

doi: <https://doi.org/10.15407/knit2017.06.012>

УДК 539.3:629.7.085

В. С. Гудрамович¹, Д. В. Клименко², Э. Л. Гарт³

¹ Институт технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины, Днепро, Украина

² Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М. К. Янгеля», Днепро, Украина

³ Днепропетровский национальный университет им. Олеса Гончара, Днепро, Украина

ВЛИЯНИЕ ВЫРЕЗОВ НА ПРОЧНОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОТСЕКОВ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ ПРИ НЕУПРУГОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ МАТЕРИАЛА

Обсуждены возможности активного использования при расчетах прочности отсеков ракет-носителей проекционно-итерационных схем реализации вариационно-сеточного метода конечных элементов для оперативного анализа напряженно-деформированного состояния вновь разрабатываемых объектов при их проектировании и отработке, что важно в связи с проведением большого объема различных расчетов. Рассмотрены задачи прочности цилиндрических отсеков ракет-носителей с вырезами при неупругом деформировании материала.

Ключевые слова: цилиндрические отсеки ракет-носителей, вырезы, упруго-пластическое деформирование.

Улучшение вычислительной эффективности численных методов, которые используются при расчетах сложных элементов конструкций ракетно-космической техники (РКТ) — актуальная задача компьютерной механики. Это важно при необходимости проведения большого объема расчетов, связанных с проектированием и отработкой вновь создаваемых объектов РКТ. Это связано, в частности, с необходимостью введения изменения конструктивного оформления, изменения параметров конструкций, физико-механических свойств материалов, что особо важно при учете возникающих при высоких уровнях нагрузок пластических деформаций, которые инициируют появление недопустимых деформаций или разрушение.

Такая необходимость связана с проведением большого числа экспериментов, что является неотъемлемой частью отработки объектов РКТ и корректирует изменение геометрии и при необходимости осуществление замены материала.

Использование при расчетах лицензированных пакетов программ имеет известные и часто трудно преодолимые особенности. К ним относятся значительная дороговизна при покупке и содержании таких пакетов, необходимость покупки дополнительных модулей, учитывающих усложненные особенности деформирования при эксплуатации (учет вязкоупругости, пластичности, ползучести и др.), значительные затраты времени при подготовке конечноэлементных моделей для последующего расчета. Программы, по сути, являются «черным ящиком»: определены начальные и конечные этапы расчета, отсут-

© В. С. ГУДРАМОВИЧ, Д. В. КЛИМЕНКО, Э. Л. ГАРТ, 2017

твует возможность проследить и при необходимости корректировать промежуточные этапы.

Это делает для многих задач прочностного расчета актуальным разработку собственных программ (при этом должно быть проверено совпадение результатов расчета на основе этих и лицензированных программ на тестовых задачах), существенно уменьшающих компьютерное время расчета, что важно при оперативном проведении большого объема расчетов [3].

Такие принципы расчета разрабатываются на основе проекционно-итерационных схем реализации методов конечных элементов, конечных разностей. В основе их лежат идеи, изложенные в трудах выдающихся ученых-математиков (Л. В. Канторович, Г. И. Марчук, А. А. Самарский, В. В. Шайдуров, У. Хакбуш и др. [11–13, 15]).

Конструкции РКТ являются неоднородными. Неоднородность определяется наличием локальных элементов, вызывающих концентрацию напряженно-деформированного состояния (НДС) (вырезы-люки, подкрепления, накладки). Именно в окрестности этих элементов в первую очередь возникают пластические деформации, что приводит к большим сложностям при определении НДС.

К основным концентраторам НДС прежде всего относятся отверстия-вырезы [1, 4, 8]. Укажем, что наиболее существенные результаты в теории оболочек с отверстиями-вырезами получены украинскими учеными [8].

Отверстия (вырезы, люки) являются основными факторами, определяющими неоднородность. Физические аспекты влияния отверстий в основном одинаковы и связаны с возникновением концентрации НДС. Отметим, что к такой концентрации приводят также некоторые нагрузки (локальные, возникающие при контакте элементов конструкций) [3, 6, 9, 18].

На рис. 1, а показано возникновение необратимых деформаций у отверстий в днище топливного бака горючего космической ракеты-носителя (РН) «Циклон-3» после проведения контрольно-выборочных испытаний от действия внутреннего давления [7, 14].

На рис. 1, б показана разработанная экспериментальная установка для проведения испытаний

сферических днищ [4, 6, 18]. На рис. 2 изображены модели таких сферических днищ с вырезами, испытанные при локальных нагрузках, действующих в плоскости опорного кольца, подкрепляющего края днищ.

Результатом таких испытаний, имитирующих локальное поперечное нагружение протяженных конструкций РН в районе расположения днищ, является появление необратимых деформаций в месте контакта с транспортировочными ложементами. Вследствие концентрации НДС в окрестности вырезов вначале такие деформации могут возникать у краев вырезов (рис. 2).

