

К. В. Аврамов<sup>1</sup>, М. В. Чернобрышко<sup>1</sup>, Т. Я. Батутина<sup>2</sup>, П. Г. Дегтяренко<sup>2</sup>, А. М. Тонконоженко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного Национальной академии наук Украины, Харьков

<sup>2</sup> Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М. К. Янгеля», Днепропетровск

## ДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОБТЕКАТЕЛЕЙ РАКЕТ

*Рассматриваются аэроупругие колебания обтекателей ракет-носителей, которые являются параболическими или коническими оболочками. Такие оболочки усиливаются изнутри стрингерами и шпангоутами. Исследуется динамическая неустойчивость таких конструкций в сверхзвуковом газовом потоке, который описывается поршневым теорией.*

**Ключевые слова:** колебания обтекателя, коническая оболочка со шпангоутами, сверхзвуковой газовый поток, пространственная форма потери устойчивости.

### ВВЕДЕНИЕ

Рассматриваются обтекатели ракет-носителей, которые защищают полезный груз при выводе его на орбиту. В процессе полета ракеты обтекатели взаимодействуют со сверхзвуковым газовым потоком. Эти конструкции моделируются тонкими оболочками, которые могут быть параболической или конической формы. Они соединяются с цилиндрической оболочкой. Внутри такие конструкции часто усиливаются стрингерами и шпангоутами.

Свободные колебания и динамическая неустойчивость параболических обтекателей ракет-носителей рассматривается в работах [6, 7, 11]. Оребрению тонкостенных конструкций посвящены статьи [3, 4].

Ниже коротко представлены результаты исследований динамической неустойчивости конических оребренных шпангоутами обтекателей ракет-носителей в сверхзвуковом газовом потоке.

Из экспериментальных исследований следует, что при скоростях полета ракеты немного больше одного Маха наблюдаются интенсивные ав-

токолебания обтекателей. В отдельных случаях такие колебания могут привести к разрушению конструкции или к поломкам полезного груза.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Обтекатель ракеты-носителя моделируется тонкой оболочкой. Поэтому сдвиги и инерция вращения не учитываются. Напряжения и деформации в оболочке предполагаются малыми, поэтому они удовлетворяют закону Гука. Предполагается, что напряженно-деформированное состояние оболочки описывается гипотезами Киргофа — Лява. Коническая оболочка высотой  $H$  и радиусом основания  $R$  является изотропной и тонкой (рис. 1). Оболочка имеет постоянную толщину  $h$ . Предполагается, что в основании оболочка жестко закреплена.

Образующая конической оболочки имеет ось  $z$  угол  $\alpha$ . Изнутри оболочка усиливается  $N$  кольцами, которые располагаются параллельно основанию оболочки на одинаковом расстоянии друг относительно друга. Предполагается, что все кольца изготовлены из одинакового материала и имеют одинаковые поперечные сечения. Кольца изгибаются в своей плоскости и в перпендикулярном направлении. Более того, они

испытывают кручение и растяжение-сжатие. При колебаниях обшивки кольца совершают изгибно-изгибно-крутильно-продольные колебания [8].

Свяжем с оболочкой криволинейную систему координат  $(s, \phi, \xi)$  (рис. 1). Коэффициенты Лямэ принимают следующие значения:  $A_1 = 1$ ,  $A_2 = s \cdot \sin \alpha$ . Радиусы кривизн координатных линий  $s$  и  $\phi$  таковы:  $R_s = +\infty$ ,  $R_\phi = s \cdot \operatorname{tg} \alpha$ . Шпангоуты крепятся в точках со следующими значениями координат образующей:

$$s_j^* = jH / [(N+1)\cos \alpha], \quad j = \overline{1, N}.$$

Проекции перемещений точек оболочки на направления  $s$ ,  $\phi$  и  $\xi$  обозначим  $u(s, \phi, t)$ ,  $v(s, \phi, t)$  и  $w(s, \phi, t)$  соответственно.

Колебания оболочки опишем системой обыкновенных дифференциальных уравнений относительно обобщенных координат. Для вывода этих уравнений воспользуемся методом заданных форм [2], который использует уравнения Лагранжа.

