

---

УДК 629.7.05

**А. И. Ткаченко**

Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем  
Национальной академии наук Украины и Министерства образования и науки Украины, Киев

## **О КООРДИНАТНОЙ ПРИВЯЗКЕ НАЗЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ ПО КОСМИЧЕСКИМ СНИМКАМ**

---

*Решается задача оценки местоположения точечного объекта на реальной поверхности Земли по снимкам с орбиты космического аппарата. Решение не ограничивается никакими допущениями о форме Земли. Дополнительно решается вспомогательная задача полетной геометрической калибровки бортовой съемочной камеры и звездного датчика космического аппарата.*

***Ключевые слова:** координатная привязка, полетная геометрическая калибровка, съемочная камера, звездный датчик.*

---

Назначение настоящей работы — обосновать методику и алгоритмы координатной привязки наземных объектов, включительно с предварительной полетной калибровкой и спецификой съемки, выявить факторы, влияющие на точность полетной калибровки и координатной привязки, сформулировать рекомендации по усовершенствованию и уточнению результатов привязки. Ввиду значительного внимания к рассматриваемой задаче в доступных публикациях [9, 11] работа не претендует на абсолютную оригинальность.

Ниже под координатной привязкой понимаем определение местонахождения точечного наземного объекта в конкретной пространственной системе координат, связанной с вращающейся Землей. Подразумевается, что параметры упомянутого местонахождения можно при необходимости однозначно преобразовать в иную земную систему координат. В прикладной кос-

монавтике для выполнения координатной привязки наземных объектов используются снимки участков земной поверхности с борта космического аппарата (КА).

Реализация возможностей высокоточной съемочной аппаратуры КА применительно к координатной привязке упирается в остаточную неопределенность углового положения съемочной камеры относительно бортовых средств определения ориентации, таких как звездный датчик. Это препятствие устраняется посредством процедур полетной геометрической калибровки, обеспечивающих оценку и последующее исключение углового рассогласования камеры и звездного датчика в корпусе КА. Распространенный способ полетной геометрической калибровки основан на съемках координатно привязанных наземных ориентиров [7, 10, [http://www.isprs.org/proceedings/2008/euroCOW08/euroCOW08\\_files/papers/21.pdf](http://www.isprs.org/proceedings/2008/euroCOW08/euroCOW08_files/papers/21.pdf)]. Смысл полетной калибровки — уточнение положения снимков, выполняемых камерой, в базисе звездного датчика.

---

© А. И. ТКАЧЕНКО, 2015

### ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В точке  $O$  низкоорбитального околоземного КА с его корпусом связаны съемочная камера, звездный датчик и аппаратура потребителя системы позиционирования типа GPS. Свяжем с камерой правую ортогональную систему координат  $xyz$  с ортонормированным базисом  $\mathbf{K}$  и началом в точке  $O$ , а со звездным датчиком — такую же систему координат  $123$  с ортонормированным базисом  $\mathbf{E}$  и тем же началом. Направим ось  $z$  по оптической оси камеры в сторону, противоположную объекту съемки, а ось  $3$  — по оптической оси звездного датчика на наблюдаемый участок неба. Местоположение некоторого точечного изображения на чувствительной площадке камеры характеризуется его координатами  $x$  и  $y$ . При этом значения  $x = 0$ ,  $y = 0$  относятся к главной точке снимка — точке пересечения оптической оси камеры с чувствительной площадкой. Введем еще правые ортонормированные геоцентрические координатные базисы:  $\mathbf{I}$  — инерциальный — и  $\mathbf{J}$  («земной»), связанный с вращающейся Землей. Конкретизация направлений ортов этих базисов не важна для дальнейшего изложения. Существенно лишь, что в любой момент  $t$  взаимная ориентация базисов  $\mathbf{I}$  и  $\mathbf{J}$  известна в виде нормированного кватерниона  $D(t)$  с точностью, соответствующей точности бортового времени. Звездный датчик определяет параметры ориентации своего базиса  $\mathbf{E}$  относительно инерциального базиса  $\mathbf{I}$  в виде нормированного кватерниона  $\Lambda(t)$ . Ориентацию базиса камеры  $\mathbf{K}$  относительно  $\mathbf{E}$  охарактеризуем нормированным кватернионом  $Q = \text{const}$ . Далее представления физических векторов в базисах  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{K}$  отмечаем соответствующими нижними индексами, так что для некоторого вектора  $\mathbf{r} \in R^3$  [2]

$$\mathbf{r}_J = D \circ \mathbf{r}_I \circ \bar{D}, \quad \mathbf{r}_I = \Lambda \circ \mathbf{r}_E \circ \bar{\Lambda}, \quad \mathbf{r}_E = Q \circ \mathbf{r}_K \circ \bar{Q}. \quad (1)$$

Символ  $\circ$  означает умножение кватернионов. Надчеркиванием отмечается сопряженный кватернион. По данным GPS определяется представление  $\mathbf{R}_J$  геоцентрического радиуса-вектора точки  $O$  в инерциальном базисе. Задача координатной привязки, как она рассматривается далее, состоит в том, чтобы, зная кватернион  $Q$  и используя синхронно полученные значения  $\mathbf{R}_J$ ,

$\Lambda$  и координат изображения точечного наземного объекта на чувствительной площадке камеры, оценить геоцентрический радиус-вектор этого объекта в базисе  $\mathbf{J}$ .

