами досліджень маємо, що коливання вільного кінця консольної пластини моногармонійні.

Кількість N_f циклів до руйнування зразка та число циклів до зміни першої власної частоти N_c вимірюються під час випробувань на втому. Зміна власної частоти виникає внаслідок утворення дефектів у зразку [23]. Внаслідок утворення дефектів зменшується жорсткість конструкції і, як наслідок, зменшується перша власна частота коливань. Значення таких власних частот наводиться у табл. 2.

Втомне руйнування тришарових пластин, як правило, відбувається у стільниковому заповнювачі. Велика кількість циклів спостерігається до зміни першої частоти. Аналіз поданих у табл. 2 результатів показує, що перша власна частота коливань змінюється незначно: на 2-3 Гц. Виключення становить сьомий зразок, зміна частоти спостерігається на 16.6 Гц. Зміна власної частоти при випробуваннях на втому свідчить про формування дефекту у формі тріщини, вона спостерігається у всіх зразках. На рис. 14 подано

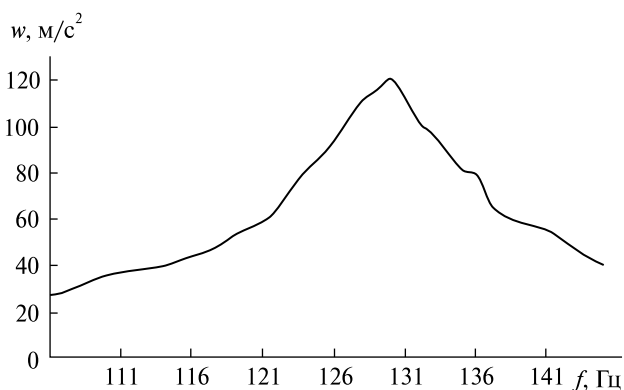


Рис. 12. Частотний відгук коливань пластини

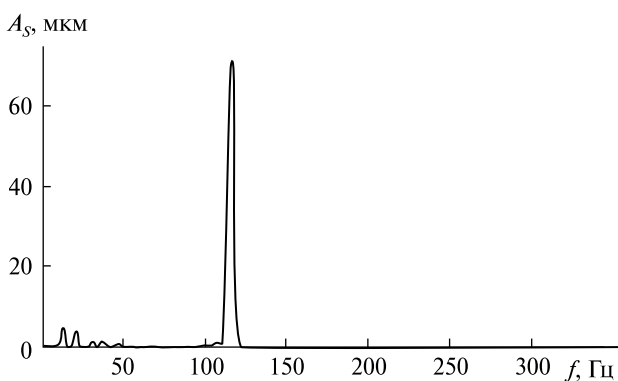


Рис. 13. Спектральна щільність динамічного відгуку тришарової пластини

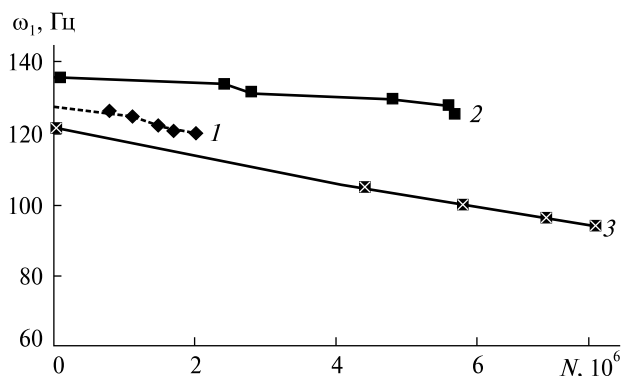


Рис. 14. Залежність першої власної частоти ω_1 від кількості N циклів

Таблиця 2. Перші власні частоти для дванадцяти тришарових пластин

Номер зразка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Перша власна частота, Гц	128	138	136	130	125	122	121.6	120	109	110	129	133
Перша власна частота після утворення першого дефекту, Гц	126	—	134	129	123	119	105.0	—	107	108	126	131

