

doi: <https://doi.org/10.15407/knit2017.05.014>

УДК 629.7.087:538.4:001.2

А. Н. Петренко, В. Л. Бучарский

Днепропетровский национальный университет им. О. Гончара, Днепро, Украина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ИОНОВ В КАНАЛЕ СТАЦИОНАРНОГО ПЛАЗМЕННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Приведены результаты численного моделирования процесса движения ионов рабочего тела в ускоряющем канале стационарного плазменного двигателя СПД-70 на основе прямого численного решения кинетического уравнения разреженной плазмы в ускоряющем электростатическом поле.

Ключевые слова: стационарный плазменный двигатель, кинетическое уравнение разреженной плазмы, численное моделирование.

ВВЕДЕНИЕ.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Современная тенденция индустриализации и коммерческого использования околоземного космического пространства предполагает запуск и эксплуатацию космических аппаратов (КА) различного назначения. К ним можно отнести космические аппараты дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), КА связи и навигации на низких (до 500 км) орбитах, навигационные КА на высоких круговых орбитах, КА связи на высокоэллиптических орбитах, геостационарные КА и др.

Широкая номенклатура космических аппаратов и разнообразие задач, которые решаются с применением этих КА, вызывает необходимость создания высокоэффективных двигательных установок малой тяги, предназначенных для решения задач ориентации и стабилизации КА, поддержания параметров орбиты, решение маршевых задач, т.е. перевод КА с низкой околоземной орбиты на целевую, в т. ч. геостационарную.

Особое место среди двигателей малой тяги для КА занимают электрические ракетные двигатели

(ЭРД). В целом области применения ЭРД известны: это задачи, требующие выработки значительного суммарного импульса ($\sim 10^6$ Н · с). В этой области ЭРД находятся вне конкуренции, так как электрические ракетные двигатели, имеющие величину удельного импульса 1000 – 10000 с по расходу рабочего тела намного экономичнее двигателей на химическом топливе [1, 3]. Вследствие этого масса заправленной электрической ракетной двигательной установки (ЭРДУ) получается намного меньше, чем у систем на базе жидкостных реактивных двигателей (ЖРД), даже с учетом довольно значительной массы как самих двигателей, так и системы хранения и подачи рабочего вещества (СХП), системы преобразования и управления (СПУ), которые входят в состав ЭРДУ.

Среди различных типов ЭРД наиболее широко применяются стационарные плазменные двигатели (СПД). Основная идея, используемая в СПД, — ускорение ионов в ускорительном канале электрическим полем, созданном с помощью магнитного поля в протяженном слое плазмы, и реализация фокусировки ускоряемых ионов путем создания фокусирующей геометрии эквипотенциалей электрического поля с использованием соответствующей

© А. Н. ПЕТРЕНКО, В. Л. БУЧАРСКИЙ, 2017

геометрии силовых линий магнитного поля и выравнивания потенциала вдоль магнитных силовых линий за счет относительно свободного перемещения электронов вдоль этих линий [7].

Типовая конструкция СПД, представленная на рис. 1 [4], включает в себя анод 1, катод 2, диэлектрическую (керамическую) разрядную камеру 3, магнитную систему с наружным полюсом 4, катушками намагничивания 5, внутренним полюсом 6 и магнитопроводом 7. Выходные участки стенок 8, 9 разрядной камеры обычно располагаются в межполюсном зазоре.

В разрядной камере расположен кольцевой ускорительный канал, в глубине которого размещается кольцевой анод, служащий для подачи и равномерного распределения потока рабочего газа (например, ксенона) в ускорительном канале. Катод располагается вне ускорительного канала и представляет собой газоразрядный источник электронов на основе полого катода.