На практике точность, с которой известен кватернион  $Q$  в момент выхода КА на орбиту, обычно не соответствует требованиям к координатной привязке. Представим доступную аппроксимацию кватерниона  $Q$  в форме  $Q^* = M \circ Q$ , где  $M = \mu_0 + \boldsymbol{\mu}$  — нормированный кватернион с векторной частью  $\boldsymbol{\mu}$  и скалярной частью  $\mu_0$ , характеризующий ошибку задания ориентации базиса  $\mathbf{K}$  относительно  $\mathbf{E}$ ;  $\|\boldsymbol{\mu}\| = (\boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\mu})^{1/2} \ll 1$ . Здесь и далее звездочкой отмечаются модельные (вычисленные или измеренные) значения векторных или кватернионных объектов, в отличие от фактических значений, индексом  $T$  — транспонирование. Если  $\boldsymbol{\theta}_E = [\theta_1 \theta_2 \theta_3]^T = \text{const}$  — вектор малого поворота, характеризующий отклонение доступного числового образа базиса  $\mathbf{E}$  от фактического положения этого базиса, то  $\boldsymbol{\theta}_E \approx 2\boldsymbol{\mu}$ . Величины  $\theta_1, \theta_2$  суть ошибки идентификации направления оптической оси камеры и положения плоскости снимка в базисе  $\mathbf{E}$ , а  $\theta_3$  — ошибка положения самого снимка в его плоскости. Полагаем, что для оценки кватерниона  $M$  доступны наблюдению координатно привязанные точечные объекты — наземные ориентиры, сосредоточенные, например, на подспутниковом полигоне [<http://readings.gmik.ru/lecture/2003-PODSPUTNIKOVYIY-POLIGON-S-SOSREDO-TOCHENNOY-INFRASTRUKTUROY-DLYA-KALIBROVKI-DATCHIKOVOY-APPARATURIKOSMICHESKIH-SREDSTV-DISTANTSIONNOGO-ZONDIROVANIYA-ZEMLI>]. Полетная геометрическая калибровка — задача, в некотором смысле обратная координатной привязке. Необходимо, используя заданные координаты ориентиров в земном базисе  $\mathbf{J}$ , измеренные значения  $\mathbf{R}_J$ ,  $\Lambda$  и координаты изображений ориентиров на чувствительной площадке камеры, оценить кватернион  $M$ . Затем взаимная ориентация камеры и звездного датчика уточняется посредством замены  $Q^*$  кватернионом

$$Q^0 = \bar{M} \circ Q^*. \quad (2)$$

Детали постановки обеих названных задач конкретизируем по ходу их решения.

## АЛГОРИТМ И ОСОБЕННОСТИ ПОЛЕТНОЙ КАЛИБРОВКИ

Пусть в момент времени  $t = t_i$  камера формирует снимок участка земной поверхности по трассе полета или вблизи нее, на котором находятся  $N_L$  точечных ориентиров:  $\mathbf{r}_{mJ}$  — заданный геоцентрический радиус-вектор  $m$ -го ориентира ( $m = 1, \dots, N_L$ ). Пусть  $O_i$  — положение точки  $O$  в момент  $t_i$  ( $i = 1, \dots, N_s$ ),  $\mathbf{R}_{iJ}$  — геоцентрический радиус-вектор точки  $O_i$ , найденный по данным GPS;  $\mathbf{R}_{iJ} = D_i \circ \mathbf{R}_{iJ} \circ \bar{D}_i$ , где  $D_i = D(t_i)$ . Направление от точки  $O_i$  на  $m$ -й ориентир при  $t = t_i$  определяется в базе  $\mathbf{K}$  вектором  $\mathbf{s}_{miK} = [x_{mi} \ y_{mi} - f]^T$ , где  $x_{mi}, y_{mi}$  — координаты изображения  $m$ -го ориентира на чувствительной площадке камеры в базе  $\mathbf{K}$  при  $t = t_i$ ;  $f$  — фокусное расстояние камеры. Пусть  $\mathbf{e}_{miK}$  — единичный вектор упомянутого направления (первый индекс — номер ориентира, второй — номер снимка). Тогда  $\mathbf{e}_{miJ} = P_i \circ Q \circ \mathbf{e}_{miK} \circ \bar{Q} \circ \bar{P}_i = P_i \circ \mathbf{e}_{miE} \circ \bar{P}_i$ , где  $\Lambda_i = \Lambda(t_i)$ ;  $P_i = D_i \circ \Lambda_i$  и, согласно (1),  $\mathbf{e}_{miE} = Q \circ \mathbf{e}_{miK} \circ \bar{Q}$ . Вместо  $\mathbf{e}_{miJ}$  доступен непосредственному вычислению модельный вектор  $\mathbf{e}_{miJ}^* = P_i \circ Q^* \circ \mathbf{e}_{miK} \circ \bar{Q}^* \circ \bar{P}_i$ . Поскольку вектор  $\boldsymbol{\mu}$  мал, то на основании второго равенства (1)

