
doi: <https://doi.org/10.15407/knit2018.04.015>

УДК 629.7.015.4: 533.6.011.35

О. В. Сафронов, Б. Й. Семон, О. М. Неділько

Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського, Київ, Україна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ ВПЛИВУ АЕРОДИНАМІЧНОЇ КОМПЕНСАЦІЇ ПОВЕРХОНЬ КЕРУВАННЯ НА РІВЕНЬ ЇХНІХ КОЛИВАНЬ ПРИ ВИНИКНЕННІ ТРАНСЗВУКОВОГО ФЛАТЕРА

Випадки виникнення інтенсивних коливань елементів конструкцій надзвукових авіаційних та авіаційно-космічних літальних апаратів на близькозвукових числах M польоту мають місце в сучасній практиці їхньої експлуатації. Деякі з цих випадків закінчувалися важкими льотними подіями, тому проблема зменшення рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування надзвукових та гіперзвукових літаків при виникненні трансзвукового флатера залишається актуальною. Метою статті є оцінка можливості зменшення рівня коливань за рахунок аеродинамічної компенсації поверхні керування та розробка математичної моделі оцінки впливу аеродинамічної компенсації поверхонь керування на рівень їхніх коливань при виникненні трансзвукового флатера. З метою вирішення цієї проблеми проведено аналіз публікацій, присвячених даній тематиці, і в яких викладено матеріали лабораторних і натурних досліджень цього явища. Оскільки коливання аеродинамічних поверхонь керування при виникненні трансзвукового флатера відносять до автоколивань з амплітудою граничного циклу, тобто до нелінійних коливань, то математичну модель оцінки впливу аеродинамічної компенсації поверхні керування на рівень їхніх коливань представлено у вигляді звичайного диференціального рівняння другого порядку з нелінійною правою частиною. Для вирішення диференціального рівняння даного типу був використаний метод енергетичного балансу за допомогою якого визначалася амплітуда коливань аеродинамічних поверхонь керування. За результатами розрахунків на основі запропонованої моделі отримана залежність рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування від величини їхньої аеродинамічної компенсації, яка може бути запропонована для попередньої наближеної оцінки аеропружних характеристик надзвукових та гіперзвукових літаків.

Ключові слова: математична модель, аеродинамічна поверхня керування, шарнірний момент, аеродинамічна компенсація, трансзвуковий флатер, надзвуковий літак.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Проблема зменшення рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування надзвукових та гіперзвукових літаків при виникненні трансзвукового (одноступеневого) флатера досі залишається актуальною. Актуальність цієї проблеми обумовлена відсутністю загальноприйнятої математичної моделі виникнення цього явища і, як наслідок,

відсутністю науково обґрунтованих методів зменшення рівня коливань аеродинамічних поверхонь літаків на трансзвукових швидкостях польоту та критеріїв моделювання цього явища в аеродинамічних трубах. Особливо гостро необхідність вирішення цієї проблеми постала для на надзвукових літаків третього покоління колишнього СРСР, рівень коливань аеродинамічних поверхонь керування на яких значно перевищував допустимі.

Випадки виникнення інтенсивних коливань елементів конструкцій вертикального оперення

© О. В. САФРОНОВ, Б. Й. СЕМОН, О. М. НЕДІЛЬКО, 2018

спостерігалися практично на усіх надзвукових літаках, деякі з цих випадків закінчувалися важкими льотними подіями [11]. Більшість випадків виникнення трансзвукового флатера спостерігалось на аеродинамічних поверхнях, розташованих у потоці повітря під нульовим кутом атаки. Але на деяких літаках з широким фюзеляжем спостерігалися і фюзеляжні форми трансзвукового флатера. Проблеми, пов'язані з подоланням трансзвукового діапазону чисел M польоту орбітальним кораблем «Буран», також були віднесені розробниками цієї програми до найбільш складних проблем аеропружності. Не застраховані від цього явища і перспективні надзвукові та гіперзвукові літаки, про що свідчить катастрофа гіперзвукового суборбітального літака Space Ship Two 31 жовтня 2014 р. у трансзвуковому діапазоні чисел M польоту. Аналіз опублікованих матеріалів цієї катастрофи та аналіз характеру руйнації аеродинамічних поверхонь літака дозволяють зробити припущення про те, що однією з можливих причин цієї події було виникнення трансзвукового флатера аеродинамічних поверхонь керування [11].

За даними експериментальних досліджень [11] трансзвуковий флатер аеродинамічних поверхонь керування виникає у вузькому діапазоні навколо звукових чисел M польоту і супроводжується значним збільшенням рівня коливань аеродинамічних поверхонь та їхньою руйнацією за 0.5...1.0 с. У роботі [10] було показано, що трансзвуковий флатер аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків без додаткових засобів зменшення рівня їхніх коливань може виникати на всіх висотах польоту. Тому безпеку польотів літаків на трансзвукових швидкостях можна забезпечити або шляхом зменшення рівня коливань аеродинамічних поверхонь різноманітними засобами, або шляхом обмеження допустимих режимів польоту літаків.

АНАЛІЗ ОСНОВНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Проблемі зменшення рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту присвячені публікації [1, 3, 6].

У роботі [1] розглядається можливість зменшення рівня коливань аеродинамічних поверх-

онь керування шляхом збільшення в'язкого демпфування. Було зауважено, що визначення необхідної величини в'язкого демпфування пов'язане з труднощами, оскільки немає точних методів оцінки шарнірних моментів від сил в'язкого демпфування. Розглядалась також можливість зменшення рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування шляхом збільшення власної частоти їхніх коливань.