В ускорительном канале с помощью магнитной системы создается преимущественно радиальное магнитное поле, а также преимущественно продольное электрическое поле путем приложения постоянного напряжения между анодом и катодом. В электрическом разряде в скрещенных электрическом и магнитном полях, который поддерживается между анодом и катодом в потоке газа, движущемся в ускорительном канале, удается достаточно эффективно ионизировать атомы рабочего вещества, поступающего в ускорительный канал через анод-газораспределитель, а также ускорить образовавшиеся ионы электрическим полем, созданным в области ускорительного канала.

Ионизация атомов рабочего газа осуществляется электронами, поступающими в разряд из катода и вновь образовавшимися в разряде. Ускоренный поток ионов истекает из ускорительного канала и нейтрализуется частью электронов, поступающих в него из катода. В процессе ускорения ионов создается реактивная тяга, которая используется для управления КА.

Проектирование, разработка и оптимизация электрических ракетных двигателей предполагают большой объем экспериментальных исследований, в том числе с использованием вакуумного

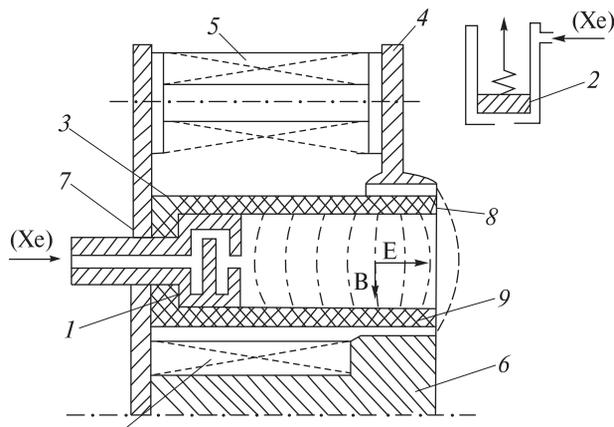


Рис. 1. Принципиальная схема стационарного плазменного двигателя [4]

оборудования, что значительно увеличивает сроки затраты на разработку ЭРД. Эти проблемы могут быть частично решены путем применения математического моделирования физических процессов, протекающих в узлах и подсистемах ЭРД. Для стационарных плазменных двигателей это, в первую очередь, процессы ионизации атомов рабочего вещества в ускорительном канале, стационарное течение ионов в канале, процессы их ускорения и фокусировки, а также процессы нейтрализации ионного пучка на выходе СПД.

В настоящее время вопросам моделирования процессов в ускорительном канале СПД посвящено много исследований (см., например, [6–14]). Часть исследователей используют при построении моделей процессов в СПД алгебраические соотношения [6, 9, 10], другие, рассматривая кинетические уравнения, используют для их решения различные варианты метода частиц [8, 11–14].

Задачей настоящего исследования есть построение и верификация вычислительной модели процесса стационарного течения ионов в ускорительном канале СПД на базе прямого численного решения кинетического уравнения разреженной плазмы.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ИОНОВ В КАНАЛЕ СТАЦИОНАРНОГО ПЛАЗМЕННОГО ДВИГАТЕЛЯ

В качестве основы для построения модели движения ионов в канале СПД использовалось кинети-

ческое уравнение движения ионов в электростатическом поле [12]:

$$f_t + \mathbf{c}\nabla_{\mathbf{r}}f + \mathbf{F}_a\nabla_{\mathbf{c}}f = I_{coll}, \quad (1)$$

$$\mathbf{F}_a = \frac{e}{m}\mathbf{E} + e\mathbf{c}\times\mathbf{B} + \mathbf{F}_{ab},$$

где $f = f(t, \mathbf{r}, \mathbf{c})$ — плотность функции распределения ионов по пространству скоростей, \mathbf{r}, \mathbf{c} — соответственно радиус-вектор и скорость частицы, $\nabla_{\mathbf{r}}, \nabla_{\mathbf{c}}$ — операторы градиента в соответствующих подпространствах фазового пространства, I_{coll} — член, учитывающий столкновения ионов между собой и с другими частицами (электронами и нейтральными атомами рабочего тела), \mathbf{F}_a — равнодействующая внешних сил, действующих на ионы, \mathbf{E}, \mathbf{B} — напряженности электростатического и магнитного внешних полей, e, m — заряд и масса иона, \mathbf{F}_{ab} — дальнедействующая сила от других заряженных частиц в потоке.

