doi: https://doi.org/10.15407/knit2016.04.029
УДК 629.7.05

А. И. Ткаченко
Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем
Национальной академии наук Украины и Министерства образования и науки Украины, Киев

ПОЛЕТНАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ КАЛИБРОВКА СЪЕМОЧНОГО КОМПЛЕКСА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПО НЕЗАДАННЫМ ОРИЕНТИРАМ БЕЗ ПРИВЛЕЧЕНИЯ GPS

Рассматривается задача уточнения взаимной ориентации бортовой съемочной камеры и звездного датчика космического аппарата, находящегося на орбите, по наблюдениям наземных ориентиров. Постановка и решение задачи отличаются тем, что предварительная координатная привязка ориентиров не предусматривается, и сообщения GPS не используются.

Ключевые слова: *полетная геометрическая калибровка, космический аппарат, неизвестные наземные ориентиры, камера, звездный датчик, анализ наблюдаемости, координатная привязка.*

Под полетной геометрической калибровкой бортовой съемочной аппаратуры здесь подразумевается уточнение взаимной ориентации съемочной камеры и звездного датчика по наблюдениям наземных ориентиров с борта КА, несущего эти приборы.

Традиционно решения задач полетной геометрической калибровки предусматривают использование точечных наземных ориентиров, топографически привязанных с весьма высокой точностью, по меньшей мере сравнимой с разрешением камеры по поверхности Земли [3, см. также http://eospso.gsfc.nasa.gov/ftp_ATBD/REVIEW/MISR/atbd-misr-04.pdf, http://www.isprs.org/proceedings/XXXVII/congress/1_pdf/14.pdf]. В частности, доступ к таким ориентирам обеспечивается посредством организации и содержания специальных подспутниковых полигонов [http://www.pseudology.org/science/lyalko_poligony.pdf].

Особенность решения задачи полетной геометрической калибровки, рассматриваемого ниже, состоит в том, что предварительная координатная привязка используемых наземных ориентиров не нужна. Это означает, что в качестве упомянутых ориентиров привлекаются визуально контрастные элементы местности с совершенно неизвестным местонахождением в любой системе координат, связанной с Землей. Такими неизвестными (незаданными) ориентирами могут быть, например, элементы сооружений мегаполиса, горного массива, архипелага островов, дельты реки и т.п. Важно лишь, чтобы выбранные ориентиры допускали точную идентификацию координат их изображений на чувствительной площадке камеры при многократно повторяющихся наблюдениях.

Далее при формировании уравнений полетной геометрической калибровки используется несложный прием, основанный на том, что прямая, соединяющая две фиксированных точки в теле Земли, есть линия пересечения двух плоскостей, содержащих обе эти точки, и направление этой прямой определяется векторным произведением двух векторов, перпендикулярных к названным плоскостям. С другой стороны, учитывается, что три вектора, перпендикулярные к четвертому, вообще говоря, неизвестному вектору, при отсутствии возмущений в их составе удовлетворяют условию компланарности. Если три упомянутых вектора найдены с ошибками, аналитически зависящими от неизвестного параметра, то выражение для невязки в условии компланарности можно использовать как уравнение измерений при оценке названного параметра. В сущности ниже при обосновании метода полетной геометрической калибровки положения фотограмметрии явно не используются.

Еще одна, специфическая особенность предлагаемого решения задачи полетной геометрической калибровки по незаданным ориентирам, отличающая его от известных решений такого рода [2, 5]: в нем не используются результаты позиционирования КА, получаемые, например, с помощью глобальной системы типа GPS. Это свойство повышает надежность полетной калибровки в условиях немалых угловых скоростей КА, препятствующих применению GPS, и делает собственно калибровку неуязвимой по отношению к потере сигнала и возможным атакам на GPS [http://www.scienceagogo.com/news/20080822224026data_trunc_sys.shtml].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПОЛЕТНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКИ

В корпусе КА, движущегося по низкой (высотой 600—700 км) околоземной орбите, установлены съемочная камера и звездный датчик. Без ущерба для строгости поместим центры проекции обоих приборов в центр масс КА – точку O.