Уравнения, описывающие НДС элементов конструкций при пластическом деформировании материала, существенно нелинейны. При их линеаризации применяются методы упругих решений (переменных параметров упругости, дополнительных нагрузок и дополнительных деформаций), когда уравнения неупругого деформирования заменяются уравнениями теории упругости с переменными параметрами упругости или дополнительными нагрузками или деформациями, зависящими от уровня накопленных пластических деформаций, для определения которых имеются соответствующие формулы [10]. При численной реализации строятся схемы последовательных приближений. Расчет проводится до совпадения с заданной точностью двух приближений.

Дадим некоторые пояснения по поводу применения терминологии «концентрация НДС».

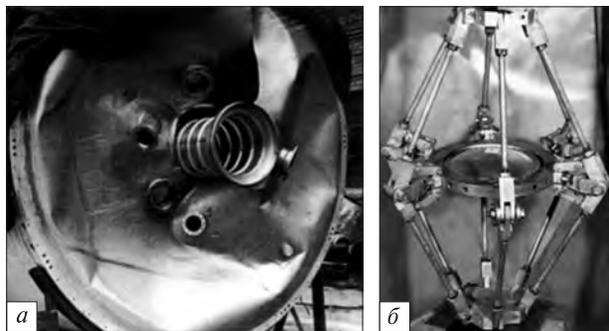


Рис. 1. Бак горючего РН «Циклон-3» после контрольно-выборочных испытаний от внутреннего давления (а) и установка для проведения испытаний днищ (б)

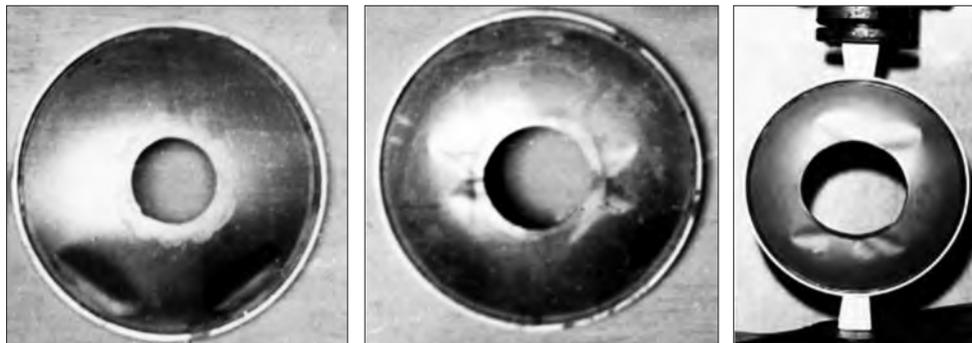


Рис. 2. Модели сферических днищ с вырезами после испытаний (локальное нагружение)

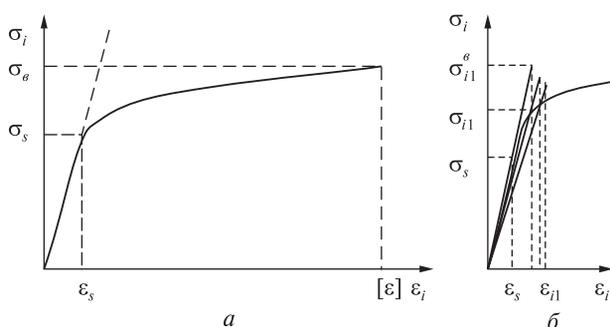


Рис. 3. Диаграмма деформирования алюминиевого сплава (а) и схема использования метода переменных параметров упругости (б)

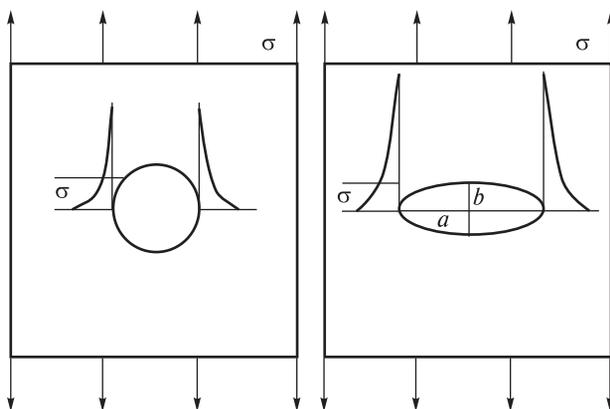


Рис. 4. Концентрация напряжений в прямоугольной пластине у кругового и эллиптического отверстий

Рассмотрим типичную диаграмму деформирования материала типа алюминиевых сплавов (рис. 3). Видно, что отношение предела прочности к условному пределу текучести $\sigma_s = \sigma_{02}$ равно $\sigma_g / \sigma_s \approx 1.6$, в то же время отношение $[\epsilon] / \epsilon_s$ разрушающей деформации к ϵ_s может быть более 10–12.