Уравнение (1) — нелинейное интегродифференциальное уравнение относительно неизвестной функции семи переменных. Его решение — весьма сложная задача, поэтому были сделаны следующие упрощающие предположения.

1. Течение ионов в ускоряющем канале полагалось стационарным:

$$f_t = 0.$$

2. Влияние магнитного поля и взаимодействия с другими частицами на движение ионов полагалось малым по сравнению с влиянием электростатического поля:

$$I_{coll} = 0, \quad \mathbf{B} = 0, \quad \mathbf{F}_a = 0.$$

3. Электростатическое поле изменяется только вдоль оси ускоряющего канала СПД:

$$\mathbf{E} = iE.$$

Первое из сделанных допущений обусловлено поставленной в настоящем исследовании задачей, второе — тем, что длина свободного пробега ионов в канале СПД сравнима с размерами самого канала (число Кнудсена $Kn = l/L \sim 1$), третье следует из конструкции СПД. С учётом этих предположений уравнение (1) приняло следующий вид:

$$\mathbf{c}\nabla_{\mathbf{r}}f + \frac{e}{m}Ef_c = 0.$$

Наконец, после усреднения последнего выражения по поперечному сечению ускоряющего

канала СПД было получено следующее уравнение, описывающее движение ионов рабочего тела в ускоряющем канале СПД на стационарном режиме:

$$cf_x + \frac{e}{m}Ef_c = 0. \quad (2)$$

Полученное уравнение гораздо проще исходного уравнения (1): уравнение (2) — это линейное гиперболическое уравнение в частных производных относительно функции двух переменных $f = f(x, c)$ (здесь x, c — координата относительно оси ускоряющего канала и проекция скорости частиц на эту ось соответственно).

Решение уравнения (2) необходимо искать в следующей расчетной области:

$$S = (x \in [0, l] \cup c > 0), \quad (3)$$

где l — длина ускоряющего канала. Для замыкания задачи необходимо задать граничные условия. Поскольку коэффициенты уравнения (2) положительные величины, то достаточно задать значения плотности функции распределения ионов на луче ($x = 0 \cup c > 0$) и отрезке ($x \in [0, l] \cup c = 0$).

На луче ($x = 0 \cup c > 0$) задавалось максвелловское распределение

$$(x, c) \in (x = 0 \cup c > 0) \Rightarrow f(c, x = 0) =$$

$$= f_m = \frac{\rho_{in}}{\sqrt{2\pi RT_{in}}} \exp\left[-\frac{(c - V_{in})^2}{2RT_{in}}\right], \quad (4)$$

где $\rho_{in}, V_{in}, T_{in}$ — соответственно макроскопические плотность, скорость и температура рабочего тела на входе в ускоряющий канал, R — газовая постоянная рабочего тела.

На отрезке ($x \in [0, l] \cup c = 0$) задавалось нулевое значение плотности функции распределения:

$$(x, c) \in (x \in [0, l] \cup c = 0) \Rightarrow f(c = 0, x) = 0. \quad (5)$$

Для построения вычислительной модели проводилась дискретизация расчетной области (3) путем построения равномерной сетки

$$W_{N,M} = \{(c_n, x_i) | n = 0, 1, \dots, N; i = 0, 1, \dots, M\}.$$

Здесь $c_n = nh_c, x_i = ih_x$ — значения независимых переменных в узлах сетки, h_c, h_x — шаги дискретизации по соответствующим координатам. Для численного решения уравнения (2) с замыкающими соотношениями (3), (4) на сетке $W_{N,M}$ мар-

