

doi: <https://doi.org/10.15407/knit2018.06.074>

УДК 528.2

Л. М. Янків-Вітковська, Б. Б. Джуман

Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна

АПРОКСИМАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ІОНОСФЕРИ З ВИКОРИСТАННЯМ СФЕРИЧНИХ ФУНКЦІЙ

Запропоновано метод для апроксимації параметра іоносфери VTEC. Для цього як базова використовується система сферичних функцій, ортогональних на сферичній трапеції. Вхідні дані, а саме значення параметра іоносфери VTEC, отримано на ряді ГНСС-станцій. Виконано оцінку точності апроксимації при вибраних параметрах системи сферичних функцій на ряді незалежних даних.

Ключові слова: іоносфера, сферичні функції, сферична трапеція, параметр VTEC.

ВСТУП

Іоносфера Землі є одним із основних джерел помилок для сигналів глобальних навігаційних супутникових систем (ГНСС). Для одночастотних ГНСС-приймачів діапазон помилки, викликаной іоносферою, на даний час є найбільшим, і тому суттєво впливає на точність позиціонування. Загальний вміст електронів (ТЕС) є інтегральною числовою характеристикою іоносфери, яка дорівнює кількості вільних електронів уздовж шляху проходження сигналу через іоносферу. Затримка сигналів в іоносфері практично пропорційна ТЕС і обернено пропорційна квадрату частоти. Саме ця дисперсійна властивість іоносфери дозволяє при використанні двочастотних ГНСС-приймачів, з одного боку, компенсувати іоносферні затримки, а з другого — оцінювати значення ТЕС.

Вимірювання параметрів супутникових сигналів у поєднанні з методами математичної обробки та моделювання знайшли широке засто-

сування у зв'язку з упровадженням у практику досліджень сучасних обчислювальних засобів і методів експериментальних досліджень. Перевага таких методів полягає в тому, що вони дозволяють проводити експериментальні дослідження безпосередньо при експлуатації наявних мереж активних референціальних станцій, призначених для вирішення інших завдань. Цей підхід є сучасним етапом в іоносферних дослідженнях, оскільки основна властивість таких мереж — можливість проводити вимірювання безперервно в часі — безпосередньо переноситься на іоносферний моніторинг і дозволяє забезпечити дослідження глобальних і регіональних явищ в іоносфері практично у режимі реального часу.

У попередніх наших дослідженнях було проведено збір, перетворення і опрацювання «сирих» ГНСС-спостережень для мережі станцій України [1, 2, 9]. Це досить складний і трудомісткий процес. За допомогою програмного продукту, створеного нами для отримання просторового розподілу вертикального ТЕС (VTEC) і похилого ТЕС (STEC) був реалізований алгоритм багатостанційної обробки ГНСС-вимірів з викорис-

© Л. М. ЯНКІВ-ВІТКОВСЬКА, Б. Б. ДЖУМАН, 2018

танням мережі активних референсних станцій Західного регіону України, які функціонують під керуванням спеціалізованого програмного забезпечення у режимі реального часу для забезпечення послугами широкого кола користувачів геодезичного спрямування. Для ефективного використання визначених на мережі ГНСС-станцій параметрів іоносфери із застосуванням алгоритмів, запропонованих в роботах [1, 2, 9], необхідно побудувати апроксимаційну модель параметрів іоносфери в регіональному масштабі.

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

На даному етапі відновлення просторового розподілу VTEC в локальному і регіональному масштабах є затребуваним, особливо для розв'язання задач координатного забезпечення. Модельне представлення дозволяє виконати просторову інтерполяцію, а в деяких випадках — екстраполяцію значень VTEC на основі вхідних даних на системі дискретних точок — наземних ГНСС-станціях. Тому метою даної роботи є розроблення методу для побудови моделі параметра VTEC і порівняння його з іншими методами.

