

Ю. П. Ладиков-Роев, А. А. Логинов, О. К. Черемных

Институт космических исследований

Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины, Киев

ВЛИЯНИЕ ВИБРАЦИЙ НА ПРОЦЕСС КРИСТАЛЛИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ КОСМИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

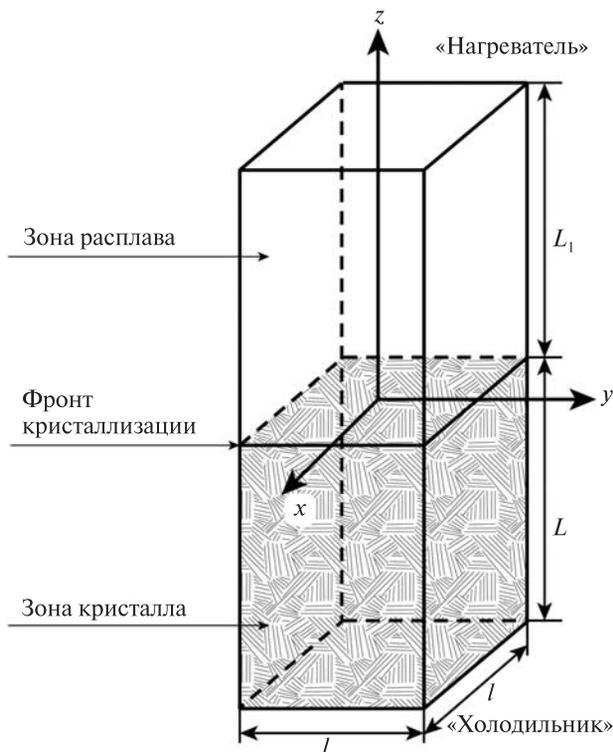
Рассмотрено влияние однородной вибрации на стойкость фронта кристаллизации в призматической ампуле в условиях микрогравитации. Проанализированы вертикальная и горизонтальная вибрации. Установлено, что горизонтальная вибрация вызывает искривление фронта кристаллизации, что может приводить к нарушению равновесия расплава и ухудшению качества кристалла. Вертикальная вибрация приводит к активному перемешиванию расплава и может при определенных условиях приводить к улучшению характеристик кристалла.

Ключевые слова: кристаллизация, космический эксперимент, микрогравитация, вибрация, устойчивость, управление.

Процессы кристаллизации в условиях микрогравитации являются объектом пристального внимания со стороны многих исследователей, занимающихся изучением поведения веществ при фазовых переходах в условиях проведения технологических космических экспериментов на космических аппаратах [4, 11]. Несмотря на то что подобные исследования ведутся уже в течение последних сорока лет [9, 11, 12], обнадеживающие результаты стали появляться только в последнее время. В частности, экспериментальные исследования осуществляются в установках кристаллизации по методу Бриджмена [3–6, 8, 10, 11], в которых процесс кристаллизации осуществляется в цилиндрической ампуле, которая перемещается из зоны нагревателя в зону холодильника. В таких установках часть вещества находится в ампуле в виде расплава. Гидродинамические процессы в расплаве [1, 6, 7] определяют поток примесей на фронт кристаллизации, что определяет качество кристалла. Поэтому пред-

ставляют практический интерес задачи исследования таких процессов, а также возможных механизмов управления ими для целенаправленного воздействия на процесс кристаллизации.

Одним из необходимых условий нормального роста кристаллов в условиях космоса является наличие плоского фронта кристаллизации [2, 4, 6]. Искривление фронта кристаллизации вызвано гидродинамическими течениями в расплаве. При этом искривленная поверхность способствует неоднородному распределению в растущем кристалле примесей, что ухудшает качества последнего. Поэтому исследования, связанные с созданием полей (тепловых, вибрационных, электромагнитных), которые позволяют осуществлять управление гидродинамическими течениями в жидкой фазе вещества с целью улучшения процесса кристаллизации, в частности, создание плоского неискривленного фронта вызывают большой интерес. Ниже рассматривается влияние однородной вертикальной и горизонтальной вибраций на устойчивость фронта кристаллизации в призматической ампуле, в ко-



торой процесс кристаллизации осуществляется по методу Бриджмена. Выбранная геометрия ампулы (см. рисунок) позволяет аналитически исследовать рассматриваемую проблему.

Рассмотрим общую постановку задачи о возбуждении конвекции при наличии быстрой вибрации.