шевый метод со скоростью c в качестве маршевой координаты. Уравнение (2) решалось с помощью разностной схемы третьего порядка точности по обеим независимым координатам, полученной методом совместной аппроксимации [2]:

$$\frac{1-Cu}{(2+Cu)} f_{i-1}^{n+1} + f_i^{n+1} = \frac{1+Cu}{2} f_{i-1}^n + (1-Cu) f_i^n + \frac{Cu(1-Cu)}{2(2+Cu)} f_{i+1}^n. \quad (6)$$

Здесь $f_i^n = f(c_n, x_i)$ — значение искомой функции в узлах расчетной сетки, $Cu = \frac{h_c}{h_x} \frac{e}{c_n m} E$ — число Куранта задачи (5). Отметим, что разностная схема (6) устойчива при $Cu < 1$.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ИОННОГО ПОТОКА В УСКОРИТЕЛЬНОМ КАНАЛЕ СПД-70

С помощью вычислительной модели, описанной выше, было проведено моделирование течения ионов рабочего тела в ЭРД СПД-70. Основные геометрические параметры расчетной области приведены на рис. 2.

В качестве параметров рабочего тела рассматривался ксенон, массовый расход полагался 2.8 мг/с, разность потенциалов в ускорительном канале — 100 В. Параметры газа на входе в ускорительный канал брались из решения задачи об истечении газа в вакуум:

$$\rho_{in} = 3.68 \text{ мкг/м}^3, V_{in} = 310 \text{ м/с}, T_{in} = 110 \text{ К}.$$

Решение задачи (2), (4), (5) проводилось в безразмерных переменных. В качестве масштаба длины была выбрана длина ускорительного канала, масштаб времени полагался равным 0.01 мс. При таком выборе масштабов при проведении численного моделирования исключается влияние погрешностей округления на получаемые результаты. В расчетной сетке было выбрано 100 узлов по пространственной переменной. Соотношение параметров задачи (2), (4), (5) позволило выбрать шаг дискретизации по маршевой координате равным шагу по пространству, поскольку число Куранта при этом будет намного меньше единицы и будет уменьшаться при продвижении по марше-

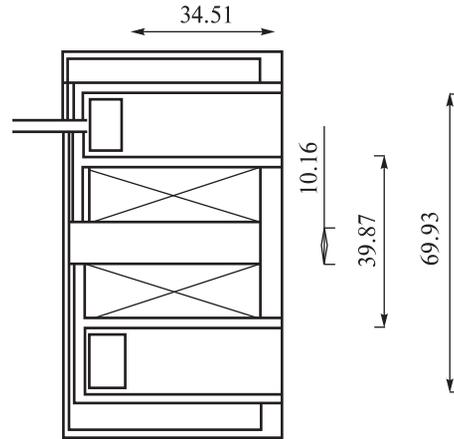


Рис. 2. Геометрические параметры электрического ракетного двигателя СПД-70

вой координате. Расчет проводился до тех пор, пока значение плотности функции распределения не становилось равным нулю вдоль всей длины ускорительного канала. Отметим, что для решения этой задачи при такой постановке потребовалось несколько секунд работы персонального компьютера средней мощности.

На рис. 3 приведен график плотности функции распределения ионов ксенона в ускорительном канале ЭРД СПД-70, полученный в результате расчетов по вычислительной модели, описанной выше. Как видно из рисунка, вид функции распределения соответствует сложившимся представлениям о характере процессов в ускоряющем канале СПД: центр распределения смещается в сторону больших скоростей (это говорит об увеличении макроскопической скорости потока ионов), а дисперсия уменьшается (что свидетельствует об уменьшении термодинамической температуры).

