

А. П. Алпатов¹, А. Е. Закржевский², М. Мерино³, А. А. Фоков¹, С. В. Хорошилов¹, Ф. Цихоцкий³

¹ Институт технической механики Национальной академии наук Украины
и Государственного космического агентства Украины, Днепропетровск

² Институт механики им. С. П. Тимошенко Национальной академии наук Украины, Киев

³ Мадридский университет имени Карлоса III, Мадрид, Испания

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ ВОЗДЕЙСТВИЯ ФАКЕЛА ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ОРБИТАЛЬНЫЙ ОБЪЕКТ

Предложен подход для определения силы воздействия факела электрореактивного двигателя на орбитальный объект по его центральной проекции на выбранную плоскость. Для получения изображения центральной проекции объекта использована фотокамера. Разработаны алгоритмы вычисления контура проекции рассматриваемого объекта, определения на основании этого контура элементов луча, которые попадают на его поверхность, а также расчета силы воздействия.

Ключевые слова: орбитальный объект, факел электрореактивного двигателя, центральная проекция, передаваемая сила.

ВВЕДЕНИЕ

В результате космической деятельности околоземное космическое пространство оказалось засоренным большим количеством искусственно созданных объектов и их фрагментами, не выполняющими полезных функций (обломки ступеней ракет-носителей, нефункционирующие космические аппараты и др.). Последние исследования по моделированию популяции космического мусора (КМ) показывают, что ситуация для некоторых околоземных орбит уже является критической. Например, результаты официального исследования, проведенного Межагентским координационным комитетом по космическому мусору в 2012 г., показывают, что в будущем количество объектов КМ на низких околоземных орбитах, образовавшихся в результате столкновений, превысит количество объек-

тов, покинувших орбиты в результате естественных процессов [11]. Этот факт является достаточно убедительным подтверждением мнения многих экспертов, согласно которому одобренные большинством космических держав меры по предотвращению загрязнения космического пространства недостаточны для прекращения дальнейшего роста количества КМ. В связи с этим в настоящее время космическим сообществом активно изучается вопрос непосредственного удаления КМ с околоземных орбит, который часто в литературе называют активным удалением космического мусора.

В литературе описан ряд предлагаемых концепций активного удаления орбитальных обломков, от лазерных систем [5, 12] до электродинамических связей [1, 12]. При этом наиболее очевидным способом представляется стыковка системы удаления с целевым объектом КМ или его захват с помощью вспомогательных устройств (например сеть или гарпун) перед возвращением с орбиты. Однако эта операция может

быть технологически сложной и небезопасной в связи с тем, что объекты КМ неуправляемы, могут характеризоваться сложным движением вокруг центра масс, сильно различаться по форме и механическим свойствам.

Для того чтобы избежать описанных выше сложностей, была предложена концепция бесконтактного увода объектов КМ, которая получила название «Пастух с ионным лучом» (ПИЛ) (Ion beam Shepard) [13]. Основной принцип этой концепции заключается в использовании потока ионов электрореактивного двигателя (ЭРД) в качестве средства, передающего силовой импульс объекту КМ для его торможения. Концепция ПИЛ имеет ряд преимуществ по сравнению с другими концепциями, а именно: эффективность увода, низкий уровень риска, возможность повторного использования, технологическая готовность.

Одним из ключевых вопросов, возникающих при исследовании концепции ПИЛ, является определение силы, передаваемой пастухом объекту КМ. Знание этой силы необходимо как для успешной реализации выбранной программы увода, так для решения задач навигации и управления относительным движением системы «пастух — объект КМ».

Эта задача является достаточно новой, и ее решению посвящено небольшое количество работ. Например, в работах [3, 6] предложены теоретические основы описания факела ЭРД и вычисления передаваемой силы. В работе [2] получены аналитические выражения силы для объектов КМ сферической формы. В этих работах использовался подход, который основывается на интегрировании элементарных сил по поверхности объекта. Однако применение таких алгоритмов на борту пастуха представляется затруднительным, поскольку для их реализации необходима информация о точной форме, размерах КМ и его ориентации. В связи с этим в нашей работе предлагается другой подход, позволяющий определять передаваемую силу на основании существенно меньшего объема информации об уводимом объекте (мишени), а именно по его центральной проекции на выбранную плоскость. Такой подход представляется перс-

пективным, поскольку центральная проекция мишени может быть получена достаточно просто с помощью установленной на борту пастуха фотокамеры.

Целью представляемого здесь исследования является разработка алгоритма определения передаваемой потоком ионов ЭРД силы по центральной проекции мишени на вспомогательную плоскость, перпендикулярную к оси ионного луча ЭРД, и исследование особенностей его применения для задач бесконтактного удаления космического мусора.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИОННОГО ЛУЧА С МИШЕНЬЮ

Факел ЭРД (ионный луч) представляет собой поток тяжелых ионов рабочего тела (например ксенона), ускоренных до энергетического уровня нескольких килоэлектрон-вольт. При воздействии такого луча на твердое тело последнему сообщается сила, которая в основном обусловлена импульсом ионов плазмы, бомбардирующих мишень. Движущиеся с высокой скоростью ионы квазинейтральной плазмы ЭРД достигают поверхности мишени, проникают в ее материал, теряют свой импульс и энергию и оседают на расстоянии нескольких нанометров от поверхности. Через некоторое время большинство ионов отторгается материалом и покидает поверхность мишени. Однако в связи с тем, что скорости ионов, покидающих мишень, на порядки меньше скоростей ионов, бомбардирующих ее, влияние этого явления на передаваемую силу несущественно. При облучении мишени плазмой также будет наблюдаться эффект распыления материала. Суть этого эффекта заключается в том, что некоторые частицы материала мишени отделяются от ее поверхности в результате внешнего воздействия. Тем не менее, его влияние также несущественно для рассматриваемой задачи.