Если ампула осуществляет гармонические колебания с частотой ω и амплитудой a , ускорение может быть представлено в виде

$$g_1 = \mathbf{g} - a\omega^2 \mathbf{k}_0 \sin \omega t, \quad (1)$$

где \mathbf{g} — ускорение свободного падения, \mathbf{k}_0 — единичный вектор, направленный вдоль оси вибрации. Тогда уравнение Навье — Стокса для течения расплава с учетом вибрации будет иметь вид

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right] = -\text{grad } p + \mu \Delta \mathbf{V} + \rho b \omega \mathbf{k} \sin \omega t, \quad (2)$$

где $b = \omega a$.

Основной причиной возникновения конвективного движения среды является зависимость ее плотности от температуры. Поскольку в ам-

пуле отклонения температуры T от температуры плавления T_n невелики, то зависимость плотности от температуры может быть представлена в виде

$$\rho = \rho_0 + \frac{\partial \rho}{\partial T} (T - T_n) = \rho_0 [1 - \beta (T - T_n)],$$

$$\beta = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial T}. \quad (3)$$

Здесь ρ_0, T_n — плотность и температура на фронте кристаллизации.

С учетом введенных обозначений уравнение (3) в приближении Буссинеска для возмущенного состояния имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \text{grad } p - g\beta T \bar{\gamma} + \beta T b \omega \mathbf{k} \sin \omega t + \nu \Delta \mathbf{V}, \quad (4)$$

где $\bar{\gamma}$ — единичный вектор, направленный вверх по оси z .

К уравнению (4) необходимо добавить также уравнения теплопроводности и неразрывности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) T = \chi \Delta T, \quad (5)$$

$$\text{div} \mathbf{V} = 0, \quad (6)$$

где χ — коэффициент температуропроводности.

Уравнения (4) — (6) в безразмерных переменных имеют вид

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\text{grad } p + \Delta \mathbf{V} - R_g T \bar{\gamma} + R_\omega T \mathbf{k} \sin \omega t,$$

$$P_r \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) T = \Delta T, \quad (7)$$

$$\text{div} \mathbf{V} = 0.$$

Здесь

$$P_r = \frac{\nu}{\chi}, \quad R_g = \frac{\beta \theta g l^3}{\nu \chi}, \quad R_\omega = \frac{\beta b \cdot \omega l^3}{\nu \chi},$$

T_n — температура нагревателя, $\theta = T_n - T_n$ — характерная разность температур, l — характерный размер.

В кристаллической части исследуемого вещества скорость равна нулю, а температура T_k удовлетворяет уравнению теплопроводности

$$P_{rk} \frac{\partial T_k}{\partial t} = \Delta T_k, \quad P_{rk} = \frac{\nu}{\chi_k}, \quad (8)$$

где χ_k — коэффициент теплопроводности вещества в кристаллическом состоянии.

Скорость конвективного движения в расплаве должна удовлетворять на твердых стенках и вертикальной границе расплава условию равенства нулю нормальной и касательной составляющих: $\mathbf{V} \times \mathbf{n} = 0$, $\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = 0$. Возмущения температуры на тех же границах должно обращаться в нуль. На конце кристаллической зоны $z = L$ возмущения температуры в кристалле также равны нулю ($T_k = 0$). На фронте кристаллизации должны выполняться условия равенства потоков массы.

В условиях быстрых вибраций используется метод различных временных масштабов [6]. Вводятся три масштаба времени: быстрое время $t_- = \omega t$, время рассматриваемого процесса $t_0 = t$ и медленное время $t_1 = \omega^{-1} t$. При этом производная по времени от любой характеристики про-

цесса $f(t)$ определяется по формуле

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial f}{\partial t_-} + \frac{\partial f}{\partial t_0} + \varepsilon \frac{\partial f}{\partial t_1},$$

а все характеристики задачи представляются в виде $f = \varepsilon^{-1} f_- + f_0 + \varepsilon f_1$ где ε — малый параметр. Использование метода позволяет разделить задачу на уравнения по каждому из характерных времен. Полученное основное уравнение для процесса кристаллизации решалось методом Галеркина. В результате построена табл. 1 для критических параметров, приводящих к неустойчивости фронта кристаллизации как в случае горизонтальных, так и вертикальных вибраций. Здесь $k = (2m+1)\pi/2$ и $s = n\pi/l$ стоят в аргументах тригонометрических функций, вхо-