Таким образом, термин «концентрация напряжений», введенный в свое время для упругих материалов, целесообразно изменить на «концентрация напряженно-деформированного состояния». Укажем на первые работы по исследованию напряжений для упругих материалов для одноосного нагружения напряжением σ пластины [1]. Для круглого отверстия Кирш (1898) получил коэффициент концентрации 3, для эллиптического отверстия Г. В. Колосов (1909) и К. Инглис (1913) получили коэффициент концентрации $(1 + 2a/b)$, где a и b — большая и малая полуоси эллипса (рис. 4). (Отметим приоритет отечественного ученого Г. Колосова, однако его работа опубликована в малоизвестных трудах Тартусского (Юрьевского) университета, работа английского ученого на четыре года позже, и в известном английском журнале; обычно ссылаются на его работу). Укажем, что верхняя граница диапазона напряжений σ , для которых справедливы указанные решения, для круглого отверстия равна $\sigma_s/3$, для эллиптического — $\sigma_s/(1+2a/b)$, для эллипса $a/b = 3$ она равна $\sigma_s/7$.

Рассмотрим задачи об определении НДС цилиндрических отсеков, имеющих произвольно расположенные прямоугольные вырезы различных размеров, при осевом сжатии с учетом неупругого деформирования материала.

На рис. 5 показаны некоторые из типичных конструкций РН («Циклон-3», «Зенит»), «Антарес» — разработка Украины и США [14]. Нагруженные отсеки этих РН — осевая сжимающая сила.

Конструктивное исполнение «сухих» отсеков, которые содержат вырезы, показано на рис. 6.



Рис. 5. Ракеты-носители «Циклон-3» (а), «Зенит-2» (б) на стартовой позиции, «Антарес» (в) во время успешного пуска с космодрома о. Уоллопс (США)

Прочность отсеков РН определяется возникновением зон пластических деформаций (в первую очередь они возникают у краев вырезов), их трансформацией в процессе нагружения и слиянием этих зон. При наличии нескольких вырезов происходит их взаимодействие с учетом возникающих пластических деформаций [19]. Параметры отсеков таковы, что не происходит их потери устойчивости до осуществления указанной схемы трансформации зон пластических деформаций.

Из указанных выше методов упругих решений эффективным является метод переменных параметров упругости (МППУ) (рис. 3, б). Для деформационной теории пластичности соотношения МППУ имеют вид, аналогичный теории упругости с переменными модулем сдвига \tilde{G} и коэффициентом Пуассона $\tilde{\nu}$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2\tilde{G}} \left(\sigma_{ij} - \frac{3\tilde{\nu}}{1+\tilde{\nu}} \sigma_0 \delta_{ij} \right), \quad (1)$$

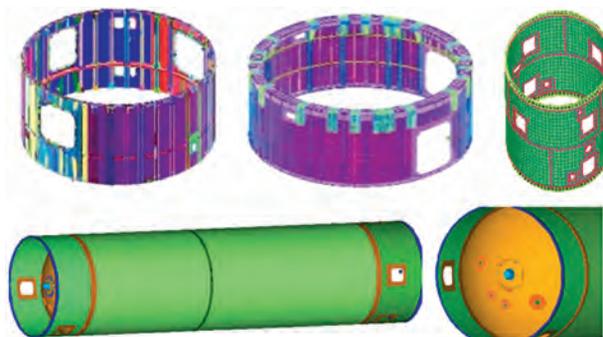


Рис. 6. Переходной отсек первой ступени РН «Циклон-3», приборный отсек РН «Зенит», корпус хвостового отсека вафельного типа и топливный отсек РН «Антарес» (слева направо)

где

$$\begin{aligned} \tilde{G} &= \tilde{E} / [2(1+\tilde{\nu})] = 1 / (2\psi), \\ \tilde{E} &= 3E / (2E\psi + 1 - 2\nu), \\ \tilde{\nu} &= (E\psi - 1 + 2\nu) / (2E\psi + 1 - 2\nu), \quad \psi = 3\varepsilon_i / (2\sigma_i), \end{aligned}$$

$\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, \sigma_i, \varepsilon_i$ — напряжения, деформации их интенсивности, E — модуль упругости, σ_0 — среднее напряжение.