Свяжем с камерой правую ортогональную систему координат xyz с ортонормированным базисом $\mathbf{K}$ и началом в точке O, а со звездным датчиком — такую же систему координат *123* с ортонормированным базисом $\mathbf{E}$ и тем же началом. Ось z направим по оптической оси камеры в сторону, противоположную объекту съемки, а ось 3 — по оптической оси звездного датчика на наблюдаемый участок неба. Местоположение некоторого точечного изображения на чувствительной площадке камеры характеризуется его координатами x и y. Введем еще правые ортонормированные геоцентрические координатные базисы: $\mathbf{I}$ (инерциальный) и $\mathbf{J}$, связанный с вращающейся Землей. Конкретизация направлений единичных векторов двух последних базисов не важна для дальнейшего изложения. Существенно лишь, что в любой момент t взаимная ориентация базисов $\mathbf{I}$ и $\mathbf{J}$ известна с точностью, соответствующей точности бортового времени, в виде матрицы направляющих косинусов $D(t)$ либо эквивалентных параметров. Например, базис $\mathbf{J}$ может совпадать с $\mathbf{I}$ в начальный момент времени. Ориентация базиса $\mathbf{E}$ относительно инерциального базиса $\mathbf{I}$ определяется звездным датчиком в виде матрицы направляющих косинусов $A(t)$. Ориентацию базиса $\mathbf{K}$ относительно $\mathbf{E}$ охарактеризуем матрицей направляющих косинусов $Q = E_3$. Далее представления физических векторов в базисах $\mathbf{I}$, $\mathbf{J}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{K}$ отмечаем соответствующими нижними индексами, так что для некоторого вектора $\mathbf{r} \in R^3$

$$\mathbf{r}_I = A\mathbf{r}_E, \quad \mathbf{r}_E = Q\mathbf{r}_K, \; \mathbf{r}_J = D^{\mathrm{T}}\mathbf{r}_I. \tag{1}$$

Сведения о местонахождении точки O в системе координат $\mathbf{I}$ или $\mathbf{J}$ не предусматриваются.

В результате предполетной наземной калибровки получена аппроксимация матрицы Q — ортогональная матрица $Q^* = BQ$. Звездочкой отмечаем модельные (оценочные) значения векторных и скалярных параметров, вычисляемых при полетной калибровке, в отличие от фактических значений этих параметров. Ортогональная матрица B характеризует отклонение «модельного» положения базиса $\mathbf{E}$ от его фактического положения в корпусе КА. Погрешность предполетной калибровки (порядка десятков минут дуги) считаем неприемлемой для практического использования Q^* вместо Q при определении ориентации камеры в момент съемки, но достаточно высокой, чтобы в дальнейших рассуждениях ограничиться, как в [5], аппроксимацией

$$B \approx E_3 + \Phi(\theta_E), \; Q \approx [E_3 - \Phi(\theta_E)]Q^*, \tag{2}$$

где $\theta_E = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^{\mathrm{T}} = \mathrm{const}$ — вектор малого поворота, характеризующий ошибку предполетной калибровки; E_3 — единичная (3×3)-матрица; Φ — кососимметрическая (3×3)-матрица, задающая операцию векторного умножения в форме $(\boldsymbol{\theta}\times\mathbf{r})_E=\Phi(\boldsymbol{\theta}_E)\mathbf{r}_E$.

Пусть при движении КА по орбите в поле зрения камеры оказывается участок поверхности Земли с характерными элементами – точечными ориентирами. Число ориентиров на участке не меньше трех, и не все они лежат на одной прямой. Местонахождение ориентиров в земной системе координат $\mathbf{J}$ совершенно неизвестно, но их изображения на чувствительной площадке камеры при последовательных наблюдениях однозначно и точно идентифицируются в виде соответствующих координат x и y. В последовательные моменты времени камера выполняет несколько снимков упомянутого участка. Возможно раздельное последовательное наблюдение каждого из нескольких таких участков.

Необходимо по результатам наблюдений и снимкам упомянутых ориентиров, выполненным камерой, оценить вектор $\boldsymbol{\theta}_E=\mathrm{const}$ с ошибками порядка 10—30″ для уточнения матрицы Q на основании формулы (2).

Цель настоящей работы — обоснование и компьютерные испытания методики полетной калибровки комплекса «камера и звездный датчик» по наблюдениям неизвестных наземных ориентиров и описание (заведомо не единственно возможной) алгоритмической реализации этой методики. Разработка технологических деталей такой реализации выходит за рамки работы.

АЛГОРИТМ ПОЛЕТНОЙ КАЛИБРОВКИ

Пусть из положения O_i, занимаемого точкой O на орбите в момент времени t_i, камера наблюдает точечный наземный ориентир M. Направление O_iM однозначно характеризуется в базисе камеры $\mathbf{K}$ тройкой чисел $\mathbf{s}_i=[x_i, y_i, -f]^{\mathrm{T}}$, где x_i, y_i — координаты изображения точки M на чувствительной площадке камеры в момент t_i; f — фокусное расстояние камеры. Вычислим единичный вектор этого направления: $\mathbf{e}_{Mi,K}=\mathbf{s}_i/\|\mathbf{s}_i\|$, где $\|\mathbf{s}_i\|=(\mathbf{s}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{s}_i)^{1/2}$.