Пренебрегая эффектами покидания ионами плазмы поверхности мишени, распыления ее материала, а также давления электронов, элементарную силу, передаваемую объекту КМ, можно вычислить следующим образом [4]:

$$d\mathbf{F} = mn\mathbf{U}(-\mathbf{V} \cdot \mathbf{U})ds, \quad (1)$$

где m — масса частицы, \mathbf{U} — вектор скорости частицы, ds — площадь элементарной площадки поверхности мишени; \mathbf{V} — единичный вектор нормали к элементарной площадке.

Сила \mathbf{F} , передаваемая мишени ионным лучом, может быть вычислена путем интегрирования элементарных сил (1) по облучаемой поверхности мишени S :

$$\mathbf{F} = \int_S d\mathbf{F}. \quad (2)$$

МОДЕЛЬ ИОННОГО ЛУЧА ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Для проведения исследований плазменный факел ЭРД может быть условно разбит на ближнюю (обычно меньше метра от ЭРД) и дальнюю области [6]. При математическом описании ближней области необходимо учитывать влияние электромагнитного поля ЭРД, эмиссию катода, неоднородность плазмы. Для дальней области влияние этих факторов несущественно, и характер распространения плазмы зависит в основном от ее собственных свойств. Для задач бесконтактного удаления КМ, рассматриваемых ниже, основной интерес представляет дальняя область луча, поскольку именно здесь происходит взаимодействие плазмы и мишени.

Для описания дальней области факела ЭРД предложено достаточное количество математических моделей, отличающихся сложностью и точностью [2]. При этом в качестве компромиссного варианта может быть выбрана так называемая автоподобная модель (self-similar model) распространения плазмы.

Автоподобные модели основываются на предположении, что характер распространения ионов может быть описан с помощью безразмерной функции подобия $h(\tilde{z})$ следующим образом:

$$r_v(z_v) = r_{v0} h(\tilde{z}), \quad \tilde{z} = z_v / R_0,$$

где r_v , z_v — радиальные и аксиальные координаты, характеризующие v -е направление распространения ионов; R_0 , r_{v0} — радиус луча и радиальные координаты ионов в начале дальней области ($z_v = 0$).

С использованием функции $h(\tilde{z})$ плотность плазмы в произвольной точке с координатами r ,

z может быть определена так [2]:

$$n = \frac{n_0}{h^2(\tilde{z})} \exp\left(-C \frac{\tilde{r}^2}{2h^2(\tilde{z})}\right), \quad \tilde{r} = r / R_0, \quad (3)$$

где n_0 — плотность плазмы в начале дальней области луча; C — коэффициент, определяющий, какая часть потока плазмы попадает в окружность радиуса R_0 (например $C = 3$ соответствует 95 % попадания потока).

Функция подобия $h(\tilde{z})$ может быть найдена путем решения следующего дифференциального уравнения

$$h' = \sqrt{\text{tg}^2 \alpha_0 + \frac{2C}{M_0^2} \ln h},$$

где h' — производная от функции $h(\tilde{z})$ по \tilde{z} , α_0 — начальный угол расхождения луча, M_0 — число Маха в начале дальней области луча.

Следует отметить, что при $M_0 \gg 1$ характер распространения ионов плазмы приближается к конусу, хотя, строго говоря, им не является. В то же время при $M_0 \geq 40$ и расстоянии до мишени менее 7 м характер распространения плазмы можно считать коническим. В этом случае функция подобия может быть определена в виде

$$h = \tilde{z} \text{tg} \alpha_0. \quad (4)$$

Для рассматриваемой задачи можно считать, что аксиальная составляющая скорости ионов плазмы практически не изменяется:

$$u_{zv} = u_{z0} = \text{const}. \quad (5)$$

Радиальная составляющая скорости в рамках рассмотренной модели определяется следующим выражением [8]:

$$u_{rv} = u_{zv} \tilde{r} \frac{h'}{h}. \quad (6)$$

С учетом выражения (4) радиальная составляющая скорости может быть представлена в виде

$$u_{rv} = u_{z0} \frac{\tilde{r}}{\tilde{z}}. \quad (7)$$

ЦЕНТРАЛЬНАЯ ПРОЕКЦИЯ МИШЕНИ

Как было отмечено выше, при определенных условиях для вычисления передаваемой силы может быть использовано представление луча ЭРД в виде конуса. В связи с тем что свойства плазмы неодинаковы в различных конических областях

луча, для проведения дальнейших исследований разобьем его на конечные элементы в сферических координатах, как показано на рис. 1. Здесь ϕ_1^i — угол расхождения i -го конического элемента луча, $\delta\phi_1$ — шаг разбиения луча на конические элементы, ϕ_2^j — угол, характеризующий положение j -го сектора сечения луча, $\delta\phi_2$ — шаг разбиения сечения луча на секторы.

Так как площадь сечения луча увеличивается пропорционально расстоянию от источника, а плотность плазмы уменьшается пропорционально расстоянию от источника (3), а также с учетом описанного выше механизма взаимодействия луча с поверхностью мишени, элементарная сила, действующая на элементарную площадку мишени ds , равна элементарной силе, действующей на центральную проекцию этой площадки на некоторую плоскость, перпендикулярную к оси конуса луча. Следовательно, при расчете силы можно рассматривать не поверхность мишени, а ее центральную проекцию на перпендикулярную плоскость.

Очевидно, что если весь луч попадает на мишень, то на нее действует сила, направленная по оси луча и равная полной тяге ЭРД. Если же на мишень попадают ионы из некоторой области луча $\delta\phi_1 \times \delta\phi_2$, то направление действующей силы совпадает с линией проецирования центра этой области. Теперь предположим, что на мишень попадает поток ионов, несомый некоторой частью кольцевой области. С учетом конического характера распределения свойств луча нет необходимости интегрировать элементарную силу по поверхности мишени, достаточно просуммировать равнодействующие всех сил, создаваемыми элементарными элементами луча, которые пересекают центральную проекцию мишени на плоскость, перпендикулярную к оси луча (рис. 2).

Для дальнейших исследований введем следующие правые ортогональные системы координат.

