

## **ЯВНЫЕ АЛГОРИТМЫ НАСТРОЙКИ СИЛОВЫХ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ КРАТНЫХ СХЕМ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИЕЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

*В настоящее время наиболее эффективным способом получения данных о поверхности Земли является спутниковая съемка. При этом для получения высококачественных изображений земной поверхности спутник должен быть ориентирован в пространстве с очень высокой точностью. Требуемая точность ориентации составляет 2...5', а погрешность стабилизации по угловой скорости, в зависимости от пространственного разрешения, должна быть не хуже  $10^{-3}$ ... $10^{-4}$  °/с. Кроме того, к таким аппаратам предъявляются высокие требования к динамическим характеристикам пространственных разворотов во время съемки. Разворот должен происходить из любого текущего в любое заданное положение. Угловые скорости во время разворота могут достигать величины 2...3 °/с. Для обеспечения таких высоких динамических характеристик спутников в их системах ориентации в качестве исполнительных органов используются, как правило, силовые гироскопические комплексы (СГК), представляющие собой избыточную (более трех) систему двухступенных силовых гироскопов (гиродинов). Рассмотрена задача пространственной переориентации космического аппарата при помощи СГК. Предложен алгоритм управления СГК, обеспечивающий заданную ориентацию космического аппарата и оптимальную конфигурацию гиродинов. В основу предлагаемого алгоритма положены явные алгоритмы настройки СГК, представляющие собой нелинейные алгебраические уравнения относительно параметров настройки. В отличие от известных работ доказано, что нелинейные алгебраические уравнения, лежащие в основе явных алгоритмов настройки, представляют собой сжимающее отображение, и для нахождения параметров настройки из этих уравнений можно использовать метод простой итерации. В вычислительном отношении метод является очень простым и допускает использование в бортовых алгоритмах. Приведены результаты численного моделирования предложенных алгоритмов.*

**Ключевые слова:** космический аппарат, гиродин, управление ориентацией.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Задачи управления ориентацией КА представляют собой задачи управления угловым движением корпуса КА вокруг центра масс. Эти задачи в настоящее время являются очень актуальными в связи со все возрастающими требованиями к динамическим характеристикам пространственных маневров КА. Разворот должен происходить из любого текущего положения в любое заданное. При этом точность ориентации в развернутом положении должна составлять единицы угловых минут, а угловые скорости разворота могут достигать величины 2—3°/с. Например, французский КА «Spot-7», выведенный на орбиту 30 июня 2014 г. для получения снимков зем-

ной поверхности высокого разрешения, обеспечивает следующие динамические характеристики пространственных маневров:

точность ориентации — 1.7';

максимальная скорость разворота — 2.1 °/с.

Обеспечение таких высоких динамических характеристик усложняется тем, что для спутников дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) высокого разрешения есть тенденция увеличения массы. Если масса более ранних спутников «Ikonos», «OrbView-3» составляла 720 и 304 кг соответственно, то масса последующих «QuickBird-2», «WorldView-1», «Geoeye-1», «WorldView 2» превышает две тонны. Известно, что при значительной массе КА наиболее эффективными исполнительными органами системы ориентации являются силовые гироскопические комплексы (СГК),

представляющие собой избыточную (более трех) систему двухстепенных силовых гироскопов (гиродинов) [7, 15]. Основным достоинством СГК является то, что они обладают наилучшим среди прочих типов исполнительных устройств соотношением «создаваемый управляющий момент»/«собственная масса» и при этом позволяют осуществлять сложные вращательные движения аппарата, необходимые для решения многих практически важных задач управления ориентацией. Задачи управления угловым движением при помощи СГК являются одними из наиболее сложных среди задач управления ориентацией КА. Общие подходы к их решению и некоторые фундаментальные результаты в отечественной литературе впервые были представлены в работах Е. Н. Токаря в 1970—1980-х гг. Заметный вклад в развитие тематики внесли также ученые Ю. А. Карпачев, Е. И. Сомов, А. В. Сорокин, В. Н. Васильев, Е. М. Потапенко и многие другие. Как правило, решение этих задач осуществляется в два этапа.

Первый этап состоит в определении требуемого динамического момента, прикладываемого к КА со стороны исполнительных органов системы управления, второй этап — в реализации такого момента с помощью гиродинов. Центральным вопросом при этом является вопрос синтеза алгоритмов управления углами прецессии отдельных гиродинов при их избыточности. Необходимо определить скорости прецессии гиродинов, реализующие требуемый управляющий момент, прикладываемый к КА. С математической точки зрения задача отыскания скоростей прецессии гиродинов представляет собой решение системы трех линейных уравнений вида

$$L(\alpha) \cdot u = -M(t),$$

$$L(\alpha) = \left( \frac{\partial h_1}{\partial \alpha_1} \dots \frac{\partial h_N}{\partial \alpha_N} \right),$$

где  $M(t)$  — требуемый управляющий момент,  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)^T$  — вектор углов прецессии гиродинов,  $u = (u_1, \dots, u_N)$  — вектор искомого управления гиродинами (вектор скоростей прецессии гиродинов),  $L(\alpha) \in R^{3 \times N}$  — градиентная матрица Якоби СГК,  $h_i(\alpha_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, N$  — вектор кинетического момента  $i$ -го гиродина,

заданный проекциями на оси связанной системы координат.

Для того чтобы эта система имела единственное решение, ранг матрицы  $L(\alpha)$  должен быть равен трем. Для обеспечения этого требования вводят специальный критерий (целевую функцию), характеризующий линейную независимость строк матрицы  $L(\alpha)$ . Целевая функция должна быть такой, что при всех значениях кинетического момента СГК ее максимизация приводила бы к конфигурации кинетических моментов при которой ранг градиентной матрицы все время оставался равным трем. Так как целевая функция является нелинейной функцией  $N$  аргументов, то задача нахождения ее максимума при ограничении  $L(\alpha) \cdot u = -M(t)$  является нетривиальной. Есть различные подходы в выборе целевой функции. Так, в работе [18] для минимально-избыточной компланарной системы СГК в качестве критерия настройки предлагается использовать степень насыщения коллинеарных пар гиродинов по независимым осям. Как отмечено в работе [13], такой подход нашел широкое практическое применение. Усовершенствованию этого метода посвящены работы [8, 11, 12], в которых описаны алгоритмы, исключающие возможность реализации установившихся особых состояний СГК, а также гарантирующие в любой момент времени возможность создания вектора управляющего момента в любом пространственном направлении. Заметный вклад в развитие рассматриваемой тематики внесли результаты, изложенные в [2—4, 6]. В частности, алгоритм равномодульного управления, предложенный в работе [6], обеспечивает сохранение наилучших условий по созданию управляющего момента для минимально-избыточного компланарного СГК. Такой алгоритм управления оптимален в режиме долговременной угловой стабилизации КА. Современные подходы к построению алгоритмов управления ориентацией КА с помощью силовых гироскопов нашли отражение в работах [12, 17]. Несмотря на то, что задаче управления ориентацией КА с помощью гиродинов было уделено большое внимание, она актуальна и в настоящее время. Решению этой задачи и посвящена данная работа.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ ГИРОДИНОВ