Для поведения количественного анализа полученных результатов были взяты первые моменты функции распределения по скорости, соответствующие макроскопическим параметром потока ионов:

$$\rho(x) = M_c^1(f(c, x)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(c, x) dc,$$

$$\rho u(x) = M_c^2(f(c, x)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(c, x) c dc,$$

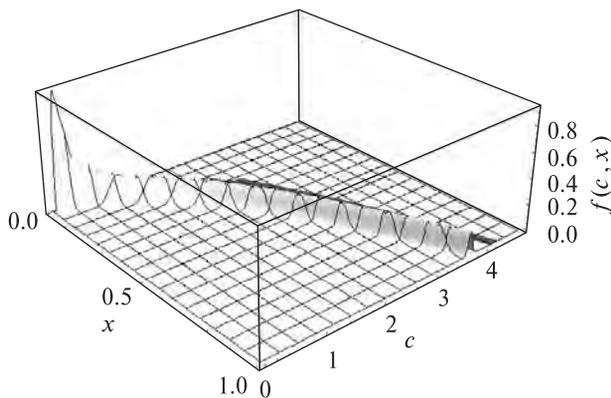


Рис. 3. График плотности функции распределения ионов ксенона в ускорительном канале

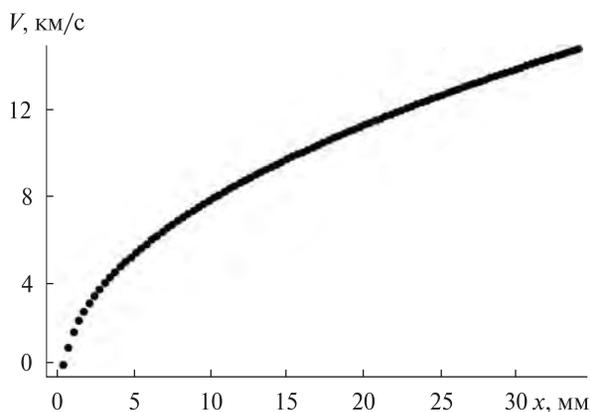


Рис. 4. Изменение скорости потока ионов вдоль ускорительного канала

где ρ — макроскопическая плотность потока ионов, ρu — количество движения.

По известным первым моментам были определены основные параметры потока в ускорительном канале и тяга ЭРД СПД-70 по приведенным ниже зависимостям:

$$\dot{m}(x) = \rho u(x)F, \quad V(x) = \frac{\rho u(x)}{\rho(x)}, \quad P = \dot{m}(x)V(x)|_{x=l}.$$

Здесь $m(x)$ — стационарные плазменные двигатели массовый расход ионов рабочего тела, $V(x)$ — макроскопическая скорость ионов, P — тяга ЭРД.

На рис. 4 для иллюстрации приведен график изменения скорости потока ионов вдоль ускорительного канала. Как видно, в соответствии с представлениями о процессах в ускорительном канале СПД происходит увеличение скорости

ионов. Отклонение массового расхода от номинального значения 2.8 мг/с вдоль ускорительного канала не превышало 3 %, что свидетельствует о приемлемом качестве результатов, получаемых по предложенной вычислительной модели. Наконец, числовые значения параметров ЭРД СПД-70, полученные по результатам расчета (скорость ионов на выходе из ускорительного канала $V(x=l) = 15.05$ км/с и тяга ЭРД $P = 41.67$ мН) достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными ($V = 14.7$ км/с, $P = 40$ мН по результатам, приведенным в [4]). Завышенные значения расчетных параметров обусловлены тем, что в модели не учитывался процесс ионизации атомов рабочего тела.

ВЫВОДЫ И НАПРАВЛЕНИЕ ДАЛЬНЕЙШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В заключение можно сделать следующие выводы.

1. В настоящей работе предложена новая вычислительная модель движения ионов в ускорительном канале ЭРД СПД, основанная на прямом решении кинетического уравнения для движения заряженных частиц в электростатическом поле при больших значениях числа Кнудсена.

2. Проведены расчеты движения ионов рабочего тела в ускоряющем канале ЭРД СПД-70, потребовавшие незначительного времени работы компьютера.

3. Результаты расчетов хорошо согласовываются с современными представлениями о процессах в СПД и имеющимися экспериментальными данными.

Все вышесказанное позволяет рекомендовать предложенный подход для исследования процессов в разреженной плазме и при проектировании ЭРД.

