doi: https://doi.org/10.15407/knit2017.06.021

УДК 629.7.05

А. И. Ткаченко

Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем
Национальной академии наук Украины и Министерства образования и науки Украины, Киев, Украина

ИТЕРАЦИОННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПОЛЕТНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКИ

Рассматривается проблема полетной юстировки, возникающая при дистанционном зондировании Земли. Метод полетной геометрической калибровки съемочного комплекса космического аппарата, включающий уравнения второго приближения, сравнивается с методом, использующим две итерации первого приближения. Показано, что если ошибки задания параметров взаимной ориентации не превышают 10′—20′, то приемлемую точность калибровки порядка 10″ обеспечивает первое (линейное) приближение разработанной процедуры. В противном случае выполняется второе приближение. При отклонениях задания параметров взаимной ориентации, больших 1°, следует ограничиться первым приближением, но выполнять не одну, а две итерации. Полученные результаты подтверждены на основе моделирования методом статистических испытаний.

Ключевые слова: *полетная геометрическая калибровка, космический аппарат, маркеры, камера, звездный датчик, вторая итерация.*

Идея данной заметки заимствована из отзыва на одну рукопись автора, посвященную второму приближению решения задачи полетной геометрической калибровки [2].

Полетная геометрическая калибровка (кратко — калибровка) трактуется здесь как процедура уточнения приближенно заданных параметров взаимной ориентации бортовой съемочной камеры и звездного датчика в корпусе космического аппарата (КА) по результатам съемки наземных ориентиров (маркеров), заданных в связанном с Землей ортонормированном геоцентрическом базисе **J** [1]. В качестве названных параметров взаимной ориентации примем элементы матрицы направляющих косинусов $\mathbf{C}_{EK}$, задающей преобразование координат трехмерных векторов из ортонормированного базиса **K**, связанного с камерой, в такой же базис **E**, связанный со звездным датчиком.

© А. И. ТКАЧЕНКО, 2017

Представление некоторого вектора в одном из базисов отмечаем соответствующим нижним индексом. Синхронно со съемкой маркеров и показаниями звездного датчика определяется по данным GPS местонахождение центра проекции камеры — точки O — в виде геоцентрического радиуса-вектора $\mathbf{R}_j$. К моменту начала калибровки вместо матрицы $\mathbf{C}_{EK}$ известна ее весьма грубая аппроксимация — матрица $\mathbf{C}^*_{EK}$. Цель калибровки — получить для матрицы $\mathbf{C}_{EK}$ оценку, существенно превосходящую $\mathbf{C}^*_{EK}$ по точности.

Пусть $\theta_E = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ = const — вектор малого поворота, характеризующий ошибку задания матрицы $\mathbf{C}^*_{EK}$ (индексом T обозначена операция транспонирования). В первом приближении относительно $\boldsymbol{\theta}_E$ оказывается

$$\mathbf{C}^*_{EK} \approx [\mathrm{E}_3 + \Phi(\theta_E)]\,\mathrm{C}_{EK}\,,$$

во втором приближении —

$$\mathbf{C}^*_{EK} \approx [\mathbf{E}_3 + \Phi(\theta_E) + \Phi^2(\theta^*_E)/2]\mathbf{C}_{EK},$$

где $\mathbf{E}_3$ — единичная (3 × 3)-матрица, $\mathbf{\Phi}$ — кососимметрическая (3 × 3)-матрица оператора векторного произведения в соответствующем базисе; $\boldsymbol{\theta}^*_E$ — оценка вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ в первом приближении. Эта оценка получается посредством решения уравнений первого приближения

$$G\theta^*_E = \mathbf{e}^*_J - \mathbf{e}_J, \quad G = -\mathbf{C}_{JE}\Phi(\mathbf{e}^*_E). \tag{1}$$