В классе гиродинных систем наиболее рациональными являются СГК, построенные на основе коллинеарных пар. Объединение гиродин в так называемые коллинеарные группы, в которых оси прецессии располагаются параллельно, дает одно очень важное преимущество — при наличии шести и более гиродин все сингулярные состояния таких схем являются строго проходимыми [16]. В оригинальной работе [18] коллинеарная пара названа «Scissored Pair Ensemble» (SPE), а избыточные кратные схемы на основе трех и двух коллинеарных пар ГД — как 3-SPE и 2-SPE соответственно. В данной работе рассмотрены особенности управления ориентацией КА с помощью СГК, построенного по схеме 3-SPE.

Будем полагать, что оси прецессии гиродин первой группы совпадают с осью  $z_B$ , оси прецессии второй группы совпадают с осью  $y_B$ , оси прецессии третьей группы — с осью  $x_B$ . Для этой схемы расположения гиродин (рис. 1) направляющие косинусы нормированных векторов кинетических моментов гиродин  $g_i$ , суммарный кинетический момент  $H$  и градиентная матрица Якоби  $L(\alpha)$  описываются соотношениями:

$$g_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_1 \\ \sin \alpha_1 \\ 0 \end{pmatrix}, g_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_2 \\ \sin \alpha_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$g_3 = \begin{pmatrix} x_3 \\ 0 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \alpha_3 \\ 0 \\ \cos \alpha_3 \end{pmatrix}, g_4 = \begin{pmatrix} x_4 \\ 0 \\ z_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \alpha_4 \\ 0 \\ \cos \alpha_4 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$g_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ y_5 \\ z_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \alpha_5 \\ \sin \alpha_5 \end{pmatrix}, g_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ y_6 \\ z_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \alpha_6 \\ \sin \alpha_6 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$H = \sum_{i=1}^6 g_i = \begin{pmatrix} \cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 + \sin \alpha_3 + \sin \alpha_4 \\ \sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 + \cos \alpha_5 + \cos \alpha_6 \\ \cos \alpha_3 + \cos \alpha_4 + \sin \alpha_5 + \sin \alpha_6 \end{pmatrix},$$

$$L(\alpha) = \begin{pmatrix} -\sin \alpha_1 & -\sin \alpha_2 & \cos \alpha_3 & \cos \alpha_4 & 0 & 0 \\ \cos \alpha_1 & \cos \alpha_2 & 0 & 0 & -\sin \alpha_5 & -\sin \alpha_6 \\ 0 & 0 & -\sin \alpha_3 & -\sin \alpha_4 & \cos \alpha_5 & \cos \alpha_6 \end{pmatrix}.$$

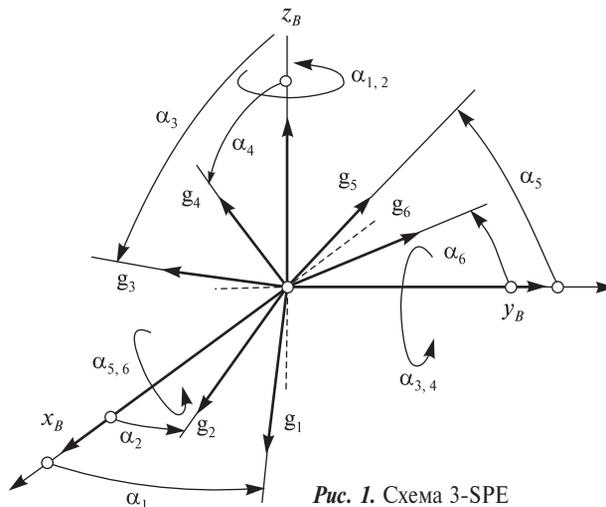


Рис. 1. Схема 3-SPE

Или, с учетом выражений (1)—(3) для проекций векторов  $g_i$ , —

$$H = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \\ y_1 + y_2 + y_5 + y_6 \\ z_3 + z_4 + z_5 + z_6 \end{pmatrix},$$

$$L(\alpha) = \begin{pmatrix} -y_1 & -y_2 & z_3 & z_4 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & 0 & 0 & -z_5 & -z_6 \\ 0 & 0 & -x_3 & -x_4 & y_5 & y_6 \end{pmatrix}.$$

Обозначим проекции кинетических моментов коллинеарных пар на оси связанной системы координат следующим образом:

$$\begin{aligned} x_{12} &= x_1 + x_2, & x_{34} &= x_3 + x_4, \\ y_{12} &= y_1 + y_2, & y_{56} &= y_5 + y_6, \\ z_{34} &= z_3 + z_4, & z_{56} &= z_5 + z_6. \end{aligned}$$

Пусть  $\Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3)^T$  — вектор, компонентами которого являются разности одноименных проекций кинетических моментов коллинеарных пар на оси связанной системы координат:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= x_{12} - x_{34}, \\ \Delta_2 &= y_{12} - y_{56}, \\ \Delta_3 &= z_{34} - z_{56}. \end{aligned} \quad (4)$$

Если вектор  $\mathbf{H} = (h_x, h_y, h_z)^T$  известен и задан вектор  $\Delta$ , то справедлива следующая система уравнений для определения проекций кинетических моментов коллинеарных пар через их разности:

$$\begin{aligned} h_x &= x_{12} + x_{34}, & x_{12} - x_{34} &= \Delta_1, \\ h_y &= y_{12} + y_{56}, & y_{12} - y_{56} &= \Delta_2, \\ h_z &= z_{34} + z_{56}, & z_{34} - z_{56} &= \Delta_3. \end{aligned}$$

Решение полученной системы имеет вид

$$\begin{aligned} x_{12} &= \frac{h_x + \Delta_1}{2}, & x_{34} &= \frac{h_x - \Delta_1}{2}, \\ y_{12} &= \frac{h_y + \Delta_2}{2}, & y_{56} &= \frac{h_y - \Delta_2}{2}, \\ z_{34} &= \frac{h_z + \Delta_3}{2}, & z_{56} &= \frac{h_z - \Delta_3}{2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Соотношения (5) с учетом того, что  $\|g_i\|^2=1$ , позволяют записать три независимых системы уравнений для определения проекций векторов  $g_i$  на оси связанной системы координат