СФЕРИЧНІ ФУНКЦІЇ НА СФЕРИЧНІЙ ТРАПЕЦІЇ

Для апроксимації параметра іоносфери VTEC у глобальному масштабі здебільшого використовують сферичні функції Лежандра першого роду, доцільність чого показана у роботі [8]. Проте в регіональному масштабі такий підхід застосувати практично неможливо, оскільки на обмеженому регіоні сферичні функції Лежандра втрачають свою ортогональність, і розв'язок стає нестабільним. В такому випадку переважно застосовують метод SCHА [5], який за базову систему функцій використовує сферичні функції Лежандра цілого порядку m , але дійсного ступеня n . Така система функцій формує два ортогональні за вагою набори функцій на сферичному сегменті з центром в точці $\theta = 0$. Таким чином, в регіональному масштабі інтерполяцію параметра VTEC можна здійснити з використанням методу SCHА [3, 6, 7]. Проте, на нашу думку, метод SCHА має ряд недоліків. По-перше, для використання даного методу необхідно вхідні дані

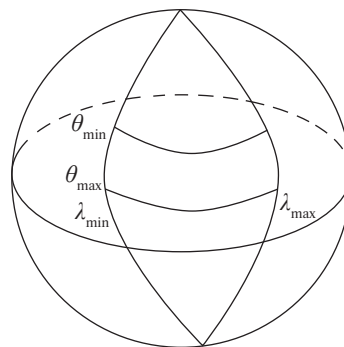


Рис. 1. Сферична трапеція

трансформувати з довільного регіону на сегмент сфери з центром в точці $\theta = 0$, що виглядає доволі штучно; по-друге, в загальному дана система функцій не є ортогональною. У той же час у роботі [4] запропоновано іншу систему функцій, розроблену на основі SCHА-функцій, яка не має перелічених вище недоліків, і її також можна застосувати для апроксимації параметра іоносфери VTEC. Зупинимось на цій системі функцій більш детально.

Розглянемо на сферичній трапеції (рис. 1), обмеженій координатами θ_{\min} , θ_{\max} , λ_{\min} , λ_{\max} , такі функції [4]:

$$P_{km}(\theta) = \sin^m(\theta - \theta_{\min}) \times F\left(m - n_k, n_k + m + 1, 1 + m, \frac{1 - \cos(\theta - \theta_{\min})}{2}\right) \quad \text{для } \theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\text{mean}}, \quad (1)$$

$$P_{km}(\theta) = (-1)^{k+m} \sin^m(\theta_{\max} - \theta) \times F\left(m - n_k, n_k + m + 1, 1 + m, \frac{1 - \cos(\theta_{\max} - \theta)}{2}\right) \quad \text{для } \theta_{\text{mean}} \leq \theta \leq \theta_{\max},$$

де k і m — цілі числа, $\theta_{\text{mean}} = (\theta_{\min} + \theta_{\max})/2$ — середнє значення. У свою чергу, значення n_k залежатимуть від k і m . Їх можна знайти за допомогою рівняння

$$\tilde{F}(n_k, m, \cos \theta_0) = 0, \quad (2)$$

якщо $k - m$ є непарним числом, або за допомогою рівняння

$$n_k \cos \theta_{\text{mean}} \tilde{F}(n_k, m, \cos \theta_0) - (n_k - m) \tilde{F}(n_k - 1, m, \cos \theta_0) = 0, \quad (3)$$

Таблиця 1. Координати станцій і значення параметра VTEC

Назва станції	θ , град	λ , град	VTEC, TECu
SULP	40.3542	24.01448	16.0
USDL	40.7573	22.58577	20.0
CRNI	41.91485	25.93405	13.6
MUKA	41.74531	22.72238	18.0
SKON	40.43199	27.16381	6.6
FRAN	41.27641	24.71412	15.0
VRHV	42.04288	24.78621	15.0
JRSL	40.17255	22.66778	20.3
STRY	40.91556	23.87189	18.6
SHPT	40.024	27.07501	8.9
DUNA	41.29615	26.86689	11.1
SKOL	41.15059	23.51259	17.6
SAMB	40.67065	23.20064	18.5
RIVN	39.56484	26.26721	8.7
VLVL	39.35788	24.35005	13.4
DORO	42.24016	26.39439	14.2
SATU	42.40114	22.86927	16.1
WISE	42.48344	24.43167	15.0
TREB	41.5715	21.71863	19.4
VASA	42.06167	22.31149	17.3
HOZD	40.00052	23.36225	18.0
HRUB	39.38392	23.88628	15.4
CHER	39.79329	24.23053	14.6
MIZ1	41.66367	23.50355	17.1
RAH1	42.13657	24.2053	15.6
TER2	40.62553	25.61018	12.3
NEMO	41.23123	28.84791	14.3
BEIU	43.52273	22.35144	10.3
BIST	43.06308	24.49396	14.0
CLUJ	43.43435	23.58653	12.3
DEBR	42.66143	21.62869	14.3
FUZE	42.44195	20.41567	13.2
NYL2	42.24004	21.71025	16.5
ORAD	43.13275	21.94165	13.1
PUSP	42.8751	21.11937	11.8
SALG	42.08041	19.81036	14.4
PRES	41.21465	21.26471	21.1
RISA	41.81729	20.00569	17.0
SKRV	41.53249	20.52876	19.6
SKSK	40.88214	21.5709	21.8
SKVT	41.30395	21.68535	20.3
VELS	41.67834	22.1528	18.7
MISC	42.08381	20.77575	16.5
SKSV	41.2003	22.15415	20.0
MYKO	40.66634	23.97935	16.3
NADA	41.55312	24.57607	16.2
HMEL	40.78286	26.96595	8.7