У роботі [3] приведено значення числа Струхаля, тобто, значення безрозмірної частоти власних пружних коливань аеродинамічних поверхонь керування, при якому коливання не повинні виникати. Але і при цих значеннях числа Струхаля на деяких надзвукових літаках на трансзвукових швидкостях польоту спостерігалось виникнення коливань аеродинамічних поверхонь керування.

У роботі [6] приведено результати продувок аеродинамічно подібних моделей в аеродинамічних трубах та оцінено вплив аеродинамічної компенсації поверхонь керування на можливість виникнення трансзвукового флатера, але теоретичного узагальнення результатів продувок не зроблено.

Мета статті — розробити математичну модель оцінки впливу аеродинамічної компенсації поверхонь керування на рівень їхніх коливань при виникненні трансзвукового флатера.

ПОБУДОВА МОДЕЛІ ТРАНСЗВУКОВОГО ФЛАТЕРА

У даному випадку математична модель виникнення трансзвукового флатера аеродинамічної поверхні керування може бути подана у вигляді диференціального рівняння другого порядку з нелінійною правою частиною, як це було запропоновано у роботі [9]

$$\ddot{\delta}(t) + \frac{\nu}{\pi} \omega \dot{\delta}(t) + \omega^2 \delta(t) = \frac{1}{J_k} [\bar{M}_a(\dot{\delta}) + \bar{M}_c(\delta)], \quad (1)$$

де $\delta(t)$ — відхилення аеродинамічної поверхні керування від звичайного положення, ν — логарифмічний декремент коливань аеродинамічної поверхні керування, ω — кутова частота власних пружних коливань аеродинамічної поверхні керування у наземних умовах, \bar{J}_k — розподіле-

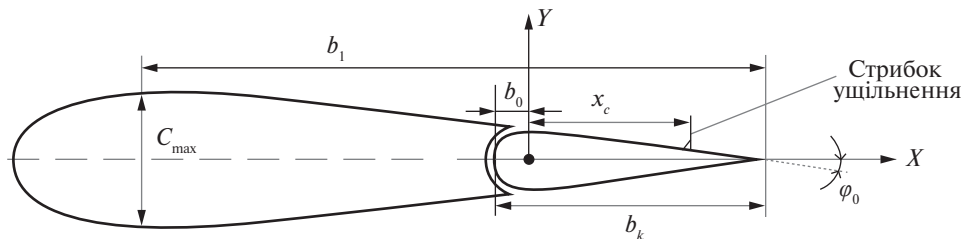


Рис. 1. Геометричні характеристики профіля поверхні керування

ний масовий момент інерції аеродинамічної поверхні керування, $\bar{M}_a(\dot{\delta})$ — розподілений шарнірний момент аеродинамічної поверхні керування, обумовлений силами аеродинамічного демпфірування, $\bar{M}_c(\dot{\delta})$ — розподілений збуджений шарнірний момент, обумовлений взаємодією стрибків ущільнення з коливаннями поверхонь керування, тобто шарнірний момент, внаслідок якого виникає трансзвуковий флатер.

До шарнірних моментів аеродинамічної поверхні керування необхідно віднести і момент, який обумовлений силами конструкційного (в'язкого) демпфування, розподілена величина якого, як впливає з рівняння (1), дорівнює

$$\bar{M}_k(\dot{\delta}) = -\frac{1}{\pi} \bar{J}_k \omega \dot{\delta}(t). \quad (2)$$

Оскільки збуджений шарнірний момент поверхні керування має нелінійний характер, то рішення диференціального рівняння (1), тобто визначення амплітуди коливань поверхні керування при виникненні трансзвукового флатера, можна отримати за допомогою методу енергетичного балансу [7]. Згідно з цим методом амплітуду коливань аеродинамічної поверхні керування можна визначити з рівності роботи розподіленого збудженого шарнірного моменту і суми робіт розподілених шарнірних моментів від сил аеродинамічного демпфування та від сил конструкційного демпфування за один період коливань аеродинамічної поверхні керування:

$$\int_0^T \bar{M}_c(\dot{\delta}) \dot{\delta}(t) dt \approx \int_0^T \bar{M}_a(\dot{\delta}) \dot{\delta}(t) dt + \int_0^T \bar{M}_k(\dot{\delta}) \dot{\delta}(t) dt, \quad (3)$$

де T — період коливань аеродинамічної поверхні керування.

Для оцінки величини розподіленого збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування з урахуванням аеродинамічної компенсації скористаємося адаптованою математичною моделлю, яка була запропонована у праці [8] і яку у даному випадку можна подати у вигляді

$$\bar{M}_c(\dot{\delta}) \approx \Delta P_0 (b_k - b_0)^2 \left(\frac{b_1 + b_k - b_0}{2b_1 + b_k - b_0} \right) \frac{b_1}{\varphi_0 V} \times \dot{\delta}(t) \left[1 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{b_k - b_0}{b_1} \right) \frac{b_1}{\varphi_0 V} |\dot{\delta}(t)| \right], \quad (4)$$

де ΔP_0 — максимальна величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування при розташуванні стрибків ущільнення на задній кромці профілю та при відсутності коливань, b_k — хорда профілю аеродинамічної поверхні керування, b_1 — відстань від лінії максимальної товщини аеродинамічного профілю до його задньої кромки, b_0 — відстань від осі обертання аеродинамічної поверхні керування до передньої кромки (величина аеродинамічної компенсації поверхні керування), V — швидкість потоку повітря, φ_0 — максимальний кут нахилу дотичної до профілю аеродинамічної поверхні керування, тобто кут нахилу дотичної поблизу задньої кромки профілю за умови відсутності коливань аеродинамічної поверхні керування (рис. 1).