Пусть $\mathbf{e}_{Mi,K}, \mathbf{e}_{Ni,K}$ — единичные векторы направлений на два неизвестных ориентира M, N на земной поверхности от точки орбиты O_i, из которой эти ориентиры наблюдаются в момент t_i. Вычислим вектор $\mathbf{g}_{MNi,K}=\mathbf{e}_{Mi,K}\times\mathbf{e}_{Ni,K}$, перпендикулярный к плоскости, проходящей через точки O_i, M и N. Положив временно $\boldsymbol{\theta}=0$, в соответствии с правилом (1) преобразуем $\mathbf{g}_{MNi,K}$ в «земную» систему координат:

$$\mathbf{g}_{MNi,J}=D_i^{\mathrm{T}}A_iQ\mathbf{g}_{MNi,K}, \text{ где } A_i=A(t_i),\ D_i=D(t_i).$$

Таким же образом при наблюдении ориентиров M, N в момент t_j из точки O_j, не совпадающей с O_i, найдем $\mathbf{e}_{Mj,K}, \mathbf{e}_{Nj,K}$ — единичные векторы прямых O_jM, O_jN. Вычислим вектор $\mathbf{g}_{MNj,K}=\mathbf{e}_{Mj,K}\times\mathbf{e}_{Nj,K}$ и преобразуем его в вектор $\mathbf{g}_{MNj,J}=D_j^{\mathrm{T}}A_jQ\mathbf{g}_{MNj,K}$, перпендикулярный к плоскости, проходящей через точки O_j, M и N. Маловероятный случай $\mathbf{g}_{MNi,J}\times\mathbf{g}_{MNj,J}=0$ выявляется и исключается. В иных случаях вектор $\mathbf{l}_{MN,ij,J}=\mathbf{g}_{MNi,J}\times\mathbf{g}_{MNj,J}$ параллелен линии пересечения только что названных плоскостей, т. е. отрезку MN, неизменно ориентированному в теле Земли.

Выполним в момент t_l съемку ориентиров M и N из точки орбиты O_l, не совпадающей ни с O_i, ни с O_j. Составим векторы $\mathbf{e}_{Ml,K}, \mathbf{e}_{Nl,K}$ — единичные векторы линий визирования, соединяющих O_l с точками M, N, — и вектор $\mathbf{g}_{MNl,K}=\mathbf{e}_{Ml,K}\times\mathbf{e}_{Nl,K}$. Последний преобразуем по формуле $\mathbf{g}_{MNl,J}=D_l^{\mathrm{T}}A_lQ\mathbf{g}_{MNl,K}$ в земную систему координат. Поскольку векторы $\mathbf{g}_{MNi,J}$, $\mathbf{g}_{MNj,J}$ и $\mathbf{g}_{MNl,J}$, зафиксированные в базисе $\mathbf{J}$, перпендикулярны к прямой MN, т. е. компланарны, то

$$\mathbf{g}_{MNl,J}^{\mathrm{T}}(\mathbf{g}_{MNi,J}\times\mathbf{g}_{MNj,J})=0. \qquad (3)$$

Так как в действительности вместо Q используется матрица Q^* из (2), то вместо вектора $\mathbf{g}_{MNi,J}$ получается его аппроксимация — вектор $\mathbf{g}^*_{MNi,J}$. В первом приближении относительно $\boldsymbol{\theta}$

$$\mathbf{g}^*_{MNi,J}\approx\mathbf{g}_{MNi,J}+F_{MNi}\boldsymbol{\theta}_E,$$
$$F_{MNi}=-D_i^{T}A_i\Phi(\mathbf{g}_{MNi,E}), \qquad (4)$$
$$\mathbf{g}_{MNi,E}=Q\mathbf{g}_{MNi,K}.$$

Вместо выражения в левой части (3) вычисляется через доступные параметры скаляр $s_{lij}=\mathbf{g}^{*\mathrm{T}}_{MNl,J}(\mathbf{g}^*_{MNi,J}\times\mathbf{g}^*_{MNj,J})$. В общем случае $s_{lij}\neq0$. Учтя в выражении для s_{lij} формулы (3), (4), получим уравнение первого приближения (уравнение измерений) относительно $\boldsymbol{\theta}_E$:

$$\mathbf{w}_{lij}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}_E = s_{lij}\,,$$

$$\mathbf{w}_{lij}^{\mathrm{T}} = \mathbf{l}_{MN,ij,J}^{\mathrm{T}} F_{MNl} + \mathbf{l}_{MN,jl,J}^{\mathrm{T}} F_{MNi} + \mathbf{l}_{MN,li,J}^{\mathrm{T}} F_{MNj}\,, \quad (5)$$

где $\mathbf{w}_{lij} \in R^3$; смысл остальных обозначений в (5) ясен из сказанного выше. Здесь источник уравнения измерений — не традиционная пара, а тройка снимков. Случай вырождения конкретного уравнения (5) при $\mathbf{w}_{lij}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}_E = 0$ игнорируем как исключительный в принятой схеме полетной калибровки. Для оценки вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ решаем методом наименьших квадратов систему уравнений вида (5), составленных по изображениям доступных ориентиров, или некоторую ее подсистему.