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{h_x + \Delta_1}{2}, & z_3 + z_4 &= \frac{h_z + \Delta_3}{2}, & z_5 + z_6 &= \frac{h_z - \Delta_3}{2}, \\ y_1 + y_2 &= \frac{h_y + \Delta_2}{2}, & x_3 + x_4 &= \frac{h_x - \Delta_1}{2}, & y_5 + y_6 &= \frac{h_y - \Delta_2}{2}, \\ x_1^2 + y_1^2 &= 1, & x_3^2 + z_3^2 &= 1, & z_5^2 + y_5^2 &= 1, \\ x_2^2 + y_2^2 &= 1, & x_4^2 + z_4^2 &= 1, & z_6^2 + y_6^2 &= 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Найдя решение систем (6), получим [9, 14]

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{h_x + \Delta_1}{4} + \frac{h_y + \Delta_2}{4} \operatorname{tg} \frac{\Delta\alpha_{21}}{2}, \\ y_1 &= \frac{h_y + \Delta_2}{4} - \frac{h_x + \Delta_1}{4} \operatorname{tg} \frac{\Delta\alpha_{21}}{2}, \\ x_2 &= \frac{h_x + \Delta_1}{4} - \frac{h_y + \Delta_2}{4} \operatorname{tg} \frac{\Delta\alpha_{21}}{2}, \\ y_2 &= \frac{h_y + \Delta_2}{4} + \frac{h_x + \Delta_1}{4} \operatorname{tg} \frac{\Delta\alpha_{21}}{2}, \\ x_3 &= \frac{h_x - \Delta_1}{4} - \frac{h_z + \Delta_3}{4} \operatorname{tg} \frac{\Delta\alpha_{43}}{2}, \\ z_3 &= \frac{h_z + \Delta_3}{4} + \frac{h_x - \Delta_1}{4} \operatorname{tg} \frac{\Delta\alpha_{43}}{2}, \\ x_4 &= \frac{h_x - \Delta_1}{4} + \frac{h_z + \Delta_3}{4} \operatorname{tg} \frac{\Delta\alpha_{43}}{2}, \\ z_4 &= \frac{h_z + \Delta_3}{4} - \frac{h_x - \Delta_1}{4} \operatorname{tg} \frac{\Delta\alpha_{43}}{2}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} y_5 &= \frac{h_y + \Delta_2}{4} + \frac{h_z - \Delta_3}{4} \operatorname{tg} \frac{\Delta\alpha_{65}}{2}, \\ z_5 &= \frac{h_z - \Delta_3}{4} - \frac{h_y + \Delta_2}{4} \operatorname{tg} \frac{\Delta\alpha_{65}}{2}, \\ y_6 &= \frac{h_y + \Delta_2}{4} - \frac{h_z - \Delta_3}{4} \operatorname{tg} \frac{\Delta\alpha_{65}}{2}, \\ z_6 &= \frac{h_z - \Delta_3}{4} + \frac{h_y + \Delta_2}{4} \operatorname{tg} \frac{\Delta\alpha_{65}}{2}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\Delta\alpha_{21}) &= \sqrt{4 - \frac{(h_x + \Delta_1)^2}{4} - \frac{(h_y + \Delta_2)^2}{4}}, \\ \operatorname{tg}(\Delta\alpha_{43}) &= \sqrt{4 - \frac{(h_x - \Delta_1)^2}{4} - \frac{(h_z + \Delta_3)^2}{4}}, \\ \operatorname{tg}(\Delta\alpha_{65}) &= \sqrt{4 - \frac{(h_y - \Delta_2)^2}{4} - \frac{(h_z - \Delta_3)^2}{4}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Формулы (7) позволяют, задавая вектор  $\Delta$ , перераспределять кинетический момент между коллинеарными группами гироскопов без изменения суммарного кинетического момента  $H$ , и таким образом формировать требуемую конфигурацию кинетических моментов гироскопов в СГК. Так как вектор  $\Delta$  является некоторой функцией углов  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ):

$$\Delta = f(\alpha_i),$$

то произвольно его координаты  $\Delta_i$  задавать нельзя. Для корректного нахождения вектора  $\Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3)^T$  вводят уравнение настройки гироскопов

$$\chi(\Delta, \rho) = 0, \quad (9)$$

где  $\rho > 0$  — параметр настройки гироскопов. Решая при заданном  $\rho > 0$  уравнение (9) относительно вектора  $\Delta$  и находя по формулам (7), (8) соответствующие кинетические моменты  $g_i$ , добиваются требуемой конфигурации гироскопов [10]. При выборе левой части уравнения (9) необходимо учитывать следующее.

1. Найденные координаты  $\Delta_i$  вектора  $\Delta$  при любых допустимых значениях координат вектора  $\mathbf{H} = (h_x, h_y, h_z)^T$  и параметра  $\rho > 0$  всегда должны быть одного знака. Это необходимо для исключения несанкционированных перестроек конфигурации СГК.

2. В допустимом интервале изменения координат вектора  $\Delta$  уравнение (9) должно иметь один корень.

Для выполнения этих требований определим уравнение (9) следующим образом:

$$\chi(\Delta, \rho) = \Delta - \varphi(\Delta, \rho) = 0,$$

или

$$\Delta = \varphi(\Delta, \rho). \quad (10)$$

Уравнение (10) является частным случаем уравнения вида

$$x = g(x).$$

Для уравнений такого вида есть теорема [1], согласно которой, если  $g(x)$  — сжимающее отображение на  $[a, b]$ , то

1) уравнение  $x = g(x)$  имеет единственный корень  $x^*$  в  $[a, b]$ ;

2) итерационная последовательность  $x_{n+1} = g(x_n)$  при  $n \rightarrow \infty$  сходится к этому корню.