$$Q^* \circ \mathbf{e}_{miK} \circ \bar{Q}^* = \mathbf{e}_{miE} + 2\mathbf{e}_{miE} \times \boldsymbol{\mu} + O(\|\boldsymbol{\mu}\|^2). \quad (3)$$

По правилам, установленным в работах [2, 6], сформируем из элементов кватерниона  $P_i$  ортогональную  $(3 \times 3)$ -матрицу  $S_i = S(t_i)$ , задающую то же преобразование координат векторов  $\mathbf{r}_J = S\mathbf{r}_E$ , что и упомянутый кватернион. На основании (1), (3) с ошибкой порядка  $\|\boldsymbol{\mu}\|^2$  оказывается

$$\mathbf{e}_{miJ}^* \approx \mathbf{e}_{miJ} + G_{mi} \boldsymbol{\theta}_E, \quad G_{mi} = -S_i \Phi(\mathbf{e}_{miE}^*), \quad (4)$$

где  $\Phi$  — кососимметрическая  $(3 \times 3)$ -матрица, задающая операцию векторного умножения в конкретном базисе:  $\Phi(\mathbf{r}_E) \boldsymbol{\theta}_E = (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\theta})_E$ .

Другая оценка  $\mathbf{e}_{miJ}^*$  вектора  $\mathbf{e}_{miJ}$ , не зависящая от  $\boldsymbol{\mu}$  или  $\boldsymbol{\theta}_E$ , находится путем нормирования вектора  $\mathbf{R}_{iJ} - \mathbf{r}_{mJ}$ . На основании (4) в первом приближении относительно  $\boldsymbol{\theta}_E$

$$\mathbf{e}_{miJ}^* - \mathbf{e}_{miJ}^{\circ} = G_{mi} \boldsymbol{\theta}_E. \quad (5)$$

Решение задачи полетной геометрической калибровки посредством рассматриваемого алгоритма сводится к оценке состояния динамической системы с уравнением состояния  $\dot{\boldsymbol{\mu}} = 0$  и уравнением измерения (5). Методом наимень-

ших квадратов решается относительно  $\boldsymbol{\theta}_E$  система уравнений (5), соответствующих всем наблюдаемым наземным ориентирам на всех полученных снимках. Это аналог метода векторного согласования, практикуемого в инерциальной навигации [8].

В последующем анализе ограничимся случаем, когда  $Q = [1, 0, 0, 0]$ , т. е. при  $\boldsymbol{\theta} = 0$  базисы  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{E}$  совмещены. Поскольку  $|x_{mi}| \ll f$ ,  $|y_{mi}| \ll f$ , координата  $\theta_3$  вектора  $\boldsymbol{\theta}_E$  входит в правую часть (5) через векторное произведение  $\mathbf{e}_{miE} \times \boldsymbol{\theta}_E$  с малыми коэффициентами и потому слабо наблюдаема. Очевидно, наблюдаемость этой координаты тем слабее, чем ближе изображения наблюдаемых ориентиров на чувствительной площадке камеры к главной точке снимка. В этом смысле предпочтительна камера с относительно большим полем зрения, позволяющим сформировать достаточно широкий пучок линий визирования ориентиров на одном снимке. Вместе с тем отклонения линий визирования ориентиров от вертикали в точке  $O_i$ , т. е. значения тангажа КА в моменты экспонирования, по-видимому, не влияют на наблюдаемость векторов  $\boldsymbol{\mu}$  или  $\boldsymbol{\theta}_E$ , поскольку кватернион  $P_i$  преобразует в базис  $\mathbf{J}$  векторное произведение  $\mathbf{e}_{miE} \times \boldsymbol{\theta}_E$ , не изменяя структуру последнего.

Одним из наиболее неблагоприятных источников ошибок полетной калибровки являются, по-видимому, случайные погрешности звездного датчика. Другие возмущающие факторы — случайные ошибки считывания координат  $x_{mi}, y_{mi}$ , случайные ошибки GPS, ошибки задания координат наземных ориентиров, ошибки задания фокусного расстояния камеры. Совокупное влияние этих факторов, в соответствии со свойствами метода наименьших квадратов, усредняется и ослабляется с увеличением числа учитываемых уравнений (5), т. е. с увеличением  $N_L$  и  $N_s$ .