Если звездный датчик вместо A_i показывает матрицу $A_i^* \approx A_i[E_3 + \Phi(\boldsymbol{\beta}_{iE})]$, где $\boldsymbol{\beta}_i$ — малый вектор случайных ошибок этого прибора в момент t_i, то в (4) вместо $\boldsymbol{\theta}_E$ подразумевается вектор $\boldsymbol{\theta}_E + \boldsymbol{\beta}_{iE}$. Фактически уравнения (5), возмущенные ошибками звездного датчика, имеют вид

$$\mathbf{w}_{lij}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}_E = s_{lij} - (\mathbf{l}_{MN,ij,J}^{\mathrm{T}} F_{MNl}\boldsymbol{\beta}_{lE} + $$
$$+ \mathbf{l}_{MN,jl,J}^{\mathrm{T}} F_{MNi}\boldsymbol{\beta}_{iE} + \mathbf{l}_{MN,li,J}^{\mathrm{T}} F_{MNj}\boldsymbol{\beta}_{jE})\,. \quad (6)$$

АНАЛИЗ НАБЛЮДАЕМОСТИ ПАРАМЕТРОВ КАЛИБРОВКИ

Исследование наблюдаемости — непременный элемент полноценного решения задачи оценки состояния динамической системы [1].

Анализ наблюдаемости системы $d\boldsymbol{\theta}_E / dt = 0$ с измерениями (5) выполним, руководствуясь работой [7], как поиск ненаблюдаемых состояний — векторов $\boldsymbol{\theta}_E \neq 0$, удовлетворяющих тождеству

$$\mathbf{w}_{lij}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}_E \equiv 0\,. \quad (7)$$

Для упрощения анализа примем, что при $\boldsymbol{\theta} = 0$ трехгранники *xyz* и *123* совмещены. Введем упрощающие предположения, вообще не вполне реалистичные, но допустимые при анализе наблюдаемости. Пусть участок местности с неизвестными ориентирами расположен по трассе полета. В моменты собственно съемки ось z посредством изменения тангажа направляется на некоторую точку участка, лежащую в плоскости орбиты, а ось y и близкая к ней ось *2* стабилизируются практически перпендикулярно к плоскости орбиты. В рамках анализа наблюдаемости игнорируем прецессию орбиты и смещения наблюдаемого участка относительно плоскости орбиты вследствие вращения Земли. Тогда в процессе съемки ориентиров ориентация трехгранника 123 относительно снимаемой сцены в последовательные моменты экспонирования различается поворотом вокруг направления, перпендикулярного к плоскости орбиты.

Положим

$$\boldsymbol{\theta}_E = [0, \theta_2, 0]^T, \theta_2 \neq 0\,. \quad (8)$$

Тогда в моменты экспонирования t_i, t_j, t_l вектор $\boldsymbol{\theta}$ перпендикулярен к плоскости орбиты и, по сказанному выше, имеет одинаковую ориентацию относительно базиса $\mathbf{J}$ и одинаковые представления в этом базисе.

Учитывая (4) и используя свойства смешанного произведения векторов, преобразуем (5) к записи, в которой для краткости опущены индексы M, N:

$$\mathbf{w}_{lij}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}_E = \boldsymbol{\theta}_{Jl}^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{g}_{lJ})\Phi(\mathbf{g}_{iJ})\mathbf{g}_{jJ} + $$
$$+ \boldsymbol{\theta}_{Ji}^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{g}_{iJ})\Phi(\mathbf{g}_{jJ})\mathbf{g}_{lJ} + \boldsymbol{\theta}_{Jj}^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{g}_{jJ})\Phi(\mathbf{g}_{lJ})\mathbf{g}_{iJ}\,, \quad (9)$$

где, например, $\boldsymbol{\theta}_{Ji} = D_i^T A_i \boldsymbol{\theta}_E$ — представление вектора $\boldsymbol{\theta}$ в базисе $\mathbf{J}$ в момент t_i. От (9), расписав двойные векторные произведения и учтя $\boldsymbol{\theta}_{Ji} = \boldsymbol{\theta}_{Jj} = \boldsymbol{\theta}_{Jl}$, приходим к (7). Это означает, что вектор $\boldsymbol{\theta}_E$ вида (8) есть ненаблюдаемое состояние и всякий другой вектор $\boldsymbol{\theta}_E$ имеет ненаблюдаемую координату θ_2.

Фактически вследствие условности упрощений, принятых при анализе, координата θ_2 слабо наблюдаема по снимкам ориентиров, расположенных по трассе полета. При моделировании полетной калибровки с обработкой уравнений (5), сформированных, как сказано выше, по наблюдениям неизвестных ориентиров на подспутниковом участке, ошибки оценивания координаты θ_2 в несколько раз превышали ошибки оценивания величин θ_1, θ_3.