Отображение  $g(x)$  является сжимающим, если для  $x \in [a, b]$  функция  $g(x) \in [a, b]$ , и существует такое  $q < 1$ , что для  $x_1, x_2 \in [a, b]$  выполняется условие

$$|g(x_1) - g(x_2)| \leq q|x_1 - x_2|,$$

где  $q < 1$ . Найдем функцию  $\varphi$ , осуществляющую сжимающее отображение. Для этого введем в рассмотрение нормированные проекции кинетических моментов коллинеарных пар  $\tilde{x}_{12}, \tilde{y}_{12}, \tilde{x}_{34}, \tilde{z}_{34}, \tilde{y}_{56}, \tilde{z}_{56}$  на оси ССК. При этом под нормированием проекцией будем понимать выполнение условий

$$|\tilde{x}_{12}| \leq 1, \quad |\tilde{x}_{34}| \leq 1,$$

$$|\tilde{y}_{12}| \leq 1, \quad |\tilde{y}_{56}| \leq 1,$$

$$|\tilde{z}_{34}| \leq 1, \quad |\tilde{z}_{56}| \leq 1.$$

В зависимости от принятого правила нормирования, нормированные проекции кинетических моментов коллинеарных пар на оси ССК можно представить следующим образом:

$$а) \quad \tilde{x}_{12} = \frac{x_{12}}{\sqrt{4 - y_{12}}}, \quad \tilde{y}_{12} = \frac{y_{12}}{\sqrt{4 - x_{12}}},$$

$$\tilde{x}_{34} = \frac{x_{34}}{\sqrt{4 - z_{34}}}, \quad \tilde{z}_{34} = \frac{z_{34}}{\sqrt{4 - x_{34}}},$$

$$\tilde{y}_{56} = \frac{y_{56}}{\sqrt{4 - z_{56}}}, \quad \tilde{z}_{56} = \frac{z_{56}}{\sqrt{4 - y_{56}}},$$

$$б) \quad \tilde{x}_{12} = \frac{x_{12}}{\sqrt{x_{12}^2 + y_{12}^2}}, \quad \tilde{y}_{12} = \frac{y_{12}}{\sqrt{x_{12}^2 + y_{12}^2}},$$

$$\tilde{x}_{34} = \frac{x_{34}}{\sqrt{x_{34}^2 + z_{34}^2}}, \quad \tilde{z}_{34} = \frac{z_{34}}{\sqrt{x_{34}^2 + z_{34}^2}},$$

$$\tilde{y}_{56} = \frac{y_{56}}{\sqrt{y_{56}^2 + z_{56}^2}}, \quad \tilde{z}_{56} = \frac{z_{56}}{\sqrt{y_{56}^2 + z_{56}^2}},$$

$$в) \quad \tilde{x}_{12} = \frac{x_{12}}{2}, \quad \tilde{y}_{12} = \frac{y_{12}}{2},$$

$$\tilde{x}_{34} = \frac{x_{34}}{2}, \quad \tilde{z}_{34} = \frac{z_{34}}{2},$$

$$\tilde{y}_{56} = \frac{y_{56}}{2}, \quad \tilde{z}_{56} = \frac{z_{56}}{2}.$$

Выберем функцию  $\varphi(\Delta)$  в виде

$$\varphi(\Delta) = \rho \begin{pmatrix} 1 - \tilde{x}_{12} \tilde{x}_{34} \\ 1 - \tilde{y}_{12} \tilde{y}_{56} \\ 1 - \tilde{z}_{34} \tilde{z}_{56} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

Очевидно, что

$$\|\varphi(\Delta)\| \leq 2\rho\sqrt{3}.$$

Из соотношений (4) с учетом формул (1)–(3) следует, что  $|\Delta_i| \leq 4$ . Будем полагать, что все  $\Delta_i \geq 0$ . Тогда для  $\Delta \in [0, 4]$  при  $0 < \rho \leq 1$   $\varphi(\Delta) \in [0, 4]$ . Покажем, что при этом функция  $\varphi(\Delta)$  осуществляет сжимающее отображение. Из соотношения (11) имеем

$$\begin{aligned} & \|\varphi(\Delta_1) - \varphi(\Delta_2)\|^2 = \\ & = \rho^2 \{ [\tilde{x}_{12}(\Delta_2)\tilde{x}_{34}(\Delta_2) - \tilde{x}_{12}(\Delta_1)\tilde{x}_{34}(\Delta_1)]^2 + \\ & + [\tilde{y}_{12}(\Delta_2)\tilde{y}_{56}(\Delta_2) - \tilde{y}_{12}(\Delta_1)\tilde{y}_{56}(\Delta_1)]^2 + \\ & + [\tilde{z}_{34}(\Delta_2)\tilde{z}_{56}(\Delta_2) - \tilde{z}_{34}(\Delta_1)\tilde{z}_{56}(\Delta_1)]^2 \}. \end{aligned}$$

Так как выражения в квадратных скобках зависят только от нормированных проекций кинетического момента на оси ССК, то для этих выражений справедливы следующие неравенства

$$[\tilde{x}_{12}(\Delta_2)\tilde{x}_{34}(\Delta_2) - \tilde{x}_{12}(\Delta_1)\tilde{x}_{34}(\Delta_1)]^2 \leq 4,$$

$$[\tilde{y}_{12}(\Delta_2)\tilde{y}_{56}(\Delta_2) - \tilde{y}_{12}(\Delta_1)\tilde{y}_{56}(\Delta_1)]^2 \leq 4,$$

$$[\tilde{z}_{34}(\Delta_2)\tilde{z}_{56}(\Delta_2) - \tilde{z}_{34}(\Delta_1)\tilde{z}_{56}(\Delta_1)]^2 \leq 4.$$

Следовательно,

$$\|\varphi(\Delta_1) - \varphi(\Delta_2)\| \leq 2\rho\sqrt{3}. \quad (12)$$

Из соотношений (10), (11) для вектора  $\Delta$  справедливо соотношение

$$\Delta = \varphi(\Delta) = \rho \begin{pmatrix} 1 - \tilde{x}_{12} \tilde{x}_{34} \\ 1 - \tilde{y}_{12} \tilde{y}_{56} \\ 1 - \tilde{z}_{34} \tilde{z}_{56} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Из этого соотношения вытекают следующие неравенства

$$\begin{aligned} \|\Delta\| &= \rho \|\varphi(\Delta)\| \leq 2\rho\sqrt{3}, \\ \|\Delta_1 - \Delta_2\| &\leq 4\rho\sqrt{3}. \end{aligned} \quad (14)$$

Для того чтобы  $\varphi(\Delta)$  представляла собой сжимающее отображение, необходимо, чтобы выполнялось следующее неравенство

$$|\varphi(\Delta_1, \rho) - \varphi(\Delta_2, \rho)| \leq q |\Delta_1 - \Delta_2|, \quad (15)$$

где  $q < 1$ . Из соотношений (12) и (14) имеем для параметра  $q$  неравенство

$$\frac{1}{2} \leq q < 1,$$

Следовательно,  $\varphi(\Delta)$  — сжимающее отображение. Таким образом, уравнение

$$\Delta = \rho \begin{pmatrix} 1 - \tilde{x}_{12} \tilde{x}_{34} \\ 1 - \tilde{y}_{12} \tilde{y}_{56} \\ 1 - \tilde{z}_{34} \tilde{z}_{56} \end{pmatrix} \quad (16)$$

на интервале  $[0, 4]$  имеет один корень, координаты которого  $\Delta_i$  для всех внутренних точек области вариации вектора суммарного кинетического момента СГК и параметре настройки  $0 \leq \rho \leq 1$  всегда больше нуля. На основании изложенного выше справедливо следующее утверждение.