При расчете на основе МППУ используются последовательные приближения, в каждом из которых решается задача теории упругости с переменными \tilde{G} и \tilde{v} . Причем для первого приближения принимается $\psi = 1/(2G)$, $\tilde{G} = G$, $\tilde{v} = v$. В случае решения в напряжениях отыскание параметров НДС для каждого k -го приближения такова: находятся $\sigma_{ij}, \sigma_i, \varepsilon_i$ упругого тела, из диаграммы деформирования $\sigma_i \sim \varepsilon_i$ находится для упругопластического тела и вычисляются \tilde{G} , \tilde{v} и ψ_k , используемые в следующем $(k + 1)$ -м приближении. В случае решения в перемещениях осуществляется такая последовательность действий: $\varepsilon_{ijk} \rightarrow \varepsilon_{ik} \rightarrow \sigma_{ik} \rightarrow \psi_k$. σ_{ik} определяется из диаграммы $\sigma_i \sim \varepsilon_i$. Расчет проводится до достижения заданной точности между двумя соседними приближениями. При этом: $\tilde{E}_k \approx \tilde{E}_{(k-1)}$. Могут быть построены также схемы расчета на основе теории пластического течения.

Геометрия отсеков РН в виде цилиндрических оболочек с прямоугольными вырезами такова, что возможно использование теории пологих оболочек, дающей более простые решения, чем общая теория оболочек. Так, для типичной конструкции РН диаметр $D = 2.4 \dots 3.2$ м, а сторона прямоугольного отверстия составляет $0.2 \dots 0.4$ м. Напряженно-деформированное состояние, вызванное концентрацией напряжений, быстро затухает при удалении от краев вырезов. Здесь вполне могут быть использованы соотношения теории пологих оболочек, для которых функционал потенциальной энергии имеет вид

$$\begin{aligned}
 V = h \iint_{\Omega} \{ & \tilde{G}[u_{,\alpha}^2 + 2\tilde{v}u_{,\alpha}(v_{,\beta} + w/R) + \\
 & + (v_{,\beta} + w/R)^2] / (1-\tilde{v}) + \tilde{G}(u_{,\beta} + v_{,\alpha})^2 / 2 \} d\alpha d\beta + \\
 & + h^3 \iint_{\Omega} \{ \tilde{G}[w_{,\alpha\alpha}^2 + 2\tilde{v}w_{,\alpha\alpha}w_{,\beta\beta} + v_{,\beta\beta}^2] / (1-\tilde{v}) + \\
 & + 2\tilde{G}w_{,\alpha\beta}^2 \} d\alpha d\beta / 12 - \\
 & - \int_{\Gamma_p} (T_1 u + S_1 v + Q_1 w + M_1 \phi_1) d\beta, \quad (2)
 \end{aligned}$$

где u, v, w — перемещения оболочки, R, h — радиус и толщина, Ω, Γ_p — поверхность оболочки и

граница, на которой действуют краевые усилия и изгибающий момент T_1, S_1, Q_1, M_1 , запятые в индексе определяют производные по координатам.

Выражения для деформаций, кривизны (для осей α, β) и напряжений имеют вид

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{\alpha} &= u_{,\alpha}, \quad \varepsilon_{\beta} = v_{,\beta} + w/R, \\
 \omega &= u_{,\beta} + v_{,\alpha}, \\
 \chi_{\alpha} &= -w_{,\alpha\alpha}, \\
 \chi_{\beta} &= -w_{,\beta\beta}, \\
 \tau_{\alpha\beta} &= -w_{,\alpha\beta}, \\
 \sigma_{\alpha} &= 2\tilde{G}(\varepsilon_{\alpha} + \tilde{v}\varepsilon_{\beta}) / (1-\tilde{v}), \\
 \sigma_{\beta} &= 2\tilde{G}(\varepsilon_{\beta} + \tilde{v}\varepsilon_{\alpha}) / (1-\tilde{v}), \\
 \sigma_{\alpha\beta} &= \tilde{G}\omega.
 \end{aligned} \quad (3)$$

Когда проводится дискретизация задачи на основе МКЭ, область разбивается на прямоугольные конечные элементы, внутри каждого из которых искомые функции u, v и w заменяются эрмитовыми функциями, зависящими от узловых значений прогибов в каждой из четырех вершин конечного элемента.

В текущем узле (i, j) перемещения определяются через узловые значения перемещений $(u_1, v_1, w_1, w_{\alpha 1}, w_{\beta 1}, w_{\alpha\beta 1}, \dots, w_8, w_{\alpha 8}, w_{\beta 8}, w_{\alpha\beta 8}, u_8, v_8)$ четырех примыкающих к данному узлу конечных элементов.

Для проведения расчетов разработаны соответствующие шаблонные формулы для перемещений $u, v, w, w_{\alpha}, w_{\beta}, w_{\alpha\beta}$ в текущем узле конечного элемента через узловые значения перемещений указанных четырех конечных элементов [7, 19].

При решении задач минимизации функционала (1) применяется проекционно-итерационная модификация метода конечных элементов (МКЭ).

