

doi: <https://doi.org/10.15407/knit2017.05.003>

УДК 621.454.2

О. В. Пилипенко¹, А. А. Прокопчук², С. И. Долгополов¹,
В. Ю. Писаренко², В. Н. Коваленко², А. Д. Николаев¹, Н. В. Хоряк¹

¹ Институт технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины, Днепро, Украина

² Государственное Предприятие «Конструкторское бюро «Южное им. М. К. Янгеля», Днепро, Украина

ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НИЗКОЧАСТОТНОЙ ДИНАМИКИ МАРШЕВОГО ЖРД С ДОЖИГАНИЕМ ГЕНЕРАТОРНОГО ГАЗА ПРИ ЕГО ЗАПУСКЕ

Развита математическая модель запуска жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) с дожиганием генераторного газа за счет совершенствования математических моделей низкочастотной динамики кавитирующих насосов и газовых трактов ЖРД, а также процесса вдува газообразного кислорода в поток жидкого кислорода в системе питания ЖРД. Проведено математическое моделирование запуска перспективного маршевого ЖРД тягой 250 тс, разрабатываемого в ГП «КБ «Южное».

Ключевые слова: жидкостной ракетный двигатель, низкочастотные динамические процессы, запуск, кавитация в насосах.

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях развития космической отрасли Украины актуальной задачей является создание ракетных двигателей собственной разработки в широком диапазоне тяг. Для решения этой задачи специалистами Государственного предприятия «Конструкторское бюро «Южное им. М. К. Янгеля» разрабатывается семейство кислородно-керосиновых жидкостных ракетных двигателей (ЖРД), выполненных по схеме с дожиганием окислительного генераторного газа [3].

Одним из наиболее сложных динамических режимов работы ЖРД является его запуск [1, 10].

При запуске ЖРД в течение короткого промежутка времени в системах двигателя происходят динамические процессы, характеризующиеся экстремальным увеличением напряжений в конструкции, давлений и расходов компонентов топлива, тепловых нагрузок, скоростей вращения валов турбонасосных агрегатов (ТНА). Как показала практика создания и эксплуатации ЖРД, именно на неустановившихся режимах их работы (особенно при запуске) чаще всего возникают аварийные ситуации [1, 10]. Поэтому математическое моделирование процесса запуска ЖРД является неотъемлемой составной частью комплекса задач, которые необходимо решать при проектировании и отработке ЖРД.

В соответствии с [1, 5, 10] наиболее сложными при запуске ЖРД являются следующие физичес-

© О. В. ПИЛИПЕНКО, А. А. ПРОКОПЧУК, С. И. ДОЛГОПОЛОВ,
В. Ю. ПИСАРЕНКО, В. Н. КОВАЛЕНКО, А. Д. НИКОЛАЕВ,
Н. В. ХОРЯК, 2017

кие процессы: заполнение жидкими компонентами топлива трактов двигателя (в случае криогенных компонентов топлива эти процессы сопровождаются двухфазностью потоков со взаимным преобразованием жидкой и паровой фаз); кинетика воспламенения и выгорания топлива в газогенераторе и камере сгорания; динамические процессы, обусловленные кавитационными явлениями в насосах (в том числе кавитационные колебания и возможные кавитационные срывы насосов).

В настоящее время при математическом моделировании запуска ЖРД используются подходы, разработанные ранее [1, 10]. В соответствии с ними построение математической модели запуска ЖРД осуществляется по агрегативному принципу [2, 11, 12] с разбивкой двигателя на функциональные элементы (агрегаты) и последующим учетом связей и взаимодействия этих элементов. С целью формализации процесса построения математической модели запуска ЖРД используются программные комплексы, в которых агрегаты и подсистемы двигателя (ТНА, газогенератор, камера сгорания, трубопроводы и другие) представлены отдельными блоками уравнений [2, 11, 12]. В работах [2, 11] для верификации математической модели запуска ЖРД использовались экспериментальные данные.

Существенным недостатком известных математических моделей запуска ЖРД [1, 2, 10–12] является использование в них недостаточно точных математических моделей низкочастотных процессов, обусловленных кавитационными явлениями в насосах, рабочих процессах в газовых трактах двигателя и процесса вдува газообразного кислорода в поток жидкого кислорода в системе питания ЖРД.

Целью работы является развитие математической модели запуска ЖРД, выполненных по схеме с дожиганием генераторного газа, за счет совершенствования математических моделей низкочастотной динамики кавитирующих насосов и газовых трактов ЖРД, а также процесса вдува газообразного кислорода в поток жидкого кислорода в системе питания ЖРД.

В данной работе математическое моделирование запуска ЖРД выполнялось применительно к перспективному маршевому ЖРД из семей-

ства кислородно-керосиновых двигателей, выполненных по схеме с дожиганием окислительного генераторного газа [3].

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В КАВИТИРУЮЩИХ БУСТЕРНЫХ И ОСНОВНЫХ НАСОСАХ ОКИСЛИТЕЛЯ И ГОРЮЧЕГО

На переходных режимах работы ЖРД, к числу которых относится и запуск ЖРД, насосы могут функционировать как в условиях скрытой кавитации и кавитационного срыва, так и в условиях отсутствия кавитационных каверн [1, 10]. Последние условия могут реализоваться в начальный период запуска ЖРД, когда вал основного турбонасосного агрегата двигателя имеет сравнительно малую частоту вращения. Следует отметить, что в процессе запуска ЖРД также возможны переходы от кавитационного режима работы насосов к бескавитационному и обратно.

Среди математических моделей, описывающих низкочастотные динамические процессы в кавитирующих насосах ЖРД, наибольшее распространение получили гидродинамические модели, основанные на теории струйного кавитационного обтекания решетки профилей [7]. В соответствии с этими моделями основной причиной самовозбуждения колебаний в гидравлических системах является отрицательное кавитационное сопротивление при входе жидкости в межлопастные каналы шнекового преднасоса.