З результатів лабораторних досліджень [1, 3, 6] відомо, що коливання аеродинамічних поверхонь керування при виникненні трансзвукового флатера близькі до гармонічних, тобто:

$$\delta(t) \approx \delta_0 \sin \omega t, \quad (5)$$

де δ_0 — амплітуда коливань аеродинамічної поверхні керування при виникненні трансзвукового флатера.

З урахуванням залежності (5) робота збудженого розподіленого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування (4) за один період коливань може бути подана інтегралом

$$\bar{W}_c(\dot{\delta}) \approx \Delta P_0 (b_l - b_0)^2 \left(\frac{b_1 + b_k - b_0}{2b_1 + b_k - b_0} \right) \frac{b_1 \omega^2}{\varphi_0 V} \times \delta_0^2 \int_0^T \cos^2 \omega t \left[1 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{b_k - b_0}{b_1} \right) \frac{b_1 \omega}{\varphi_0 V} \delta_0 |\cos \omega t| \right] dt. \quad (6)$$

Інтеграл (6) є табличним інтегралом, який дорівнює

$$\bar{W}_c(\dot{\delta}) \approx \pi \Delta P_0 (b_k - b_0)^2 \left(\frac{b_1 + b_k - b_0}{2b_1 + b_k - b_0} \right) \times \left[1 - \frac{4}{3\pi} \left(1 + \frac{b_k - b_0}{b_1} \right) \frac{b_1 \omega}{\varphi_0 V} |\delta_0| \right] \frac{b_1 \omega}{\varphi_0 V} \delta_0^2. \quad (7)$$

Отримане рівняння (7) дозволяє визначити роботу розподілених збуджених шарнірних моментів за один період коливань аеродинамічних поверхонь керування з урахуванням їхньої аеродинамічної компенсації.

Роботу розподілених шарнірних моментів поверхонь керування з урахуванням їхньої аеродинамічної компенсації від сил аеродинамічного демпфування оцінимо за допомогою гіпотези «динамічного скривлення» аеродинамічного профілю [4], згідно з якою аеродинамічні характеристики профілю, який коливається, не відрізняються від характеристик сталого профілю, скривленого таким чином, що зміна місцевих кутів його обтікання потоком повітря задовольняє умову

$$\Delta \delta(x; \dot{\delta}) = \frac{x_c}{V} \dot{\delta}(t), \quad (8)$$

де x_c — відстань перерізу «с» ділянок хорди профілю аеродинамічної поверхні керування від осі обертання.

Складові шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування, обумовлені силами аеродинамічного демпфування, у даному випадку обумовлені як динамічним кутом атаки ділянок хорди профілю аеродинамічної поверхні керування (8), так і динамічною кривизною ділянок хорди профілю поверхні керування, які розташовані попереду і позаду від осі обертання поверхні керування.

Розподілену силу аеродинамічного демпфування, обумовлену динамічним кутом атаки цих ділянок, можна визначити відомою залежністю [5]

$$\Delta \bar{F}_1(x; \dot{\delta}) \approx C_y^\delta \frac{q}{V} [b_0 x_0 + (b_k - b_0) x_k] \dot{\delta}(t), \quad (9)$$

де C_y^δ — похідна піднімальної сили за кутом атаки профілю поверхні керування, q — швидкісний напір незбудженого потоку повітря, x_0 — переріз хорди профілю попереду від осі обертання поверхні керування, x_k — переріз хорди профілю позаду від осі обертання поверхні керування.

Максимальна величина розподілених складових піднімальної сили аеродинамічного демпфірування на цих ділянках хорди профілю поверхні керування, як впливає з аналізу рівняння (9), буде

$$\Delta \bar{F}_0(\dot{\delta}) \approx C_y^\delta \frac{q}{V} [b_0^2 + (b_k - b_0)^2] \dot{\delta}(t). \quad (10)$$

Середня величина піднімальної сили аеродинамічного демпфування, обумовлена динамічним кутом атаки профілю аеродинамічної поверхні керування (8), дорівнює половині максимальної величини її складових (10), центри тиску яких розташовані на відстані $2/3$ хорди цих ділянок від осі обертання поверхні керування.

З наведеного і з рівняння (10) випливає, що максимальна величина розподіленого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування, яка обумовлена цими складовими піднімальної сили аеродинамічного демпфування, дорівнює

$$\Delta \bar{M}_1(\dot{\delta}) \approx -\frac{1}{3} C_y^\delta \frac{q}{V} [b_0^3 + (b_k - b_0)^3] \dot{\delta}(t). \quad (11)$$

Як було вказано вище, крім складової піднімальної сили, обумовленої динамічним кутом атаки профілю аеродинамічної поверхні керування, на профіль діють демпфуючі сили, обумовлені динамічною кривизною цих ділянок хорди профілю.

Величини цих складових піднімальної сили визначимо за допомогою наближеної формули С. А. Чаплигіна [13], яку у даному випадку можна подати у вигляді

$$\Delta \bar{F}_2(f; \dot{\delta}) \approx 2C_y^\delta q [f_0(\dot{\delta}) + f_k(\dot{\delta})], \quad (12)$$

де $f_0(\dot{\delta})$ — максимальна величина динамічного скривлення ділянки хорди профілю, розташованої попереду від осі обертання поверхні керування, $f_k(\dot{\delta})$ — максимальна величина динамічного скривлення ділянки хорди профілю, яка розташована позаду від осі обертання поверхні керування.