Кратко изложим ее основную идею для решения задач в вариационной постановке. Аналогично случаю проекционного метода Ритца вариационную задачу аппроксимируем последовательностью задач условной минимизации, для решения которых используем какой-либо из

итерационных методов. При этом для каждой из задач находим лишь несколько приближений, последнее из которых берем в качестве начального приближения для следующей задачи.

В нашем случае исходная экстремальная задача для функционала (2) аппроксимируется с помощью МКЭ последовательностью дискретных экстремальных задач ($n = 1, 2, \dots$) для функции многих переменных. Каждая из полученных задач реализуется с помощью метода последовательной верхней релаксации [12], но не до конца. Начиная с некоторого $n = N$ достаточно грубого разбиения для соответствующей функции многих переменных V_n строится только несколько приближений, последнее из которых интерполируется на более мелкую конечноэлементную сетку и служит для нее начальным приближением к точке минимума для соответствующей функции многих переменных V_{n+1} . Процесс продолжается, пока не достигнута заданная точность между двумя соседними приближениями. При расчетах могут использоваться прямоугольные (билинейная аппроксимация) и треугольные (линейная аппроксимация) конечные элементы. С точки зрения экономии времени расчета более приемлема билинейная аппроксимация. Более подробно основные положения проекционно-итерационных схем МКЭ с исследованием их сходимости изложены в [13, 15–17, 20]. Проекционно-итерационные схемы разработаны также для метода локальных вариаций Ф. Л. Черноусько — численного метода решения вариационных задач и применены к задачам локальной устойчивости сферических оболочек, также давая значительную экономию в компьютерном времени расчета по сравнению с классическим вариантом метода локальных вариаций, что очень важно для этого метода [2].

Приведем результаты расчета НДС с учетом неупругого деформирования материала с использованием разработанных проекционно-итерационных схем вариационно-сеточного МКЭ.

На рис. 7 показаны зоны пластических деформаций в цилиндрическом отсеке с тремя прямоугольными вырезами из алюминийево-магниевого сплава Д16 с параметрами $R = 1$ м, $h = 0.004$ м, длина $L = 6$ м (приведена развертка оболочки).

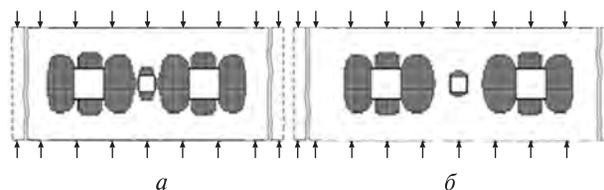


Рис. 7. Зоны пластических деформаций для трех прямоугольных вырезов ($p = 90$ МПа, $l = 0.6$ м (а); 0.8 м (б))

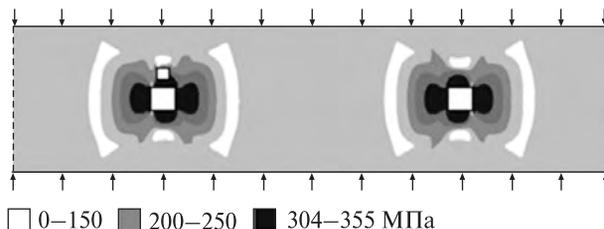


Рис. 8. Распределение интенсивности напряжений для отсека с тремя вырезами

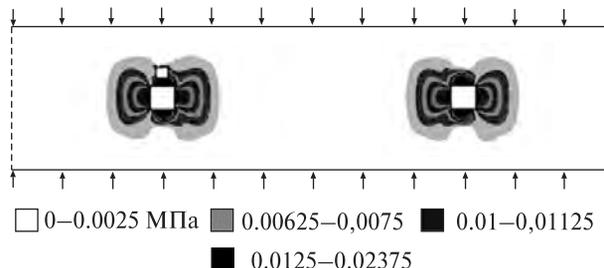


Рис. 9. Распределение интенсивности деформаций для отсека с тремя вырезами

На рис. 7, а расстояние между центрами $l = 0.6$ м, на рис. 7, б — $l = 0.8$ м. Сжимающая осевая сила равна $p = 90$ МПа. Изменение расстояния l позволяет исследовать взаимное влияние отверстий друг на друга, которое зависит от размеров и формы вырезов, механических свойств материала и определяется трансформацией в процессе нагружения зон пластических деформаций.

На рис. 8 приведено распределение интенсивностей напряжений для отсека с другой схемой расположения трех прямоугольных вырезов, соответствующей реальному отсеку РН. На рис. 9 — распределение интенсивностей деформаций.