По окончании полетной геометрической калибровки значение  $\mu_0$  вычисляется по  $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\theta}_E / 2$  из условия нормировки. В качестве характеристики ориентации камеры относительно земного базиса  $\mathbf{J}$  при последующей координатной привязке принимается нормированный кватернион

$$\mathbf{N} = D \circ \Lambda \circ Q^0, \quad (6)$$

где  $Q^0$  — кватернион из (2).

### АЛГОРИТМ И ОСОБЕННОСТИ КООРДИНАТНОЙ ПРИВЯЗКИ

Объектом, подлежащим координатной привязке, может быть любая визуально контрастная фиксированная точка на реальной поверхности Земли. Назовем ее точкой  $M^x$ , а ее искомые координаты в земном базисе  $\mathbf{J}$  обозначим  $X, Y, Z$ . В процессе съемочного этапа координатной привязки камера КА выполняет  $N_r$  снимков участка земной поверхности, на котором находится точка  $M^x$ , в моменты  $t = t_j$  из различных точек орбиты  $O_j$  ( $j = 1, \dots, N_r$ ). В общем случае  $N_r \neq N_s$ . По аналогии с тем, как это сделано при полетной калибровке, сформируем направляющий вектор линии визирования  $O_j M^x$  в базисе камеры в виде  $\mathbf{s}_{jK} = [x_j \ y_j \ -f]^T$ , где  $x_j, y_j$  — координаты изображения точки  $M^x$  на чувствительной площадке камеры при  $t = t_j$ . Выполним преобразование

$$\mathbf{s}_{jJ} = \mathbf{N} \circ \mathbf{s}_{jK} \circ \bar{\mathbf{N}}. \quad (7)$$

Оно, как видно из (6), включает параметры взаимной ориентации камеры и звездного датчика, уточненные по (2), указанные звездным датчиком параметры его ориентации в инерциальном базисе  $\mathbf{I}$  и вычисленные параметры ориентации последнего относительно земного базиса  $\mathbf{J}$  при  $t = t_j$ . Остаточной ошибкой в составе кватерниона  $Q^0$  после полетной калибровки пренебрегаем, если не оговорено иное.

В рассматриваемом способе координатной привязки длина вектора  $\mathbf{s}_{jJ}$  несущественна; можно, но не обязательно, заменить его нормированным вектором. Для удобства восприятия независимо от нормировки заменим обозначение  $\mathbf{s}_{jJ}$  на  $\mathbf{e}_{jJ} = [e_{jX} \ e_{jY} \ e_{jZ}]^T$ . Координаты точки  $O_j$  в земном базисе  $\mathbf{J}$ , найденные по сообщениям GPS при  $t = t_j$ , обозначим  $X_j^\circ, Y_j^\circ, Z_j^\circ$ . Уравнения линии визирования  $O_j M^x$  в земном базисе представим в виде

$$e_{jZ} X - e_{jX} Z = e_{jZ} X_j^\circ - e_{jX} Z_j^\circ (XYZ). \quad (8)$$

Запись  $(XYZ)$  указывает циклическую перестановку символов и индексов для получения двух недостающих равенств. Решение каждой отдельной тройки уравнений (8) не единственное. Две таких тройки при отсутствии возмущений определяют точку пересечения двух линий визирования, т. е. точку  $M^x$ . Вследствие погреш-

ностей измерений и остаточных ошибок полетной калибровки модельные линии визирования в общем случае не пересекаются (по крайней мере не пересекаются в одной точке), и сформированная система уравнений вида (8), учитывающая все  $N_r$  снимков, несовместна. Искомые координаты  $X, Y, Z$  оцениваются путем решения упомянутой системы уравнений методом наименьших квадратов.

Рассмотренный способ координатной привязки трактует  $M^x$  как точку пространства, а не как точку земной поверхности. Поэтому никакие сведения о фигуре Земли [4] не привлекаются, и предполагаемое местонахождение точки  $M^x$  не ограничивается ни поверхностью референц-эллипсоида, ни какой-либо иной поверхностью. Если базис  $\mathbf{J}$  выбран так, что направление  $X$  совпадает с линией пересечения плоскостей экватора и гринвичского меридиана, а направление  $Z$  — с осью вращения Земли, то найденные координаты наземного объекта однозначно пересчитываются в географическую широту, долготу и высоту над уровнем океана на основании формул (2.15) из работы [1] либо формул (1.83) из работы [3].