Можливість використання формули С. А. Чаплигіна при виконанні наближених інженерних оцінок у динамічних задачах аеропружності доведено у роботі [9] шляхом порівняння теоретичних результатів з експериментальними.

Величини динамічного скривлення цих ділянок хорди профілю визначаються інтегралами від динамічного кута атаки (8) цих ділянок:

$$f_0(x_0; \dot{\delta}) = \int \frac{x_0}{V} \dot{\delta}(t) dx = \frac{1}{2} \frac{x_0^2}{V} \dot{\delta}(t), \quad (13)$$

$$f_k(x_k; \dot{\delta}) = \int \frac{x_k}{V} \dot{\delta}(t) dx = \frac{1}{2} \frac{x_k^2}{V} \dot{\delta}(t). \quad (14)$$

Максимальна величина динамічного скривлення ділянки хорди профілю, розташованої попереду від осі обертання поверхні керування, спостерігається при $x_0 = 0.5b_0$. Як впливає з рівняння (13), вона дорівнює

$$f_0(\dot{\delta}) = \frac{1}{8} \frac{b_0^2}{V} \dot{\delta}(t). \quad (15)$$

Максимальна величина динамічного скривлення ділянки хорди профілю, яка розташована позаду від осі обертання поверхні керування, спостерігається при $x_k = 0.5(b_k - b_0)$. Як впливає з рівняння (14), вона дорівнює

$$f_k(\dot{\delta}) = \frac{1}{8} \frac{(b_k - b_0)^2}{V} \dot{\delta}(t). \quad (16)$$

Центри тиску складових сил демпфування, обумовлених динамічною кривизною профілю, розташовані посередині цих ділянок, тому максимальну величину розподіленого шарнірного моменту поверхні керування від цих сил можна, з урахуванням залежностей (12), (15) і (16), подати у вигляді

$$\Delta \bar{M}_2(\dot{\delta}) \approx -\frac{1}{8} C_y^\delta \frac{q}{V} [b_0^3 + (b_k - b_0)^3] \dot{\delta}(t). \quad (17)$$

Таким чином, сумарна розподілена величина шарнірного моменту поверхні керування від сил аеродинамічного демпфування дорівнює сумі його складових, визначених рівняннями (11) і (17):

$$\bar{M}_a(\dot{\delta}) \approx -0.458 C_y^\delta \frac{q}{V} [b_0^3 + (b_k - b_0)^3] \dot{\delta}(t). \quad (18)$$

Враховуючи гармонічний характер коливань аеродинамічної поверхні керування (5), роботу розподіленого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування від сил аеродинамічного демпфування (18) за один період коливань у рівнянні (3) можна визначити інтегралом

$$\begin{aligned} \bar{W}_a(\dot{\delta}) \approx & 0.458 C_y^\delta \frac{q}{V} \omega^2 \delta_0^2 [b_0^3 + \\ & + (b_k - b_0)^3] \int_0^T \cos^2 \omega t dt. \end{aligned} \quad (19)$$

Інтеграл (19) є табличним, і дорівнює

$$\bar{W}_a(\dot{\delta}) \approx 0.458 \pi C_y^\delta \frac{q}{V} [b_0^3 + (b_k - b_0)^3] \omega \delta_0^2. \quad (20)$$

Аналогічно можна отримати і роботу розподілених шарнірних моментів від сил конструкційного демпфування (2) за один період коливань поверхні керування

$$\bar{W}_k(\dot{\delta}) = \frac{1}{\pi} \bar{J}_k \cup \omega^3 \delta_0^2 \int_0^T \cos^2 \omega t dt = \bar{J}_k \cup \omega^2 \delta_0^2. \quad (21)$$

З метою порівняння збудженого шарнірного моменту поверхні керування і шарнірного моменту, обумовленого силами аеродинамічного і конструкційного демпфування, нагадаємо відомі залежності [2]:

$$q = \frac{1}{2} \rho_H V^2 = \frac{1}{2} k M^2 P_H, \quad (22)$$

де ρ_H — густина повітря на висоті польоту, k — показник адиабати (для повітря $k \approx 1.405$), M — число Маха польоту літака, P_H — тиск повітря на висоті польоту.

Враховуючи залежність (22), з рівності робіт розподілених збуджених шарнірних моментів аеродинамічної поверхні керування (7), шарнірних моментів від сил аеродинамічного демпфування (20) та від сил конструкційного демпфування (21) отримаємо амплітуду коливань аеро-

динамічної поверхні керування при виникненні трансзвукового флатера

$$\delta_0 \approx \frac{3}{4} \frac{\pi \varphi_0 V_\phi}{(b_1 + b_k - b_0) \omega} \left\{ 1 - \right. \\ \left. - [(0.229 \pi C_y^\alpha \rho_H V_\phi^2 \varphi_0 (b_0^3 + (b_k - b_0)^3) + \right. \\ \left. + \bar{J}_k \cup \omega \varphi_0 V_\phi) (2b_1 + b_k - b_0)] : \right. \\ \left. : [\pi \Delta P_0 b_1 (b_k - b_0)^2 (b_1 + b_k - b_0)] \right\}, \quad (23)$$

де V_ϕ — швидкість потоку повітря, при якій виникає трансзвуковий флатер аеродинамічної поверхні керування.