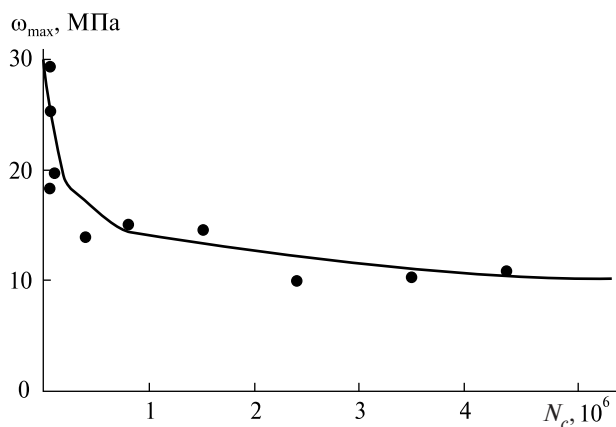


Рис. 15. Діаграма Веллера для тришарової пластини: по осі абсцис — кількість N_c циклів до зміни першої власної частоти

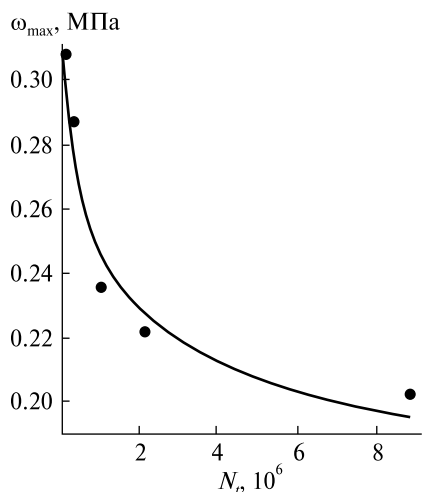


Рис. 16. Діаграма Веллера для тришарової пластини: по осі абсцис — кількість N_r циклів до руйнування зразка

залежність першої власної частоти тришарових пластин із номерами 1, 3 і 7 від кількості циклів. Отже, після першої зміни власної частоти спостерігається її подальша зміна.

Для систематизації результатів зміни першої власної частоти використовувалася діаграма Веллера (рис. 15). На рис. 15 по осі ординат показано еквівалентні напруження, отримані із скінченно-елементних розрахунків, а по осі абсцис — кількість N_c циклів до зміни першої власної частоти. Параметр N_c визначається експериментально. Результати експериментального

аналізу показані точками на рис. 15. Проводилося числове моделювання діаграми Веллера, докладно описане у роботі [23]. Результати числового моделювання показано суцільною лінією на рис. 15. Результати, отримані двома методами, близькі.

Розглянемо діаграму Веллера, де по осі абсцис — кількість циклів до руйнування зразка (рис. 16). По осі ординат вказано величини еквівалентних напружень, отримані з числового моделювання тришарової пластини з гомогенізованою моделлю стільникового заповнювача. По горизонтальній осі подано експериментальне значення кількості циклів до руйнування зразка, результати показано точками.

Для апроксимації діаграми було використано метод найменших квадратів. Діаграму Веллера подаємо такою залежністю:

$$\sigma_{\max}^m N = C.$$

Тоді константи m та C приймають значення:

$$m = 9.21, \lg(C) = 55.67.$$

ВИСНОВКИ

У статті стисло представлено цикл досліджень з Цільової комплексної програми НАН України з наукових космічних досліджень на 2018—2022 роки. В результаті виконання роботи розрахунками та експериментально досліджено динамічні властивості тонкостінних елементів ракетної техніки з нанокompозитних матеріалів та тришарових тонкостінних елементів аерокосмічних конструкцій із стільникового заповнювача, надрукований за адитивними технологіями. Такі тонкостінні елементи є міцними та мають малу вагу. Як показано за результатами досліджень, такі конструкції можуть використовуватися в аерокосмічній техніці, літакобудуванні, енергетиці та військовій справі.

Автори вдячні рецензенту за корисні зауваження, які покращили статтю. Результати цих досліджень отримані за фінансуванням Цільової комплексної програми НАН України з наукових космічних досліджень на 2018—2022 роки (розпорядження Президії НАН України від 07.02.2018 р. № 75) та Національного фонду досліджень України (грант 2020.02/128).