Известен ряд теоретических и экспериментально-расчетных гидродинамических моделей [4, 7]. Пределы применимости теоретических гидродинамических моделей ограничиваются областью существования присоединенных кавитационных каверн в насосах [7]. Пределы применимости экспериментально-расчетных моделей, полученных с использованием результатов экспериментальных исследований кавитирующих насосов в режиме кавитационных автоколебаний, находятся вблизи экспериментальных границ областей существования кавитационных автоколебаний. При запуске ЖРД режимы работы насосов, как правило, выходят за эти пределы, поэтому в настоящей работе гидродинамическая модель кавитирующих насосов адаптирована для описания

динамических процессов в насосных системах при больших числах кавитации.

Гидродинамическая модель кавитирующих насосов [4, 7] включает уравнения динамики кавитационных каверн и неразрывности жидкости в проточной части насоса, а также уравнение для определения давления на выходе из насоса:

$$p_1 = p_{CP} + k^*(V_K, G_1) \cdot \frac{\rho \cdot W_{1CP}^2}{2} + B_1 \cdot T_K \frac{dV_K}{dt}, \quad (1)$$

$$\gamma \cdot \frac{dV_K}{dt} = G_2 - G_1, \quad (2)$$

$$p_2 = p_1 + p_H \cdot \tilde{p}_H(\tilde{V}_K) - J_H \frac{dG_2}{dt}, \quad (3)$$

где p_1, G_1 — давление и расход на входе в насос, p_{CP} — давление срыва насоса, t — текущее время, $k^*(V_K, G_1)$ — зависимость числа кавитации от объема кавитационных каверн V_K и расхода на входе в насос G_1 , $\frac{\rho \cdot W_{1CP}^2}{2}$ — скоростной напор шнекового преднасоса, B_1, T_K — упругость и постоянная времени кавитационных каверн, γ — удельный вес жидкости, p_2, G_2 — давление и расход жидкости на выходе из насоса, $p_H, \tilde{p}_H(\tilde{V}_K)$ — напор и кавитационная функция насоса от относительного объема кавитационных каверн \tilde{V}_K , J_H — коэффициент инерционного сопротивления жидкости в проточной части насоса.

На рис. 1 представлены экспериментальные и рассчитанные по экспериментально-расчетной модели (кривая 2) [4] зависимости частот кавитационных колебаний от давления на входе в насос для стендовой гидравлической системы с насосом окислителя I ступени ракеты-носителя «Циклон» [13]. В области существования кавитационных автоколебаний наблюдается удовлетворительное согласование экспериментальных данных с результатами расчетов. Расчетная кривая отражает одну из главных характерных особенностей кавитационных колебаний — близкую к линейной зависимость частоты кавитационных колебаний от давления на входе в насос [4, 7]. Однако расчетная кривая 2 на рис. 1 не согласуется с тем фактом, что при повышении давления до уровня, когда исчезают кавитационные каверны в проточной части насоса (в данном случае $p_0 = 12.7$ кгс/см²), частота кавитационных

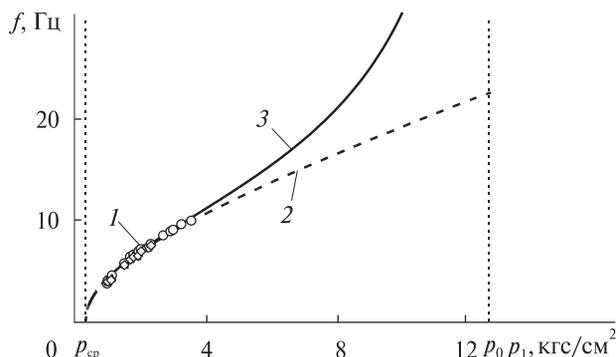


Рис. 1. Зависимости частот кавитационных колебаний от давления на входе в насос: 1 — эксперимент, 2 — расчет по модели [4], 3 — расчет по предложенной модели

колебаний f определяется уже податливостью гидравлической системы, а не податливостью кавитационных каверн, и потому достигает гораздо больших значений. В связи с этим для значений входного давления, находящихся в интервале от верхней границы существования кавитационных автоколебаний до исчезновения кавитационных каверн в насосе, гидродинамическая модель кавитирующих насосов требует уточнения в случае ее применения при больших числах кавитации, в том числе при расчете запуска ЖРД.

С целью уточнения модели изменим выражение для определения относительной упругости кавитационных каверн $\tilde{B}_1(k^*, \varphi)$ [4], дополнив его знаменателем:

$$\tilde{B}_1(k^*, \varphi) = \frac{a(\varphi)k^{*2} + b(\varphi)k^*}{1 - (k^*/k_o^*)^2}, \quad (4)$$

где $a(\varphi) = -2.236 - 0.098\varphi$, $b(\varphi) = -0.8396 - 2.509\varphi - 2.904\varphi^2$, k_o^* — число кавитации, при котором появляются кавитационные каверны в шнекоцентрическом насосе, φ — коэффициент расхода, равный отношению текущего значения параметра режима к значению параметра режима, при котором появляются обратные течения на входе в насос.

Зависимость частоты кавитационных колебаний от давления на входе в насос, определенная с использованием предложенного выражения (4), представлена на рис. 1 (кривая 3). Она согласуется с экспериментальными данными в области существования кавитационных автоколебаний и

непротиворечива вблизи давлений, при которых исчезают кавитационные каверны в насосе.

Согласно экспериментально-расчетному способу определения упругости и объема кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах [7] и выражению (4) относительный объем $\tilde{V}_K(k^*, \varphi)$ кавитационных каверн определяется формулой

$$\begin{aligned} \tilde{V}_K(k^*, \varphi) &= \int_{k^*}^{k_o^*} \frac{dk^*}{\tilde{B}_1(k^*, \varphi)} = \\ &= \frac{1}{b} \cdot \ln \frac{1 + \frac{b}{a \cdot k_o^*}}{1 + \frac{b}{a \cdot k^*}} \left(1 - \left(\frac{b}{2a \cdot k_o^*} \right)^2 \right) - \\ &- \frac{1}{k_o^{*2}} \cdot \left(\frac{k^* - k_o^*}{a} - \frac{b}{2a^2} \ln \frac{a \cdot k^{*2} + b \cdot k^*}{a \cdot k_o^{*2} + b \cdot k_o^*} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

В гидродинамической модели кавитирующих насосов ЖРД [7] переход от бескавитационного режима работы насоса к кавитационному и обратно осуществляется с изменением структуры математической модели в части определения расхода и давления на входе в насос за счет изменения уравнений движения и неразрывности в питающих магистралах двигателя и проточных частях насосов. Критерием перехода от бескавитационного режима к кавитационному и обратно является либо критическое число кавитации, либо критический объем кавитационных каверн.