В работе [5] отмечено, что вследствие узкого поля зрения камеры точность рассмотренного способа координатной привязки наземных объектов менее чувствительна к остаточному значению  $\theta_3$ , чем к остаточным значениям  $\theta_1, \theta_2$ . Поэтому требования к уточнению параметра  $\theta_3$  в интересах координатной привязки могут быть менее жесткими, чем требования к уточнению  $\theta_1, \theta_2$ . Дадим детальное толкование этого факта. Используем представление  $\mathbf{e}_{jE} = [e_{j1} \ e_{j2} \ e_{j3}]^T$ . В условиях  $\theta_E \neq 0$  вместо  $\mathbf{e}_{jE}$  доступен вектор  $\mathbf{e}_{jE}^* = \mathbf{e}_{jE} + \delta \mathbf{e}_{jE}$ , где  $\delta \mathbf{e}_{jE} \approx -\Phi(\mathbf{e}_{jE}) \theta_E$ . Вектор ошибки  $\delta \mathbf{e}_{jE}$  характеризует отклонение рассчитанной линии визирования наблюдаемого объекта от ее фактического направления и оказывает определяющее влияние на нарушение точности координатной привязки точки  $M^x$ . Поскольку  $|e_{j1}| \ll |e_{j3}|$ ,  $|e_{j2}| \ll |e_{j3}|$ , влияние ошибки  $\theta_3$  на  $\delta \mathbf{e}_{jE}$  и на точность привязки действительно менее заметно, чем влияние  $\theta_1, \theta_2$ . Этот эффект остается в силе и после преобразования вектора  $\mathbf{e}_{jE}^*$  в земную систему коор-

динат с помощью кватерниона  $P_j = D_j \circ \Lambda_j$  для использования в (8).

Неблагоприятное влияние ошибки  $\theta_3$  на точность координатной привязки наземного объекта тем слабее, чем ближе линия визирования объекта к оптической оси камеры, а изображение объекта — к главной точке снимка, т.е. чем меньше  $|x_j|, |y_j|$  по сравнению с  $f$ . Рассуждая упрощенно, если съемка наземного объекта производится с высоты 700 км, то ошибка полетной калибровки  $\theta_1 = 4''$  порождает смещение изображения объекта в плоскости снимка на расстояние, соответствующее 14 м на местности. В то же время, если наземный объект, подлежащий координатной привязке, находится в 10 км от точки пересечения оптической оси камеры с земной поверхностью, то смещение изображения объекта в плоскости снимка, вызванное влиянием ошибки  $\theta_3 = 20''$ , соответствует малозаметному отклонению на местности в 1 м.

Обусловленность вышеупомянутой системы уравнений вида (8) относительно  $X, Y, Z$ , решаемой при реализации рассматриваемого способа координатной привязки наземных объектов, тем лучше, чем больше диапазон углов между линиями визирования объекта из разных точек съемки, т.е. диапазон изменения тангажа при экспонировании.

Представленный способ координатной привязки, по-видимому, в ряде показателей уступает методам привязки [9], идентифицирующим объект как точку пересечения линии визирования с поверхностью, аппроксимирующей форму Земли. Вместе с тем определенные достоинства рассмотренного выше способа координатной привязки связаны с тем, что наземный объект локализуется как точка пространства. В частности, такой подход позволяет оценить не только координаты на поверхности референц-эллипсоида, но и высоту местонахождения объекта. Не возникает трудностей при координатной привязке объекта, заметно возвышающегося над поверхностью референц-эллипсоида и значительно удаленного в момент съемки от подспутниковой точки. Несложные рассуждения убеждают, что при реалистичных значениях угла  $\gamma_e$  между вертикалью в месте нахождения КА и линией визи-

рования точки наземного объекта, находящейся на высоте  $h_e$  над поверхностью референц-эллипсоида, ошибка поиска проекции вышеупомянутой точки на поверхность референц-эллипсоида с помощью подхода, представленного в [9], приближенно равна  $h_e \operatorname{tg} \gamma_e$ .

## СЦЕНАРИЙ И РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Цель предпринятого моделирования состояла в демонстрации эффектов, установленных выше, и в оценке достижимой точности полетной калибровки и координатной привязки при реализации представленных процедур.

В качестве инерциального базиса **I** использовался базис правой ортогональной геоцентрической инерциальной системы координат  $\xi\eta\zeta$  с осью  $\eta$ , направленной по угловой скорости суточного вращения Земли, и осью  $\zeta$ , ориентированной в точку весеннего равноденствия. За базис **J** принималось фиксированное в теле Земли положение базиса **I** в начальный момент  $t = 0$ . В режиме угловой стабилизации КА, предшествующем началу полетной калибровки, ось  $z$  базиса **K** направляется в зенит, ось  $y$  ориентируется перпендикулярно к плоскости орбиты, ось  $x$  направлена в сторону движения.