REFERENCES

1. Allaoui A., Bai S., Cheng H. M., Bai J. B. (2002). Mechanical and electrical properties of a MWNT/epoxy composite. *Composites Sci. and Technol.*, **62**, 1993—1998.
2. Avramov K. (2018). Longitudinal-flexural self-sustained vibrations of nanotube conveying fluid. *East Eur. J. Phys.*, **5**(2), 13—24.
3. Avramov K., Chernobryvko M., Uspensky B., Seitkazenova K., Myrzaliyev D. (2019). Self-sustained vibrations of functionally graded carbon nanotubes reinforced composite cylindrical shell in supersonic flow. *Nonlinear Dynamics*, **98**(3), 1853—1876.
4. Avramov K., Kabyzbekova B. (2019). Bifurcations behavior and chaotic self-sustained vibrations of cantilevered nanotube conveying fluid. *Acta Mech.*, **230**, 3235—3258.
5. Avramov K., Myrzaliyev D., Uspensky B., Sakhno N., Seitkazenova K. (2021). Buckling modeling of functionally graded carbon nanotubes reinforced composite joined spherical-cylindrical-spherical thin-walled structure. *J. Mech. Eng. Sci.*, **235**(22), 6287—6310.
6. Avramov K., Uspensky B. (2022). Nonlinear supersonic flutter of sandwich truncated conical shell with flexible honeycomb core manufactured by fused deposition modeling. *Int. J. Non-linear mechanics*, **143**, 104039.
7. Avramov K., Uspensky B., Sakhno N., Nikonov O. (2021). Transient response of functionally graded carbon nanotubes reinforced composite conical shell with ring-stiffness under the action of impact loads. *Eur. J. Mech. – A/Solids*, **91**(13):104429.
8. Avramov K. V. (2003). Bifurcations of parametric oscillations of beams with three equilibrium. *Acta Mech.*, **164**, 115—138.
9. Avramov K. V. (2016). Bifurcation behavior of steady vibrations of cantilever plates with geometrical nonlinearities interacting with three-dimensional inviscid potential flow. *J. Vibration and Control*, **22**(5), 1198—1216.
10. Avramov K. V. (2018). Nonlinear vibrations characteristics of single-walled carbon nanotubes via nonlocal elasticity. *Int. J. Nonlinear Mech.*, **117**, 149—160.
11. Avramov K. V., Chernobryvko M. V., Tonkonogenko A. M., Degtyarenko P. G. (2018). Dynamics of solid propellant motor composite casing under impact pressure. *Meccanica*, **53**, 3339—3353.
12. Breslavsky I. D., Strel'nikova E. A., Avramov K. V. (2011) Dynamics of shallow shells with geometrical nonlinearity interacting with fluid, *Computers and Structures*. **89**, 496—506.
13. Ci L., Bai J. B. (2006). The reinforcement role of carbon nanotubes in epoxy composites with different matrix stiffness. *Composites Sci. and Technol.*, **66**, 599—603.
14. Degtyarev M. A., Avramov K. V. (2019). Numerical simulation of the stress-strain state of the rocket pretention module. *Strength of Materials*, **51** (5), 707—714.
15. Degtyarev M. A., Avramov K. V., Akimov D., Kostikov A. (2021). Thermo-mechanical stress-strain state of retention compartment. *J. Aerospace Eng.*, **34**(4): 04021030.
16. Liu Y. J., Chen X. L. (2003) Evaluations of the effective material properties of carbon nanotube-based composites using a nanoscale representative volume element. *Mech. of Mater.*, **35**, 69—81.
17. Martynenko G., Avramov K., Martynenko V., Chernobryvko M., Tonkonozhenko A., Kozharin V. (2021). Computational modeling of warhead transportation. *Defence Technol.*, **17**, 478—494.
18. Odegard G. M., Gates T. S., Wise K. E., Park C., Siochi E. J. (2003). Constitutive modeling of nanotube—reinforced polymer composites. *Composites Sci. and Technol.*, **63**, 1671—1687.
19. Sakhno N., Avramov K., Uspensky B. (2021). Dynamic instability of a compound nanocomposite shell. *Space Sci. & Technol.*, **27**(5), 60—70. <https://doi.org/10.15407/knit2021.05.060>
20. Seidel G. D., Lagoudas D. C. (2006). Micromechanical analysis of the effective elastic properties of carbon nanotube reinforced composites. *Mech. of Mater.*, **38**, 884—907.
21. Shen H. S. (2009). Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments. *Comp. Struc.*, **91**, 9—19.
22. Uspensky B., Avramov K., Nikonov O., Sakhno N. (2022). Dynamic instability of functionally graded carbon nanotubes-reinforced composite joined conical-cylindrical shell in supersonic flow. *Int. J. Structural Stability and Dynamics*, **22**(7): 2250039.
23. Uspensky B., Derevianko I., Avramov K., Polishchuk O., Salenko A. (2022). Experimental and numerical study on fatigue of sandwich plates with honeycomb core manufactured by fused deposition modeling. *Appl. Composite Mater.*, **29**, 2033—2061.