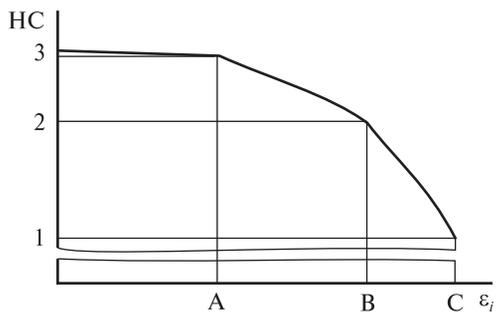


Рис. 10. Схема процесса изменения несущей способности отсека РН при неупругом деформировании материала

При разработке проекционно-итерационных расчетных схем взяты эрмитовы конечные элементы. Схемы реализованы на шести вложенных дважды конечноэлементных схемах. Проекционно-итерационный вариант МКЭ реализован на пяти вложенных вдвое конечноэлементных сетках (25×97 , 51×193 , 101×385 , 201×769 , 401×1537) из прямоугольных эрмитовых элементов.

Использование разработанных проекционно-итерационных схем МКЭ привело к экономии компьютерного времени расчёта в 36–45 раз (для разных рассмотренных задач) по сравнению с временем расчета на основе традиционного МКЭ (на одной сетке).

Возникновение областей пластических деформаций приводит к уменьшению жесткостей конструкций, в выражениях для которых (при сжатии: $2\pi R h E$, при изгибе: $E h^3 / (12(1-\nu)^2)$) вместо E появляется приведенный ($E_c = \sigma_i / \varepsilon_i$) или касательный ($E_k = d\sigma_i / \varepsilon_i$) модули, которые меньше E , а значит, к снижению величины несущей способности.

Нагрузки, при которых зоны пластических деформаций сливаются, определяют значительное уменьшение жесткости конструкции. Схемы возникновения зон с учетом взаимовлияния вырезов вследствие наличия общих зон могут использоваться для прогнозирования несущей способности отсеков РН с вырезами.

На рис. 10 показана схема, определяющая процесс снижения несущей способности при образовании зон пластических деформаций. Точки А, В, С соответствуют появлению неупругих деформаций ($\varepsilon_i = \varepsilon_s$), слиянию зон пласти-

ческих деформаций, началу деформирования при общих зонах пластических деформаций. Соответствующие этим точкам значения несущей способности определяются цифрами 3, 2, 1.

Следует отметить, что применение разработанных схем МКЭ дает существенное сокращение компьютерного времени расчета по сравнению с расчетом для МКЭ на одной мелкой сетке.

Действенным способом снижения концентрации НДС является подкрепление краев вырезов. С применением разработанных проекционно-итерационных схем эти вопросы рассмотрены в работах [4, 7], где изучено влияние охватывающих углы подкреплений, треугольных (в углах) подкреплений при различных сочетаниях материалов основного отсека и подкреплений.

Отметим, что разработанные программы дают существенное сокращение времени расчета. Результаты расчетов сравнивались с экспериментальными данными, полученными в ГП «КБ «Южное» им. М. К. Янгеля» и дают приемлемое совпадение.

Укажем, что наряду с задачами прочности оболочечных отсеков РН с вырезами, рассмотренными в статье, разработанные проекционно-итерационные схемы метода конечных элементов, дающие существенный выигрыш во времени расчета, могут быть использованы в других задачах. К ним относятся задачи прочности и устойчивости элементов оболочечных конструкций ракетно-космической техники, энергетики, башенных сооружений теплоэнергетики. Они могут быть использованы при моделировании технологических процессов порошковой металлургии, керамического производства, локального упрочнения: учет порообразования, включений и др., фазовых изменений структуры материала; в механике рассеянного разрушения, когда изучаются процессы скрытого накопления повреждений и их трансформации вплоть до разрушения [1].

Решения ряда из этих задач отражены в работах [2–7, 16–21].

ЛИТЕРАТУРА

1. Астафьев В. И., Радаев Ю. Н., Степанова А. В. Нелинейная механика разрушения. — Самара: Изд-во Самарск. ун-та, 2004. — 562 с.

