

УДК 521.96

**В. Я. Чолій**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
Головна астрономічна обсерваторія Національної академії наук України, Київ

## ДО ПИТАННЯ ПРО ТОЧНІСТЬ МОДЕЛЕЙ ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛІ

---

*Аналізується точність у випадковому відношенні моделей геопотенціалу, накопичених зусиллями світового товариства та рекомендованих до використання у геодинамічних програмах. Проведено аналіз точності моделей EIGEN з метою визначення залежності впливу складу спостережень, зібраних космічними місіями, на точність моделей.*

**Ключові слова:** гравітаційне поле, геодинамічні моделі, оцінювання точності.

---

### ВСТУП

Розвиток програмного забезпечення для опрацювання спостережень штучних супутників Землі, такого як Juliette/KG++ [8], ставить задачу вискоєфективного обчислення сил, що діють на супутник. Найсильніше збурює рух супутника неточкове притягання Землею (його прийнято називати геопотенціалом). Саме тому моделям геопотенціалу приділяється найбільше уваги у стандартах IERS [15, 19].

Моделі геопотенціалу створюються різними організаціями на основі обробки даних альтиметрії, гравіметрії та локації супутників. Станом на середину 2014 р. на спеціально для цього призначеному ресурсі [<http://icgem.gfz-potsdam.de/icgem/>] зібрано майже півтори сотні таких моделей.

Моделі геопотенціалу можна класифікувати за авторством. Звичайно, це не повна і не дуже строга класифікація, однак вона підтверджує лінії авторства. Отже, можна виділити лінії: GEM (Goddard Earth Models), GRIM (European Colaboration), OSU (Ohio State University), JGM

(Joint Gravity Model), EGM (Earth Gravity Model). Деякі з цих моделей станом на сьогодні втратили свої позиції в космічній геодинаміці, однак в історичному плані такі моделі, як GRIM3 [22], GEMT2 [18], JGM3 [31], EGM96 [17] відіграли і продовжують відігравати суттєву роль при розв'язанні геодинамічних задач.

Ситуація суттєво змінилася після 2000 року після запуску супутників CHAMP (CHALLENGING Multi-satellite Payload), GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment) і GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer). У табл. 1 наведено коротку інформацію про ці супутники на основі даних з сайту ILRS [<http://ilrs.gsfc.nasa.gov/missions/>]. Усі ці супутники мають практично колові орбіти. Головним призначенням двох останніх супутників був якраз моніторинг гравітаційного поля Землі. CHAMP — багатофункціональний геодезичний супутник.

Зібрані цими супутниками дані привели до суттєвого зростання кількості моделей. Нові послідовності, зокрема EIGEN, GGM, ITG, TUM, AIUB та деякі інші, не обходяться без даних космічних місій і вдало поєднують альтиметрію, гравіметрію, локацію та спостереження, виконані супутниками.

---

© В. Я. ЧОЛІЙ, 2015

У роботі проведено аналіз точності у випадковому відношенні моделей геопотенціалу шляхом їхнього взаємного порівняння.

**Метод аналізу** ґрунтується на використанні перетворення Гельмерта до еквіпотенційних поверхонь, побудованих в рамках різних моделей. Такий підхід детально аналізувався автором у роботах [4, 7]. Він був успішно використаний для аналізу точності моделей атмосфери [3] та головних планетних і місячних ефемерид [5, 33]. Еквіпотенційні поверхні будуються з кроком 1° по широті та довготі. Сходження меридіанів до полюса приймається до уваги.

Отримані таким способом еквіпотенційні поверхні переводяться у систему середнього поля за допомогою повного перетворення Гельмерта (12 коефіцієнтів). Далі оцінюються залишкові (випадкові) похибки шляхом розв'язання кореляційних рівнянь.

Зупинимось тут лише на методиці їхнього розв'язування (формули (6) та (7) з роботи [5]). Систему кореляційних рівнянь отримують на основі аналізу дисперсій різниць  $d_{ij}^2$  та сум  $s_{ij}^2$  випадкових похибок двох різних моделей,  $i$ -ї та  $j$ -ї. Тоді

$$\begin{cases} s_{ij}^2 = \sigma_i^2 + \sigma_j^2 + 2\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j, \\ d_{ij}^2 = \sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j, \end{cases}$$

де  $\rho_{ij}$  — невідомі в загальному випадку кореляції випадкових похибок,  $\sigma_i^2$  — їхні дисперсії.