Имитировалось движение КА по слабоэллиптической околоземной орбите высотой около 670 км. В процессе полета объект проходит над участком *A*, расположенным на трассе полета или вблизи нее и представляющим собой квадрат со стороной  $a$ . При этом выполняется полетная калибровка камеры и звездного датчика, установленных на КА так, что базисы **K** и **E** совмещены при  $\theta_E = 0$ . В действительности значения  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  вводились в различных вариантах моделирования как нормально распределенные центрированные случайные величины со средним квадратичным отклонением  $10'$ . Два других участка, *B* и *C*, квадраты со стороной  $b$ , находятся на трассе полета и смещены относительно участка *A* вдоль траектории соответственно на 3.5 и 7 орбитальных витков вперед. Пять координатно привязанных ориентиров, наблюдаемых при полетной калибровке, смещены относительно углов и центра квадрата *A* вдоль земной поверхности на расстояния, равномерно распределен-

ные в пределах  $\pm 50$  м, и имеют высоту над поверхностью Земли, равномерно распределенную в пределах  $[0, 300]$  м. На каждом из участков  $B$ ,  $C$  вблизи узлов равномерной квадратной сетки со стороной ячейки  $b/2$  находятся девять подлежащих координатной привязке точечных наземных объектов с высотой, также равномерно распределенной в пределах  $[0, 300]$  м.

Отклонения линий визирования ориентиров от оптической оси камеры в связанных с камерой плоскостях  $Oxz$  и  $Oyz$  определялись по измерениям  $x_k, y_k$  с ошибками, равномерно распределенными в пределах  $\pm 0.8''$ . Прочие параметры возмущающих факторов, нарушающих точность полетной калибровки, вводились как нормально распределенные центрированные случайные величины. Так, ошибки позиционирования КА по данным GPS в моменты экспонирования характеризуются средним квадратичным отклонением 15 м. Ошибки звездного датчика имитировались поворотами вокруг связанных с ним направлений 1, 2, 3 на углы, имеющие стандартные отклонения соответственно  $5'', 5''$  и  $12''$ . Последние характеристики согласуются с данными о звездных датчиках семейства БОКЗ [[http://www.iki.rssi.ru/fofo/bokz\\_spec.html](http://www.iki.rssi.ru/fofo/bokz_spec.html)]. Координаты ориентиров на участке  $A$  для полетной калибровки задавались в базисе  $\mathbf{J}$  с ошибками, имеющими стандартное отклонение 1 м. Стандартное отклонение относительных ошибок задания  $f$  составляло 0.25 %.

Вычисления производились в форме серий, включавших по 200 последовательно реализуемых вариантов. В каждом варианте воспроизводилось движение КА по орбите с наведением оптической оси камеры на участки  $A, B, C$  и выполнением съемок в целях полетной калибровки или координатной привязки. Съемка каждого участка выполнялась тремя сеансами, каждый из двух или четырех моментов экспонирования, разделенных интервалом в 1 с. Полагалось  $N_r = N_s$ , так что общее число снимков каждого участка есть  $N_s = 6$  либо  $N_s = 12$ . Во время первого, второго и третьего сеансов очередной участок находился соответственно впереди по курсу, вблизи подспутниковой точки и позади объекта, так что для наведения оптической оси камеры на

упомянутый участок система управления ориентацией придавала объекту надлежащие значения тангажа. Диапазон изменений последнего при съемках варьировался заданием длительности интервала между сеансами съемки.

Серии вариантов моделирования различались диапазонами изменения тангажа, количеством снимков при полетной калибровке и координатной привязке, размерами квадратов  $A, B, C$ . В каждой серии варианты различались реализацией псевдослучайных последовательностей, используемых при формировании возмущений, и начальными значениями  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ .

Полетная калибровка в очередном варианте завершалась вычислением уточненного кватерниона  $Q^0$  по формуле (2). Затем запоминалось остаточное значение  $\theta_E$  как удвоенная векторная часть кватерниона  $Q^0 \circ \bar{Q}$ . По результатам всех вариантов серии вычислялись в секундах дуги величины  $\sigma_{\theta_1}, \sigma_{\theta_2}, \sigma_{\theta_3}$  — оценки стандартных отклонений остаточных ошибок  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ .

В табл. 1 представлены упомянутые характеристики как результаты нескольких серий моделирования при разных диапазонах изменения тангажа в процессе съемки участка  $A$  и различных значениях  $a, N_s$ . Видно, как в определенных пределах увеличение числа снимков и расширение участка с ориентирами (собственно, увеличение отклонений линий визирования от оптической оси камеры) способствует повышению точности коррекции ошибки  $\theta_3$ . Зависимость же точности полетной калибровки от диапазона изменений тангажа незначительна. Математические ожидания остаточных ошибок  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  не превышали  $1.5''$ . Смещения участка  $A$  в моменты экспонирования на 100—200 км в сторону от трассы полета не оказывали заметного влияния на точность калибровки.