2. Гарт Э. Л., Гудрамович В. С. Проекционно-итерационная модификация метода локальных вариаций для задач с квадратичным функционалом // Прикладная математика и механика. — 2016. — **80**, № 2. — С. 218 — 229.
3. Гудрамович В. С. Моделирование напряженно-деформированного состояния оболочечных конструкций ракетной техники и энергетики // Техн. мех. — 2013. — № 4. — С. 97—104.
4. Гудрамович В. С. Влияние отверстий на предельные состояния элементов тонкостенных металлических оболочечно-пластинчатых конструкций // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер. Механіка. — 2014. — **22**, вип. 18. — С. 47—60.
5. Гудрамович В. С., Гарт Э. Л., Клименко Д. В. и др. Конечноэлементный анализ упругопластического напряженно-деформированного состояния отсеков ракетных конструкций с вырезами // Техн. мех. — 2011. — № 4. — С. 52—61.
6. Гудрамович В. С., Дзюба А. П., Селиванов Ю. М. Методы голографической интерферометрии механике неоднородных тонкостенных конструкций. — Днепропетровск: Лира, 2017. — 258 с.
7. Гудрамович В. С., Репринцев А. В., Рябоконт С. А., Самарская Е. В. Оценка ресурса конструкций ракетно-космической техники при учете влияния концентраторов напряжений в виде отверстий // Техн. диагностика и неразрушающий контроль. — 2016. — № 2. — С. 28—36.
8. Гузь А. Н., Чернышенко И. С., Чехов В. Н. и др. Методы расчета оболочек. В 5 т. — К.: Наук. думка, 1980. — Т. 1. Теория оболочек, ослабленных отверстиями. — 636 с.
9. Дегтярев А. В., Пилипенко О. В., Гудрамович В. С. и др. О классификации стартового оборудования ракетно-космических комплексов при обосновании норм прочности // Космічна наука і технологія. — 2016. — **22**, № 1. — С. 3—14.
10. Ильюшин А. А. Труды. В 4 т. — М.: Физматлит, 2004. — Т. 2. Пластичность: 1946—1966. — 479 с.
11. Марчук Г. И., Агошков В. И. Введение в проекционно-сеточные методы. — М.: Наука, 1981. — 416 с.
12. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука, 1978. — 592 с.
13. Шайдуров В. В. Многосеточные методы конечных элементов. — М.: Наука, 1989. — 288 с.
14. Шестидесять лет в ракетостроении и космонавтике / Под общ. ред. А. В. Дегтярева. — Днепропетровск: АРТ-ПРЕСС, 2014. — 540 с.
15. Hart E. L. Projection-iterative version of the point wise relaxation method // J. Math. Sci. — 2010. — **167**, N 1. — P. 76—88.
16. Hart E. L., Hudramovich V. S. Projection-iterative schemes for realization of the finite element method in problems of deformation of plates with holes and inclusions // J. Math. Sci. — 2014. — **203**, N 1. — P. 55—69.
17. Hart E. L., Hudramovich V. S. Applications of the projective-iterative versions of FEM in damage problems for engineering structures // Maintenance-2012: 2 Int. Conference: Proceedings. — Zenica: Univ. of Zenica, 2012. — P. 157—164.
18. Hudramovich V. S. Contact interactions and limit states of the shell-type structures under local loading // Proceedings of the 2th China-Ukraine Forum on Science and Technology (5—8 July 2016, Harbin, China). — Harbin, 2016. — P. 2—3.
19. Hudramovich V. S., Hart E. L., Klymenko D. V., Ryabokon' S. A. Mutual influence of openings on strength of shell-type structures under plastic deformation // Strength Mater. — 2013. — **45**, N 1. — P. 1—9.
20. Hudramovich V. S., Hart E. L., Ryabokon' S. A. Elastoplastic deformation of nonhomogeneous plates // J. Eng. Math. — 2013. — **78**, N 1. — P. 181—197.
21. Hudramovich V. S., Hart E. L., Strunin K. A. Modeling of behavior of plane deformable elastic media with stretched ellipsoidal and rectangular inclusions // Mater. Sci. — 2016. — **52**, N 6. — P. 768—774.

Стаття надійшла до редакції 21.09.17

REFERENCES

1. Astafiev V. I., Radaev Yu. N., Stepanova A. V. Nonlinear fracture mechanics, 562 p. (Samar. Univ., Samara, 2004) [in Russian].
2. Hart E. L., Hudramovich V. S. Projective-iterative modification of the method of local variations for problems with a quadratic functional. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, **80** (2), 218—229 (2016) [in Russian].
3. Hudramovich V. S. Modeling of the stress-strain state for shell structures of rocket technique and energetics. *Tekhnicheskaya mekhanika*, N 4, 97—104 (2013) [in Russian].
4. Hudramovich V. S. Influence of openings on limit states of the plate-shell structural members. *Visnyk Dnipropetrovskoho Univ. Ser. Mekhanika*, **22** (18), 47—60 (2014) [in Russian].
5. Hudramovich V. S., Hart E. L., Klymenko D. V., et al. Finite-element analysis of the elastoplastic stress-strain state of compartments of the rocket structures. *Tekhnicheskaya mekhanika*, N 4, 52—61 (2011) [in Russian].
6. Hudramovich V. S., Dzyuba A. P., Selivanov Yu. M. Holographic interferometry methods of inhomogeneous thin-walled structures, 258 p. (Lira, Dnepropetrovsk, 2017) [in Russian].
7. Hudramovich V. S., Reprintsev A. V., Ryabokon' S. A., Samar'skaya E. V. Estimation of resonance for rocket- space structures taking into account influence of stress concentrators in view of openings. *Tekhnicheskaya diagnostika i nerazrushayushchiy kontrol'*, N 2, 28—36 (2016) [in Russian].