Максимальна величина ΔP_0 зміни тиску місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування у рівнянні (23) не залежить від аеродинамічної компенсації поверхонь керування і може бути визначена відомою залежністю [9]

$$\Delta P_0 \approx P_H (M_1 - M_\infty), \quad (24)$$

де M_1 — максимальне число Маха місцевого надзвукового потоку на поверхні керування при умові розташування стрибків ущільнення на задній кромці профілю та при умові відсутності коливань, M_∞ — число Маха незбудженого потоку повітря, при якому стрибки ущільнення досягають задньої кромки профілю.

Максимальне число M_1 у рівнянні (24) визначається відомою наближеною залежністю [9]

$$M_1 \approx \sqrt[3]{1 + 11.5 \varphi_0}. \quad (25)$$

Число M_∞ незбудженого потоку повітря у рівнянні (24) визначається з умови формування стрибків ущільнення на поверхні аеродинамічного профілю [9]

$$M_1 - 1 \approx 2(M_\infty - M_{кр}), \quad (26)$$

де $M_{кр}$ — критичне число Маха аеродинамічного профілю.

Швидкість потоку повітря V_ϕ у рівнянні (23) можна визначити таким чином.

При коливаннях поверхні керування максимальний кут обтікання профілю аеродинамічної поверхні керування місцевим надзвуковим потоком з урахуванням аеродинамічної компенсації зменшується на величину

$$\Delta \varphi(\delta) = \frac{b_k - b_0}{V_\phi} \dot{\delta}(t). \quad (27)$$

У роботі [8] доведено, що максимальна величина збудженого шарнірного моменту поверхні керування спостерігається при умові

$$\dot{\delta}(t) = \frac{\varphi_0 V_\phi}{b_1 + b_k}. \quad (28)$$

З урахуванням аеродинамічної компенсації поверхні керування умова (28) може бути подана у вигляді

$$\dot{\delta}(t) = \frac{\varphi_0 V_\phi}{b_1 + b_k - b_0}. \quad (29)$$

Зі спільного рішення залежностей (27) і (29) отримаємо

$$\Delta \varphi(\delta) = \varphi_0 \frac{b_k - b_0}{b_1 + b_k - b_0}. \quad (30)$$

З урахуванням залежності (25) та умови (30) число M місцевого надзвукового потоку на поверхні профілю, при якому спостерігається виникнення трансзвукового флатера, дорівнює

$$M_{1\phi} \approx \sqrt[3]{1 + 11.5(\varphi_0 - \Delta \varphi)} = \\ = \sqrt[3]{1 + 11.5 \frac{b_1}{b_1 + b_k - b_0} \varphi_0}. \quad (31)$$

Число M незбудженого потоку повітря M_ϕ , при якому виникає трансзвуковий флатер аеродинамічної поверхні керування, можна визначити з умови формування стрибків ущільнення на поверхні аеродинамічного профілю:

$$M_{1\phi} - 1 \approx 2(M_\phi - M_{кр}). \quad (32)$$

При визначеній з умови (32) величині числа M_ϕ швидкість потоку повітря V_ϕ , як впливає із залежності (22), дорівнює

$$V_\phi = M_\phi \sqrt{k(P_H / \rho_H)} = a_H M_\phi, \quad (33)$$

де a_H — швидкість звуку на висоті польоту.

Але необхідно зробити такі зауваження.

1. Швидкість потоку повітря V_ϕ , яка визначається з рівнянь (22) і (31) — (33), тобто з урахуванням аеродинамічної компенсації поверхні керування, практично не відрізняється від швидкості незбудженого потоку повітря, при якій виникає трансзвуковий флатер аеродинамічної по-

верхні керування без аеродинамічної компенсації. Тому для наближеної кількісної оцінки впливу аеродинамічної компенсації поверхонь керування на рівень їхніх коливань швидкість потоку повітря V_ϕ можна вважати постійною величиною, яка отримується при $b_0 = 0$.

2. На реальних конструкціях літаків при зміні аеродинамічної компенсації поверхонь керування змінюються як розподілений масовий момент інерції аеродинамічних поверхонь керування, так і частота власних пружних коливань поверхонь керування.

Розподілений масовий момент інерції аеродинамічної поверхні керування з урахуванням аеродинамічної компенсації поверхонь керування можна подати відомою наближеною залежністю [14]:

$$\begin{aligned} \bar{J}_a &\approx \int_0^{b_0} \frac{\bar{m}}{b_k} x_0^2 dx + \int_0^{b_k - b_0} \frac{\bar{m}}{b_k} x_k^2 dx \approx \\ &\approx \frac{1}{3} \bar{m} (b_k^2 - 3b_k b_0 + 3b_0^2), \end{aligned} \quad (34)$$

де \bar{m} — розподілена маса аеродинамічної поверхні керування.

З аналізу рівняння (34) випливає, що зі збільшенням величини аеродинамічної компенсації поверхонь керування зменшується величина розподіленого масового моменту інерції аеродинамічної поверхні керування і, як можна бачити з рівняння (23), це призводить до збільшення рівня коливань поверхні керування. З іншого боку, зменшення розподіленого масового моменту інерції аеродинамічної поверхні керування призводить до збільшення частоти власних пружних коливань поверхні керування, і, як наслідок, до зменшення рівня коливань.

Частота власних пружних коливань поверхні керування визначається відомою залежністю [12]

$$\omega^2 = \frac{c}{\bar{J}_k}, \quad (35)$$

де c — жорсткість конструкції системи «привід — аеродинамічна поверхня керування».