При переходе от полетной калибровки к координатной привязке съемки «неизвестных» объектов, находящихся на участках  $B$  и  $C$ , производились таким же образом, как съемки участка  $A$ . В вариантах каждой серии производилось по  $N_s$  снимков участков  $B$  и  $C$ . Для каждого снимка выполнялись вычисления (6) и для каждого наблюдаемого объекта — вычисления (7). Для каждого из 18 объектов формировалась и по окончании съемок решалась методом наименьших квадра-

тов система уравнений (8). Для каждого объекта по результатам всех вариантов серии вычислялись характеристики  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  — стандартные ошибки оценивания координат  $X, Y, Z$ . Такие характеристики, полученные в нескольких сериях моделирования в зависимости от ширины участка  $b$ , числа снимков  $N_s$  и диапазона тангажа  $\vartheta$ , приведены в табл. 2. Использовались результаты полетной калибровки в виде кватерниона  $Q^0$ , соответствующие первой строке табл. 1. Чтобы ослабить неблагоприятное влияние  $\theta_3$  на точность координатной привязки, вводилась малая длина стороны квадрата  $b$ ; напротив, для демонстрации этого влияния задавался большой параметр  $b$ . В столбцах  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  даны наименьшее и наибольшее из значений соответствующей характеристики для всех 18 объектов. В столбце Cond показаны числа обусловленности матрицы коэффициентов системы нормальных уравнений метода наименьших квадратов. Видно, как повышается точность координатной привязки с увеличением числа обрабатываемых снимков при одинаковом диапазоне  $\vartheta$ , и сколь заметно возрастает эта точность и уменьшается показатель Cond с расширением упомянутого диапазона. При варьировании тангажа в пределах  $\pm 19^\circ$  или  $\pm 25^\circ$  и значении  $b=5$  км, когда изображения всех объектов на снимках участков  $B$  и  $C$  близки к главной точке снимка, а линии визирования всех объектов — к оптической оси камеры, остаточная ошибка  $\theta_3$  практически не сказывалась на точности координатной привязки. Отметим, что даже при весьма большой ошибке  $\theta_3$ , как в двух последних строках табл. 1 с параметром  $a=5$  км или  $a=2.5$  км, влияние этого фактора на точность координатной привязки в случае  $b=5$  км малозаметно. Зато, как видно из двух последних строк табл. 2, при  $b=40$  км точность координатной привязки резко падает вследствие влияния  $\theta_3$ , причем только для объектов, значительно удаленных от точки пересечения направления оптической оси камеры с поверхностью участка. Математические ожидания ошибок оценивания координат  $X, Y, Z$  по абсолютной величине не превосходили 2 м.

Если при выполнении координатной привязки в формулах (6) вместо  $Q^0$  использовался кватернион  $Q^*$ , не уточненный по результатам

калибровки, то средние квадратичные ошибки привязки составляли 2—2.5 км.

Результаты моделирования хорошо согласуются с охарактеризованными выше свойствами предлагаемых алгоритмов и процедур.

Подытожим сказанное.

1. Предложенный способ полетной геометрической калибровки камеры и звездного датчика весьма точно опознает угловое положение плоскости снимка камеры и с меньшей точностью — положение самого снимка в его плоскости.

2. Точность определения положения снимка в его плоскости, характеризуемая остаточным параметром  $\theta_3$ , улучшается в определенных пределах с увеличением числа снимков при полетной калибровке и с расширением пучка линий визирования ориентиров, попадающих в поле зрения камеры. От диапазона углов тангажа при съемках упомянутая точность зависит слабо.

Таблица 1. Результаты полетной калибровки

$a$ , км	$N_s$	$\vartheta$ , град	$\sigma_{01}$	$\sigma_{02}$	$\sigma_{03}$
20	6	$\pm 4.5$	3.1	2.9	10.0
20	6	$\pm 19$	3.0	3.1	9.6
20	6	$\pm 25$	2.9	3.0	10.1
20	12	$\pm 4.5$	2.3	2.2	9.4
20	12	$\pm 19$	2.2	2.3	8.7
20	12	$\pm 25$	2.2	2.2	8.7
40	6	$\pm 4.5$	3.1	3.3	6.9
10	6	$\pm 4.5$	3.1	3.3	16.1
5	6	$\pm 4.5$	3.1	3.3	30.3
2.5	6	$\pm 4.5$	3.1	3.3	59.3

Таблица 2. Результаты координатной привязки

$b$ , км	$N_s$	$\vartheta$ , град	$\sigma_x$ , м	$\sigma_y$ , м	$\sigma_z$ , м	Cond
5	6	$\pm 4.5$	26—50	92—115	80—140	230
5	6	$\pm 10$	16—25	43—55	12—38	45
5	6	$\pm 19$	14—18	23—30	12—23	12
5	6	$\pm 25$	13—15	21—23	14—19	8
5	12	$\pm 4.5$	24—40	10—75	10—66	317
5	12	$\pm 10$	12—18	32—44	9—28	50
5	12	$\pm 19$	9—13	18—23	9—15	13
40	6	$\pm 25$	14—66	23—45	13—70	8
40	12	$\pm 19$	11—68	18—45	8—68	13

3. Предложенный способ координатной привязки наземных объектов свободен от ограничений, связанных с использованием аппроксимации формы Земли и отказом от оценки высоты. В частности, отсутствуют ошибки, порожденные отклонением линии визирования объекта привязки от вертикали и его возвышением над поверхностью референц-эллипсоида.