Знайти величини кореляції можна так:

$$\rho_{ij} = \frac{s_{ij}^2 - d_{ij}^2}{4\sigma_i\sigma_j}.$$

Формули для знаходження дисперсій залежать від кількості використаних моделей. Формули для трьох моделей наведено у роботі [2], для чотирьох — у роботі [5]. Автору вдалося отримати вирази для довільної кількості моделей  $n$  у такій формі:

Таблиця 1. Супутники для вивчення гравітаційного поля

Назва	Початок	Кінець	$h$ , км	Нахил, град	Спонсор
CHAMP	15/07/2000	20/09/2010	474	87.27	GFZ
GRACE	17/03/2002		485	89.0	NASA
GOCE	17/03/2009	11/11/2013	295	96.7	ESA

$$k(n)\sigma_i^2 = (n-2)S_{(i)} - D_{(i)},$$

де  $S_{(i)}$  — сума усіх величин  $d_*$  та  $s_*$ , які містять індекс  $i$ ,  $D_{(i)}$  — сума усіх величин  $d_*$  та  $s_*$ , які не містять індексу  $i$ ,  $k(n)$  — деяка функція, значення якої для декількох перших значень  $n > 2$  такі: 4, 12, 24, 40, 60.

Індукція по  $n$  дозволяє записати співвідношення для  $k(n)$ :

$$k(n) = k(n-1) \cdot \frac{n-1}{n-3}, k(3) = 4, n > 2.$$

Оскільки три — це найменша можлива кількість моделей для порівняння, функція має сенс лише для  $n > 2$ .

Порівнюються еквіпотенційні поверхні, отримані у моделях без урахування гармонік порядку нуль (точкове притягання), порядку один (в теорії дорівнюють нулеві, в реальності вказують на нецентральність поля) та гармоніки  $J_2 = C_{20}$ . Таким чином, основну увагу сконцентровано на малих за амплітудою та високочастотних гармоніках.

Обчислення проводились стовбчиковим методом за алгоритмом з роботи [1], який показав кращі швидкісні характеристики, ніж інший відомий алгоритм [9]:

$$V = \frac{\mu}{r} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n T_n^m (\widehat{C}_{nm} \cos m\lambda + \widehat{S}_{nm} \sin m\lambda),$$

де  $T_n^m$  — перенормовані функції Лежандра,  $\widehat{C}_{nm}, \widehat{S}_{nm}$  — перенормовані коефіцієнти Стокса згідно з роботою [1]:

$$\left. \begin{matrix} \widehat{C}_{nm} \\ \widehat{S}_{nm} \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2^m n!} \sqrt{2(2n+1)(n+m)!(n-m)!} \left\{ \begin{matrix} \overline{C}_{nm} \\ \overline{S}_{nm} \end{matrix} \right.$$

$$T_n^m = \left( \frac{R}{r} \right)^n \widehat{P}_n^m(\cos\theta), \widehat{P}_n^m(\cos\theta) = \frac{n! 2^m}{(n+m)!} P_n^m(\cos\theta).$$

Таблиця 2. Параметри моделей геопотенціалу групи А

Номер моделі	Назва	Порядок	$\gamma M_{\oplus}$ , м <sup>3</sup> /с <sup>2</sup>	$R_{\oplus}$ , м	Літературне джерело
1	GRIM3	36	398600.5000	6378140.00	[22]
2	GEMT2	50	398600.4360	6378137.00	[18]
3	JGM3	70	398600.4415	6378136.60	[31]
4	EGM96	360	398600.4415	6378136.30	[17]
5	EIGEN5C	360	398600.4415	6378136.46	[13]
6	GGM03C	360	398600.4415	6378136.30	[32]

Таблиця 3. Параметри моделей геопотенціалу групи В

Номер моделі	Назва	Порядок	$R_{\oplus}$ , м	Тип	Літературне джерело
1	JGM3	70	6378136.60	GA	[31]
2	EGM96	360	6378136.30	GA	[17]
3	AIUB-Champ03s	100	6378137.00	C	[21]
4	AIUB-Grace03s	160	6378137.00	R	[16]
5	ITG-Grace-2010s	180	6378136.60	R	<a href="http://www.igg.uni-bon.de/ampg/">http://www.igg.uni-bon.de/ampg/</a>
6	EGM2008	2190	6378136.60	RGA	[20]
7	EIGEN-GL04c	360	6378136.46	RLGA	[12]
8	EIGEN-51C	359	6378136.46	RCGA	[6]
9	GOCO02S	250	6378136.30	ORCL	[14]
10	GoConsGcf2Dir2R2	240	6378136.46	O	[6]