Потенциальная энергия конструкции представляется в виде суммы потенциальной энергии конической оболочки  $\Pi_1$  и потенциальных энергий всех шпангоутов  $\Pi_2^{(j)}$ :

$$\Pi = \Pi_1 + \sum_{j=1}^N \Pi_2^{(j)}.$$

Потенциальная энергия конической обшивки принимает вид

$$\begin{aligned} \Pi_1 = & D_1 \int_0^{2\pi} \int_{0^+}^L \left[ (E_1 + E_2)^2 - \kappa \left( E_1 E_2 - \frac{\Omega_1^2}{4} \right) \right] \cdot s ds d\phi + \\ & + D_2 \int_0^{2\pi} \int_{0^+}^L \left[ (K_1 + K_2)^2 - \kappa (K_1 K_2 - \Omega_2^2) \right] \cdot s ds d\phi + \\ & + D_3 \int_0^{2\pi} \int_{0^+}^L \left\{ E_1 K_1 + E_2 K_2 + \nu (E_1 K_2 + E_2 K_1) + \right. \\ & \left. + (1 - \nu) \Omega_1 \Omega_2 \right\} ds d\phi. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь

$$\begin{aligned} D_1 = & \frac{Eh \cdot \sin \alpha}{2(1 - \nu^2)}, \quad D_2 = \frac{Eh^3 \sin \alpha}{24(1 - \nu^2)}, \\ D_3 = & \frac{Eh^3 \cos \alpha}{12(1 - \nu^2)}, \quad \kappa = 2(1 - \nu), \end{aligned}$$

$E$  — модуль Юнга,  $\nu$  — коэффициент Пуассона,

$$\begin{aligned} E_1 = & \frac{\partial u}{\partial s}, \quad K_1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial s^2}, \\ E_2 = & \frac{1}{\operatorname{stg} \alpha} \left( \frac{\partial v}{\partial \phi} + u \operatorname{tg} \alpha + w \right), \\ K_2 = & \left( \frac{1}{s^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \left[ \frac{\partial v}{\partial \phi} - \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \right] - \frac{\partial w}{s \partial s} \right), \\ \Omega_1 = & \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{v}{s} + \frac{\partial u}{\partial \phi} \cdot \frac{1}{\operatorname{stg} \alpha}. \end{aligned}$$

Свяжем со шпангоутом локальную систему координат  $(\tilde{x}_j, \tilde{y}_j, \tilde{z}_j)$ ; ось  $\tilde{y}_j$  располагается вдоль продольной координаты шпангоута; ось  $\tilde{z}_j$  направлена вдоль образующей конической оболочки; ось  $\tilde{x}_j$  располагается так, что  $(\tilde{x}_j, \tilde{y}_j, \tilde{z}_j)$  образуют правую тройку векторов. Изгиб шпангоута в двух плоскостях описывается перемещениями  $u_j(\tilde{y}_j, t)$  и  $w_j(\tilde{y}_j, t)$ . Растяжение-сжатие шпангоута описывается перемещениями  $v_j(\tilde{y}_j, t)$ , а кручение моделируется функцией угла поворота  $\phi_j(\tilde{y}_j, t)$ . Потенциальную энергию  $j$ -го шпангоута представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Pi_2^{(j)} = & \frac{1}{2} \oint \left( E_j F_j \left( \frac{\partial v_j}{\partial \tilde{y}_j} - \frac{w_j}{R_j} \right)^2 + \right. \\ & + E_j J_{z_j} \left( \frac{\partial^2 u_j}{\partial \tilde{y}_j^2} + \frac{\phi_j}{R_j} \right)^2 + \\ & + E_j J_{x_j} \left( \frac{\partial^2 w_j}{\partial \tilde{y}_j^2} + \frac{w_j}{R_j^2} \right)^2 + \\ & \left. + G_j J_j \left( \frac{\partial u_j}{R_j \partial \tilde{y}_j} - \frac{\partial \phi_j}{\partial \tilde{y}_j} \right)^2 \right) d\tilde{y}_j, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $E_j, G_j$  — модуль Юнга и модуль сдвига  $j$ -го шпангоута,  $F_j$  — площадь поперечного сечения