Для дальнейшего использования зависимостей (4) и (5) получим из уравнения (1) дифференциальное уравнение динамики кавитационных каверн путем определения производной давления на входе в насос по времени. С учетом уравнения (2) неразрывности в проточной части насоса это уравнение примет вид

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} &= - \frac{B_1(k^*, \varphi_1)}{\gamma} (G_1 - G_2) + \\ &+ \left[B_2 - \frac{B_1 \cdot T_K}{\gamma} \right] \frac{dG_1}{dt} + \frac{B_1 \cdot T_K}{\gamma} \frac{dG_2}{dt}, \end{aligned}$$

или

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{G_1 - G_2}{C_K} + R_{K1} \frac{dG_1}{dt} + R_{K2} \frac{dG_2}{dt}, \quad (6)$$

где C_K — податливость кавитационных каверн, $C_K = -\gamma / B_1$, $B_2(p_1, G_1) = \frac{\partial p_1}{\partial G_1}$, R_{K1}, R_{K2} — коэф-

фициенты уравнения, имеющие размерность кавитационного сопротивления:

$$R_{K1} = B_2 - \frac{B_1 \cdot T_K}{\gamma}, \quad R_{K2} = \frac{B_1 \cdot T_K}{\gamma}.$$

При определении податливости кавитационных каверн следует иметь в виду, что если она становится меньше податливости жидкости в линии питания, то в этом случае в уравнении динамики кавитационных каверн (6) следует использовать значение податливости жидкости на входе в насос. Таким образом, переход от кавитационного режима работы насоса к бескавитационному и обратно осуществляется без изменения структуры математической модели процесса запуска ЖРД и без скачкообразного изменения значений коэффициентов уравнений.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ГАЗОВЫХ ТРАКТАХ ДВИГАТЕЛЯ

При построении математической модели низкочастотных динамических процессов в газовых трактах двигателя (камера сгорания, газогенератор и газовод) обычно принимаются следующие упрощения [1, 10]. Газовые тракты рассматриваются как элементы с сосредоточенными параметрами; процессы, протекающие в них, полагаются адиабатическими; при описании динамических процессов в камере сгорания и газогенераторе используется простейшая модель горения, основанная на аппроксимации кривой выгорания и кривой переноса температур транспортным запаздыванием — единичными ступенчатыми функциями.

С учетом принятых упрощений нестационарное неизотермическое адиабатическое движение газа в элементах газового тракта ЖРД описывается в низкочастотном диапазоне дифференциально-алгебраической системой уравнений с запаздываниями. Структура этих уравнений одинакова для всех газовых трактов. Ниже приведены нелинейные уравнения, описывающие низкочастотную динамику газогенератора рассматриваемого ЖРД при запуске: уравнение для давления (среднего по объему); уравнение для расхода газа на выходе из газогенератора; уравнения запаздывания газообразования окислителя и горючего; уравнения для определения работоспо-

собностей продуктов сгорания компонентов топлива на входе в газовый тракт газогенератора и на его выходе:

$$\frac{d p_{\Gamma\Gamma}}{dt} = \frac{\kappa_{\Gamma\Gamma} (RT)_{\Gamma\Gamma}^*}{V_{\Gamma\Gamma}} (G_{\Gamma\Gamma\text{О}}^* + G_{\Gamma\Gamma}^* - G_{\Gamma}),$$

$$G_{\Gamma} = \mu_{\Gamma} F_{\Gamma} \sqrt{g \frac{2\kappa_{\Gamma\Gamma}}{\kappa_{\Gamma\Gamma} - 1} \frac{p_{\Gamma\Gamma}^2}{(RT)_{\Gamma\Gamma 2}} \left[\left(\frac{p_{\Gamma\text{В}}}{p_{\Gamma\Gamma}} \right)^{\frac{2}{\kappa_{\Gamma\Gamma}}} - \left(\frac{p_{\Gamma\text{В}}}{p_{\Gamma\Gamma}} \right)^{\frac{\kappa_{\Gamma\Gamma} + 1}{\kappa_{\Gamma\Gamma}}} \right]},$$

$$G_{\Gamma\text{О}}^* = G_{\Gamma\text{О}} (t - \tau_3^{\Gamma\Gamma}), \quad G_{\Gamma\Gamma}^* = G_{\Gamma\Gamma} (t - \tau_3^{\Gamma\Gamma}),$$

$$(RT)_{\Gamma\Gamma 1} = (RT)_{\Gamma\Gamma} (k_{\Gamma\Gamma}^*), \quad k_{\Gamma\Gamma}^* = \frac{G_{\Gamma\text{О}}^*}{G_{\Gamma\Gamma}^*},$$

$$(RT)_{\Gamma\Gamma 2} = (RT)_{\Gamma\Gamma 1} (t - \tau_{\Pi}^{\Gamma\Gamma}),$$

где $p_{\Gamma\Gamma}$, $p_{\Gamma\text{В}}$ — давления в газовых трактах газогенератора и газовада; $G_{\Gamma\text{О}}$, $G_{\Gamma\Gamma}$ — весовые расходы жидких компонентов топлива на входе в газовый тракт газогенератора; $G_{\Gamma\text{О}}^*$, $G_{\Gamma\Gamma}^*$ — весовые расходы окислителя и горючего на входе в газогенератор с учетом времени запаздывания газообразования компонентов топлива $\tau_3^{\Gamma\Gamma}$; $k_{\Gamma\Gamma}^*$ — соотношение компонентов топлива в газогенераторе; G_{Γ} — весовой расход газа через газогенератор; $(RT)_{\Gamma\Gamma 1}$, $(RT)_{\Gamma\Gamma 2}$, $(RT)_{\Gamma\Gamma}^*$ — работоспособности продуктов сгорания компонентов топлива на входе в газовый тракт газогенератора, на его выходе и средняя величина работоспособности по объему газового тракта газогенератора; $(RT)_{\Gamma\Gamma} (k_{\Gamma\Gamma}^*)$ — зависимость работоспособности продуктов сгорания используемых компонентов топлива от соотношения компонентов топлива; $\kappa_{\Gamma\Gamma}$ — показатель адиабаты в газогенераторе; $V_{\Gamma\Gamma}$ — объем газового тракта газогенератора; F_{Γ} , μ_{Γ} — площадь и коэффициент расхода сопловой решетки основной турбины двигателя; $\tau_{\Pi}^{\Gamma\Gamma}$ — время пребывания газа в газогенераторе.