Пусть вместо подспутникового участка наблюдается другой участок с неизвестными ориентирами, смещенный в сторону от трассы полета. Для наведения камеры на такой участок система угловой стабилизации КА отклоняет ось z по крену от вертикали. Тем самым ось y вместе с вектором (8) отклоняются от перпендикуляра к плоскости орбиты и при варьировании тангажа поворачиваются вокруг упомянутого перпендикуляра, описывая коническую поверхность. В результате векторы $\boldsymbol{\theta}_{Ji}, \boldsymbol{\theta}_{Jj}, \boldsymbol{\theta}_{Jl}$ не остаются одинаковыми в процессе съемки второго участка и правая часть (9) не обращается в нуль. Это означает улучшение наблюдаемости координаты θ_2 по сравнению с ситуацией при наблюдении подспутникового участка. Второй прием улучшения наблюдаемости, независимый от первого и совместимый с ним, — варьирование угла поворота КА вокруг оси z в процессе съемки.

МОДЕЛИРОВАНИЕ

При моделировании процесса полетной геометрической калибровки по неизвестным ориентирам имитировалось движение КА по слабоэллиптической солнечно-синхронной орбите высотой около 670 км. В дежурном режиме угловой стабилизации КА ось z направляется в зенит, ось y ориентируется перпендикулярно к плоскости орбиты, ось x направлена в сторону движения. Считалось, что $Q = E_3$.

При моделировании задавалось положение четырех «неизвестных» точечных ориентиров в вершинах квадратного участка земной поверхности со стороной квадрата *a*. Число таких участков с ориентирами — от одного до трех. Местонахождение ориентиров совершенно неизвестно. Высота ориентира над поверхностью шарообразной Земли устанавливается как случайная величина, равномерно распределенная в пределах ±50 м. Все ориентиры одного участка в момент экспонирования попадают в поле зрения камеры. Каждый участок может находиться на трассе полета или располагаться на расстоянии dS от трассы. Кроме того, второй и третий участки смещены относительно первого вдоль траектории соответственно на 3.5 и 7 орбитальных витков вперед. Камера наводится на участок при прохождении КА вблизи него по ближайшему витку орбиты. Для улучшения наблюдаемости вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ за счет угловых эволюций КА воспроизводились вариации матрицы A_i посредством изменений угла тангажа ϑ вращением КА вокруг оси y. Съемка участка выполнялась на промежутке времени $[t_1, t_f]$, где t_1, t_f — соответственно моменты первого и последнего экспонирований при наблюдении этого участка, и включала N_s снимков — число, кратное трем. Интервал dt между двумя последовательными моментами съемки задавался так, что $t_f - t_1 = 95$ с. При этом в результате наведения оптической оси камеры на участок угол ϑ изменяется от 28° при $t = t_1$, когда участок с ориентирами находится впереди по траектории, до -28° при $t = t_f$, когда ориентиры остаются позади КА.

Моделирование выполнялось как серия вариантов счета, в которой для формирования всех случайных величин использовался генератор последовательности псевдослучайных чисел, инициированной в первом варианте серии и переходящей из варианта в вариант. Так, в каждом варианте значения $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ задавались как нормально распределенные случайные величины с нулевым средним и средним квадратичным отклонением $10'$. Ошибки звездного датчика имитировались при каждом измерении как нормально распределенные случайные углы поворотов вокруг направлений *1, 2, 3* со средними квадратичными отклонениями соответственно $5'', 5''$ и $12''$. Это согласуется с возможностями звездных датчиков семейства БОКЗ [http://www.iki.rssi.ru/ofo/bokz_spec.html]. Точность восстановления линии визирования ориентира по измеренным координатам x_i, y_i характеризуется случайными ошибками, связанными с размером пиксела камеры 9 мкм. При фокусном расстоянии камеры 2.5 м разрешение камеры в угловой мере, характеризуемое наименьшим углом между направлениями из центра проекции камеры на две ближайших различимых точки изображения, составляет $0.7''$. При этом неблагоприятное влияние ошибок звездного датчика на точность полетной геометрической калибровки намного заметнее, чем влияние ошибок считывания координат изображения на чувствительной площадке камеры.

Для улучшения наблюдаемости в некоторых сериях вариантов вводился дополнительный поворот КА вокруг оси z на угол ψ' при выполнении примерно половины первых снимков и на угол $-\psi'$ — в остальных снимках.