1. Система координат $O_p x_p y_p z_p$, связанная с выбранной плоскостью проецирования луча (СКПЛ), начало O_p которой расположено в точке пересечения плоскости проецирования и оси луча ЭРД, ось $O_p z_p$ перпендикулярна к плоскости проецирования и направлена на мишень, оси $O_p x_p$ и $O_p y_p$ лежат в плоскости проецирования.

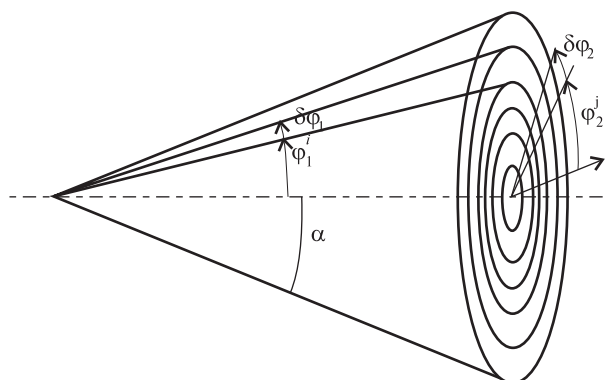


Рис. 1. Разбиение луча электрореактивного двигателя на конечные элементы



Рис. 2. Центральная проекция мишени на вспомогательную плоскость

2. Связанная с ЭРД система координат (СКЭ) $O_T x_T y_T z_T$, начало O_T которой расположено в вершине воображаемого конуса ионного луча, ось $O_T z_T$ совпадает с осью луча и направлена на мишень, оси $O_p x_p$ и $O_T x_T$, а также $O_p y_p$ и $O_T y_T$ параллельны.

3. Начало связанной с мишенью системы координат (СКМ) $O_M x_M y_M z_M$ расположено в центре масс мишени, направление СКМ совпадает с главными центральными осями инерции мишени, ориентация осей СКМ относительно СКЭ определяется углами Крылова ϕ , ϑ , ψ . Соответствующая этим поворотам переходная матрица имеет вид

$$T_{MT} = T_\psi T_\phi T_\vartheta,$$

где

$$T_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$T_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix},$$

$$T_\vartheta = \begin{bmatrix} \cos \vartheta & 0 & -\sin \vartheta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \vartheta & 0 & \cos \vartheta \end{bmatrix}.$$

Поверхность мишени аппроксимируем сетью конечных элементов. Под сетью здесь понимается топологическое множество точек, связанных между собой ребрами — отрезками прямых (кривых) линий так, что исходная область разбивается на элементы определенной формы. Выбор метода разбиения зависит от сложности поверхности мишени. Например, в случае объектов цилиндрической формы достаточно задать определенное количество точек, определяющих основания цилиндра. Для мишеней произвольной формы могут быть использованы хорошо разработанные методы триангуляции [9], которые базируются на аппроксимации поверхностей сеткой треугольников.

Векторы, определяющие множество точек мишени в СКЭ, могут быть найдены следующим образом:

$$\mathbf{P}_T^l = \mathbf{T}_{MT} \mathbf{P}_M^l + \mathbf{B}_{MT},$$

$$l = 1, \dots, L;$$

где \mathbf{P}_M^l — векторы, определяющие множество точек мишени в СКМ, \mathbf{B}_{MT} — вектор, определяющий положение начала СКМ относительно СКЭ, l — текущий номер точки мишени.

Координаты точек мишени P_T^l , спроецированных на рассматриваемую плоскость, определяются следующим образом:

$$x_p^l = f \frac{x_T^l}{z_T^l}, \quad y_p^l = f \frac{y_T^l}{z_T^l}, \quad (8)$$

где f — расстояние между точками начала СКПЛ и СКЭ, x_T^l , y_T^l , z_T^l — координаты точек мишени в СКЭ; x_p^l , y_p^l — координаты цент-

ральных проекций точек мишени на рассматриваемую плоскость в СКПЛ.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕРЕДАВАЕМОЙ СИЛЫ ПО ЦЕНТРАЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ МИШЕНИ

Границы кольцевых элементов центральной проекции луча (рис. 1) могут быть описаны с использованием параметрического уравнения окружности. Радиус i -го кольцевого элемента равен

$$R^i = f \operatorname{tg} \phi_1^i,$$

$$0 \leq \phi_1^i \leq \alpha_0, \quad i = 1, \dots, I,$$

где I — количество кольцевых элементов.

Угол расхождения i -го конического элемента луча равен

$$\phi_1^i = i \delta \phi_1.$$

Множество точек, аппроксимирующее проекцию луча сетью конечных элементов, опишем в виде

$$\begin{cases} x_p^j = R^i \cos \phi_2^j, \\ y_p^j = R^i \sin \phi_2^j, \end{cases} \quad j = 1, \dots, J, \quad 0 \leq \phi_2^j < 2\pi. \quad (9)$$

Дискретный угол параметрического уравнения ϕ_2^j окружности (8) определяется следующим образом:

$$\phi_2^j = j \delta \phi_2, \quad j = 0, \dots, J - 1,$$

где J — количество секторов, на которые разбивается сечение луча.

Как видно из рис. 1, конечные элементы, определяемые тремя точками с координатами $x_p^0, y_p^0, x_p^{1j}, y_p^{1j}$ и x_p^{1j+1}, y_p^{1j+1} , представляют собой секторы окружности с радиусом R^1 , а элементы, характеризующиеся четырьмя точками с координатами $x_p^{ij}, y_p^{ij}, x_p^{ij+1}, y_p^{ij+1}, x_p^{i+1j}, y_p^{i+1j}$ и $x_p^{i+1j+1}, y_p^{i+1j+1}$, являются усеченными секторами. Следовательно, площади этих элементов будут равны

$$ds^{1i} = (R^1)^2 \delta \phi_1 \quad \text{и} \quad ds^{i+1j} = [(R^{i+1})^2 - (R^i)^2] \delta \phi_1, \quad (10)$$

$$i = 1, \dots, I - 1, \quad j = 0, \dots, J - 1.$$

Как было уже сказано выше, луч ЭРД может не всегда полностью попадать на мишень. В таком случае не все элементарные элементы проекции луча попадают в область, ограниченную контуром проекции мишени, и следовательно, необходимо определить эти элементы. Для этого

сначала из всего множества точек мишени P_p^l , спроецированных на рассматриваемую плоскость, выделим K точек C_p^l ($k=1, \dots, K$), являющихся вершинами многоугольника, который аппроксимирует контур проекции мишени.