На рис. 2 представлен модуль коэффициента усиления по давлению перспективного маршевого ЖРД (по линии окислителя), рассчитанный при различном учете запаздываний в уравнениях низкочастотной динамики газовых трактов двигателя. Здесь приняты следующие обозначения: $\delta \bar{p}_{\text{БНО}}$, $\delta \bar{p}_{\text{К}}$ — комплексные отклонения давлений

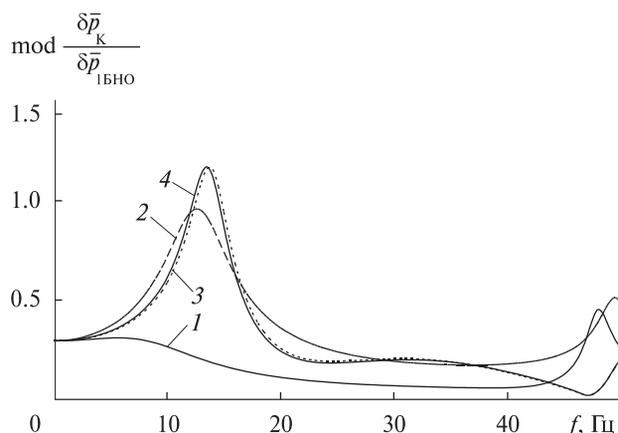


Рис. 2. Влияние запаздываний на модуль коэффициента усиления двигателя по линии окислителя: 1 — без запаздываний, 2 — учет запаздываний в газогенераторе, 3 — учет запаздываний в газогенераторе и газоваде, 4 — учет всех запаздываний

на входе в бустерный насос окислителя и в камере сгорания; j — мнимая единица; ω — угловая частота колебаний. Из этого рисунка следует, что запаздывания существенно влияют на представленную частотную характеристику двигателя с дожиганием генераторного газа, и следовательно, на динамические процессы в нем (кривые 1 и 4). При этом определяющими являются запаздывания в уравнениях динамики газогенератора и газовада (кривые 3 и 4), а запаздываниями в уравнениях динамики камеры сгорания в частотном диапазоне от 0 до 50 Гц можно пренебречь.

При моделировании запуска ЖРД нужно выполнить приближенную замену уравнений звеньев запаздывания $y(t) = x(t - \tau)$ обыкновенными дифференциальными уравнениями. Для выполнения такой замены предложено использовать подход [8, 9], основанный на аппроксимации передаточной функции звена запаздывания $F_e(p\tau) = \exp(-p\tau)$ дробно-рациональными функциями

$$F_{m,n}(p\tau) = \frac{b_0 + b_1 p\tau + \dots + b_m (p\tau)^m}{a_0 + a_1 p\tau + \dots + a_n (p\tau)^n},$$

$$0 \leq m \leq n, \quad n \leq 4$$

(p — комплексная переменная преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях). При этом к аппроксимирующим функциям предъявляются следующие требования: необходимая точность аппроксимации частотных характеристик ЖРД в заданном низкочастотном диапазоне;

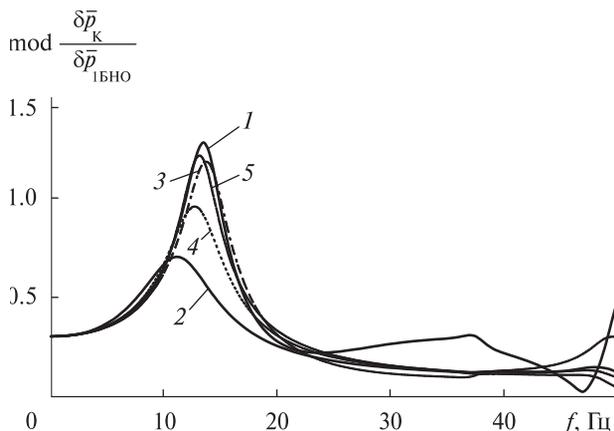


Рис. 3. Расчетный модуль коэффициента усиления ЖРД по линии окислителя при представлении передаточных функций звеньев запаздываний, введенных для учета времен пребывания продуктов сгорания топлива в газогенераторе и газовой, различными функциями: 1 – $\exp(-p\tau)$, 2 – $T_{0.1}(p\tau)$, 3 – $P_{2.2}(p\tau)$, 4 – $R_1^4(p\tau)$, 5 – $R_2^2(p\tau)$

по возможности наименьший порядок дробно-рациональной функции; устойчивость полиномов в ее знаменателе.

В работе [10] для перехода от уравнений с запаздываниями к обыкновенным дифференциальным уравнениям предложено использовать аппроксимирующую функцию $T_{0.1}(p\tau) = 1/(1+p\tau)$, построенную с использованием ряда Тейлора 1-го порядка. Однако аппроксимация этой функцией может оказаться недостаточно точной, если запаздывания относительно велики [9].

В настоящей работе передаточные функции звеньев запаздывания, введенных для учета задержки газообразования в газогенераторе, аппроксимировались функцией $T_{0.1}(p\tau)$. Передаточной функции $T_{0.1}(p\tau)$ соответствует дифференциальное уравнение, которое аппроксимирует уравнение звена запаздывания:

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t).$$

Передаточные функции звеньев с большими запаздываниями – временем пребывания газа в газогенераторе и газовой – аппроксимировались дробными рядами Паде 2-го порядка $P_{2.2}(p\tau) = (p^2\tau^2 - 6p\tau + 1)/(p^2\tau^2 + 6p\tau + 1)$. Рассмотрены также возможности замены звена запаздывания цепочкой из четырех аperiodических звеньев

и цепочкой из двух колебательных звеньев. В первом случае получаем аппроксимирующую функцию $R_1^4(p\tau) = 1/(1+0.25p\tau)^4$, во втором – $R_2^2(p\tau) = 1/(1+0.5p\tau + 0.125p^2\tau^2)^2$.