Побудуємо апроксимаційну модель параметра іоносфери $VTEC_m$ за базовими функціями (6) до 4 ступеня/порядку за формулою

$$VTEC_m = \sum_{k=0}^4 \sum_{m=0}^k (a_{km} \cos m\lambda + b_{km} \sin m\lambda) P_{km}(\theta). \quad (8)$$

Спершу знайдемо величини n_k за допомогою формул (2)–(4) для сферичної трапеції $\theta_0 = 2.5^\circ$. Ці значення подано у табл. 2.

Методом найменших квадратів були обчислені невідомі коефіцієнти a_{km} та b_{km} , а ними — модельні значення параметра VTEC на вхідні станції, а також різниці між вхідними і модельними значеннями.

На рис. 3, а–в зображено карти вхідних значень параметра VTEC, модельних значень і їхніх різниць.

Також було обчислено модельні значення параметра VTEC на перманентних станціях, які не були залучені до побудови моделі. Ці значення показано в табл. 3.

Стандартне відхилення m між вхідними та обчисленими з апроксимаційної моделі значення-

Таблиця 2. Власні числа $n_k(m)$ для сферичної трапеції $\theta_0 = 2.5^\circ$

k/m	0	1	2	3	4
0	0.0000				
1	54.6138	41.7054			
2	87.3177	87.3177	69.5111		
3	126.0105	121.6901	117.2051	95.8028	
4	160.2862	160.2862	153.1985	145.7325	121.3940

Таблиця 3. Модельні значення $VTEC_{mod}$, а також різниці між вхідними і модельними значеннями

Назва станції	$VTEC_{mod}$, TECu	$VTEC - VTEC_{mod}$, TECu
MISC	16.5	0.001
SKSV	20.1	0.008
MYKO	17.2	0.781
NADA	15.4	0.562
HMEL	8.6	0.004
MISC	16.5	0.002