Таблиця 4. Параметри моделей геопотенціалу групи С

Номер моделі	Назва	Порядок	$R_{\oplus}$ , м	Тип	Літературне джерело
1	EIGEN-1S	119	6378136.46		[23]
2	EIGEN-1	119	6378136.46	C	[24]
3	EIGEN-2	140	6378136.46	C	[28]
4	EIGEN-Champ03sp	140	6378136.46	C	[25]
5	EIGEN-Grace01s	120	6378136.30	R	[27]
6	EIGEN-Grace02s	150	6378136.46	R	[27]
7	EIGEN-Champ03s	140	6378136.46	C	[26]
8	EIGEN-GC01c	360	6378136.46	CRGA	[29]
9	EIGEN-GC03c	360	6378136.46	CRGA	[11]
10	EIGEN-GL04c	360	6378136.46	RLGA	[12]
11	EIGEN-GL04s1	150	6378136.46	RL	[12]
12	EIGEN-5C	360	6378136.46	RLGA	[13]
13	EIGEN-5S	150	6378136.46	RL	[13]
14	EIGEN-Champ05s	150	6378136.46	C	[10]
15	EIGEN-51C	359	6378136.46	RCGA	[6]

Приємною та надзвичайно корисною особливістю методу є рекурентні співвідношення для  $T_n^m$ :

$$T_n^m = \frac{R}{r} \left( \cos\theta T_{n-1}^m - \frac{\sin\theta}{4} (T_{n-1}^{m+1} - 4T_{n-1}^{m-1}) \right),$$

$$T_0^0 = 1, T_n^{-1} = -\frac{T_n^1}{4}.$$

Цей алгоритм використовується як основний у програмному пакеті Juliette/KG++.

### РЕЗУЛЬТАТИ АНАЛІЗУ

Ми виконали порівняння трьох головних груп моделей. По-перше, це моделі, що використовувалися в геодинамічних програмах, у першу чер-

гу Juliette/KG++ (див. табл. 2). Всі моделі цієї групи комбіновані. По-друге, це група моделей, порівняння яких було виконано раніше іншим методом в роботі [30] (див. табл. 3). По-третє, це моделі лінії EIGEN (див. табл. 4). Моделей цієї групи більше двадцяти, що дозволило провести також аналіз залежності оцінок точності від списку супутників, за спостереженнями яких побудовано ту чи іншу модель. У таблицях тип моделі кодується символами: А — альтиметрія, G — гравітаційні вимірювання, С — CHAMP, R — GRACE, O — GOCE, L — Lageos.

Усі моделі групи В та С використовують значення геоцентричної гравітаційної сталої  $\gamma M_{\oplus} = 398600.4415 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$ .

Таблиця 5. Значення похибки  $\sigma$  ( $\times 10^5$ ) для шести моделей групи А

$h$ , тис. км	Номер моделі групи А					
	1	2	3	4	5	6
0.0	990.395	492.349	268.141	270.098	270.007	269.974
0.5	427.848	110.161	88.401	88.403	88.519	88.427
1.0	251.319	55.499	51.159	51.119	51.217	51.125
1.5	166.283	34.985	33.686	33.639	33.740	33.656
2.0	118.160	24.418	23.864	23.818	23.907	23.833
3.0	67.789	13.882	13.633	13.598	13.659	13.604
4.0	43.078	8.819	8.638	8.614	8.655	8.614
5.0	29.166	5.977	5.836	5.820	5.848	5.818
7.5	13.061	2.680	2.605	2.598	2.610	2.596
10.0	6.838	1.402	1.362	1.358	1.364	1.357

Таблиця 6. Значення похибки  $\sigma$  ( $\times 10^5$ ) для десяти моделей групи В