Оскільки при зміні величини аеродинамічної компенсації жорсткість конструкції системи «привід — аеродинамічна поверхня керування», як правило, залишається незмінною, то із залежності (35) маємо

$$\omega^2 \bar{J}_k = \text{const}. \quad (36)$$

На основі залежності (36) частоту власних пружних коливань поверхні керування при зміні величини аеродинамічної компенсації можна визначити залежністю

$$\omega_a = \omega \sqrt{\frac{\bar{J}_k}{\bar{J}_a}}. \quad (37)$$

Зміну частоти власних пружних коливань поверхні керування при зміні величини аеродинамічної компенсації згідно із залежністю (37) необхідно враховувати як при оцінці роботи збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування, так і при оцінці роботи шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування від сил аеродинамічного демпфування.

Що стосується оцінки роботи шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування від сил конструкційного демпфування при зміні величини аеродинамічної компенсації, то необхідно додати наступне.

Оскільки добуток (36) не залежить від величини аеродинамічної компенсації поверхні керування, то і робота розподілених шарнірних моментів від сил конструкційного демпфування поверхні керування (21) також не залежить від величини аеродинамічної компенсації.

З урахуванням цих зауважень рівняння (23) оцінки впливу аеродинамічної компенсації поверхонь керування на рівень їхніх коливань при виникненні трансзвукового флатера може бути подане у вигляді

$$\begin{aligned} \delta_0 &\approx \frac{3}{4} \frac{\pi \varphi_0 V_\phi}{(b_1 + b_k - b_0) \omega} \left\{ 1 - \right. \\ &- [(0.229 \pi C_y^a \rho_H V_\phi^2 \varphi_0 (b_0^3 + (b_k - b_0)^3) + \\ &+ \bar{J}_k \omega \varphi_0 V_\phi) (2b_1 + b_k - b_0)] : \\ &\left. : [\pi \Delta P_0 b_1 (b_k - b_0)^2 (b_1 + b_k - b_0)] \right\}. \end{aligned}$$

РОЗРАХУНОК РІВНЯ КОЛИВАНЬ АЕРОДИНАМІЧНОЇ ПОВЕРХНІ КЕРУВАННЯ

Для кількісної наближеної оцінки рівня з урахуванням їхньої аеродинамічної компенсації були прийняті вихідні дані з роботи [9].

а. Характеристики аеродинамічного профілю та аеродинамічної поверхні керування

Відстань b_1 лінії максимальної товщини аеродинамічного профілю від його задньої кромки, м	1.5
Середня аеродинамічна хорда b_k поверхні керування, м	0.75
Розподілений масовий момент інерції \bar{J}_k аеродинамічної поверхні керування без аеродинамічної компенсації, $\text{H}\cdot\text{c}^2$	1.0
Логарифмічний декремент ν коливань поверхні керування	0.7
Кутова частота ω власних коливань поверхні керування без аеродинамічної компенсації, рад/с	239
Похідна C_y^δ коефіцієнта піднімальної сили аеродинамічної поверхні керування літака за кутом її відхилення	2π
Максимальний кут $\varphi_0 \approx 0.85\bar{\tau}$ нахилу дотичної до профілю поверхні керування для типових профілів ЦАГИ, рад	0.0357
Критичне число $M_{кр}$ аеродинамічного профілю	0.8794
Густина ρ_H повітря на висоті польоту, $\text{H}\cdot\text{c}^2/\text{м}^2$	1.25

б. Розрахункові дані для визначення рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування при виникненні флатера при $b_0 = 0$:

Максимальне число M_1 місцевого надзвукового потоку на поверхні керування за умов розташування стрибків ущільнення на задньої кромки профілю	1.121
Число M_∞ незбудженого потоку повітря, при якому стрибки ущільнення досягають задньої кромки профілю	0.94
Число $M_{1ф}$ місцевого надзвукового потоку на поверхні керування, при якому виникає трансзвуковий флатер	1.084
Число M_ϕ незбудженого потоку повітря, при якому виникає трансзвуковий флатер	0.9214
Швидкість V_ϕ потоку повітря, при якій виникає трансзвуковий флатер аеродинамічної поверхні керування, м/с	313.5
Максимальна величина зміни тиску ΔP_0 місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування, $\text{H}\cdot\text{м}^{-2}$	18700

Результати розрахунків оцінки впливу аеродинамічної компенсації на рівень коливань поверхонь керування подані на рис. 2, на якому наведено залежність амплітуди δ_0 коливань аеродинамічної поверхні керування при виникненні трансзвукового флатера від відносної величини аеродинамічної компенсації поверхні керування $\bar{b}_0 = b_0 / b_k$. Видно, що при збільшенні відносної

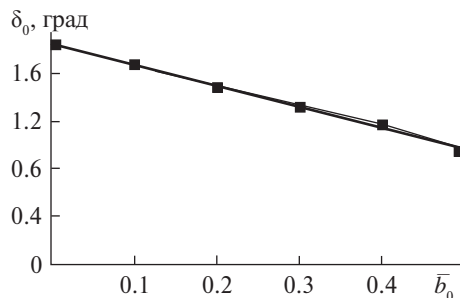


Рис. 2. Залежність рівня коливань аеродинамічної поверхні керування при виникненні трансзвукового флатера від відносної величини аеродинамічної компенсації поверхні керування

величини аеродинамічної компенсації поверхні керування від $\bar{b}_0 = 0$ до $\bar{b}_0 = 0.5$ рівень коливань аеродинамічної поверхні керування зменшується від значення $\delta_0 \approx 1.84^\circ$ (як у роботі [9]) до $\delta_0 \approx 0.95^\circ$ практично за лінійним законом.