Стаття надійшла до редакції 07.11.2022

Після доопрацювання 31.12.2022

Прийнято до друку 04.01.2023

Received 07.11.2022

Revised 31.12.2022

Accepted 04.01.2023

К. В. Аврамов¹, Head of Department, Dr. Sci. in Tech., Professor.

ORCID: 0000-0002-8740-693X

E-mail: kvavramov@gmail.com

Б. В. Успенський¹, Senior Researcher, Ph. D. in Tech.

ORCID: 0000-0001-6360-7430

І. І. Дерев'янка², Team Leader, Ph. D. in Tech.

ORCID: 0000-0002-1477-3173

М. О. Дегтярьов², General Designer – First Deputy General Director, Ph. D. in Tech.

О. Ф. Поліщук¹, Senior Researcher, Ph. D. in Tech.

ORCID: 0000-0003-1266-9847

М. В. Чернобричко¹, Leading Researcher, Dr. Sci. in Tech.

ORCID: 0000-0001-8808-2415

¹ A. N. Pidgorny Institute of Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine

2/10 Pozharsky Str., Kharkiv, 61064 Ukraine

² Yangel Yuzhnoye State Design Office

3, Kryvorizka Str., Dnipro, 49008 Ukraine

DYNAMIC PROPERTIES OF NANOCOMPOSITE AND THREE-LAYER THIN-WALLED AEROSPACE ELEMENTS MANUFACTURED BY ADDITIVE TECHNOLOGIES

Nanocomposite and sandwich plates with a honeycomb core are characterized by a high strength-to-mass ratio. Thus, such a solution is very promising for the aerospace and aircraft industry. This paper represents a mathematical model for a nanocomposite functionally gradient cylindrical shell interacting with a supersonic gas flow. To obtain such a model, the predetermined form method is used. An ordinary nonlinear differential equations system is obtained to describe the self-sustained vibrations of the shell. The structure model is developed using nonlinear strain-displacement relationships to analyze self-sustained vibrations.

A model describing self-sustained vibrations of a sandwich conical shell interacting with a supersonic gas flow is obtained. The core layer of the shell is an FDM-manufactured honeycomb. The stress state of the structure is analyzed using the high-order shear deformations theory. Each layer's stress state is described by five coordinates which are the three displacements of the midsurface and two angles of rotation of the normal to the midsurface. At the layers' junctions, the border conditions of displacements' continuity are used. To analyze self-sustained vibrations, the nonlinear strain-displacement relationships are utilized. Using the normal modes technique allows us to obtain a nonlinear autonomous dynamic system. Results of numerical simulations of self-sustained vibrations are provided. They are obtained by solving a nonlinear boundary value problem for the ordinary differential equations system using shooting and continuation techniques.

Experimental investigation of sandwich plates' fatigue with honeycomb core is considered. A method of fatigue testing of sandwich plates is described. The testing results are presented using S-N diagrams.

Keywords: *nanocomposite, functionally gradient material, shell, sandwich-shell, honeycomb core, Fused Deposition Modeling, self-sustained vibrations.*