$h$ , тис. км	Номер моделі групи В									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.0	156.832	93.904	26.511	25.048	25.061	24.983	25.073	25.053	25.058	25.164
0.5	13.189	7.577	2.012	1.957	1.968	1.963	1.963	1.959	1.968	2.034
1.0	3.377	2.433	0.601	0.544	0.568	0.556	0.557	0.548	0.567	0.665
1.5	1.326	1.226	0.302	0.243	0.275	0.259	0.261	0.248	0.275	0.368
2.0	0.672	0.744	0.193	0.136	0.172	0.153	0.156	0.142	0.171	0.246
3.0	0.275	0.361	0.106	0.059	0.093	0.076	0.079	0.066	0.093	0.136
4.0	0.154	0.212	0.069	0.033	0.061	0.045	0.049	0.038	0.061	0.085
5.0	0.101	0.138	0.048	0.020	0.043	0.030	0.034	0.025	0.043	0.057
7.5	0.046	0.060	0.023	0.009	0.021	0.013	0.016	0.011	0.021	0.026
10.0	0.026	0.032	0.013	0.004	0.012	0.007	0.010	0.006	0.012	0.014

Результати порівняння моделей наведено в табл. 5—7. У цих таблицях приводиться значення похибки  $\sigma$  в одиницях тис. км/доба<sup>2</sup>, що відповідає звичайній системі одиниць геодинамічних програм і дозволяє привести результати незалежно від значення радіуса Землі, різного в різних моделях.

Для переходу до одиниць м/с<sup>2</sup> вказані значення слід помножити на  $10^6 / (86400^2 \cdot R_{\oplus}) \approx 2.1 \cdot 10^{-5}$ .

Результат, що з очевидністю впливає з аналізу табл. 5, полягає в тому, що модель GRIM3 має точність, що в 3—5 разів нижча, ніж точність інших моделей цієї групи. Це непогана ілюстрація

Таблиця 7. Значення похибки  $\sigma$  ( $\times 10^5$ ) для 15 моделей групи С

$h$ , тис. км	Номер моделі групи С							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0.0	225.130	278.886	154.543	86.534	53.934	53.798	61.632	53.786
0.5	6.561	7.949	2.872	1.491	1.226	1.162	1.390	1.164
1.0	1.368	1.634	0.857	0.420	0.412	0.318	0.402	0.322
1.5	0.705	1.008	0.541	0.249	0.278	0.206	0.239	0.208
2.0	0.455	0.718	0.389	0.172	0.205	0.150	0.167	0.151
3.0	0.241	0.412	0.232	0.100	0.123	0.091	0.099	0.090
4.0	0.149	0.259	0.151	0.066	0.080	0.060	0.066	0.059
5.0	0.099	0.173	0.104	0.046	0.055	0.042	0.047	0.040
7.5	0.044	0.075	0.047	0.022	0.025	0.020	0.023	0.018
10.0	0.023	0.038	0.025	0.012	0.013	0.011	0.013	0.010
12.5	0.013	0.021	0.014	0.007	0.008	0.006	0.008	0.006
15.0	0.008	0.013	0.009	0.005	0.005	0.004	0.005	0.003
17.5	0.005	0.008	0.006	0.003	0.003	0.003	0.004	0.002
20.0	0.003	0.005	0.004	0.002	0.002	0.002	0.003	0.002

$h$ , тис. км	Номер моделі групи С							
	9	10	11	12	13	14	15	
0.0	53.776	53.762	53.761	53.750	53.750	56.320	53.752	
0.5	1.153	1.151	1.151	1.150	1.150	1.247	1.169	
1.0	0.303	0.296	0.296	0.296	0.296	0.419	0.341	
1.5	0.194	0.186	0.186	0.186	0.186	0.295	0.230	
2.0	0.141	0.133	0.133	0.133	0.133	0.224	0.173	
3.0	0.084	0.078	0.078	0.079	0.079	0.140	0.109	
4.0	0.055	0.050	0.050	0.051	0.051	0.094	0.074	
5.0	0.038	0.034	0.034	0.035	0.035	0.065	0.053	
7.5	0.017	0.015	0.015	0.016	0.016	0.030	0.026	
10.0	0.009	0.007	0.007	0.010	0.009	0.016	0.015	
12.5	0.005	0.004	0.004	0.005	0.005	0.010	0.009	
15.0	0.003	0.002	0.003	0.004	0.004	0.006	0.006	
17.5	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.004	0.004	
20.0	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	