где $\mathbf{e}_J$ — единичный вектор направления из наземного маркера в точку O, найденный путем нормировки вектора $\mathbf{R}_J - \mathbf{r}_J$, $\mathbf{r}_J$ — заданный геоцентрический радиус-вектор названного маркера, $e^*_J = C_{JE}e^*_E$ — аппроксимация вектора $\mathbf{e}_J$ по снимку, выполненному камерой, $\mathbf{C}_{JE}$ — матрица преобразования координат из базиса $\mathbf{E}$ в $\mathbf{J}$, найденная с использованием показаний звездного датчика,

$$\mathbf{e}^*_E = \mathbf{C}^*_K \ \mathbf{e}_K, \tag{2}$$

$\mathbf{e}_K$ — единичный вектор направления на маркер, зафиксированного камерой по результатам съемки. Оценка матрицы $\mathbf{C}_{EK}$ в первом приближении получается по формуле

$$\mathbf{C}_{EK} \approx [\mathbf{E}_3 - \Phi(\theta^*_E)]\mathbf{C}^*_{EK}. \tag{3}$$

Эта оценка обеспечивает приемлемую точность калибровки на уровне 10 ″, если абсолютные значения исходных элементов вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ не превышают 10 ′...20 ′. В противном случае для обеспечения нужной точности калибровки может оказаться целесообразным дополнить первое приближение последующим решением уравнений

$$G\theta^{**}_E = \mathbf{e}^*_J - \mathbf{e}_J - \mathbf{C}_{JE}\Phi^2(\theta^*_E)\mathbf{e}^*_E / 2 \tag{4}$$

относительно оценки второго приближения θ^{**}_E. Уравнения (4) формируются на основе той же информации, что и уравнения (1), без дополнительных преобразований этой информации. Поэтому оценка второго приближения может быть реализована фактически в одну итерацию.

Обозначим $D = \sum G^{\mathrm{T}}G$. Здесь и далее подразумевается суммирование по номерам всех используемых снимков и всех маркеров, учитываемых на каждом снимке. Тогда

$$\theta^*_E = D^{-1}\sum G^{\mathrm{T}}(\mathbf{e}^*_J - \mathbf{e}_J), \quad \theta^{**}_E = \theta^*_E + D^{-1}\sum G^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_{JE}\Phi^2(\theta^*_E)\mathbf{e}^*_E / 2. \tag{5}$$

Матрица $\mathbf{C}_{EK}$ оценивается по формуле (3) с заменой $\boldsymbol{\theta}^*_E$ на $\boldsymbol{\theta}^{**}_E$.

В табл. 1 приведены результаты моделирования калибровки во втором приближении. Воспроизводилось движение КА по слабоэллиптической солнечно-синхронной орбите высотой около 670 км. Три известных маркера располагались в вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника с катетом 6.7 км. Съемка маркеров производилась, когда они находились на трассе полета или вблизи нее. Моделирование реализовалось как серия вариантов счета, в которой для формирования всех случайных величин использовался генератор последовательности псевдослучайных чисел, инициированной в первом варианте серии и переходящей из варианта в вариант. В каждом варианте моделировались шесть снимков с интервалом 7 с между последовательными снимками. В момент экспонирования оптическая ось камеры наводилась на точку земной поверхности, равноудаленную от всех трех маркеров. При этом тангаж КА варьировался от 12° в момент первого экспонирования до −12° при шестом экспонировании. Каждая строка табл. 1 посвящена одной из серий. В общем случае в каждой серии при имитации вычислений, связанных с собственно калибровкой, использовались не все шесть снимков, а лишь те, которые поименованы в соответствующей ячейке столбца S (Snapshots) табл. 1. В каждом варианте значения θ_1, θ_2, θ_3 задавались заново как нормально распределенные центрированные случайные величины со средним квадратичным отклонением 60 ′. Считалось, что при $\theta_E = 0$ базисы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{K}$ совмещены. Ошибки звездного датчика вводились как нормально распределенные случайные углы поворотов вокруг двух направлений, перпендикулярных к оптической оси датчика, и вокруг самой этой оси со средними квадратичными отклонениями соответственно 5 ″, 5 ″ и 12 ″. Размер пиксела камеры 9.75 мкм. Среднее

Таблица 1. **Второе приближение**

S	$M_{\theta 1}$	$M_{\theta 2}$	$M_{\theta 3}$	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{\theta 2}$	$\sigma_{\theta 3}$
1	–0.6	0.2	1.8	5.3	5.2	33.2
3	–0.8	0.2	3.4	6.2	5.1	35.6
1, 6	–0.3	0.2	0.8	3.6	3.5	28.1
3, 4	–0.4	0.2	0.9	4.3	3.4	29.9
1—6	0	0.1	1.4	2.1	2.2	24.4

квадратичное отклонение нормально распределенных случайных ошибок GPS равно 3 м.