В случаях, когда мишень представляет собой выпуклое тело, контур ее проекции может быть найден путем решения задачи построения выпуклых оболочек, которая является фундаментальной в вычислительной геометрии, и алгоритмы ее решения хорошо разработаны [7].

Для мишеней произвольной формы может быть использован, например, достаточно простой и эффективный алгоритм построения невыпуклых оболочек, характеризующих форму множества расположенных на плоскости точек [8]. В основе алгоритма лежит триангуляция Делоне [7]. Форма контура, получаемая с помощью этого алгоритма, контролируется с помощью одного нормализованного параметра. Выбор этого параметра позволяет получать разные результаты от невыпуклого многоугольника с минимальной площадью до выпуклого многоугольника. Эффективность этого алгоритма сравнима с оптимальными алгоритмами построения выпуклых оболочек, а именно, время вычислений пропорционально $n \lg n$, где n — количество входных точек. Тем не менее, следует отметить, что предположение о выпуклости мишени позволяет использовать меньшее количество точек, аппроксимирующих ее поверхность, и следовательно, существенно сократить время расчетов.

Выделить элементы проекции луча, ограниченные контуром мишени, можно с использованием известных алгоритмов определения принадлежности точки многоугольнику [10]. Будем считать, что признаком попадания элемента луча в область, ограниченную контуром, является принадлежность многоугольнику с вершинами C_p^k трех точек с координатами x_p^0, y_p^0 , x_p^{1j}, y_p^{1j} и x_p^{1j+1}, y_p^{1j+1} для элементов в форме сектора и четырех точек x_p^{ij}, y_p^{ij} , x_p^{i+1j}, y_p^{i+1j} , $x_p^{i+1j+1}, y_p^{i+1j+1}$ для элементов в форме усеченного сектора.

С использованием выражений (5) и (7) вектор скорости ионов плазмы, действующих на элементарную площадку мишени, в СКЭ определя-

ется как

$$\mathbf{U}_T^{ij} = \left[u_0 \frac{\hat{x}_T^{ij}}{f}; u_0 \frac{\hat{y}_T^{ij}}{f}; u_0 \right]^T, \quad (11)$$

где \hat{x}_T^{ij} , \hat{y}_T^{ij} — координаты центра площадки в СКЭ, которые вычисляются следующим образом:

$$\hat{x}_T^{ij} = \frac{2x_p^0 + x_p^{ij} + x_p^{i+1j}}{4}, \quad \hat{y}_T^{ij} = \frac{2y_p^0 + y_p^{ij} + y_p^{i+1j}}{4}$$

при $i=1$

и

$$\hat{x}_T^{ij} = \frac{x_p^{i-1j} + x_p^{i-1j+1} + x_p^{ij} + x_p^{i+1j}}{4},$$

$$\hat{y}_T^{ij} = \frac{y_p^{i-1j} + y_p^{i-1j+1} + y_p^{ij} + y_p^{i+1j}}{4}$$

при $j>1$.

Сила, действующая на элементарную площадку, определяется согласно выражениям

$$d\mathbf{F}_T^{ij} = mn^{ij} \mathbf{U}_T^{ij} (-\mathbf{V}^0 \cdot \mathbf{U}_T^{ij}) ds^{ij}, \quad (12)$$

$$n^{ij} = \frac{n_0 R_0^2}{f^2 \text{tg}^2 \alpha_0} \exp \left(-C \frac{(\hat{x}_T^{ij})^2 + (\hat{y}_T^{ij})^2}{2f^2 \text{tg}^2 \alpha_0} \right), \quad (13)$$

где $\mathbf{V} = [0; 0; -1]^T$ — единичный вектор нормали к плоскости, перпендикулярной к лучу.

Сила, действующая на мишень, вычисляется следующим образом:

$$\mathbf{F}_T = \sum_{i=1}^I \sum_{j=0}^{J-1} d\mathbf{F}_T^{ij}. \quad (14)$$

ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Определим с использованием предложенного подхода силу, передаваемую ЭРД мишени цилиндрической формы. При проведении расчетов используем следующие исходные данные.

Высота цилиндра $h = 2.6$ м. Диаметр основания цилиндра $d = 2.2$ м. Мишень ориентирована относительно СКЭ следующим образом: $\phi = 0^\circ$, $\vartheta = 45^\circ$, $\psi = 45^\circ$. Вектор, определяющий положение центра масс мишени относительно СКЭ, принят таким: $\mathbf{L}_{ml} = [0, 0, 7]^T$ м. Расстояние между центром проецирования и плоскостью проецирования $f = 0.2$ м.

Параметры ЭРД следующие: начальный радиус $R_0 = 0.1$ м; масса ионов (ксенон) $m = 2.2 \cdot 10^{-25}$ кг; начальная плотность плазмы $n_0 = 2.6 \cdot 10^{16}$ м⁻³; на-