Таблица 1. Критические значения параметров устойчивости фронта кристаллизации в призматической ампуле при вертикальной вибрации $L = 1$, $Pr = 20$, $Pr_T = 22$, $R_\lambda = 900$, $L_1 = L$

	$m = 1$	$m = 2$
$n = 1$	$k = 4.71, s = 3.14, R_c = 265,$ $\frac{16}{9ks} R_c = 32, \frac{16}{9ks} = 0.12,$ $\frac{32k}{9s(s^2 + 2k^2)} = 0.1$	$k = 4.71, s = 6.28, R_c = 530,$ $\frac{16}{9ks} R_c = 32, \frac{16}{9ks} = 0.06,$ $\frac{32k}{9s(s^2 + 2k^2)} = 0.03$
$n = 2$	$k = 7.85, s = 3.14, R_c = 4844,$ $\frac{16}{9ks} R_c = 3491, \frac{16}{9ks} = 0.07,$ $\frac{32k}{9s(s^2 + 2k^2)} = 0.07$	$k = 7.85, s = 6.28, R_c = 6322,$ $\frac{16}{9ks} R_c = 228, \frac{16}{9ks} = 0.04,$ $\frac{32k}{9s(s^2 + 2k^2)} = 0.03$

Таблица 2. Критические значения параметров устойчивости фронта кристаллизации в призматической ампуле, испытывающей горизонтальную вибрацию при $L = 1$, $Pr = 20$, $Pr_T = 22$, $R_\lambda = 900$, $L_1 = L$

	$m = 1$	$m = 2$
$n = 0$	$s = 3.14, k = 1.7, p = 1.7$ $Ra + 0.025R_\omega = 2$ $a_{13} = -0.011$	$s = 6.28, k = 1.7, p = 1.7$ $Ra + 0.0096R_\omega = 47$ $a_{13} = -0.0054$
$n = 1$	$s = 3.14, k = 4.71, p = 4.71$ $Ra + 0.008R_\omega = 265$ $a_{13} = 0.0027$	$s = 6.28, k = 4.71, p = 4.71$ $Ra - 0.005R_\omega = 530$ $a_{13} = 0.0007$
$n = 2$	$s = 3.14, k = 7.85, p = 7.85$ $Ra + 0.0009R_\omega = 4844$ $a_{13} = 0.0008$	$s = 6.28, k = 7.85, p = 7.85$ $Ra - 0.0038R_\omega = 6322$ $a_{13} = -0.00035$

дящих в пробные функции, суммы произведений которых для неизвестных величин задачи подбираются так, чтобы удовлетворять уравнениям модели и граничным условиям, а m и n — целые положительные числа, $R_\omega = \beta b \omega l^3 / (\nu \chi)$, $R_\lambda = \rho \lambda \nu / (\chi \theta)$ (λ — удельная теплота плавления на поверхности фронта кристаллизации), $R_a = \beta g \theta l^3 / (\nu \chi)$, $R_1 = \beta \theta$.

Для случая вертикальной вибрации устойчивость определяется критическим числом

$$R_c = \frac{16}{9ks} \left(R_a + \frac{2R_\omega R_1 k^2}{s^2 + k^2} \right).$$

Показано, что вертикальная вибрация способствует более «мягким» условиям возникновения конвекции. Даже когда число Релея равняется нулю ($g = 0$), быстрая вибрация может привести к конвективному перемешиванию, т. е. в космических условиях такая вибрация создает активное перемешивание расплава, чем воздействует на направление потоков вредных примесей.

Для горизонтальной вибрации рассмотрены два способа подогрева расплава: снизу и сверху. В качестве примера в табл. 2 приведено критические значения параметров при горизонтальной вибрации и подогреве снизу.

Для первого случая показано, что потеря устойчивости равновесия начинается раньше, при длинноволновых возмущениях. Кроме того установлено, что в коротких ампулах неустойчивость развивается при меньших числах Релея, чем в случае длинных ампул. Для второго случая, показано, что неустойчивость может также возникать на длинноволновых возмущениях при условии, что коэффициент вибрации R_ω сравнивается с числом Релея. Также показано, что в коротких ампулах неустойчивость возникает при меньших частотах вибрации чем в длинных.