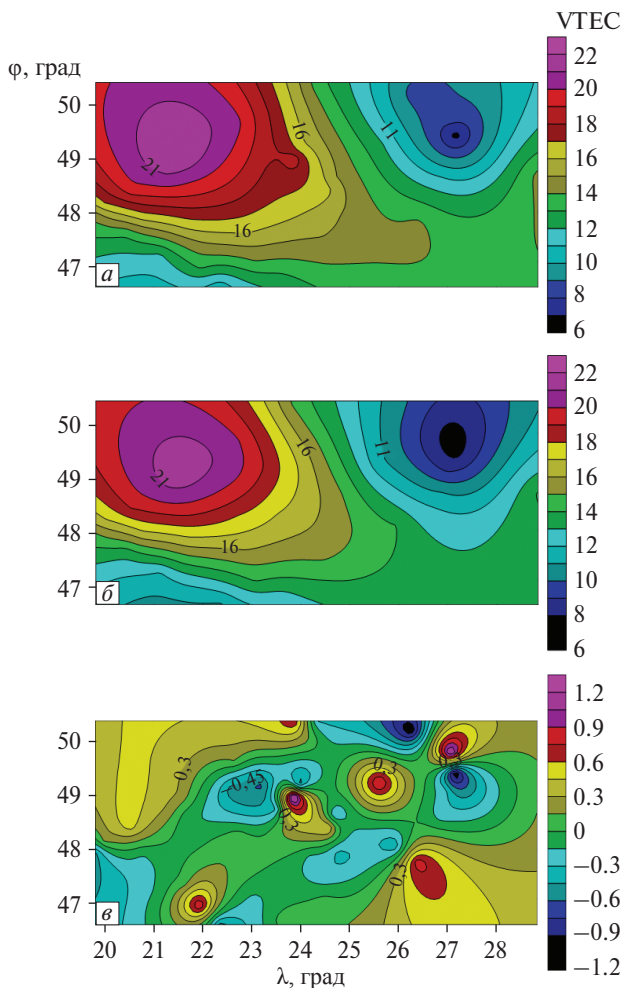


Рис. 3. Карта вхідних (а) значень параметра VTEC, модельних значень (б) та їхніх різниць (в)

ми VTEC для станцій, дані з яких використовувалися для побудови моделі, склало $m = 0.41$ TECu, а для інших станцій $m = 0.52$ TECu.

ВИСНОВКИ

Аналізуючи результати досліджень, можна зробити такі висновки:

- запропоновано як базову систему функцій сферичні функції на сферичній трапеції для апроксимації регіонального поля параметра іоносфери VTEC і обґрунтовано переваги використання даного методу порівняно з методом SCHА;
- здійснено апроксимацію параметра іоносфери VTEC в регіональному масштабі. Для цього за вхідні дані використано значення VTEC,

отримані в результаті опрацювання даних на 47 ГНСС-станціях, розміщених на території західної України;

- стандартне відхилення m між вхідними та обчисленими з апроксимаційної моделі значеннями VTEC для станцій, дані з яких використовувалися для побудови моделі, склало TECu, а для інших станцій — TECu;
- отримані в роботі результати можна застосувати для відновлення просторового розподілу VTEC в локальному і регіональному масштабах, що є необхідним для коректного розв’язання задач координатного забезпечення;
- запропонований в роботі метод в подальшому планується адаптувати для розв’язання томографічної задачі з використанням STEC.

Автори висловлюють подяку рецензентам за корисні поради і зауваження до статті.

ЛІТЕРАТУРА

1. Янків-Вітковська Л. М. Методика визначення параметрів іоносфери у мережі супутникових станцій західної України // Космічна наука і технологія. — 2013. — **19**, № 6. — С. 47–52.
2. Янків-Вітковська Л. М. Методика усереднення даних для побудови регіональної моделі іоносфери // Геодезія, картографія і аерофотознімання. — 2014. — Вип. 79. — С. 35–41.
3. Abdelazeem M., Celik R., Rabbany A. EI. On the development of a regional ionospheric correction model for low-cost single frequency GNSS users // The 10th International conference on mobilemapping technology. — Cairo, Egypt, 2017.
4. Dzhuman B. B. Modeling of the gravitational field on spherical trapezium // Geodesy, cartography and aerial photography. — 2018. — **86**. — P. 5–10.
5. Haines G. Spherical cap harmonic analysis // J. Geophys. Res. — 1985. — **90**. — P. 2583–2591.
6. Liu J., Chen R., An J., Wang Z., Huypa J. Spherical cap harmonic analysis of the Arctic ionospheric TEC for one solar Z. cycle // J. Geophys. Res. — 2014. — **119**. — P. 601–619.
7. Ohashi M., Sato Y., Yamada A., Kubo Y., Sugimoto S. Studies on spherical cap harmonic analysis for Japanese regional ionospheric delays and its prediction // Proceedings of the 47th ISCI International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications Honolulu, Dec. 5–8, 2015.
8. Schaer S. Mapping and predicting the Earth’s ionosphere using the global positioning system // PhD thesis. —

Switzerland, Astronomical Institute, University of Berne, 1999. — 205 p.

9. Yankiv-Vitkovska L. M., Savchuk S. H., Matviichuk Ya. M., Pauchokand V. K., Bodnar D. I. Recovery of the spatial state of the ionosphere using regular definitions of the TEC identifier at the network of continuously operating GNSS stations of Ukraine // J. Geodesy and Geomatics Engineering. — 2016. — 1. — P. 37—47.