В случае использования ряда Паде уравнение звена запаздывания заменяется уравнением

$$\begin{aligned} \frac{\tau^2}{12} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 0.5\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \\ = \frac{\tau^2}{12} \frac{d^2 x(t)}{dt^2} - 0.5\tau \frac{dx(t)}{dt} + x(t). \end{aligned}$$

При использовании цепочки из четырех аperiodических звеньев уравнение звена запаздывания заменяется системой уравнений

$$\begin{cases} \frac{\tau}{4} \cdot \frac{dy_1(t)}{dt} + y_1(t) = x(t), \\ \frac{\tau}{4} \cdot \frac{dy_2(t)}{dt} + y_2(t) = y_1(t), \\ \frac{\tau}{4} \cdot \frac{dy_3(t)}{dt} + y_3(t) = y_2(t), \\ \frac{\tau}{4} \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = y_3(t), \end{cases}$$

а при использовании цепочки из двух колебательных звеньев – системой

$$\begin{aligned} \frac{0.5\tau^2}{2^2} \frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} + \frac{\tau}{2} \cdot \frac{dy_1(t)}{dt} + y_1(t) = x(t), \\ \frac{0.5\tau^2}{2^2} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{\tau}{2} \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = y_1(t), \end{aligned}$$

где $x(t)$, $y(t)$ – входное и выходное воздействие; $y_1(t)$, $y_2(t)$, $y_3(t)$ – промежуточные переменные, τ – время запаздывания.

На рис. 3 представлен модуль коэффициента усиления по давлению (линия окислителя) перспективного маршевого ЖРД, рассчитанный при аппроксимации передаточных функций звеньев запаздываний, введенных для учета времени пребывания продуктов сгорания топлива в газогенераторе и газовой, функциями $T_{0.1}(p\tau)$, $P_{2.2}(p\tau)$, $R_1^4(p\tau)$, $R_2^2(p\tau)$. Видно, что наибольшую точность обеспечивает использование ряда Паде 2-го порядка и цепочки из двух колебательных звеньев. Однако при использовании рядов Паде 2-го порядка не обеспечивается устойчивость полиномов в числителе передаточных функций, что может стать проблемой при численном исследовании модели. Аппроксимирующие функ-

ции, полученные при использовании цепочек апериодических и колебательных звеньев, не содержат неустойчивых полиномов. При равном порядке аппроксимирующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений аппроксимация цепочкой из двух колебательных звеньев является более точной. Эта аппроксимация и может быть рекомендована для применения.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ВДУВА ГАЗООБРАЗНОГО КИСЛОРОДА В ПОТОК ЖИДКОГО КИСЛОРОДА

При запуске ЖРД, в котором осуществляется сброс окислительного генераторного газа на выходе из бустерного насоса окислителя (БНО), газообразный кислород поступает в поток жидкого кислорода и конденсируется в нем. Параметры вдуваемого газа в процессе запуска двигателя изменяются в широких пределах. Это предъявляет особые требования к математической модели процесса вдува газообразного кислорода в поток жидкого кислорода. При моделировании запуска двигателя требуется определить податливость зоны конденсации струи газообразного кислорода в широком диапазоне температур, скоростей и давлений жидкости и газа.

В математической модели процесса вдува газообразного кислорода в поток жидкого кислорода при запуске ЖРД были использованы результаты проведенных в Институте технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины работ по обобщению результатов экспериментальных исследований процесса конденсации перегретого пара кислорода в потоке жидкого кислорода [6], которые представлены в виде зависимости

$$\frac{l}{d_g} = f(\alpha, K) = 0.013\alpha^{-0.7} K^{1.67}, \quad (7)$$

где l — длина зоны конденсации газообразного кислорода, d_g — диаметр отверстия, через которое вдувается газообразный кислород, $\alpha = w_{la}/w_{ga}$ — отношение осевой скорости жидкого кислорода к осевой скорости w_{ga} газообразного кислорода, K — критерий фазового перехода:

$$K = \frac{L}{C_l \Delta T_l},$$

где $\Delta T_l = T_{ls} - T_l$ — недогрев жидкости до состояния насыщения, равный разности температуры насыщения T_{ls} (при данном давлении в жидкости) и температуры жидкости T_l , L — удельная теплота конденсации.

Суммарный объем V_g зоны конденсации при вдуве струи газообразного кислорода в поток жидкого кислорода складывается из объемов зон конденсации после каждого из отверстий, через которые осуществляется вдув. Этот суммарный объем с учетом (7) может быть оценен по формуле

$$V_g \approx n_o \frac{\pi d_g^2}{4} l = S_g d_g f(\alpha, K), \quad (8)$$

где n_o , S_g — общее число отверстий и суммарная площадь отверстий, через которые вдувается газообразный кислород.

Из соотношений (7) и (8) можно получить (в квазистационарном приближении) выражение для оценки податливости зоны конденсации пара

$$\frac{\partial V_g}{\partial p_l} \approx S_g d_g \left[-0.0091\alpha^{-1.7} K^{1.67} \frac{\partial \alpha}{\partial p_l} + 0.0217\alpha^{-0.7} K^{0.67} \frac{\partial K}{\partial p_l} \right], \quad (9)$$

где p_l — давление в потоке жидкого кислорода в зоне конденсации.

Производные $\partial \alpha / \partial p_l$ и $\partial K / \partial p_l$ в (9) определяются следующими соотношениями:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial p_l} = -\frac{w_{la}}{w_{ga}^2} \frac{\partial w_{ga}}{\partial p_l},$$

$$\frac{\partial K}{\partial p_l} = -\frac{L}{C_l (\Delta T_l)^2} \frac{dT_{ls}}{dp_l},$$

где производная $\partial w_{ga} / \partial p_l$ описывает изменение скорости газа в отверстиях, через которые он вдувается в жидкость, в зависимости от изменения давления в жидкости. Здесь производная dT_{ls} / dp_l характеризует изменение температуры жидкости на линии насыщения в зависимости от изменения давления в жидкости.