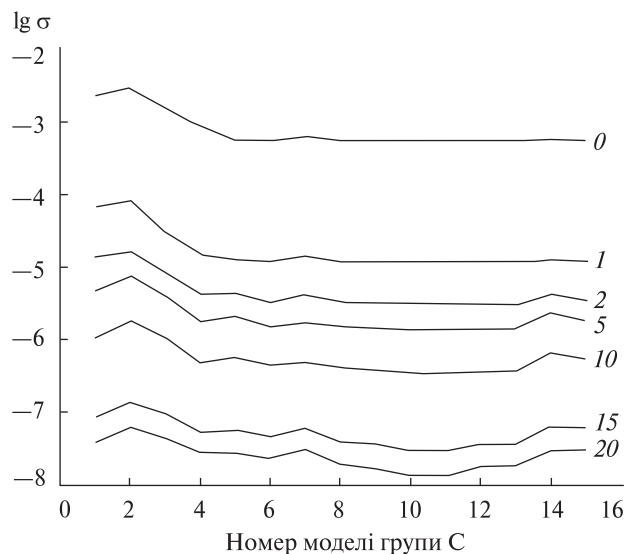


Рис. 1. Залежність точності моделей групи С від висоти

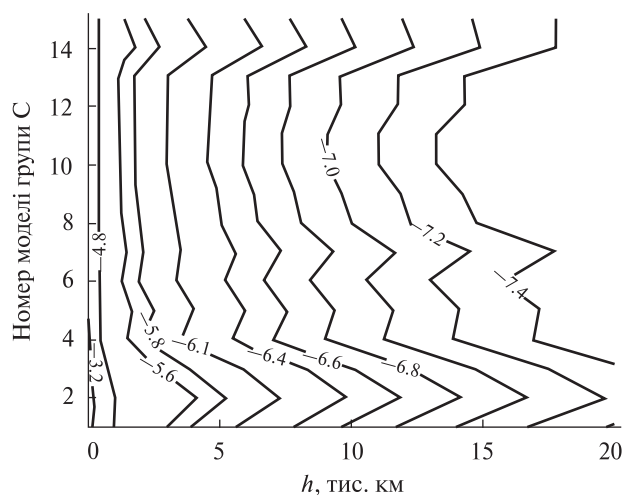


Рис. 2. Лінії рівної точності моделей групи С

прогресу, досягнутого за 30 років з часу виходу GRIM3. За вказаний час точність моделей на поверхні Землі зросла втричі.

Наявність грубої моделі в порівнянні приводить до зміщення результату, тому дві найточніші і найуживаніші моделі JGM3, EGM96 були введені в групу В. Тут результати дещо інші, однак у будь-якому разі моделі, побудовані на основі лише супутникових даних (3–9) показують вищу точність на всьому інтервалі висот. Цей результат загалом узгоджується з коментарями,

наведеними в роботі [30], однак пряме порівняння не видається можливим, оскільки у роботі [30] точність моделі геопотенціалу виводиться з аналізу величин коефіцієнтів моделі емпіричного прискорення, які змінюються при заміні моделі геопотенціалу.

Результати порівняння моделей групи С приведено в табл. 7 і на рис. 1, 2. На рис. 1 приведено графіки залежності  $\lg \sigma$  від номера моделі та висоти  $h$ . Суцільні лінії зверху вниз відповідають висотам 0, 1, 2, 5, 10, 15, 20 тис. км. На рис. 2 наведено лінії рівних логарифмів похибки в залежності від номера моделі та висоти. Ці два рисунки показують надзвичайно цікаву рису моделей EIGEN: моделі, при побудові яких використано спостереження супутників Lageos (це моделі 10, 11, 12) виявляються найточнішими на великих висотах, хоча поблизу поверхні чи на висотах LEO усі найновіші моделі (8 і далі), що використовують кілька супутників, загалом мають однакову точність. Можливо, настав час для запуску геодинамічного супутника, що працюватиме на проміжних висотах 2.5–3.0 тис. км.