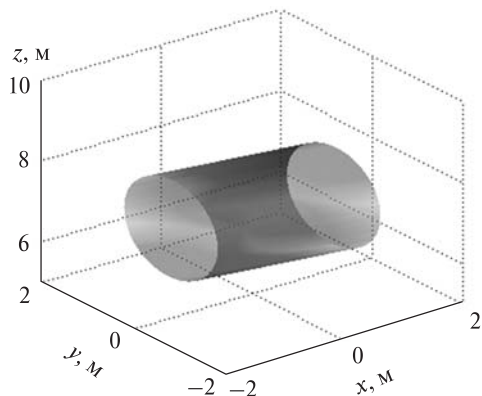


Рис. 3. Мишень в СКЭ

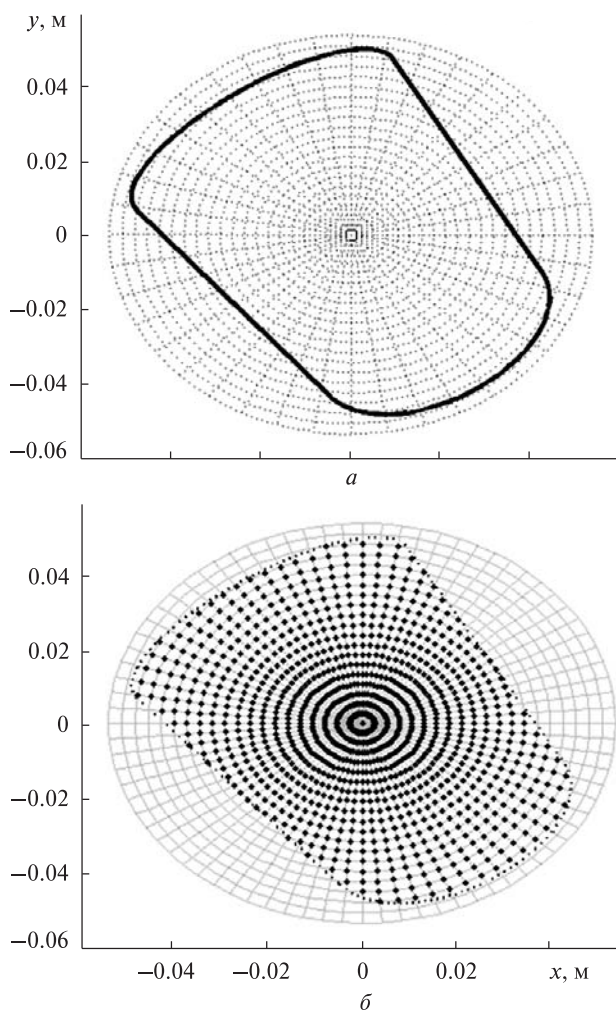


Рис. 4. Контур центральной проекции мишени на плоскость (а) и узлы сети конечных элементов луча электрореактивного двигателя, попадающие внутрь контура мишени (б)

чальная аксиальная скорость ионов $u_0 = 38$ км/с; число Маха $M_0 = 50$; угол расхождения луча $\alpha_0 = 15^\circ$.

На рис. 3 показана рассматриваемая мишень в СКЭ.

На рис. 4, а жирной линией изображен контур проекции мишени на плоскость, а пунктирной линией показано разбиение луча ЭРД на конечные элементы. На рис. 4, б жирными точками отмечены узлы сети конечных элементов луча, попадающие внутрь контура мишени. Для приведенных выше исходных данных вектор передаваемой мишени силы, вычисленный с использованием предлагаемого выше подхода, имеет следующие компоненты: $\mathbf{F} = [-0.487 \cdot 10^{-4}, 0.689 \cdot 10^{-4}, 0.07]^T$ Н.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНТУРА ПО ФОТОСНИМКУ МИШЕНИ

Для определения передаваемой силы на борту пастуха может быть использована фотокамера, так как ее объектив является физическим устройством, реализующим центральную проекцию мишени. При использовании фотоснимков мишени для определения передаваемой силы с использованием предложенного выше подхода необходимо определять координаты точек контура ее изображения на плоскости проецирования в СКПЛ. Для этого дополнительно используем следующие системы координат.

Система координат $O_S x_S y_S z_S$, связанная с чувствительным элементом фотокамеры (СКЧЭ), начало O_S которой расположено в оптическом центре плоскости проецирования. Ось $O_S z_S$ перпендикулярна к плоскости проецирования и направлена на фотографируемый объект, оси $O_S x_S$ и $O_S y_S$ параллельны центральным осям симметрии чувствительного элемента. Будем считать, что фотокамера установлена таким образом, что соответствующие оси систем координат $O_S x_S y_S z_S$ и $O_P x_P y_P z_P$ параллельны.

Начало O_C связанной с фотокамерой системы координат (СКК) $O_C x_C y_C z_C$ расположено в фокальной точке фотокамеры. Направления соответствующих осей СКЧЭ и СКК совпадают.

Пусть на выходе фотокамеры мы получаем черно-белое изображение мишени с передачей