В дальнейшем предполагается провести учет магнитного поля на движение ионов и взаимовлияния частиц; построить вычислительную модель движения электронов в ускоряющем канале СПД; провести комплексное моделирование рабочего процесса в СПД.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белан Н. В., Ким В. П., Тихонов В.Б., Оранский А.И. Стационарные плазменные двигатели. — Харьков: ХАИ, 1989. — 315 с.

2. Бучарский В. Л. Метод совместной аппроксимации построения разностных схем для решения уравнений в частных производных // Техн. механика. — 2007. — № 1. — С. 129—140.
 3. Горшков О. А., Муравлев В. А., Шагайда А. А. Холловские и ионные плазменные двигатели для космических аппаратов. — М.: Машиностроение, 2008. — 370 с.
 4. Ким В. П. Конструктивные признаки и особенности рабочих процессов в современных стационарных плазменных двигателях Морозова // Журн. техн. физики. — 2015. — 85, № 3. — С. 45—59.
 5. Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. — М.: Наука, 1975. — 352 с.
 6. Кулагин С. Н., Хитыко А. В., Дубовик Л. Г. Численное моделирование процессов в холловском двигателе // Авиационно-космическая техника и технология. — 2006. — № 8 (34). — С. 46—49.
 7. Морозов А. И. Исследование стационарного электромагнитного ускорения плазмы: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. — М., 1965. — 323 с.
 8. Cho S., Komurasaki K., Arakawa Y. Kinetic particle simulation of discharge and wall erosion of a Hall thruster // Phys. Plasmas (1994-present). — 2013. — 20, N 6. — P. 463—501.
 9. Gavryushinn V. M., Kim V., Kozlov V. I., Maslennikov N. A. Physical and technical bases of the modern SPT development // Proc. the 24th Int. Electric Propulsion Conf. (Electric Rocket Propulsion Society, Cleveland, OH, 1995). — Moscow, 1995. — IEPC Paper 95-38.
 10. Kim V. Main physical futures and processes determining the performance of stationary of a Hall thrusters // J. Propulsion and Power. — 1998. — 14, N 5. — P. 736—743.
 11. Kim V. Acceleration channel for low power Hall thrusters // 24th Int. Symp. on Space Technology and Science. — Miyazaki, 2004. — ISTS Paper 2004-b-54p.
 12. Koo J. W., Boyd I. D. Computational model of an SPT-100 thruster // Proc. 28th Int. Electric Propulsion Conf. — Kyoto, 2003. — IEPC-03-71.
 13. Parra F. I., Ahedo E. J., Fife M., Martinez-Sanchez M. A two-dimensional hybrid model of the hall thruster Discharge. J. Appl. Phys. — 2006. — 100. — P. 293—304.
 14. Tahara H., Yuge S., Shirasaki A., Martinez-Sanchez M. Performance prediction of Hall thrusters using one-dimensional flowfield calculation // Proc. of 24th Int. Symp. on Space Technology and Science. — Miyazaki, 2004. — ISTS Paper 2004-b-50 p.
- Стаття надійшла до редакції 28.08.17
- REFERENCES
1. Belan N. V., Kim V. P., Tikhonov V. B., Oranskii, A. I. Statsionarnyye plazmennyye dvigateli [Stationary plasma thrusters], 315 p. (KHAI, Khar'kov, 1989) [in Russian].
 2. Bucharskiy V. L. Metod sovmestnoy approksimatsii postroyeniya raznostnykh skhem dlya resheniya uravneniy v chastnykh proizvodnykh [A method of joint approximation of the construction of difference schemes for solving partial differential equations.]. *Tekhnicheskaya mekhanika — Technical mechanics*, N 1, 129—140 (2007) [in Russian].
 3. Gorshkov O. A., Muravlev V. A., Shagayda A. A. Khollovskkiye i ionnyye plazmennyye dvigateli dlya kosmicheskikh apparatov [Hall and ion plasma engines for spacecraft], 370 p. (Mashinostroyeniye, Moscow, 2008) [in Russian].
 4. Kim V. P. Konstruktivnyye priznaki i osobennosti rabochnik protsessov v sovremennykh statsionarnykh plazmennyykh dvigatelyakh Morozova [Constructive features and features of working processes in modern Morozov's stationary plasma engines]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki — J. Technical Physics*, 85 (N 3), 45—59 (2015) [in Russian].
 5. Klimontovich Yu. L. Kineticheskaya teoriya neideal'nogo gaza i neideal'noy plazmy [Kinetic theory of nonideal gas and nonideal plasma], 352 p. (Nauka, Moscow, 1975) [in Russian].
 6. Kulagin S. N., Khit'ko A. V., Dubovik L. G. Chislennoye modelirovaniye protsessov v khollovskom dvigatele [Numerical modeling of processes in the Hall engine]. *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya — Aerospace technics and technology*, N 8 (34), 46—49 (2006) [in Russian].
 7. Morozov A. I. Issledovaniye stacionarnogo elektromagnitnogo uskoreniya plazmy [Investigation of stationary electromagnetic acceleration of plasma]. Doctor's thesis, 323 p. (Moscow, 1965) [in Russian].
 8. Cho S., Komurasaki K., Arakawa Y. Kinetic particle simulation of discharge and wall erosion of a Hall thruster. *Phys. Plasmas* (1994-present), 20 (6), 463—501 (2013).
 9. Gavryushinn V. M., Kim V., Kozlov V. I., Maslennikov N. A. Physical and Technical Bases of the Modern SPT Development. *Proceedings of the 24th International Electric Propulsion Conference* (Electric Rocket Propulsion Society, Cleveland, OH) (1995).
 10. Kim V. Main Physical Futures and Processes Determining the Performance of Stationary of a Hall Thrusters. *J. Propulsion and Power*, 14(5), 736—743 (1998).
 11. Kim V. Acceleration Channel for Low Power Hall Thrusters. *Proc. of 24th International Symposium on Space Technology and Science* (2004).
 12. Koo J. W., Boyd I. D. Computational model of an SPT-100 thruster. *Proc. of 28th International Electric Propulsion Conference*. (2003).
 13. Parra F. I., Ahedo E. J., Fife M., Martinez-Sanchez M. A Two-Dimensional Hybrid Model of the Hall Thruster Discharge. *J. Appl. Phys.*, 100, 293—304 (2006).
 14. Tahara H., Yuge S., Shirasaki A., Martinez-Sanchez M. Performance Prediction of Hall Thrusters Using One-