1. Беликов М. В., Тайбаторов К. А. Эффективный алгоритм вычисления гравитационного потенциала Земли и его первых производных для решения спутниковых задач // Кинематика и физика небес. тел. — 1990. — 6, № 2. — С. 24–32.
2. Болотін С. Л., Литвин С. О. Порівняння об'єднаних каталогів RSC(GAOUA)05C03 та RSC(Pul)06C02 з реалізацією ICRF // Кинематика и физика небес. тел. — 2010. — 26, № 1. — С. 31–38.
3. Жаборовський В. П. Кількісний аналіз придатних для розрахунку гальмування ШСЗ моделей атмосферної густини // Кинематика и физика небес. тел. — 2014. — 30, № 5. — С. 65–72.
4. Чолій В. Я. Теоретичне обґрунтування розширеного перетворення Гельмерта // Бюл.Укр. центру визначення параметрів обертання Землі. — 2013. — 8. — С. 87–90.
5. Чолій В. Я. До питання про точність фундаментальних планетних ефемерид // Кинематика и физика небес. тел. — 2014. — 30, № 6. — С. 66–70.
6. Bruinsma S. L., Marty J. C., Balmino G., et al. GOCE gravity field recovery by means of the direct numerical method // ESA Living Planet Symposium 2010, Bergen, June 27 — July 2. — Bergen, Norway, 2010.
7. Choliy V. Ya. On the extension of Helmert transform // Adv. Astron. and Space Phys. — 2014. — 4. — P. 15–19.

8. *Choliy V., Zhaborovsky V.* KyivGeodynamics++: software for processing satellite laser ranging data // *Adv. Astron. and Space Phys.* — 2011. — **1**. — P. 96–98.
9. *Cunningham L.* On the computation of the spherical harmonic terms needed during the numerical integration of the orbital motion of an artificial satellites // *Cel. Mech. Dyn. Astron.* — 1970. — **2**. — P. 207–216.
10. *Flechtner F., Dahle C., Neumayer K., et al.* The release 04 CHAMP and GRACE EIGEN gravity field models // *System Earth via geodetic-geophysical space techniques / Eds F. Flechtner, T. Gruber, A. Guntner, et al.* — Springer, 2010. — P. 41–58. — doi: 978-3-642-10228-8.
11. *Foerste C., Flechtner F., Schmidt R., et al.* A New high resolution global gravity field model derived from combination of GRACE and CHAMP mission and altimetry/gravimetry surface gravity data // *European Geosciences Union General Assembly: Book of abstracts.* — 2005. — EGU 05-A-04561.
12. *Foerste C., Flechtner F., Schmidt R., et al.* A mean global gravity field model from the combination of satellite mission and altimetry/gravimetry surface gravity data // *Geophys. Res. Abstracts.* — 2006. — **8**. — 03462. — (Poster, EGU GA 2006, Vienna, Austria, 02–07 April 2006).
13. *Foerste Ch., Flechtner F., Schmidt R., et al.* EIGEN-GL05C — A new global combined high-resolution GRACE-based gravity field model of the GFZ-GRGS cooperation // *Geophys. Res. Abstracts.* — 2008. — **10**. — EGU2008-A-03426.
14. *Goiginger H., Hock E., Rieser D., et al.* The combined satellite-only global gravity field model GOCO02S // *European Geosciences Union General Assembly: Book of abstracts.* — 2011. — EGU 2011-10571.
15. *IERS Conventions (2010) / Eds G. Petit, B. Luzum.* — Paris: Observatoire de Paris, 2010. — IERS TN 36. — 160 p.
16. *Jaggi A., Meyer U., Beutler G., et al.* Status of gravity field model computed from GRACE field recovery using the celestial mechanics approach // *Geodesy for Planet Earth / Eds S. Venyon, M. Pacino.* — Berlin: Springer. — 2012. — **136**. — P. 161–170.
17. *Lemoine F. G., Kenyon S. C., Factor J. K., et al.* The development of the joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96 // *NASA Technical Paper NASA/TP1998206861.* — Goddard Space Flight Center, Greenbelt, USA, 1998.
18. *Marsh J. G., Lerch F. J., Putney B. H., et al.* The GEM-T2 Gravitational Model // *J. Geophys. Res.* — 1990. — **95**, N B13. — P. 22043–22071.
19. *McCarthy D., Petit G.* (eds.) *IERS Conventions (2003) // IERS TN 32.* — Paris: Observatoire de Paris, 2004. — 127 p.
20. *Pavlis N., Holmes S., Kenyon S., Factor J.* An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008 // *European Geosciences Union General Assembly: Book of abstracts.* — 2008. — EGU 2008-A-01891.