Статистические характеристики остаточных ошибок калибровки θ_1, θ_2, θ_3 — математические ожидания $M_{\theta 1}$, $M_{\theta 2}$, $M_{\theta 3}$ и средние квадратичные отклонения $\sigma_{\theta 1}$, $\sigma_{\theta 2}$, $\sigma_{\theta 3}$ — рассчитывались в секундах дуги на основании обработки 100 вариантов серии. Результаты для конкретных серий моделирования, представленные в соответствующих строках табл. 1, показывают, что остаточная точность калибровки по второму приближению зависит от числа используемых снимков, но влияние конкретного выбора снимков при одинаковом их количестве незначительно. Повышение точности калибровки с увеличением числа обрабатываемых снимков объясняется не только повышением собственно точности вычислений, но и усреднением случайных возмущений, прежде всего ошибок звездного датчика. При оговоренных условиях использование уравнений второго приближения (4) в дополнение к уравнениям первого приближения (1) уменьшает остаточные ошибки калибровки θ_1, θ_2 в несколько раз.

В упомянутом выше отзыве рецензент указал: «почему при больших отклонениях не воспользоваться итерацией линейного приближения, а нужно (целесообразно, полезно, ...) рассматривать второе приближение? Кажется естественным после расчета угла поворота в первом приближении, внести поправки в матрицу преобразований и еще раз прогнать этот процесс».

Действительно, такой подход может быть реализован. После решения уравнений (1) относительно $\boldsymbol{\theta}^*_E$ приближенное значение $\mathbf{C}_{EK}$, вычисленное по формуле (3), принимается в качестве нового, уточненного значения $\mathbf{C}^*_{EK}$ Вектор $\mathbf{e}^*_E$, заново найденный по формуле (2), и новая матрица G дополняют комплект данных, необходимых для второй итерации алгоритма (1). Это требует большего объема вычислений, чем при реализации алгоритма (5), что, впрочем, необременительно при использовании стационарного компьютера.

В табл. 2 результаты моделирования полетной калибровки с использованием двух последовательных итераций (1) с промежуточной коррекцией (3) между итерациями представлены по схеме, аналогичной табл. 1. По точности эти результаты сопоставимы с результатами моделирования алгоритма (5).

По-видимому, в условиях, когда исходные значения элементов вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ имеют порядок 1°, методу полетной калибровки с последовательным использованием уравнений первого и второго приближений (1) и (4) следует отдать предпочтение перед методом, предусматривающим две итерации алгоритма (1), с точки зрения удобства реализации.

С увеличением области возможных начальных значений элементов вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ точность оценки второго приближения, полученной на основе формул (4) или (5), снижается. В таких же условиях оценка, полученная в результате двух итераций первого приближения (1), в соответствии с предположениями названного выше отзыва остается довольно точной. Сказанное согласуется с табл. 3, в которой представлены результаты калибровки с использованием шести снимков при начальных значениях θ_1, θ_2, θ_3, нормально распределенных со средними квадратичными отклонениями 3°. В первой строке показаны характеристики второго приближения на основе формул (5), во второй — характеристики результатов калибровки после двух итераций первого приближения (1). Вообще при аномально больших (до 5—6°) исходных значениях точность калибровки по двум итерациям (1) менее уязвима, чем точность второго приближения (5). Разумеется, на практике такие грубые начальные условия скорее экзотичны, чем реальны.