4. Точность предложенной координатной привязки улучшается в определенных пределах с увеличением числа снимков наземного объекта. Эта точность существенно повышается с расширением диапазона углов тангажа при наведении оси чувствительности камеры на объект съемки.

5. Остаточные значения параметра  $\theta_3$ , допустимые при координатной привязке, могут значительно превышать допустимые значения  $\theta_1, \theta_2$ .

6. Неблагоприятное влияние ошибки  $\theta_3$  на точность координатной привязки тем заметнее, чем дальше отстоит объект привязки от точки пересечения оптической оси камеры с земной поверхностью.

7. При достаточно реалистичных условиях предложенная методика полетной геометрической калибровки определяет положение плоскости снимка камеры с точностью в несколько секунд дуги. Положение снимка в его плоскости определяется с точностью порядка  $10''$ . Предложенный способ координатной привязки определяет координаты местонахождения наземного объекта с точностью порядка 20 м.

1. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации. Автономные системы. — М.: Наука, 1966. — 580 с.
2. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. — М.: Наука, 1973. — 320 с.
3. Бромберг П. В. Теория инерциальных систем навигации. — М.: Наука, 1979. — 296 с.
4. Грушинский Н. П. Теория фигуры Земли. — М.: Наука, 1976. — 512 с.
5. Лебедев Д. В., Ткаченко А. И. Навигация и управление ориентацией малых космических аппаратов. — Киев: Наук. думка, 2006. — 298 с.
6. Лурье А. И. Аналитическая механика. — М.: Физматгиз, 1961. — 824 с.
7. Никитин А. В., Дунаев Б. С., Кондратьева Т. В. и др. Полетная и наземная геометрическая калибровка многозональных сканирующих устройств МСУ-100 и МСУ-50 // Современные проблемы дистанцион-

ного зондирования Земли из космоса. — 2011. — 8, № 2. — С. 289—302.

8. Парусников Н. А., Морозов В. М., Борзов В. И. Задача коррекции в инерциальной навигации. — М.: Изд-во МГУ, 1982. — 174 с.
9. Пятак И. А. Задачи координатной привязки снимков, выполненных КА // Вісник Дніпропетровського ун-ту. Сер. Ракетно-космічна техніка. — 2011. — Вип. 14. — С. 116—122.
10. Сомов Е. И., Бутырин С. А. Полетная геометрическая идентификация и калибровка космического телескопа и системы звездных датчиков // Тр. VIII Междунар. конф.: «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'09. — М., 2009. — С. 1189—1201.
11. Сомов Е. И., Бутырин С. А. Технология обработки сопровождающей измерительной информации для высокоточной координатной привязки космических снимков // Изв. Самарского науч. центра РАН. — 2009. — 11, № 5. — С. 151—163.

Стаття надійшла до редакції 19.03.15

О. І. Ткаченко

Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем Національної академії наук України і Міністерства освіти і науки України, Київ

#### ПРО КООРДИНАТНУ ПРИВ'ЯЗКУ НАЗЕМНИХ ОБ'ЄКТІВ ЗА КОСМІЧНИМИ ЗНІМКАМИ

Розв'язується задача оцінювання місцезнаходження точкового об'єкта на реальній поверхні Землі за знімками з орбіти космічного апарата. Розв'язок не обмежується жодними припущеннями про форму Землі. Додатково розв'язується допоміжна задача польотної геометричної калібрування бортової знімальної камери і зоряного давача космічного апарата.

**Ключові слова:** координатна прив'язка, польотне геометричне калібрування, знімальна камера, зоряний давач.

А. І. Tkachenko

International Research and Training Center for Information Technologies and Systems of the National Academy of Sciences of Ukraine and Ministry of Education and Science of Ukraine

#### ON A GEO-REFERENCING OF TERRESTRIAL OBJECTS USING SPACE SNAPSHOTS

The problem of estimating location of a point object on the true Earth surface is solved using images obtained from a spacecraft orbit. No restrictive supposition is laid on the Earth shape. The auxiliary problem of in-flight geometric calibration of onboard imaging camera and star tracker of the spacecraft is also solved.

**Key words:** geo-referencing, in-flight geometric calibration, imaging camera, star tracker.