Выражение для оценки податливости зоны конденсации струи газообразного кислорода (9), полученное для стационарных режимов, в первом приближении может быть использовано и при расчете запуска ЖРД.

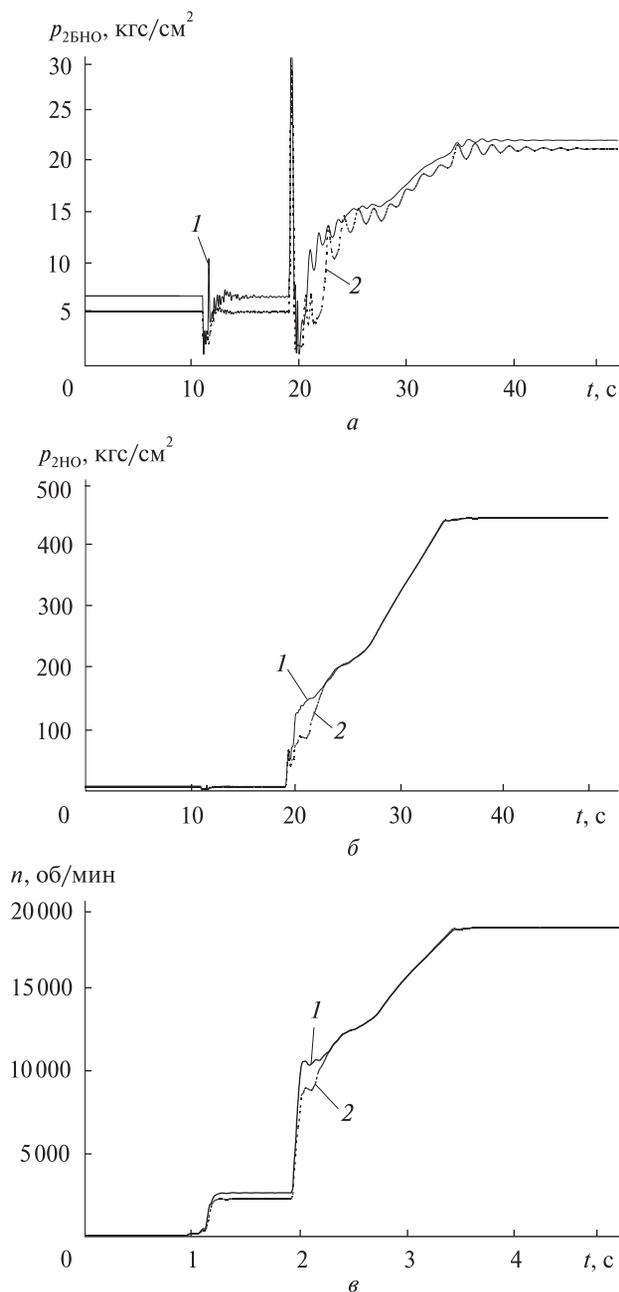


Рис. 4. Изменение давления на выходе из БНО (а), давления на выходе из насоса окислителя (б) и частоты вращения вала ТНА (в) при запуске двигателя: 1 — номинальные давления и температуры компонентов топлива, 2 — минимальные давления и максимальные температуры компонентов топлива

РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАПУСКА ЖРД С ДОЖИГАНИЕМ ГЕНЕРАТОРНОГО ГАЗА

Рассматриваемый ЖРД представляет собой маршевый двигатель с турбонасосной системой подачи топлива, выполненный по схеме с дожиганием окислительного генераторного газа и имеющий тягу 250 тс. Расчетная схема двигателя близка к расчетной схеме двигателя РД 120 и включает основной насос окислителя, основной насос горючего, насос горючего 2-й ступени и турбина. Перед основными насосами установлены бустерные насосные агрегаты, за насосом горючего 2-й ступени — регулятор расхода горючего. В газогенератор поступают жидкие компоненты топлива. Для привода турбины, вращающей насосы окислителя и горючего используются продукты сгорания топлива в газогенераторе, которые после турбины поступают в газодвигатель и камеру сгорания. Часть газа за турбиной отбирается для газовой турбины, вращающей бустерный насос окислителя. Бустерный насос горючего приводится во вращение гидравлической турбиной, рабочая жидкость для которой отбирается на выходе из основного насоса горючего.

На основе предложенной математической модели запуска ЖРД с дожиганием генераторного газа, которая включает представленные выше математические модели динамических процессов в кавитирующих насосах, динамических процессов в газовых трактах двигателя и процесса вдува газообразного кислорода в поток жидкого кислорода, проведены расчеты запуска ЖРД при различных условиях. Определены основные временные характеристики запуска двигателя — зависимости давлений, расходов, температур компонентов топлива и продуктов сгорания, частот вращения валов ТНА от времени.

Показано, что вдув газообразного кислорода в поток жидкого кислорода за бустерным насосом окислителя и еще в большей степени — запаздывания газообразования в газогенераторе и время пребывания продуктов сгорания в газогенераторе и газодвигателе оказывают заметное влияние на переходные процессы в двигателе при его запуске. Так, учет указанных запаздываний приводит

к смещению по времени зависимостей режимных параметров ЖРД от времени его запуска. Например, максимальное смещение по времени зависимостей давления в газогенераторе и газоваде от времени запуска достигает 0.04 с.

Показано, что кавитационные явления в бустерных и основных насосах окислителя и горючего двигателя могут оказывать существенное влияние на переходные процессы при запуске двигателя, особенно при сочетании максимальных температур компонентов топлива и минимальных давлений на входе в насосы (см. рис. 4). Так, при давлении 4.7 кгс/см² и температуре 95.1 К на входе в бустерный насос окислителя падение давления за бустерным насосом окислителя продолжительностью 0.08...0.12 с (рис. 4, а) вызвало падение напора насоса окислителя почти на 50 % (рис. 4, б), частоты вращения вала ТНА на 15 % (рис. 4, в), давления в газогенераторе и камере сгорания на 38 и 31 % соответственно. Как показали эти результаты, кавитационные явления в бустерном и основном насосах окислителя оказали существенное влияние на переходные процессы при запуске двигателя, однако не привели к кавитационному срыву насоса окислителя.