Dimensional Flowfield Calculation. *Proc. of 24th International Symposium on Space Technology and Science* (2004).

Received 28.08.17

О. М. Петренко, В. Л. Бучарський

Дніпровський національний
університет ім. О. Гончара, Дніпро, Україна

МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ІОНІВ У КАНАЛІ СТАЦІОНАРНОГО ПЛАЗМОВОГО ДВИГУНА

Наведено результати числового моделювання процесу руху іонів робочого тіла у прискорювальному каналі стаціонарного плазмового двигуна СПД-70 на основі прямого числового розв'язування кінетичного рівняння розрідженої плазми у прискорювальному електростатичному полі.

Ключові слова: стаціонарний плазмовий двигун, кінетичне рівняння розрідженої плазми, числове моделювання.

О. М. Petrenko, V. L. Bucharskyi

Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro, Ukraine

SIMULATION OF ION MOTION IN THE CHANNEL OF A STATIONARY PLASMA THRUSTER

The paper presents the results of numerical simulation of the process of motion of working fluid ions in the accelerating channel of a stationary plasma thruster SPD-70. The simulation was carried out on the basis of a direct numerical solution of the rarefied plasma kinetic equation in the accelerating electrostatic field.

Keywords: stationary plasma thruster, kinetic equation of rarefied plasma, numerical simulation.