Зауважимо, що у даному випадку зменшення рівня коливань аеродинамічної поверхні керування здійснюється без збільшення жорсткості конструкції системи «привід — аеродинамічна поверхня керування», тобто без збільшення ваги літака. Тому цей спосіб зменшення рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування при виникненні трансзвукового флатера можна рекомендувати для практичної реалізації на реальних конструкціях надзвукових та гіперзвукових літаків.

ВИСНОВКИ

Результатами розрахунків доведено можливість зменшення рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування надзвукових та гіперзвукових літаків при виникненні трансзвукового флатера шляхом збільшення аеродинамічної компенсації поверхонь керування за умов незмінності величини жорсткості конструкції системи «привід — аеродинамічна поверхня керування».

Запропоновану математичну модель оцінки впливу аеродинамічної компенсації на рівень коливань поверхонь керування при виникненні трансзвукового флатера можна використати для попередньої наближеної оцінки аеропружних характеристик надзвукових та гіперзвукових літаків.

З наведеного також випливає, що пошук ефективних засобів зменшення рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування при виник-

ненні трансзвукового флатера літаків залишається актуальною науковою і прикладною проблемою, чому і доцільно присвятити наступні дослідження.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Аэродинамическое* исследование колеблющейся поверхности управления при трансзвуковых скоростях. — М.: ЦАГИ, 1975. — Обзор № 456. — 105 с.
2. *Гошек И.* Аэродинамика больших скоростей. — М.: ИЛ, 1954. — 547 с.
3. *Калмыков Л. А., Левкин В. Ф., Нуштаев П. Д.* Исследование аэродинамических производных аэродинамического момента органов управления // Тр. ЦАГИ. — 1968. — 32 с.
4. *Келдыш М. В.* Избранные труды. Механика. — М.: Наука, 1985. — 568 с.
5. *Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С.* Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. — М.: Оборонгиз, 1962. — 548 с.
6. *Левкин В. Ф.* Экспериментальные исследования нестационарных аэродинамических характеристик поверхностей управления при трансзвуковых скоростях // Тр. ЦАГИ. — Вып. 2132. — 1982. — 16 с.
7. *Пановко Я. Г.* Введение в теорию механических колебаний. — М.: Наука, 1980. — 272 с.
8. *Сафронов О. В., Неділько О. М., Сафронов В. О.* Адаптована математична модель оцінки збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту // Зб. наук. праць ЦВСД НУОУ. — 2014. — № 3 (52). — С. 28–33.
9. *Сафронов О. В., Неділько О. М., Сафронов В. О.* Порівняльний аналіз теоретичних та розрахунково-експериментальних методів оцінки характеристик трансзвукового флатера // Зб. наук. праць ЦВСД НУОУ. — 2015. — № 1 (53). — С. 41–48.
10. *Сафронов О. В., Неділько О. М.* Математична модель оцінки максимально можливих величин збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування при виникненні трансзвукового флатера // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. — 2016. — № 4 (25). — С. 19–23.
11. *Семон Б. Й., Сафронов О. В., Неділько О. М.* Трансзвуковий флатер: від МіГ-25 до Space Ship Two // Наука і оборона. — 2016. — № 3. — С. 32–35.
12. *Стрелков С. П.* Введение в теорию колебаний. — М.: Наука, 1964. — 440 с.
13. *Чаплыгин С. А.* О давлении плоскопараллельного потока на преграждающие тела // Избранные тр. Механика жидкости и газа. Математика. Общая механика. — М.: Наука, 1976. — С. 97–130.
14. *Яковлев К. П.* Краткий физико-технический справочник. — М.: Физматгиз, 1960. — Том II. — 412 с.

Стаття надійшла до редакції 05.04.18

REFERENCES

1. Aerodynamic study of an oscillating control surface at transonic velocities, Moscow: TsAGI, 1975, No. 456, 105 p. [in Russian].
2. Goshek I. (1954). Aerodynamics of high speeds, Moscow: IL, 547 p. [in Russian].
3. Kalmukov L. A., Levkin V. F., Nushtaev P. D. (1968). Investigation of aerodynamic derivatives of the aerodynamic moment of control elements, Papers of TsAGI, 32 p. [in Russian].
4. Keldish M. V. (1985). Izbrannie trudi. *Mechanika*. [Selected works. *Mechanics*], Moscow: Science, 568 p. [in Russian].
5. Lebedev A. A., Chernobrovkin L. S. (1962). Dynamics of flight of unmanned aerial vehicles, Moscow: Oborongiz, 548 p. [in Russian].
6. Levkin V. F. (1982). Experimental studies of non-stationary aerodynamic characteristics of control surfaces at transonic speeds, Papers of TsAGI, issue 2132, 16 p. [in Russian].
7. Panovko J. G. (1980). Introduction to the theory of mechanical oscillations, Moscow: Science, 272 p. [in Russian].
8. Safronov A. V., Nedilko A. N., Safronov V. A. (2014). Adaptive mathematical model of assessment of excited hinge moments of supersonic aircraft aerodynamic control surfaces on transonic airspeed, Research Papers Collection of the Center of military and strategic studies of the National Defence University of Ukraine named after Ivan Chernyakhovsky, No. 3(52), pp. 28–33 [in Ukrainian].
9. Safronov A. V., Nedilko A. N., Safronov V. A. (2015). Comparative analysis of theoretical and calculation and experimental methods to assess transonic flutter characteristics, Research Papers Collection of the Center of military and strategic studies of the National Defence University of Ukraine named after Ivan Chernyakhovsky, No. 1(53), pp. 41–48 [in Ukrainian].
10. Safronov A. V., Nedilko A. N. (2016). Mathematical model of estimation of maximum possible values of excited hinge moments of aerodynamic surfaces of control in the occurrence of transonic flutter, Science and Technology of the Air Force of Ukraine, No. 4(25), pp. 19–23 [in Ukrainian].
11. Semon B. I., Safronov A. V., Nedilko A. N. (2016). Transonic Flutter: from MiG-25 to Space Ship Two, Science and Defense, No. 3, pp. 32–35 [in Ukrainian].
12. Strelkov C. P. (1964). Introduction to the theory of oscillations, Moscow: Nauka, 440 p. [in Russian].