Можно ожидать, что рассмотренные выше способы повышения точности полетной калибровки в предположении о больших начальных рассогласованиях камеры и звездного датчика позволят существенно сни-

Таблица 2. **Первое приближение, две итерации**

S	$M_{\theta 1}$	$M_{\theta 2}$	$M_{\theta 3}$	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{\theta 2}$	$\sigma_{\theta 3}$
1	–0.7	0.4	1.6	5.3	5.1	30.8
3	–0.8	0.3	3.2	6.1	5.1	34.4
1, 6	–0.4	0.3	0.6	3.6	3.4	25.7
3, 4	–0.5	0.3	0.7	4.2	3.3	27.9
1—6	0.0	0.2	1.2	2.0	2.1	21.9

Таблица 3. **Аномальная исходная неопределенность**

Вариант	$M_{\theta 1}$	$M_{\theta 2}$	$M_{\theta 3}$	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{\theta 2}$	$\sigma_{\theta 3}$
Второе приближение по формуле (5)	2.0	–0.3	2.0	14.5	16.5	40.7
Две итерации по формуле (1)	–0.1	0.2	1.3	2.0	2.1	21.8

зить требования к предполетной наземной калибровке или к соответствующим ошибкам, накопленным в процессе эксплуатации КА.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ткаченко А. И.* Алгоритмы согласования ориентации звездного датчика и камеры космического аппарата // Проблемы управления и информатики. — 2015. — № 3. — С. 116—126.
2. *Ткаченко А. И.* Второе приближение полетной геометрической калибровки // Космічна наука і технологія. — 2017. — **23**, № 3. — С. 38—41.

Стаття надійшла до редакції 30.08.17

REFERENCES

1. *Tkachenko A. I.* Algorithms of the attitude matching of star tracker and camera of the spacecraft. *Problemy upravleniya i informatiki,* No. 3, 115—136 (2015) [in Russian].
2. *Tkachenko A. I.* The second approximation of the in-flight geometric calibration. *Kosm. nauka tehnol.*, **23** (3), 38—41 (2017) [in Russian].

Received 30.08.17

О. І. Ткаченко

Міжнародний науково-навчальний центр
інформаційних технологій та систем Національної
академії наук України і Міністерства освіти
і науки України, Київ, Україна

ІТЕРАЦІІЙНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ
ПОЛЬОТНОГО ГЕОМЕТРИЧНОГО КАЛІБРУВАННЯ

Розглядається проблема польотного юстування, що виникає при дистанційному зондуванні Землі. Метод польотного геометричного калібрування знімального комплексу космічного апарата, що включає рівняння другого наближення, порівнюється з методом, який використовує дві ітерації першого наближення. Показано, що коли похибки задання параметрів взаємної орієнтації не перевищують 10 ′—20 ′, то прийнятну точність калібрування порядку 10 ″ забезпечує перше (лінійне) наближення розробленої процедури. В іншому випадку виконується друге наближення. При відхиленнях задання параметрів взаємної орієнтації понад 1° слід обмежитися першим наближенням, але виконувати не одну, а дві ітерації. Отримані результати підтверджено на основі моделювання методом статистичних випробувань.

***Ключові слова*:** польотне геометричне калібрування, космічний апарат, маркери, камера, зоряний датчик, друга ітерація.

A. I. Tkachenko

International Research and Training Center
for Information Technologies and Systems
of the National Academy of Sciences of Ukraine
and Ministry of Education and Science of Ukraine,
Kyiv, Ukraine

ITERATIVE SOLUTION OF THE PROBLEM
OF IN-FLIGHT GEOMETRIC CALIBRATION

We propose the he method of in-flight geometric calibration of a spacecraft imaging complex, which is engaged during remote sensing of the Earth. The essence of the method is the inclusion of the second approximation equations and the following comparison with another method, which uses two iterations of the first approximation. It is shown that if errors in setting the mutual orientation parameters do not exceed 10 ′—20 ′, than acceptable calibration accuracy of the order of 10″ ensures the first (linear) approximation of the developed method. Otherwise, the second approximation is performed. If the deviations of the setting of the parameters of mutual orientation are greater than 1°, we should be limited to the first approximation and conduct not one, but two iterations. The obtained results are confirmed by the statistical modelling.

***Keywords*:** in-flight geometric calibration, spacecraft, landmarks, camera, star tracker, second iteration.