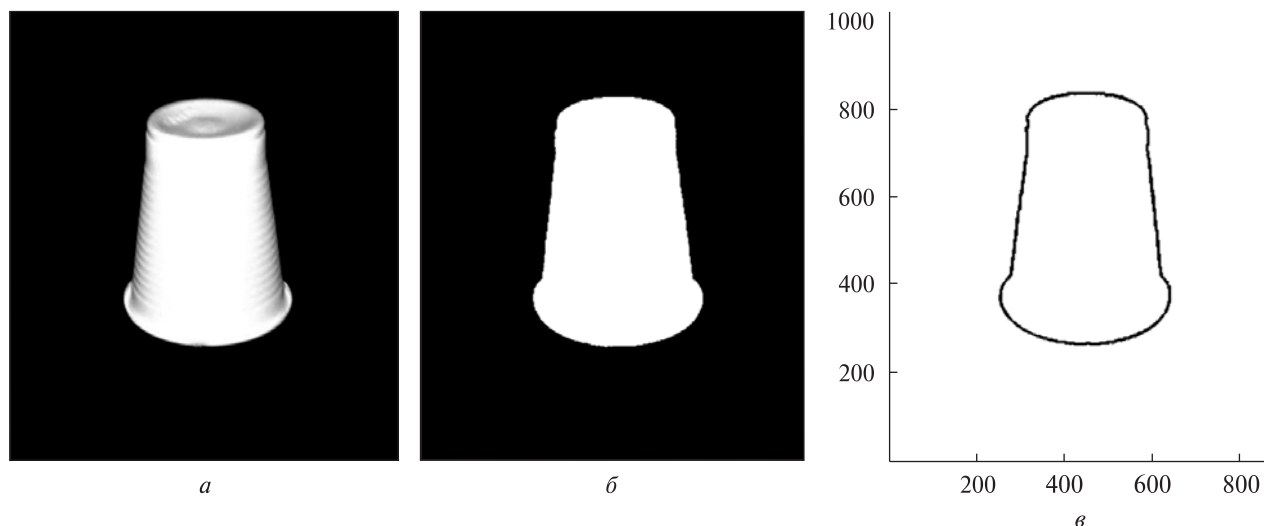


Рис. 5. Цифровая обработка изображения мишени

оттенков серого (рис. 5, *a*). Будем считать, что чувствительный элемент фотокамеры имеет N пикселей по горизонтали и M — по вертикали. Тогда такое изображение может быть описано в виде матрицы \mathbf{G} . Каждый элемент этой матрицы g_{nm} ($n=1, \dots, N$; $m=1, \dots, M$) может принимать значение в диапазоне от 0 до s , где s — количество оттенков серого. Выбирая некоторое пороговое значение g_{nm} , преобразуем изображение \mathbf{G} в бинарное (рис. 5, *б*), которое будем обозначать матрицей \mathbf{B} . Элементы b_{nm} этой матрицы могут принимать значения 0 или 1. Следующим шагом обработки изображения является выбор из матрицы \mathbf{B} пикселей, которые расположены на границе перехода белого и черного цвета и формируют контур мишени (рис. 5, *в*). Этот контур представим матрицей \mathbf{C} размерности $K \times 2$, где K — количество точек, формирующих контур. Элементы этой матрицы c_{k1} и c_{k2} — это горизонтальный и вертикальный индексы пикселя (k -точки) контура. Таким образом, точки контура заданы индексами соответствующих пикселей. Используя элементы матрицы \mathbf{C} можно получить координаты точек контура СКЧЭ следующим образом:

$$\begin{aligned} x_S^k &= \Delta(c_{k1} - n/2), \\ y_S^k &= \Delta(c_{k2} - m/2), \end{aligned} \quad (15)$$

где Δ — размер пикселя чувствительного элемента фотокамеры.

В случае, когда фокальная точка фотокамеры совпадает с вершиной воображаемого конуса луча, а ее фокусное расстояние равно f , системы координат СКЧЭ и СКПЛ совпадают, и выражения (12) определяют координаты точек искомого конура. Здесь следует отметить, что выбор плоскости проецирования на фокусном расстоянии камеры не представляет труда, однако установка камеры в вершину конуса луча ЭРД представляется проблематичной с технической точки зрения. В связи с этим рассмотрим случай, когда камера установлена со смещением относительно луча ЭРД на некоторое небольшое расстояние (0.1...0.2 м). Такое смещение будет приводить к тому, что получаемый по фотоснимкам контур мишени, будет отличаться от контура, используемого в предложенных алгоритмах. На рис. 6 линией 1 изображен контур, соответствующий случаю совпадения фокальной точки камеры и вершины воображаемого конуса луча, а линией 2 — контур для случая смещения камеры по оси ординат на 0.2 м.

Рассмотрим возможность коррекции координат точек контура, получаемых с использованием выражений (15). Векторы, определяющие множество точек мишени в СКК, могут быть

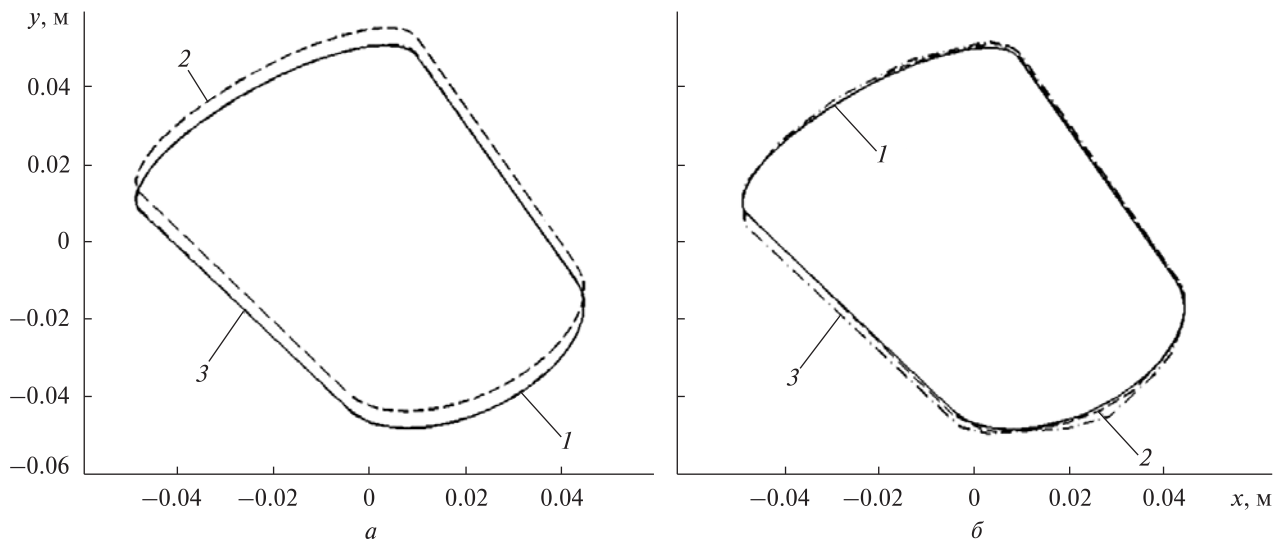


Рис. 6. Контур проекции мишени

найлены следующим образом:

$$\mathbf{P}'_c = \mathbf{P}'_T + \mathbf{L}_{TC}, \quad (16)$$

где $\mathbf{L}_{TC} = [\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}]^T$ — вектор, определяющий положение начала СКК относительно СКЭ.