13. Chaplignin C. A. (1976). On the pressure of a plane-parallel flow on barrier bodies, Selected Works, Mechanics of Fluids and Gas. Mathematics. General mechanics, pp. 97—130 [in Russian].
14. Jakovlev K. P. (1960). Brief physicotecnical handbook, volume II, Moscow: Fizmatgiz, 412 p. [in Russian].

Received 05.04.18

A. V. Safronov, B. Y. Semon, A. N. Nedilko

Национальный университет обороны Украины имени Ивана Черняховского, Киев, Украина

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ КОМПЕНСАЦИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ УПРАВЛЕНИЯ НА УРОВЕНЬ ИХ КОЛЕБАНИЙ ПРИ ВОЗНИКНОВЕНИИ ТРАНСЗВУКОВОГО ФЛАТТЕРА

Случаи возникновения интенсивных колебаний элементов конструкций сверхзвуковых авиационных и авиационно-космических летательных аппаратов на околозвуковых числах M полета имеют место в современной практике их эксплуатации. Некоторые из этих случаев заканчивались тяжелыми летными происшествиями, поэтому проблема уменьшения уровня колебаний аэродинамических поверхностей управления сверхзвуковых и гиперзвуковых самолетов при возникновении трансзвукового флаттера остается актуальной. Целью статьи является оценка возможности уменьшения уровня колебаний за счет аэродинамической компенсации поверхности управления и разработка математической модели оценки влияния аэродинамической компенсации поверхностей управления на уровень их колебаний при возникновении трансзвукового флаттера. Для решения этой проблемы проведен анализ публикаций, которые посвящены данной тематике, и в которых изложены материалы лабораторных и натурных исследований данного явления. Поскольку колебания аэродинамических поверхностей управления при возникновении трансзвукового флаттера относятся к автоколебаниям с амплитудой граничного цикла, то есть относятся к нелинейным колебаниям, поэтому математическую модель оценки влияния аэродинамической компенсации поверхности управления на уровень их колебаний представлено в виде обычного дифференциального уравнения второго порядка с нелинейной правой частью. Для решения дифференциального уравнения данного типа был использован метод энергетического баланса, с помощью которого определялась амплитуда колебаний аэродинамических поверхностей управления. По результатам расчетов на основании предложенной модели получена зависимость уровня колебаний аэродинамических поверхностей управления от величины их аэродинамичес-

кой компенсации, которая может быть предложена для предварительной оценки аэроупругих характеристик сверхзвуковых и гиперзвуковых самолетов.

Ключевые слова: математическая модель, аэродинамическая поверхность управления, шарнирный момент, аэродинамическая компенсация, трансзвуковой флаттер, сверхзвуковой самолет.

A. V. Safronov, B. Y. Semon, A. N. Nedilko

The National Defence University of Ukraine named after Ivan Cherniakhovsyi, Kyiv, Ukraine

MATHEMATICAL MODEL FOR ESTIMATION OF THE EFFECT OF AERODYNAMIC AIRCRAFT CONTROL SURFACES COMPENSATION ON THE LEVEL OF THEIR VIBRATIONS IN CASE OF TRANSONIC FLUTTER

There are cases of intense fluctuations of supersonic aircraft and aviation-space aircrafts structures elements around the sound numbers M in the current practice of their exploitation. Some of these cases ended in serious flight events. That is why the possibility of reducing oscillations level of aerodynamic control surfaces for supersonic and hypersonic airplanes in the event of transonic flutter is actual. Our purpose is to evaluate the possibility of reducing the level of oscillation due to the aerodynamic compensation of the surface of the control and to develop a mathematical model for assessing the impact of aerodynamic compensation of the surfaces of control on the level of their oscillations in the event of a transonic flutter. In order to solve this problem, an analysis of publications devoted to this topic has been conducted, in which the materials of laboratory and field studies of this phenomenon are presented. Since the fluctuations of aerodynamic control surfaces in the event of a transonic flutter are referred to as self-oscillations with the amplitude of the boundary cycle, so they are referred to as nonlinear oscillations. The mathematical model for evaluating the effect of aerodynamic compensation of the control surface on the level of their oscillations is presented in the form of an ordinary differential equation of the second order with a nonlinear right-hand side. To solve the differential equation of this type, the energy balance method was used to determine the amplitude of the oscillations of the aerodynamic surfaces of control. According to the results of calculations, which were conducted with the help of the proposed model, the dependence of the oscillations level of aerodynamic surfaces of control on the magnitude of their aerodynamic compensation is obtained. In our opinion, it is useful to take it into account for the preliminary approximation of the aerospace characteristics of supersonic and hypersonic aircraft.

Keywords: mathematical model, aerodynamic aircraft control surface, the hinge moment, aerodynamic compensation, transonic flutter, supersonic aircraft.