**Утверждение.** Функция

$$\varphi(\Delta) = \rho \begin{pmatrix} 1 - \tilde{x}_{12} \tilde{x}_{34} \\ 1 - \tilde{y}_{12} \tilde{y}_{56} \\ 1 - \tilde{z}_{34} \tilde{z}_{56} \end{pmatrix}$$

при  $0 \leq \rho \leq 1$  является сжимающим отображением, и уравнение настройки гироидов  $\Delta = \varphi(\Delta)$  имеет единственный корень  $\Delta^*$  в  $[0, 4]$ . При этом итерационная последовательность  $\Delta_{n+1} = \varphi(\Delta_n)$  при  $n \rightarrow \infty$  сходится к этому корню.

### ВЫБОР ПАРАМЕТРА НАСТРОЙКИ $\rho$

Для исключения особых состояний в работе СГК и сохранения управляемости системы кон-

фигурацию гироидов необходимо выбирать таким образом, чтобы ранг матрицы  $L(\alpha)$  все время был равен 3. Для обеспечения этого требования в СГК организуют «нуль-движение», заключающееся в изменении взаимной ориентации кинетических моментов гироидов таким образом, что суммарный кинетический момент  $H$  СГК оставался неизменным. Для этого вводят критерий настройки  $\Psi(\alpha)$ , представляющий собой некоторую целевую функцию, зависящую от углов прецессии и являющуюся характеристикой линейной независимости строк матрицы  $L(\alpha)$ . Выберем в качестве такой целевой функции определитель  $\Psi(\alpha) = \det(L(\alpha)L^T(\alpha))$ . Согласно формулам (7) проекции кинетических моментов гироидов на оси связанной системы координат являются функцией вектора  $\Delta$ , который в свою очередь является функцией параметра настройки  $\rho$ . При этом для физической реализации «нуль-движения», как следует из выражения (8), необходимо, чтобы выполнялись неравенства

$$\begin{aligned} \frac{(h_x + \Delta_1(\rho))^2}{4} + \frac{(h_y + \Delta_2(\rho))^2}{4} &< 4, \\ \frac{(h_x - \Delta_1(\rho))^2}{4} + \frac{(h_z + \Delta_3(\rho))^2}{4} &< 4, \\ \frac{(h_y - \Delta_2(\rho))^2}{4} + \frac{(h_z - \Delta_3(\rho))^2}{4} &< 4. \end{aligned} \quad (17)$$

Тогда задачу определения параметра  $\rho$  можно сформулировать следующим образом: найти максимум функции  $\Psi(\rho)$  по параметру  $\rho$  при ограничении (17).

Аналитически решить эту оптимизационную задачу невозможно. Решить ее можно только численным методом. При этом необходимо учитывать, что функция  $\Psi(\rho)$  не является выпуклой и имеет несколько точек экстремума. В этих точках  $\Psi(\rho)$  может принимать как минимальное, так и максимальное значение. Есть много методов нахождения максимума функции одной переменной. Самым простым из этих методов является метод пассивного поиска. Метод заключается в следующем. В точках  $\rho_{i+1} = \rho_i + h_\rho$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ , где  $\rho_0 = 0$ ,  $\rho_N = 1$ , а  $h_\rho$  — заданный шаг изменения  $\rho$ , из уравнения настройки гироидов (16) находится вектор  $\Delta$ , вычисля-

ется значение функции  $\Psi(\rho)$  и проверяется выполнение неравенств (17). Если параметр  $\rho$  удовлетворяет указанным неравенствам, то это значение  $\rho$  является допустимым, и перенастройка возможна. Если параметр  $\rho$  не удовлетворяет указанным неравенствам, то это значение  $\rho$  является недопустимым, и перенастройка невозможна, т. е. СГК находится в особом состоянии. В этом случае полагаем  $\Psi(\rho) = 0$ . Значение параметра  $\rho$ , соответствующее максимальному элементу полученной таким образом последовательности, в первом приближении является точкой максимума функции  $\Psi(\rho)$  по параметру  $\rho$  на отрезке  $[0, 2]$ . Найдя оптимальное значение параметра  $\rho$  и соответствующий ему вектор  $\Delta(\rho)$ , по формулам (7) можно найти оптимальную конфигурацию гиродинов. Так как параметр  $\rho$  выбирается таким образом, что при заданном значении определитель  $\Psi(\rho) = \det(L(\rho)L^T(\rho))$  достигает максимального значения, то предложенная методика определения конфигурации гиродинов обеспечивает отсутствие сингулярных состояний в СГК.

### СИНТЕЗ АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕГО ТРЕБУЕМУЮ ОРИЕНТАЦИЮ И ОПТИМАЛЬНУЮ КОНФИГУРАЦИЮ ГИРОДИНОВ

Предположим, что известен алгоритм управления  $M_u(t) = (M_x, M_y, M_z)^T$ , обеспечивающий требуемую ориентацию КА. Это управление может быть найдено различными способами, например можно воспользоваться подходом, изложенным в работе [5]. Вектор управления гиродинами  $u$  и управление  $M_u(t)$  связаны зависимостью

$$L(\alpha) \cdot u = -M_u(t).$$

Разобьем вектор  $u$  на две составляющие:

$$u = u_1 + u_2 \quad (18)$$

и потребуем, чтобы эти составляющие удовлетворяли равенствам

$$L(\alpha) \cdot u_1 = -M_u(t), \quad (19)$$

$$L(\alpha) \cdot u_2 = 0. \quad (20)$$

Составляющая  $u_2$  в соответствии с уравнением (20) сохраняет суммарный вектор кинетиче-

ского момента СГК неизменным. Эта составляющая представляет собой алгоритм настройки (определения конфигурации) СГК. Управление  $u_2$  должно выбираться таким образом, что при всех допустимых значениях суммарного кинетического момента СГК текущая конфигурация гиродинов была максимально «удалена» от сингулярных состояний. Для нахождения составляющей  $u_2$  рассмотрим уравнение настройки  $\chi(\Delta, \rho) = 0$ . Обозначим через  $u_\chi$  производную по времени от функции  $\chi(\Delta, \rho)$ . Используя соответствующие правила дифференцирования не-явной функции, можно записать

$$\frac{d}{dt}(\chi(\Delta, \rho)) = C(\alpha)\dot{\alpha} = C(\alpha)u = u_\chi,$$