С учетом выражений (8) и (15) координаты точек мишени, спроецированные на плоскость чувствительного элемента фотокамеры, определяются следующим образом:

$$x'_s = f \frac{x'_T + \tilde{x}}{z'_T + \tilde{z}}, \quad y'_s = f \frac{y'_T + \tilde{y}}{z'_T + \tilde{z}}. \quad (17)$$

Принимая во внимание тот факт, что можно выбрать такое расположение камеры, для которого $\tilde{z} = 0$, и сравнивая формулы (8) и (14), можно записать выражения для получения координат точек контура с учетом смещения камеры:

$$x'_p = x'_s - \frac{\tilde{x}}{z'_T}, \quad y'_p = y'_s - \frac{\tilde{y}}{z'_T}. \quad (18)$$

Однако выражения (18) не могут быть использованы непосредственно для коррекции контура, поскольку определить величину z'_T для каждой рассматриваемой точки не представляется возможным. Тем не менее, вместо точных значений z'_T можно использовать какое-либо их приближенное значение. Например, для всех точек можно использовать z_0 — расстояние от

вершины вообразяемого конуса луча до центра масс мишени. С учетом этого выражения (18) примут вид

$$x'_p = x'_s - \frac{\tilde{x}}{z_0}, \quad y'_p = y'_s - \frac{\tilde{y}}{z_0}. \quad (19)$$

На рис. 6, а линией 3 изображен скорректированный с использованием выражений (18) контур, вычисленный по снимку, который получен смещенной фотокамерой. Из этого рисунка видно, что скорректированный контур практически совпадает с контуром, полученным несмещенной камерой (линия 1). На рис. 6, б представлены результаты определения контура мишени с учетом неточности определения положения ее центра масс. При проведении расчетов принято, что ошибка определения положения центра масс представляет собой случайную величину с нормальным законом распределения и нулевым математическим ожиданием. Контур 2 получен для среднего квадратичного отклонения $\sigma = 1$ м, контур 3 — для $\sigma = 1.5$ м. Видно, что приемлемые результаты определения контура мишени обеспечиваются даже при достаточно грубом определении относительного положения центра масс. Такая точность определения положения центра масс может быть обеспечена с использованием известных в настоящее время аппаратных средств, например на базе технологий светово-

го определения расстояния до удалённых объектов с помощью активных оптических систем (LIDAR).

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПЕРЕДАВАЕМОЙ СИЛЫ

Общий алгоритм расчета передаваемой силы может быть представлен в виде следующих шагов.

1. Выбор плоскости проецирования.
2. Разбиение центральной проекции луча ЭРД на конечные элементы.
3. Определение контура центральной проекции мишени.
 - 3.А. При решении задач моделирования:
 - 3.А.1. Аппроксимация поверхности мишени сетью конечных элементов.
 - 3.А.2. Проецирование узловых точек сети конечных элементов на выбранную плоскость с использованием выражений (8).
 - 3.А.3. Вычисление контура проекции мишени путем решения задачи построения невыпуклого (выпуклого) многоугольника, характеризующего форму множества спроецированных на плоскость точек.
 - 3.Б. По фотоснимкам на орбите:
 - 3.Б.1. Преобразование исходного изображения в бинарное.
 - 3.Б.2. Определение пикселей, образующих контур проекции мишени.
 - 3.Б.3. Вычисление координат вершин многоугольника, аппроксимирующего контур мишени, с использованием (15).
 - 3.Б.4. Коррекция неточности определения контура мишени вследствие смещения камеры с использованием выражений (18).
4. Определение конечных элементов луча, попадающих в область, ограниченную контуром проекции мишени, путем решения задачи о принадлежности узловых точек элемента луча многоугольнику.
5. Вычисление векторов элементарных сил для отобранных на предыдущем шаге конечных

элементов с использованием формул (10) — (13).

6. Вычисление вектора передаваемой силы путем суммирования элементарных сил (14).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для решения задач бесконтактного удаления космического мусора предложено использование центральной проекции мишени при определении передаваемой потоком ионов ЭРД силы. Такой подход, а также предложенные в работе алгоритмы, обладают существенными преимуществами по сравнению с предлагаемыми ранее, поскольку для их реализации не требуется информация о точной форме, размерах и ориентации объекта космического мусора, а требуется лишь информация о контуре его центральной проекции. Для получения изображения центральной проекции мишени на орбите предложено использовать фотокамеру. Разработаны алгоритмы вычисления контура мишени и определения на основании этого контура элементов луча, попадающих на уводимый объект. Исследованы вопросы неточности определения контура мишени вследствие несовпадения фокальной точки фотокамеры с вершиной воображаемого конуса луча. Предложены алгоритмы коррекции контура, определенного по фотоснимкам смещенной камеры. Проведены численные расчеты, иллюстрирующие эффективность предложенного подхода. Представлен общий алгоритм обработки фотоснимков для получения контура мишени, однако в этом направлении целесообразно проведение дополнительных исследований с учетом реальных получаемых на орбите изображений, что может быть предметом дальнейших разработок.

Представленные результаты получены при выполнении проекта LEOSWEEP, финансируемого в рамках 7-й Европейской рамочной программы (грант № N.607457).