21. *Prange L.* Global gravity field determination using the GPS measurements made onboard the low Earth orbiting satellite CHAMP // *Geod.-geophys. Arb. Schweiz.* — 2011. — **81**. — 232 p.
22. *Reigber Ch., Balmino G., Moynot B., Mueller H.* The GRIM3 Earth Gravity Field Model // *Manuscripta Geodaetica.* — 1983. — **8**. — P. 93–138.
23. *Reigber Ch., Balmino G., Schwintzer P., et al.* A high quality global gravity field model from CHAMP GPS tracking data and Accelerometry (EIGEN-1S) // *Geophys. Res. Letter.* — 2002. — **29**. — doi: 10.1029/2002GL015064.
24. *Reigber Ch., Balmino G., Schwintzer P., et al.* Global gravity field recovery using solely GPS tracking and accelerometer data from CHAMP // *Space Sci. Revs.* — 2003. — **29**. — P. 55–66.
25. *Reigber Ch., Jochmann H., Wunsch J., et al.* Earth gravity field and seasonal variability from CHAMP // *Earth observation with CHAMP — Results from three years in orbit / Eds C. Reigber, H. Luhr, P. Schwintzer, J. Wickert.* — Berlin: Springer, 2004. — P. 25–30.
26. *Reigber Ch., Jochmann H., Wunsch J., et al.* Earth gravity field and seasonal variability from CHAMP // *Earth observation with CHAMP — Results from three years in orbit / Eds C. Reigber, H. Luhr, P. Schwintzer, J. Wickert.* — Berlin: Springer, 2004. — P. 25–30.
27. *Reigber Ch., Schmidt R., Flechtner F., et al.* An Earth gravity field model complete to degree and order 150 from GRACE: EIGEN-GRACE02S // *J. Geodyn.* — 2005. — **39**. — P. 1–10.
28. *Reigber Ch., Schwintzer P., Neumayer K., et al.* The CHAMP-only Earth Gravity Field Model EIGEN-2 // *Adv. Space Res.* — 2003. — **31**, N 8. — P. 1883–1888. — doi: 10.1016/S0273-1177(03)00162-5.
29. *Reigber Ch., Schwintzer P., Stubenvoll R., et al.* A High resolution global gravity field model combining CHAMP and GRACE satellite mission and surface data: EIGEN-CG01C. — *GeoForschungsZentrum Potsdam, 2006.* — Scientific technical report STR06/07.
30. *Sosnica K.* Determination of precise satellite orbits and geodetic parameters using satellite laser ranging: Dissertation. — AIUB, 2014. — 253 p.
31. *Tapley B. D., Watkins M., Ries J., et al.* The joint gravity model 3 // *J. Geophys. Res.* — 1996. — **101**. — P. 28029–28049.
32. *Tapley B. D., Ries J., Bettadpur S., et al.* The GGM03 mean earth gravity model from GRACE // *Eos Trans. AGU 88(52), Fall Meet. Suppl.* — 2007. — Abstract G42A-03.
33. *Tkachuk V. V., Choliy V. Ya.* On the comparison of fundamental numerical ephemerides // *Adv. Astron. and Space Phys.* — 2013. — **3**. — P. 141–144.

Стаття надійшла до редакції 18.12.14

*В. Я. Чолій*

Киевский национальный университет  
имени Тараса Шевченко  
Главная астрономическая обсерватория  
Национальной академии наук Украины, Киев

К ВОПРОСУ О ТОЧНОСТИ МОДЕЛЕЙ  
ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

Анализируется точность в случайном отношении моделей геопотенциала, накопленных усилиями мирового сообщества и рекомендованных к использованию в геодинамических программах. Проведен анализ точности моделей EIGEN с целью определения зависимости влияния состава наблюдений, собранных космическими миссиями, на точность моделей.

**Ключевые слова:** гравитационное поле, геодинамические модели, оценивание точности.

*V. Ya. Choliy*

Taras Shevchenko  
National University of Kyiv  
Main Astronomical Observatory  
of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv

ON THE PRECISION ESTIMATES  
OF EARTH GRAVITATION FIELD MODELS

In the article the results of the precision analysis of the geopotential models, collected by the scientific community and recommended for geodynamic programs is presented. EIGEN model line is analysed too with the purpose to understand how the data from new space missions influences the models precision.

**Key words:** gravitation field, geodynamic models, precision estimates.