где

$$C(\alpha) = \frac{d}{d\alpha^T}(\chi(\Delta, \rho)).$$

С учетом уравнения (18) имеем

$$u_\chi = C(\alpha)u_1 + C(\alpha)u_2$$

$$C(\alpha)u_2 = u_\chi - C(\alpha)u_1.$$

Таким образом, для составляющей  $u_2$  справедлива система уравнений

$$\Omega \cdot u_2 = b,$$

где

$$\Omega = \begin{pmatrix} L(\alpha) \\ C(\alpha) \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ u_\chi - C(\alpha)u_1 \end{pmatrix}.$$

Если матрица  $\Omega$  не вырождена, то система имеет единственное решение, которое определяется выражением

$$u_2 = \Omega^{-1}b. \quad (21)$$

Пусть  $\rho^*$  — оптимальное значение параметра  $\rho$ , при котором определитель  $\det(L(\rho)L^T(\rho))$  достигает максимального значения при заданном значении  $H$ , а  $\Delta^*$  — соответствующее ему оптимальное значение разности кинетических моментов. Переменные  $\rho^*$  и  $\Delta^*$  связаны соотношением

$$\chi(\Delta^*, \rho^*) = 0. \quad (22)$$

Продифференцировав по времени выражение (22), получим

$$\frac{d}{dt}(\chi(\Delta^*, \rho^*)) = 0. \quad (23)$$

Введем в рассмотрение ошибку

$$e = \chi(\Delta, \rho^*) - \chi(\Delta^*, \rho^*) = \chi(\Delta, \rho^*).$$

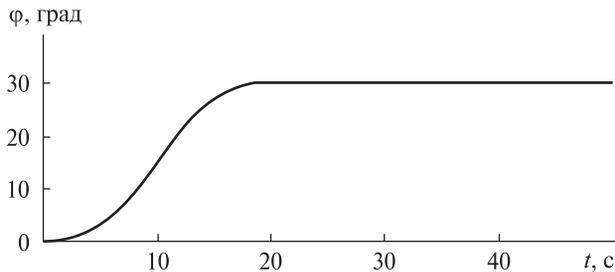


Рис. 2. Изменение во времени угла ориентации  $\varphi$  (углы  $\Psi = \theta = 0$ ) КА в орбитальной системе координат

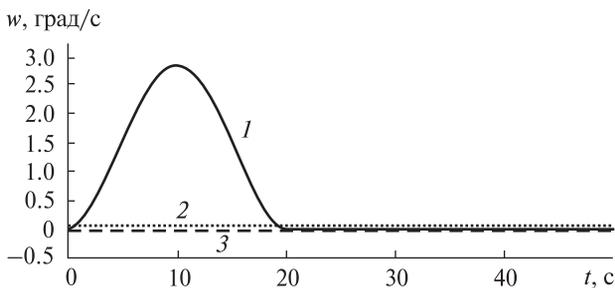


Рис. 3. Изменение во времени абсолютных угловых скоростей КА: 1 –  $w_x$ , 2 –  $w_y$ , 3 –  $w_z$

С учетом уравнения (23) для переменной  $e$  справедливо дифференциальное уравнение

$$\dot{e} = u_\chi.$$

Определим  $u_\chi$  следующим образом:

$$u_\chi = -k \cdot e, \quad k > 0.$$

Несложно показать, что выбранный алгоритм управления  $u_\chi$  обеспечивает асимптотическую устойчивость положению  $e = 0$ , и следовательно, функция  $\chi(\Delta, \rho^*)$  стремится к значению  $\chi(\Delta^*, \rho^*)$ . При этом определитель  $\Psi(\rho)$  стремится к своему максимальному значению  $\Psi^* = \Psi(\rho^*)$ , т. е. обеспечивается оптимальная конфигурация гиросилов. Зная  $u_\chi$ , по соотношениям (19), (21) находим составляющие  $u_1$  и  $u_2$ .

### РЕЗУЛЬТАТЫ ЦИФРОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗРАБОТАННЫХ АЛГОРИТМОВ

Для проверки полученных теоретических результатов было проведено численное моделирование управляемого движения КА с тензором

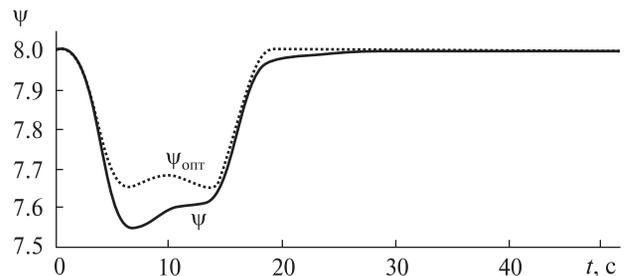


Рис. 4. Изменения во времени текущего определителя  $\Psi(\rho(t))$  и расчетного оптимального определителя  $\Psi_{\text{опт}}(\rho(t))$

инерции  $J = \begin{pmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 145 & 0 \\ 0 & 0 & 145 \end{pmatrix}$ . Размерность тен-

зора инерции —  $\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ . Все гиросилы имели одинаковые собственные кинетические моменты  $h_0 = 4 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ . Моделировался разворот спутника по крену из режима орбитальной ориентации на угол  $30^\circ$  длительностью 20 с. Для расчета управления  $M(t)$ , обеспечивающего требуемую ориентацию КА, использовался подход, изложенный в работе [17].

На рис. 2 и 3 изображены графики изменения углов ориентации и угловых скоростей при движении КА из начального в конечное положение.

На рис. 4 изображены графики изменения во времени текущего определителя  $\Psi(\rho(t))$  и расчетного оптимального определителя  $\Psi_{\text{опт}}(\rho(t))$ , полученного в соответствии с приведенным алгоритмом. Как видно из рисунков, параметры углового движения КА в конце разворота соответствуют заданным значениям. При этом определитель  $\Psi(\rho)$  стремится к своему максимальному значению  $\Psi_{\text{опт}}(\rho)$ . Это подтверждает работоспособность разработанных алгоритмов.