Векторы $\mathbf{g}_{MNi,J}$ рассчитывались по каждому снимку для всех доступных пар ориентиров. Путем статистической обработки результатов 100 вариантов каждой серии вычислялись в секундах дуги значения $\sigma_{\theta 1}$, $\sigma_{\theta 1}$, $\sigma_{\theta 1}$ — аппроксимации средних квадратичных отклонений остаточных ошибок оценивания величин $\theta_1, \theta_2, \theta_3$. Такие характеристики дают достаточное представление об уровне точности калибровки.

Таблица 1. **Точность калибровки при a = 20 км**

N_L, км	dS, км	ψ', град	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{\theta 2}$	$\sigma_{\theta 3}$
1	0	15	59.9	54.3	51.4
2	0	15	60.7	40.0	41.9
1	300	15	53.6	36.2	55.5
2	300	15	54.4	28.6	39.8
3	0	0	177.7	96.6	43.2
3	300	0	65.5	67.3	36.9
3	0	15	48.2	34.6	36.0
3	300	15	37.9	25.0	34.0

Таблица 2. **Точность калибровки при a = 40 км**

N_L, км	dS, км	ψ', град	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{\theta 2}$	$\sigma_{\theta 3}$
1	0	15	42.3	30.4	44.0
2	0	15	47.8	26.9	40.8
1	300	15	37.5	21.1	31.6
2	300	15	41.8	20.7	25.9
3	0	0	117.8	65.0	41.4
3	300	0	62.4	41.6	34.4
3	0	15	38.9	25.8	35.9
3	300	15	30.4	19.1	27.7

Таблица 3. **Точность калибровки при N_s = 30**

a, км	dS, км	ψ', град	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{\theta 2}$	$\sigma_{\theta 3}$
20	0	0	173.2	88.9	24.8
40	0	0	132.6	66.9	24.7
20	300	0	44.6	47.5	27.3
40	300	0	45.1	26.7	32.5
20	300	15	28.2	18.7	25.1
40	300	15	23.3	14.0	22.4

Моделирование подтвердило, что при оговоренных характеристиках информации влияние ошибок считывания координат x_i, y_i на точность калибровки менее критично, чем влияние ошибок звездного датчика. При столь малых ошибках считывания увеличение числа наблюдаемых ориентиров на каждом участке не приводило к заметному повышению точности полетной калибровки.

Неблагоприятное воздействие ошибок звездного датчика, показанное в (6), уменьшается статистическим осреднением при обработке достаточно большого числа снимков N_s. Точность полетной калибровки повышается также, если увеличивается параметр a и вследствие этого расширяется пучок линий визирования ориентиров.

В некоторых конструкциях оптико-электронного комплекса КА предусматривается использование двух или нескольких звездных датчиков [3]. При этом появляются дополнительные возможности повышения точности полетной калибровки на основе отмеченного выше эффекта статистического осреднения ошибок звездного датчика. Все представленные ниже результаты моделирования получены с использованием трех установленных на КА звездных датчиков. Показания этих приборов обрабатывались по методике работы [5]. Судя по результатам моделирования, использование трех звездных датчиков вместо одного позволяет уменьшить ошибки полетной геометрической калибровки в среднем на 15 %.

При моделировании для повышения точности полетной геометрической калибровки применено еще одно средство — наведение оптической оси камеры на разные точки участка с ориентирами в различные моменты экспонирования t_i. Формально это равнозначно незначительному изменению положения направляющих векторов $\mathbf{e}_{Mi}$ в базисе $\mathbf{K}$. Все результаты в представленных ниже таблицах получены с использованием этого приема. Если он не применялся, то в условиях съемки трех участков при $dS = 0$, $\psi' = 0$ остаточные ошибки θ_2 были сравнимы по величине с исходными (предполетными) значениями.

В табл. 1 приведены полученные характеристики точности полетной геометрической калибровки при $a = 20$ км, $N_s = 15$ и $dt = 6$ с в зависимости от числа наблюдаемых участков N_L и параметров dS и ψ'.

В табл. 2 представлены аналогичные результаты при том же N_s и $a = 40$ км. В случае $dS = 300$ км угол крена КА при наведении оптической оси камеры на участок с ориентирами изменялся в пределах 22—26°. Обе таблицы демонстрируют порознь и совместно охарактеризованные выше эффекты. Видно, как точность полетной калибровки улучшается с увеличением параметров a, N_L, dS и ψ'.

Табл. 3 показывает повышение точности полетной геометрической калибровки при конкретных значениях dS и ψ' с увеличением числа снимков до $N_s = 30$. Наблюдались ориентиры на трех охарактеризованных выше участках. Интервал между снимками $dt = 3$ с.

В ряде вариантов моделирования высота ориентиров над сферической поверхностью Земли задавалась как случайная величина, равномерно распределенная в пределах [0, 900 м]. Этот фактор, несмотря на утрированную форму его имитации, в соответствии с конструкцией алгоритма оценивания практически не сказывался на точности полетной калибровки.