8. Guz A. N., Chernyshenko I. S., Chekhov V. N., et al. The methods for calculation of shells. In 5 vol. 1. Theory of shells weakened with openings, 636 p. (Nauk. dumka, Kiev, 1980) [in Russian].
9. Degtyarev A. V., Pilipenko O. V., Hudramovich V. S., et al. About classification of launch equipment for the space launch systems for the stress regulations justification. *Kosm. nauka i tekhnol.*, **22** (1), 3–14 (2016) [in Russian].
10. Ilyushin A. A. Works. In 4 Vol. V. 2. Plasticity: 1946 – 1966, 479 p. (Fizmatlit, Moscow, 2004) [in Russian].
11. Marchuk G. I., Agoshkov V. I. Introduction to projection-grid methods, 416 p. (Nauka, Moscow, 1981) [in Russian].
12. Samarskii A. A., Nikolaev Ye. S. Methods for solving of grid equations, 592 p. (Nauka, Moscow, 1978) [in Russian].
13. Shaidurov V. V. Semiarid finite-elements methods, 288 p. (Nauka, Moscow, 1989) [in Russian].
14. Sixty years in rocketry and astronautics (Shest'desyat let v raketostroyenii i kosmonavtike) / Ed. A. V. Degtyarev, 540 p. (ART-PRESS, Dnipropetrovsk, 2014) [in Russian].
15. Hart E. L. Projection-iterative version of the point wise relaxation method. *J. Math. Sci.*, 167 (1), 76–88 (2010).
16. Hart E. L., Hudramovich V. S. Applications of the projective-iterative versions of FEM in damage problems for engineering structures. *Proceedings 2 Int. Conference Maintenance-2012*, 157–164 (Univ. of Zenica, Zenica, 2012).
17. Hart E. L., Hudramovich V. S. Projection-iterative schemes for realization of the finite element method in problems of deformation of plates with holes and inclusions. *J. Math. Sci.*, 203 (1), 55–69 (2014).
18. Hudramovich V. S. Contact interactions and limit states of the shell-type structures under local loading. *Proceedings of the 2th China-Ukraine Forum on Science and Technology* (5–8 July 2016, Harbin, China), 2–3 (Harbin, 2016).
19. Hudramovich V. S., Hart E. L., Klymenko D. V., Ryabokon' S. A. Mutual influence of openings on strength of shell-type structures under plastic deformation. *Strength Mater.*, **45** (1), 1–9 (2013).
20. Hudramovich V. S., Hart E. L., Ryabokon' S. A. Elasto-plastic deformation of nonhomogeneous plates. *J. Eng. Math.*, **78** (1), 181–197 (2013).
21. Hudramovich V. S., Hart E. L., Strunin K. A. Modeling of behavior of plane deformable elastic media with stretched ellipsoidal and rectangular inclusions. *Mater. Sci.*, **52** (6), 768–774 (2016).

Received 21.09.17

В. С. Гудрамович¹, Д. В. Клименко², Э. Л. Гарт³

- ¹ Інститут технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України, Дніпро, Україна
- ² Державне підприємство «Конструкторське бюро «Піденне» ім. Янгеля», Дніпро, Україна
- ³ Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара, Дніпро, Україна

ВПЛИВ ОТВОРІВ НА МІЦНІСТЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ ВІДСІКІВ РАКЕТ-НОСІЇВ ПРИ НЕПРУЖНОМУ ДЕФОРМУВАННІ МАТЕРІАЛУ

Обговорюються можливості активного використання при розрахунках міцності відсіків ракет-носіїв проективно-ітераційних схем реалізації варіаційно-сіткового методу скінченних елементів для оперативного аналізу напружено-деформівного стану розроблюваних об'єктів при їхньому проектуванні і відпрацюванні, що важливо у зв'язку з проведенням великого об'єму різних розрахунків. Розглянуто задачі міцності циліндричних відсіків з отворами при напруженому деформуванні матеріалу.

Ключові слова: циліндричні відсіки ракет-носіїв, отвори, непружне деформування.

V. S. Hudramovich¹, D. V. Klimenko², E. L. Hart³

- ¹ Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, Dnipro, Ukraine
- ² Yangel Yuznoye State Design Office, Dnipro, Ukraine
- ³ Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro, Ukraine

INFLUENCE OF CUTOUTS ON STRENGTH OF CYLINDRICAL COMPARTMENTS OF LAUNCH VEHICLES IN THE CASE OF INELASTIC DEFORMATION OF MATERIAL

We discuss the possibility of active use of projective-iterative schemes of variation-mesh finite element method for calculation of the launch vehicle compartment strength. This is important for the operative stress-strain analysis in the design and development of newly produced launch vehicles when a large amount of computation is needed. We consider also the problems of strength for the cylindrical compartments with cutouts in the case of inelastic deformation of material.

Keywords: cylindrical compartments of launch vehicles, cutouts, elasto-plastic deformation.