### ВЫВОДЫ

Предложен метод синтеза алгоритмов гиросилового управления ориентацией КА. Метод основан на явных алгоритмах настройки СГК, представляющих собой нелинейные алгебраические уравнения относительно параметров настройки. Доказано, что уравнения, лежащие в основе явных алгоритмов настройки, представляют собой сжимающее отображение, и для нахождения па-

раметров настройки из этих уравнений можно использовать метод простой итерации. В отличие от известных работ [9, 10, 14], предлагаемый подход позволяет получать алгоритмы управления угловой ориентацией спутника, обеспечивающие заданную ориентацию спутника и оптимальную конфигурацию гиродинов. Разработаны простые численные методы нахождения оптимальных параметров настройки СГК. Приведены результаты численного моделирования предложенных алгоритмов. Методика может быть полезной разработчикам систем ориентации КА.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. — 6-е изд. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. — 636 с.
2. Васильев В. Н. Управление системой двухстепенных силовых гироскопов с параллельными осями прецессии // Изв. АН СССР. Мех. твердого тела. — 1982. — № 3. — С. 14—20.
3. Васильев В. Н. Оптимизация настройки минимально избыточной системы гиродинов // Изв. РАН. Мех. твердого тела. — 1999. — № 4. — С. 3—10.
4. Васильев В. Н., Вейнберг Д. М., Шереметьевский Н. Н. Управление угловым положением долговременной орбитальной станции при помощи двухстепенных силовых гироскопов // Изв. АН СССР. Мех. твердого тела. — 1978. — № 5. — С. 3—9.
5. Ефименко Н. В. Синтез алгоритмов управления пространственной переориентацией космического аппарата с использованием динамических уравнений вращательного движения твердого тела в параметрах Родрига — Гамильтона // Пробл. упр. и инфор. — 2015. — № 3. — С. 145—155.
6. Карпачев Ю. А. Равномодульное программно-частотное управление минимально избыточной структурой двухстепенных силовых гироскопов // Изв. АН СССР. Мех. твердого тела. — 1986. — № 2. — С. 3—10.
7. Легостаев В. П., Токарь Е. Н. Область применения гиросиловых систем // Космические исслед. — 1990. — 28, вып. 3. — С. 352—359.
8. Сомов Е. И. Динамика прецизионного гиросилового управления космическими аппаратами земле обзора // Гироскопия и навигация. — 2002. — № 4 (39). — С. 54—55.
9. Сомов Е. И. Оптимизация поворотного маневра и синтез законов гиросилового наведения космических аппаратов и свободнолетающих роботов // Изв. Самарского науч. центра Российской академии наук. — 2007. — 9, № 3. — С. 824—834.
10. Сомов Е. И. Топологический анализ сингулярных состояний и синтез явных законов настройки силовых гироскопических кратных схем // Изв. Самарского науч. центра Российской академии наук. — 2009. — 11, № 3. — С. 132—140.
11. Сомов Е. И., Бондаренко Е. А., Капитонова Н. Б. Синтез гиросиловой системы пространственной стабилизации на основе векторных функций Ляпунова и параметрической оптимизации // Проблемы аналитической механики, устойчивости и управления движением. — Новосибирск: Наука, 1991. — С. 257—264.
12. Сомов Е. И., Бутырин С. А. Явный логико-динамический закон настройки минимально избыточной системы гиродинов для маневрирующего космического аппарата // Управление движением и навигация летательных аппаратов. — Самара: СГАУ, 2002. — С. 179—184.
13. Сомов Е. И., Бутырин С. А., Сорокин А. В., Платонов В. Н. Управление силовыми гироскопическими комплексами космических аппаратов // Тр. X Санкт-Петербургской междунар. конф. по интегрированным навигационным системам (26—28 мая 2003 г.). — СПб., 2003. — С. 278—294.
14. Сомов Е. И., Мещеряков С. С. Оценка реализуемости поворотного маневра космического аппарата при неопределенности накопленного кинетического момента силового гироскопического комплекса // Изв. Самарского науч. центра Российской академии наук. — 2008. — 10, № 3. — С. 799—807.
15. Сорокин А. В., Бакшеев Н. И. Сравнительный анализ силовых гироскопических комплексов высокодинамичных космических аппаратов // Тр. X Санкт-Петербургской междунар. конф. по интегрированным навигационным системам (26—28 мая 2003 г.). — СПб., 2003. — С. 272—277.
16. Токарь Е. Н. Критерий настройки гиросиловых систем // Космич. исслед. — 1980. — 18, вып. 3. — С. 77—82.
17. Avanzini G., Radice G., Ali I. Potential approach for constrained autonomous maneuvers of a spacecraft equipped with a cluster of control moment gyroscopes // J. Aerospace Engineering. — 2009. — 223, N 3. — P. 285—296.
18. Crenshaw J. W. 2-Speed, a single gimbal control moment gyro attitude control system // AIAA Paper. — 1973. — N 73-895. — P. 1—10.
19. Leeghim H., Bang H., Park Jong-Oh. Singularity avoidance of control moment gyros by one-step ahead singularity index // Acta Astronautica. — 2009. — 64, N 9/10. — P. 935—945.

Стаття надійшла до редакції 26.12.2018

#### REFERENCE

1. Bakhvalov N. S. Numerical methods / Bakhvalov N. S., Zhidkov N. P., Kobelkov G. M. — 6th ed. M.: BINOM. Laboratory of Knowledge, 2008. 636 p. [in Russian].