Результаты моделирования хорошо согласуются с установленными аналитически свойствами алгоритма полетной калибровки (5). Остаточные ошибки калибровки весьма велики, если участки с неизвестными ориентирами в моменты экспонирования оказываются вблизи трассы полета, и существенно уменьшаются в условиях удаленности упомянутых участков от трассы, особенно в сочетании с режимом поворотов КА вокруг оптической оси камеры.

О КООРДИНАТНОЙ ПРИВЯЗКЕ НАЗЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ

Оценка $\boldsymbol{\theta}_E^*$ вектора $\boldsymbol{\theta}_E$, полученная в результате полетной геометрической калибровки, используется для уточнения матрицы $\mathbf{Q}^*$ на основании (2):

$$Q^\circ = [E_3 - \Phi(\theta_E^*)]Q^* \approx [E_3 + \Phi(\theta_E^\circ)]Q, \quad (10)$$

где Q° — уточненная аппроксимация матрицы $\mathbf{Q}$, $\theta_E^\circ = [\theta_1^\circ, \theta_2^\circ, \theta_3^\circ]^T$ — остаточное значение вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ после коррекции (10). После этого единичные векторы линий визирования $\mathbf{e}_{Mi,K}$, найденные по результатам съемки некоторого точечного наземного объекта M, как показано выше, и преобразованные в земную систему координат по формуле $\mathbf{e}^\circ_{Mi,J} = D_i^T A_i Q^\circ \mathbf{e}_{Mi,K}$, готовы для применения в координатной привязке упомянутого объекта по результатам съемки рассматриваемой камерой КА и с использованием сообщений GPS. Местонахождение объекта M в земной системе координат $\mathbf{J}$ можно определить как точку пересечения доступных модельных линий визирования $\mathbf{e}^\circ_{Mi,J}$, проведенных через соответствующие точки O_i [6]. При моделировании такой координатной привязки ошибки позиционирования КА составляли десятки метров.

Пусть в момент съемки объекта M оптическая ось камеры вертикальна и пересекает поверхность Земли в некоторой точке O°. Можно показать, что отклонение точки O° от фактического положения точки M, характеризующее связанную с отдельным снимком элементарную ошибку координатной привязки, приближенно оценивается вектором

$$\delta\mathbf{r}^\circ = [\theta_3^\circ s_2^\circ - \theta_2^\circ H^\circ, \theta_1^\circ H^\circ - \theta_3^\circ s_1^\circ, \theta_2^\circ s_1^\circ - \theta_1^\circ s_2^\circ]^\mathrm{T}, \quad (11)$$

где s_1°, s_2° — смещения точки M относительно O° соответственно в направлениях осей *1* и *2* трехгранника *123*; H° — высота КА (точки O_i) относительно O°. Приближенный характер формулы (11) сохраняется, если в момент съемки ось z не вертикальна. Поскольку вследствие узкого поля зрения камеры обычно $|s_1^\circ| << H^\circ, |s_2^\circ| << H^\circ$, составляющая вектора $\delta\mathbf{r}^\circ$, пропорциональная H° и одинаковая для всех объектов в окрестности точки O°, по величине намного превышает члены выражения (11), связанные с s_1°, s_2°, и вообще различные для разных точек упомянутой окрестности. Из выражения (11) очевидно также, что ошибка $\delta\mathbf{r}^\circ$ менее чувствительна к параметру θ_3°, чем к $\theta_1^\circ, \theta_2^\circ$. При съемках с последовательным наведением оптической оси камеры на различные точки земной поверхности в окрестности объекта координатной привязки точность привязки практически не зависит от θ_3°. Сказанное хорошо согласуется с результатами моделирования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В условиях доступности подходящего массива неизвестных ориентиров и при соблюдении благоприятных режимов съемки и обработки результатов начальная неопределенность взаимной ориентации камеры и звездного датчика порядка 10′ уточняется до уровня, характеризуемого средними квадратичными отклонениями 15—30″.

За отказ от привлечения заранее подготовленных ориентиров и сообщений GPS в рассмотренном методе полетной геометрической калибровки приходится платить значительным (до десятков) увеличением необходимого количества снимков, подлежащих обработке. Другой осложняющий момент — необходимость одновременного наблюдения совокупности ориентиров, отстоящих достаточно далеко друг от друга. Вместе с тем такой подход весьма доступен. Любой периодически наблюдаемый участок земной поверхности с относительно небольшим количеством визуально выразительных элементов по трассе полета или вблизи нее может служить источником нужной информации.

Фактически представленные рассуждения, обосновывающие метод полетной геометрической калибровки, трактуют ориентир не как точку земной поверхности, а как точку пространства с неизвестным, но фиксированным положением в конкретной подвижной системе координат.

Идеей попарного учета снимков в задаче полетной геометрической калибровки камеры и звездного датчика по незаданным ориентирам, как и самой постановкой этой задачи, автор обязан И. А. Пятаку [2].