ВЫВОДЫ

Предложена нелинейная математическая модель запуска ЖРД с дожиганием генераторного газа. Особенностью этой модели является учет кавитационных явлений в бустерных и основных насосах окислителя и горючего, работающих в кавитационных и бескавитационных режимах.

Показано, что при моделировании низкочастотных динамических процессов в ЖРД с дожиганием генераторного газа необходимо учитывать запаздывания в уравнениях динамики газогенератора и газовада, а запаздываниями в уравнениях динамики камеры сгорания можно пренебречь. Учет запаздываний осуществлялся путем приближенной замены уравнений звеньев запаздывания обыкновенными дифференциальными уравнениями. Для выполнения такой замены предложено использовать подход, основанный на аппроксимации звена запаздывания цепочкой колебательных звеньев. Для малых запаздываний (например, вре-

мени газообразования) звено запаздывания заменялось апериодическим звеном на основе аппроксимации передаточной функции звена запаздывания рядом Тейлора 1-го порядка.

На основе развитой математической модели проведены расчеты запуска перспективного маршевого ЖРД тягой 250 тс, разрабатываемого в ГП «КБ «Южное». Установлено, что вдув газобразного кислорода в поток жидкого кислорода за бустерным насосом окислителя, и еще в большей степени — учет запаздываний в уравнениях низкочастотной динамики газогенератора и газовада оказывает заметное влияние на переходные процессы в двигателе при его запуске.

Показано, что кавитационные явления в бустерных и основных насосах окислителя и горючего рассматриваемого двигателя оказывают влияние на переходные процессы при его запуске. Это влияние становится особенно существенным при сочетании максимальных температур компонентов топлива и минимальных давлений на входе в насосы. Так, при минимальном давлении и максимальной температуре на входе в бустерный насос окислителя падение давления за бустерным насосом окислителя продолжительностью 0.08...0.12 с вызвало существенное падение давления в газогенераторе и камере сгорания, частоты вращения вала ТНА и других параметров двигателя, но не привело к кавитационному срыву насоса окислителя.

Полученные результаты будут использованы в ГП «КБ «Южное» при дальнейшей разработке перспективного маршевого ЖРД тягой 250 тс.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беляев Е. Н., Чванов В. К., Черваков В. В. Математическое моделирование рабочего процесса жидкостных ракетных двигателей. — М.: МАИ, 1999. — 228 с.
2. Гарбера С. Н., Демьяненко Ю. В., Лобов С. Д., Малахова Е. В., Рачук В. С., Чембарцев С. В. Математическое моделирование жидкостных ракетных двигателей // Космонавтика и ракетостроение. — 2014. — № 2 (75). — С. 96—102.
3. Десярев А. В. Ракетная техника. Проблемы и перспективы. — Днепропетровск: АРТ-ПРЕСС, 2014. — 420 с.
4. Пилипенко В. В., Долгополов С. И. Экспериментально-расчетное определение коэффициентов уравнения динамики кавитационных каверн в шнекоцентро-