1. *Bombardelli C., Herrera J., Iturri A., Pelaez J.* Space debris removal with bare electrodynamic tethers // Proceedings of the 20th AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting. — San Diego, CA. — 2010.
2. *Bombardelli C., Merino M., Ahedo E., et al.* Ariadna call for ideas: Active removal of space debris ion beam shepherd for contactless debris removal // Technical report. — 2011. — 90 p.
3. *Bombardelli C., Peláez J.* Ion Beam Shepherd for Contactless Space Debris Removal // JGCD. — 2011. — **34**, N 3. — P. 916—920.
4. *Bombardelli C., Urrutxua H., Merino M., et al.* Relative dynamics and control of an ion beam shepherd satellite // Spaceflight mechanics. — 2012. — **143**. — P. 2145—2158.
5. *Bondarenko S., Lyagushin S., Shifrin G.* Prospects of using lasers and military space technology for space debris removal // Second European Conference on Space Debris. — 1997. — **393**. — P. 703.
6. *Cichocki F., Merino M., Ahedo E.* Collisionless Plasma thruster plume expansion model // 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. — 2014.
7. *De Berg M., Van Kreveld M., Overmars M., Schwarzkopf O.* Computational geometry: Algorithms and applications — N.Y.: Springer, 2000. — 360 p.
8. *Duckham M., Kulik L., Worboys M., Galton A.* Efficient generation of simple polygons for characterizing the shape of a set of points in the plane // Pattern Recognition. — 2008. — **41**, N 10. — P. 2965—3270.
9. *Frey P. J., George P. L.* Mesh generation application to finite elements // HERMES Science Europe Ltd. — 2000. — 814 p.
10. *Hormann K., Agathos A.* The point in polygon problem for arbitrary polygons // Comput. Geom. Theory Appl. — 2001. — 20. — P. 131—144.
11. *Liou J.-C., Anilkumar A. K., Bastida B., et al.* Stability of the Future Leo Environment — an IADC Comparison Study // Proc. “6th European Conference on Space Debris” Darmstadt, Germany, 22—25 April 2013 (ESA SP-723, August 2013). — 2013.
12. *Phipps C. R., Reilly J. P.* ORION: Clearing Near-Earth Space Debris in Two Years Using a 30-kW Repetitively-Pulsed Laser // SPIE Proceedings of the International Society for Optical Engineering. — 1997. — P. 728—731.
13. *Takeichi N.* Practical Operation Strategy for Deorbit of an Electrodynamic Tethered System // J. Spacecraft and Rockets. — 2006. — **43**, N 6. — P. 1283—1288. — doi:10.2514/1.19635.

Стаття надійшла до редакції 12.02.15

REFERENCES

1. *Bombardelli C., Herrera J., Iturri A., Pelaez J.* Space debris removal with bare electrodynamic tethers. Proceedings of the 20th AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting. (San Diego, CA, 2010).
2. *Bombardelli C., Merino M., Ahedo E., et al.* Ariadna call for ideas: Active removal of space debris ion beam shepherd for contactless debris removal. Technical report, 90 p. (2011).
3. *Bombardelli C., Peláez J.* Ion Beam Shepherd for Contactless Space Debris Removal. JGCD. 34(3), 916—920 (2011).
4. *Bombardelli C., Urrutxua H., Merino M., et al.* Relative dynamics and control of an ion beam shepherd satellite. Spaceflight mechanics, 143, 2145—2158 (2012).
5. *Bondarenko S., Lyagushin S., Shifrin G.* Prospects of using lasers and military space technology for space debris removal. Second European Conference on Space Debris, 393, P. 703 (1997).
6. *Cichocki F., Merino M., Ahedo E.* Collisionless Plasma thruster plume expansion model. 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. (2014).
7. *De Berg M., Van Kreveld M., Overmars M., Schwarzkopf O.* Computational geometry: Algorithms and applications, 360 p. (Springer, N.Y., 2000).
8. *Duckham M., Kulik L., Worboys M., Galton A.* Efficient generation of simple polygons for characterizing the shape of a set of points in the plane. Pattern Recognition, 41(10), 2965—3270 (2008).
9. *Frey P. J., George P. L.* Mesh generation application to finite elements, 814 p. (HERMES Science Europe Ltd, 2000).
10. *Hormann K., Agathos A.* The point in polygon problem for arbitrary polygons. Comput. Geom. Theory Appl. 20, 131—144 (2001).
11. *Liou J.-C., Anilkumar A. K., Bastida B., et al.* Stability of the Future Leo Environment — an IADC Comparison Study. Proc. “6th European Conference on Space Debris” Darmstadt, Germany, 22—25 April 2013 (ESA SP-723, August 2013) (2013).
12. *Phipps C. R., Reilly J. P.* ORION: Clearing Near-Earth Space Debris in Two Years Using a 30-kW Repetitively-Pulsed Laser. SPIE Proceedings of the International Society for Optical Engineering, 728—731 (1997).
13. *Takeichi N.* Practical Operation Strategy for Deorbit of an Electrodynamic Tethered System. J. Spacecraft and Rockets, 43(6), 1283—1288 (2006) doi:10.2514/1.19635.

А. П. Алпатов¹, А. Е. Закржевський², М. Меріно³,
А. А. Фоков¹, С. В. Хорошилов¹, Ф. Ціхоцький³

¹ Інститут технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України, Дніпропетровськ

² Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка Національної академії наук України, Київ

³ Мадридський університет імені Карлоса III, Леганес, Іспанія

ВИЗНАЧЕННЯ СИЛИ ВПЛИВУ ФАКЕЛА ЕЛЕКТРОРЕАКТИВНОГО ДВИГУНА НА ОРБІТАЛЬНИЙ ОБ'ЄКТ

Запропоновано підхід для визначення сили впливу факелу електрореактивного двигуна на орбітальний об'єкт за його центральною проекцією на обрану площину. Для одержання зображення центральної проекції об'єкта використано фотокамеру. Розроблено алгоритми обчислення контуру проекції об'єкта, визначення на підставі цього контуру елементів променя, які попадають на його поверхню, а також розрахунку сили впливу.

Ключові слова: орбітальний об'єкт, факел електрореактивного двигуна, центральна проекція, сила, що передається.

A. P. Alpatov¹, A. E. Zakrzhevskii², M. Merino³,
A. A. Fokov¹, S. V. Khoroshylov¹, F. Cichocki³

¹ Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Science of Ukraine and the State Space Agency of Ukraine, Dnipropetrovsk

² S. P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Science of Ukraine, Kiev

³ Universidad Carlos III de Madrid, Leganés, Spain

DETERMINATION OF A FORCE TRANSMITTED BY A PLUME OF AN ION THRUSTER TO AN ORBITAL OBJECT

An approach to determine the force transmitted to an orbital object by the plume of the ion thruster using its central projection on a selected plane has been proposed. A photo camera has been used to obtain the image of the object central projection. We developed the algorithms, which allow 1) to calculate the transmitted force, including determination of the contour of the object projection, and 2) to calculate, using this contour, the ion beam elements, which irradiate the surface.

Keywords: orbital object, plume of electric thruster, central projection, transmitted force.