1. *Парусников Н. А., Морозов В. М., Борзов В. И.* Задача коррекции в инерциальной навигации. — М.: Изд-во МГУ, 1982. — 174 с.
2. *Пятак И. А.* Выбор принципов координатной привязки космических снимков // Космическая техника. Ракетное вооружение: Научно-технич. сб. — Днепропетровск: ГП «КБ «Южное», 2010. — Вып. 2. — С. 100—107.
3. *Сомов Е. И., Бутырин С. А.* Полетная геометрическая идентификация и калибровка космического телескопа и системы звездных датчиков // Тр. VIII Междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'09. — М., 2009. — С. 1189—1201.
4. *Ткаченко А. И.* О полетной юстировке оптико-электронного комплекса космического аппарата // Изв. РАН. Теория и системы управления. — 2013. — № 6. — С. 122—130.
5. *Ткаченко А. И.* К задаче полетной геометрической калибровки по неизвестным ориентирам // Проблемы управления и информатики. — 2014. — № 1. — С. 129—138.
6. *Ткаченко А. И.* О координатной привязке наземных объектов по космическим снимкам // Космічна наука і технологія. — 2015. — **21**, № 2. — С. 65—72.
7. *Potapenko Ye. M.* Simplified linear-system restorability and controllability criteria and their application in robotics // J. Automation and Inform. Sci. — 1996. — **27**, N 5-6. — P. 146—151.

Стаття надійшла до редакції 24.06.16

REFERENCES

1. *Parusnikov N. A., Morozov V. M., Borzov V. I.* Zadacha korrekcii v inercial'noj navigacii, 174 p. (Izd-vo MGU, Moscow, 1982) [in Russian].
2. *Piatak I. A.* The choice of principles of geographical location of spacecraft images. *Kosmicheskaya tekhnika. Raketnoe vooruzhenie. Nauchno-tekhn. sb.*, No. 2, 100—107 (2010) [in Russian].
3. *Somov E. I., Butyrin S. A.* In-flight Geometric Calibration of a Space Telescope and a System of StarTrackers. *Proc. Anniversary 8th Int. Conf. on System Identification and Control SCIPRO'09*, 1189—1201 (Moscow, 2009).
4. *Tkachenko A. I.* In flight alignment of optical-electronic system of a spacecraft. *J. Comput. and Syst. Sci. Int.*, **52** (6), 963—971 (2013) [in Russian].
5. *Tkachenko A. I.* To the problem of in-flight geometric calibration with use of unknown landmarks. *Problemy upravleniya i informatiki*, No. 1, 29—138 (2014) [in Russian].
6. *Tkachenko A. I.* On a geo-referencing of terrestrial objects using space snapshots. *Kosm. nauka tehnol.*, **21** (2), 65—72 (2015).
7. *Potapenko Ye. M.* Simplified linear-system restorability and controllability criteria and their application in robotics. *J. Automation and Inform. Sci.*, **27** (5-6), 146—151 (1996) [in Russian].

О. І. Ткаченко

Міжнародний науково-навчальний центр
інформаційних технологій та систем
Національної академії наукУкраїни
і Міністерства освіти і науки України, Київ

ПОЛЬОТНЕ КАЛІБРУВАННЯ
ЗНІМАЛЬНОГО КОМПЛЕКСУ
КОСМІЧНОГО АПАРАТА ЗА НЕЗАДАНИМИ
ОРІЄНТИРАМИ БЕЗ ЗАЛУЧЕННЯ GPS

Розглядається задача уточнення взаємної орієнтації бортової знімальної камери і зоряного датчика космічного апарата, що перебуває на орбіті, за спостереженнями наземних орієнтирів. Постановка і розв'язок задачі відрізняються тим, що попередня координатна прив'язка орієнтирів не передбачається і повідомлення GPS не використовуються.

Ключові слова: польотне геометричне калібрування, космічний апарат, невідомі наземні орієнтири, камера, зоряний датчик, аналіз спостережуваності, координатна прив'язка.

A. I. Tkachenko

International Research and Training Center
for Information Technologies and Systems
of the National Academy of Sciences of Ukraine
and Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv

IN-FLIGHT CALIBRATION
OF IMAGING COMPLEX OF A SPACECRAFT
USING UNKNOWN LANDMARKS WITHOUT
GPS MESSAGES ATTRACTING

The problem of refining the parameters of the mutual attitude of the onboard imaging camera and the star tracker installed on the orbiting spacecraft is considered. A distinctive feature of the problem statement and the solution is that the refinement is based on observations of landmarks that are not georeferenced and no GPS messages are used.

Key words: in-flight geometric calibration, spacecraft, unknown landmarks, camera, star tracker, observability analysis, geo-referencing.