2. Vasiliev V. N. Control of a system of two-stage power gyroscopes with parallel precession axes. *Izv. Academy of Sciences of the USSR. Solid mechanics*. N 3. 14—20 (1982) [in Russian].
3. Vasiliev V. N. Optimization of setting the minimum redundant system of girodins. *Izv. RAS. Solid mechanics*. N 4. 3—10 (1999) [in Russian].
4. Vasiliev V. N. Controlling the angular position of a long-term orbital station with the help of two-degree power gyroscopes / V. N. Vasiliev, D. M. Weinberg, N. N. Sheremetyevsky. *Izv. Academy of Sciences of the USSR. Solid mechanics*. N 5. 3—9 (1978) [in Russian].
5. Efimenko N. V. Synthesis of control algorithms for spatial reorientation of a spacecraft using dynamic equations of the rotational motion of a rigid body in the Rodrig - Hamilton parameters. *Control problems and informatics*. N 3. 145—155 (2015) [in Russian].
6. Karpachev Yu. A. Equal-modular program-frequency control of the minimally redundant structure of two-degree power gyroscopes. *Izv. Academy of Science USSR. Solid mechanics*. N 2. 3—10 (1986) [in Russian].
7. Legostaev V. P. The scope of power gyrosystems / V. P. Legostaev, E. N. Turner. *Space Research*. Vol. 28, N 3. 352—359 (1990) [in Russian].
8. Somov E. I. Dynamics of control spacecraft for earth view the power gyrosystems. *Gyroscopy and navigation*. N 4 (39). 54—55 (2002) [in Russian].
9. Somov E. I. Optimization of the rotational maneuver and synthesis of the laws of governance of power gyrosystems guidance of spacecraft and free-flying robots. *Proceedings of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*. Vol. 9, N 3. 824—834 (2007) [in Russian].
10. Somov E. I. Topological analysis of singular states and the synthesis of explicit laws for tuning power gyroscopic complexes of multiple schemes. *Proceedings of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*. Vol. 11, N 3. 132—140 (2009) [in Russian].
11. Somov E. I. Synthesis of a gyrosil system of spatial stabilization based on Lyapunov vector functions and parametric optimization / E. I. Somov, E. A. Bondarenko, N. B. Kapitonova. *Problems of Analytical Mechanics, Stability and Motion Control*. 257—264 (Novosibirsk: Nauka, 1991) [in Russian].
12. Somov E. I. Explicit logical-dynamic law of control the minimum redundant system of gyrodynes for a maneuvering spacecraft / E. I. Somov, S. A. Butyrin. *Traffic control and aircraft navigation*. 179—184 (Samara: SSAU, 2002) [in Russian].
13. Somov E. I. Control the power gyrocomplexes spacecrafts / E. I. Somov, S. A. Butyrin, A. V. Sorokin, V. N. Platonov. *Proceedings of the X St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*. 278—294 (SPb., 2003) [in Russian].
14. Somov E. I. Assessment of the feasibility of a spacecraft turning maneuver with uncertainty of the accumulated kinetic moment of a force gyro complex / E. I. Somov, S. S. Meshcheryakov. *Proceedings of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*. Vol. 10, N 3. 799—807 (2008) [in Russian].
15. Sorokin A. V. Comparative analysis power gyroscopic complexes of high-dynamic spacecraft / A. V. Sorokin, N. I. Baksheev. *Proceedings of the X St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*. 272—277 (SPb., 2003) [in Russian].
16. Tokar E. N. Criterion for setting up power gyro systems. *Space research*. Vol. 18, N 3. 77—82 (1980) [in Russian].
17. Avanzini G., Radice G., Ali I. Potential approach for constrained autonomous maneuvers of a spacecraft equipped with a cluster of control moment gyroscopes. *Journal of Aerospace Engineering*. Vol. 223, N 3. 285—296 (2009).
18. Crenshaw J. W. 2-Speed, a single gimbal control moment gyro attitude control system. *AIAA Paper*. N 73-895. 1—10. (1973).
19. Leeghim H. Singularity avoidance of control moment gyros by one-step ahead singularity index / H. Leeghim, H. Bang, Park Jong-Oh. *Acta Astronautica*. Vol. 64, N 9/10. 935—945 (2009).

Received 26.12.2018

М. В. Ефименко

Науково-виробниче підприємство  
«ХАРТРОН-ЮКОМ», Запоріжжя, Україна

**ЯВНІ АЛГОРИТМИ НАСТРОЮВАННЯ  
СИЛОВИХ ГІРОСКОПІЧНИХ КОМПЛЕКСІВ  
КРАТНИХ СХЕМ У ЗАДАЧАХ КЕРУВАННЯ  
ОРІЄНТАЦІЄЮ КОСМІЧНОГО АПАРАТА**

В даний час найбільш ефективним способом отримання даних про поверхню Землі є супутникова зйомка. При цьому для отримання високоякісних зображень земної поверхні супутник повинен бути орієнтований у просторі з дуже високою точністю. Необхідна точність орієнтації становить 2...5', а похибка стабілізації по кутовій швидкості, в залежності від просторового розділення, повинна бути не гіршою за  $10^{-3}...10^{-4}$  °/с. Крім того, для таких апаратів ставляться високі вимоги до динамічних характеристик просторових розворотів під час зйомки. Розворот повинен відбуватися з будь-якого поточного в будь-яке задане становище. Кутові швидкості під час розвороту можуть досягати величини 2...3 °/с. Для забезпечення таких високих динамічних характеристик супутників у їхніх системах орієнтації як виконавчі органи використовуються, як правило, силові гіроскопічні комплекси (СГК), які є надлишковою (більше трьох) системою двоступеневих силових гіроскопів (гіродинів). Розглянуто задачу просторової переорієнтації космічного апарата за допомогою СГК. Запропоновано алгоритм керування СГК, що забезпечує задану орієнтацію кос-

мічного апарата і оптимальну конфігурацію гіродинів. В основу запропонованого алгоритму покладено явні алгоритми настроювання СГК, що є нелінійними алгебраїчними рівняннями відносно параметрів настройки СГК. На відміну від відомих робіт доведено, що нелінійні алгебраїчні рівняння, що лежать в основі явних алгоритмів настроювання СГК, являють собою стисне відображення, і для визначення параметрів настройки з цих рівнянь можна використовувати метод простої ітерації. В обчислювальному відношенні метод є дуже простим і допускає застосування у бортових алгоритмах. Наведено результати чисельного моделювання запропонованого алгоритму.

**Ключові слова:** космічний апарат, гіродин, керування орієнтацією.

*M. V. Yefymenko*

“Hartron-UKOM” scientific manufacturing company,  
LLC, Zaporizhzhia, Ukraine

#### EXPLICIT ALGORITHMS FOR TUNING POWER GYROSCOPIC COMPLEXES OF MULTIPLE CIRCUITS IN PROBLEMS OF CONTROLLING THE ORIENTATION OF A SPACECRAFT

Currently, the most effective way to obtain data on the Earth’s surface is satellite imagery. To obtain high-quality images of the Earth’s surface, the satellite must be oriented in space with

very high accuracy. The required orientation accuracy is 2–5 angular minutes, and the error of stabilization in angular velocity, depending on the spatial resolution, should be no worse than  $10^{-3} \dots 10^{-4}$  degrees per second. In addition, such devices are subject to high demands on the dynamic characteristics of spatial turns during shooting. The turn must be carried out from any current to any given position. The angular velocity during the rotation can reach a value of 2–3 degrees per second. Power gyroscopic complexes (PGC) are usually used as the actuators to ensure such high dynamic characteristics of satellites in their orientation systems. PGC is a redundant system (more than 3) of two-degree power gyroscopes (gyrodynes). The article deals with the problem of spatial reorientation of a spacecraft using a PGC. A control algorithm for the PGC is proposed, which ensures a given orientation of the spacecraft and the optimal configuration of gyrodynes. The proposed algorithm is based on explicit laws for tuning gyroscopic complexes, which are nonlinear algebraic equations relative to tuning options. In contrast to the well-known works, it is proved that the nonlinear algebraic equations underlying the explicit laws of the setting are compressive mappings. Thereby, the simple iteration method can be applied to find the settings from these equations. Computationally, the method is very simple and can be used in onboard algorithms. The results of numerical modeling of the proposed algorithm are given.

**Keywords:** spacecraft, gyrodyne, attitude control.