Стаття надійшла до редакції 05.04.18

REFERENCES

1. Yankiv-Vitkovs'ka L. M. Metodyka vyznachennya parametriv ionosfery u mrezhi suputnykovykh stantsiy zakhidnoyi Ukrainy. Kosmichna nauka i tekhnolohiya — 2013. — T.19, N 6. S. 47—52 [in Ukrainian].
2. Yankiv-Vitkovs'ka L. M. Metodyka userednennya danykh dlya pobudovy rehional'noyi modeli ionosfery. Heodeziya, kartohrafiya i aerofotoznimannya. Vyp. 79, 2014. S. 35—41 [in Ukrainian].
3. Abdelazeem M., Celik R., Rabbany A. EI. On the development of a regional ionospheric correction model for low-cost single frequency GNSS users. The 10th International conference on mobilemapping technology, Cairo, Egypt, 2017.
4. Dzhuman B. B. Modeling of the gravitational field on spherical trapezium. Geodesy, cartography and aerial photography, 2018. — vol. 86. — pp. 5—10.
5. Haines G. Spherical cap harmonic analysis. J. Geophys. Res., 1985, 90, 2583—2591.
6. Liu J., Chen R., An J., Wang Z., Hyyppa J. Spherical cap harmonic analysis of the Arctic ionospheric TEC for one solar cycle. J. Geophys. Res., vol. 119, 2014, pp. 601—619.
7. Ohashi M., Sato Y., Yamada A., Kubo Y., Sugimoto S. Studies on spherical cap harmonic analysis for Japanese regional ionospheric delays and its prediction. Proceedings of the 47th ISCIIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications Honolulu, Dec. 5—8, 2015
8. Schaer S. Mapping and predicting the Earth's ionosphere using the global positioning system / S. Schaer — PhD thesis, Astronomical Institute, University of Berne, Switzerland, 1999, 205 p.
9. Yankiv-Vitkovska L. M., Savchuk S. H., Matviichuk Ya. M., Pauchokand V. K., Bodnar D. I. Recovery of the spatial state of the ionosphere using regular definitions of the TEC identifier at the network of continuously operating GNSS stations of Ukraine. J. Geodesy and Geomatics Engineering 1, p. 37—47 (2016).

Received 05.04.18

Л. Н. Янкив-Витковская, Б. Б. Джуман

Национальный университет
«Львовская политехника», Львов, Украина

АПРОКСИМАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ИОНОСФЕРЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СФЕРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Предложен метод для аппроксимации параметра ионосферы VTEC. Для этого в качестве базовой используется система сферических функций, ортогональных на сферической трапеции. Входные данные, а именно значение параметра ионосферы VTEC, получены на ряде ГНСС-станций. Выполнена оценка точности интерполяции для параметров системы сферических функций для ряда независимых данных.

Ключевые слова: ионосфера, сферические функции, сферическая трапеция, параметр VTEC.

L. M. Yankiv-Vitkovska, B. B. Dzhuman

Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine

APROXIMATION OF IONOSPHERE PARAMETERS USING SPHERICAL FUNCTIONS

The use of GNSS-technologies for ionospheric monitoring allows us to provide a study of global and regional phenomena in the ionosphere practically in real time. At the present stage, the restoration of the spatial distribution of VTEC at the local and the regional scale is demanded, especially for solving and providing coordinate tasks. The model representation allows us to execute a spatial interpolation and, in some cases, an extrapolation of the VTEC values based on the initial data about the ionosphere parameter on the system of discrete points — GNSS-stations. In this article, we present a method for approximating the VTEC ionosphere parameter. We propose the system of spherical functions orthogonal on a spherical trapezium as a basic for approximating the regional field of the VTEC parameter. We substantiated the advantages of this method in comparison with the SCHA method. The used input data was the value of VTEC parameters for one epoch that was obtained after processing the data of 47 stations from the network of permanent GNSS-stations ZAKPOS. Estimation of the accuracy of the model was done. We assumed that the results obtained in this work could be applied to restore the spatial distribution of VTEC at the local and the regional scale, which is necessary for the correct solution of providing coordinate tasks.

Keywords: ionosphere, spherical functions, spherical trapezium, VTEC parameter.