- бежных насосах различных типоразмеров // Техн. механика. — 1998. — Вып. 8. — С. 50—56.
5. Пилипенко В. В., Долгополов С. И. Математическое моделирование запуска жидкостного ракетного двигателя РД-8 с учетом кавитации в насосах // Техн. механика. — 2003. — № 2. — С. 18—24.
 6. Пилипенко В. В., Дорош Н. Л., Манько И. К. Экспериментальные исследования конденсации пара при вдуве струи газообразного кислорода в поток жидкого кислорода // Техн. механика. — 1993. — Вып. 2. — С. 77—80.
 7. Пилипенко В. В., Задонцев В. А., Натанзон М. С. Кавитационные автоколебания и динамика гидросистем. — М.: Машиностроение, 1977. — 352 с.
 8. Репин Ю. М. О приближенной замене систем с запаздыванием обыкновенными динамическими системами // Прикладная математика и механика. — 1965. — 29, № 2. — С. 229—235.
 9. Хоряк Н. В., Чернявский О. Е. К оценке устойчивости систем с запаздываниями по спектру матрицы // Динамика гидросистем энергетических установок летательных аппаратов. — К.: Наук. думка, 1991. — С. 16—23.
 10. Шевяков А. А., Калнин В. М., Науменкова М. В., Дятлов В. Г. Теория автоматического управления ракетными двигателями. — М.: Машиностроение, 1978. — 288 с.
 11. Di Matteo Fr., De Rosa M., Onofri M. Start-Up Transient Simulation of a Liquid Rocket Engine // AIAA 2011-6032 47th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit 31 July — 03 August 2011. — San Diego, California, 2011. — 15 p. — Электрон. ресурс: www.enu.kz/repository/2011/AIAA-2011-6032.pdf
 12. Liu Wei, Chen Liping, Xie Gang, Ding Ji, Zhang Haiming, Yang Hao. Modeling and Simulation of Liquid Propellant Rocket Engine Transient Performance Using Modelica // Proceedings of the 11th International Modelica Conference. — Versailles, France, 2015. — P. 485—490. — Электрон. ресурс: www.ep.liu.se/ecp/118/052/ecp15118485.pdf от 13.07.2017
 13. Zadontsev V. A. Experimental Study of LR Pump at Cavitation Autooscillations Regimes // Proceedings of Third China-Russia-Ukraine Symposium on Astronautical Science and Technology, XI' AN China, September 16 — 20, 1994. — P. 285—287.
- Стаття надійшла до редакції 28.08.17
- ## REFERENCES
1. Beljaev E. N., Chervakov V. K., Chervakov V. V. Matematicheskoe modelirovanie rabocheho processa zhidkostnyh raketnyh dvigatelej [Mathematical modeling of the working process of liquid rocket engines]. 228 p. (MAI, Moscow, 1999) [in Russian].
 2. Garbera S. N., Dem'janenko Ju. V., Lobov S. D., Malahova E. V., Rachuk V. S., Chembarcev S. V. Matematicheskoe modelirovanie zhidkostnyh raketnyh dvigatelej [Mathematical modeling of liquid rocket engines]. *Kosmonavtika i raketostroenie — Cosmonautics and rocketry*, 2(75), 96—102 (2014) [in Russian].
 3. Degtjarev A. V. (). *Raketnaja tehnika. Problemy i perspektivy* [Rockets technology. Problems and perspectives]. 420 p. (ART-PRESS, Dnepro, 2014) [in Russian].
 4. Pylypenko V. V., Dolgoplov S. I. Jeksperimental'no-raschetnoe opredelenie koeficientov uravnenija dinamiki kavitacionnyh kavern v shnekocentrobezhnyh nasosah razlichnyh tiporazmerov. *Tehnicheskaja mehanika — Technical mechanics*, 8, 50—56 (1998) [in Russian].
 5. Pylypenko V. V., Dolgoplov S. I. Matematicheskoe modelirovanie zapuska zhidkostnogo raketnogo dvigatelja RD-8 s uchedom kavitacii v nasosah [Mathematical simulation of RD-8 liquid rocket engine start-up with cavitation in pumps]. *Tehnicheskaja mehanika — Technical mechanics*, 2, 18—24 (2003) [in Russian].
 6. Pylypenko V. V., Dorosh N. L., Man'ko I. K. Jeksperimental'nye issledovanija kondensacii para pri vduve strui gazoobraznogo kisloroda v potok zhidkogo kisloroda. *Tehnicheskaja mehanika — Technical mechanics*, 2, 77—80 (1993) [in Russian].
 7. Pylypenko V. V., Zadontsev V. A., Natanzon M. S. Kavitacionnye avtokolebanija i dinamika gidrosistem [Cavitation self-oscillations and dynamics of hydraulic systems]. 352 p. (Mashinostroenie, Moscow, 1977) [in Russian].
 8. Repin Ju. M. O priblizhennoj zamene sistem s zapazdyvanijem obyknovennymi dinamicheskimi sistemami. [On the approximate replacement of systems with delay by ordinary dynamical systems]. *Prikladnaja matematika i mehanika — Applied Mathematics and Mechanics*, 29 (N 2), 229—235 (1965) [in Russian].
 9. Khoriak N. V., Chernjavskij O. E. K ocenke ustojchivosti sistem s zapazdyvanijami po spektru matricy [On the estimating the stability of systems with delays from the spectrum of the matrix]. *Dinamika gidrosistem jenergeticheskijh ustanovok letatel'nyh apparatov — Dynamics of hydraulic systems of aircraft power plants*, p. 16—23 (Naukova dumka, Kiev, 1991) [in Russian].
 10. Shevjakov A. A., Kalnin V. M., Naumenkova N. V., Djatlov V. G. *Teorija avtomaticheskogo upravlenija raketnymi dvigateljami* [The theory of automatic control of rocket engines], 288 p. (Mashinostroenie, Moscow, 1978) [in Russian].
 11. Di Matteo Fr., De Rosa M., Onofri M. (2011). Start-Up Transient Simulation of a Liquid Rocket Engine. *AIAA 2011-6032 47th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit (31 July — 03 August 2011)*, San Diego, California (15 p.). Retrieved from www.enu.kz/repository/2011/AIAA-2011-6032.pdf
 12. Liu Wei, Chen Liping, Xie Gang, Ding Ji, Zhang Haiming, Yang Hao. Modeling and Simulation of Liquid Propellant Rocket Engine Transient Performance Using Modelica. *Proc. of the 11th International Modelica Conference (September 21—23, 2015)*, Versailles, France, pp. 485—

490 (2015). Retrieved from www.ep.liu.se/ecp/118/052/ecp15118485.pdf.

13. Zadontsev V. A. Experimental Study of LR Pump at Cavitation Autooscillations Regimes. *Proceedings of Third China-Russia-Ukraine Symposium on Astronautical Science and Technology* (XIth AN China, September 16 — 20, 1994, pp. 285—287(1994).

Received 28.08.17

О. В. Пилипенко¹, О. О. Прокопчук²,
С. І. Долгополов¹, В. Ю. Писаренко², В. М. Коваленко²,
О. Д. Николаєв¹, Н. В. Хоряк¹

¹ Інститут технічної механіки Національної академії наук України та Державного космічного агентства України, Дніпро, Україна

² Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля», Дніпро, Україна

ОСОБЛИВОСТІ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ НИЗЬКОЧАСТОТНОЇ ДИНАМІКИ МАРШОВОГО РРД С ДОПАЛЮВАННЯМ ГЕНЕРАТОРНОГО ГАЗУ ПРИ ЙОГО ЗАПУСКУ

Розвинуто математичну модель запуску рідинних ракетних двигунів (РРД) з допалюванням генераторного газу за рахунок вдосконалення математичних моделей низькочастотної динаміки кавітуючих насосів і газових трактів РРД, а також процесу вдування газоподібного кисню у потік рідкого кисню в системі живлення РРД. Виконано математичне моделювання запуску перспективного мар-

шового РРД тягою 250 тс, що розробляється в ДП «КБ «Південне».

Ключові слова: рідинний ракетний двигун, низькочастотні динамічні процеси, запуск, кавітація в насосах.

О. В. Pylypenko¹, О. О. Prokopchuk²,
S. I. Dolgoplov¹, V. Yu. Pisarenko², V. N. Kovalenko²,
O. D. Nikolayev¹, N. V. Khorjak¹

¹ Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, Dnipro, Ukraine

² Yangel Yuzhnoye State Design Office, Dnipro, Ukraine

PECULIARITIES OF MATHEMATICAL MODELING OF LOW-FREQUENCY DYNAMICS OF THE STAGED LIQUID ROCKET SUSTAINER ENGINES AT ITS STARTUP

We present a new mathematical model for startup of staged liquid rocket engines (LRE). It is based on the improving the mathematical models of low-frequency dynamics of cavitating pumps and gas LRE channels as well as on the introducing the process of injecting gaseous oxygen into the liquid oxygen stream in the LRE feed. We describe a mathematical simulation of the startup of the prospective sustainer LRE of 250 ton-force thrust, which is being developed at the SE "Yuzhnoye" Design Office (Dnipro, Ukraine).

Keywords: liquid rocket engine, low-frequency dynamic processes, startup, pump cavitation