Таким образом, вибрация вызывает искривление фронта кристаллизации, что может служить объяснением возникновения радиальных градиентов температуры, которые приводят к нарушению механического равновесия расплава, ухудшению качества кристалла. Вертикальная вибрация также приводит к активному перемешиванию расплава, но может при определенных условиях приводить к улучшению характеристик кристалла.

1. Акименко В. В., Черемных О. К. Моделирование вихревых течений на фоне двумерного процесса конвективного теплообмена // Пробл. управления и информатики. — 2004. — № 2. — С. 44—55.
2. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. — М.: Наука, 1972. — 392 с.
3. Долгих Г. А., Феоньчев А. И. Численное исследование процессов тепло- и массообмена при направленной кристаллизации в условиях невесомости // Проблемы механики и теплообмена в космической технике. — М.: Машиностроение, 1982.
4. Земсков В. С. Новые научные представления о процессах, сопровождающих направленную кристаллизацию расплавов, — итог экспериментов по выращиванию кристаллов полупроводников на космических аппаратах // VII Рос. симп. «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем: Сб. тр. — М.: ИПМ РАН, 2001. — С. 34—51.
5. Клименко Ю. А., Ладиков-Роев Ю. П., Черемных О. К., Сальников Н. Н. Исследование температурных полей и геометрии фронта при кристаллизации вещества по методу Бриджмена // Пробл. управления и информатики. — 2003. — № 5. — С. 27—37.
6. Ладиков-Роев Ю. П., Черемных О. К. Математические модели сплошных сред. — Киев, Наук. думка, 2010. — 552 с.
7. Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А. Динамика поверхности раздела в вибрационных полях. — М.: Физматгиз, 2003. — 72 с.
8. Сальников Н. Н., Клименко Ю. А., Ладиков-Роев Ю. П., Черемных О. К. Об условиях реализации плоского фронта кристаллизации в цилиндрической ампуле в установке Бриджмена // Пробл. управления и информатики. — 2003. — № 5. — С. 36—50.
9. Современная кристаллография: В 4 т. — М.: Наука, 1980. — Т. 3: Образование кристаллов / А. А. Чернов, Е. И. Гаваргизов, Х. С. Богдарасов и др. — 408 с.
10. Шпак А. П., Ладиков-Роев Ю. П., Рабочий П. П. и др. Исследование стационарных режимов в установке кристаллизации по методу Бриджмена // Космічна наука і технологія. — 2003. — 9, № 5/6. — С. 24—29.
11. Шпак А. П., Федоров О. П., Берсудский Е. И., Живолуб Е. Л. Некоторые проблемы исследования процессов направленного затвердевания в условиях микрогравитации (создание установки МОРФОС) // Космічна наука і технологія. — 2002. — 8, № 5/6. — С. 19—27.
12. Flemings M. Solidification Processing. — N.-Y., 1974. — 354 p.

Стаття надійшла до редакції 19.12.14

Ю. П. Ладиков-Роев, О. О. Логінов, О. К. Черемних

Інститут космічних досліджень
Національної академії наук України
і Державного космічного агентства України, Київ

ВПЛИВ ВІБРАЦІЙ НА ПРОЦЕС КРИСТАЛІЗАЦІЇ В УМОВАХ КОСМІЧНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

Розглянуто вплив однорідної вібрації на стійкість фронту кристалізації у призматичній ампулі в умовах мікрогравітації. Проаналізовано вертикальну та горизонтальну вібрації. Виявлено, що горизонтальна вібрація спричинює викривлення фронту кристалізації що може погіршити якість кристалу. Вертикальна вібрація призводить до активного перемішування розплаву і за певних умов може покращити характеристику кристала.

Ключові слова: кристалізація, космічний експеримент, мікрогравітація, вібрація, стійкість, управління.

Yu. P. Ladikov-Roey, O. O. Loginov, O. K. Cheremnykh

Space Research Institute
of the National Academy of Science of Ukraine
and the National Space Agency of Ukraine, Kyiv

STABILITY OF CRYSTALLIZATION FRONT IN PRIZMATICAL AMPULE UNDER FAST VIBRATION

The influence of uniform vibration on the stability of crystallization front in prismatical ampule under microgravitation conditions is considered. The vertical and horizontal vibrations are studied. It is established that horizontal vibration causes curving of the crystallization front, which results in a worsening of crystal quality. Vertical vibration induces agitation of melt and, under certain conditions, may improve crystal characteristics.

Key words: crystallization, space experiment, microgravity, vibration, stability, control.