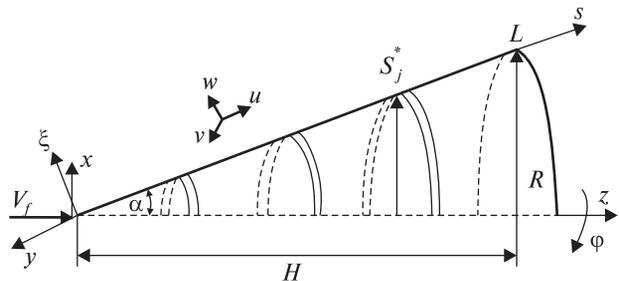


Рис. 1. Срединная поверхность конической оболочки со шпангоутами

шпангоута,  $J_{z_j}, J_{x_j}, J_j$  — моменты инерции поперечных сечений шпангоута,  $R_j$  — радиус кривизны срединной линии  $j$ -го шпангоута.

Одна из сторон шпангоута жестко связана с внутренней поверхностью оболочки. Эта связь выражается соотношениями между обобщенными перемещениями оболочки и шпангоутов, которые представлены в работе [3]. Эти соотношения позволяют представить потенциальную энергию шпангоута через перемещения оболочки. Поэтому потенциальную энергию всей конструкции удастся выразить через компоненты перемещений оболочки.

Кинетическая энергия конструкции состоит из кинетической энергии оболочки  $T_1$  и кинетических энергий всех шпангоутов  $T_2^{(j)}$ :

$$T = T_1 + \sum_{j=1}^N T_2^{(j)},$$

где

$$T_1 = \frac{\rho h}{2} \int_0^{2\pi} \int_{0^+}^L s[\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2] \sin \alpha ds d\phi,$$

$\rho$  — плотность материала оболочки.

Оболочка снаружи обтекается газовым потоком. На значительном удалении от оболочки поток движется в положительном направлении оси  $z$  со сверхзвуковой скоростью  $V_f$ . В непосредственной близости от оболочки наблюдаются возмущения в параметрах потока. Используя соотношения поршневой теории [5, 7], виртуальную работу аэродинамического давления  $\delta A$ , действующего на поверхность оболочки, представим так:

$$\frac{\sqrt{M^2 - 1}}{V_f \rho_f} \delta A = - \int_0^{2\pi} \int_{0^+}^L \left( V_f \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \dot{w} \right) \cdot s \sin \alpha \cdot \delta w ds d\phi, \quad (3)$$

где  $M$  — число Маха,  $\rho_f$  — плотность газа.

Динамику оболочки опишем моделью с конечным числом степеней свободы. Для вывода этой модели воспользуемся методом заданных форм. Компоненты перемещений оболочки разложим в ряд по собственным формам колебаний  $U_n(s, \phi)$ ,  $V_n(s, \phi)$ ,  $W_n(s, \phi)$  так:

$$u(s, \phi, t) = \sum_{n=1}^{N_u} q_n^{(u)}(t) U_n(s, \phi);$$

$$v(s, \phi, t) = \sum_{n=1}^{N_v} q_n^{(v)}(t) V_n(s, \phi); \quad (4)$$

$$w(s, \phi, t) = \sum_{n=1}^{N_w} q_n^{(w)}(t) W_n(s, \phi),$$

где

$$q^{(u)} = [q_1^{(u)}, \dots, q_{N_u}^{(u)}],$$

$$q^{(v)} = [q_1^{(v)}, \dots, q_{N_v}^{(v)}],$$

$$q^{(w)} = [q_1^{(w)}, \dots, q_{N_w}^{(w)}]$$

— векторы обобщенных координат. Разложения для перемещений (4) вводятся в кинетическую и потенциальную энергии конструкции и производятся необходимые интегрирования. В результате кинетическая и потенциальная энергии представляются в виде квадратичных форм относительно обобщенных координат и обобщенных скоростей. Тогда уравнения Лагранжа системы можно представить в виде

$$M_{11} \ddot{q}^{(u)} + K_{11} q^{(u)} + K_{12} q^{(v)} + K_{13} q^{(w)} = 0,$$

$$M_{22} \ddot{q}^{(v)} + K_{21} q^{(u)} + K_{22} q^{(v)} + K_{23} q^{(w)} = 0,$$

$$M_{33} \ddot{q}^{(w)} + K_{31} q^{(u)} + K_{32} q^{(v)} + K_{33} q^{(w)} + K^{(w)} q^{(w)} + C^{(w)} \dot{q}^{(w)} = 0,$$

где  $M_{ii}$  — матрицы масс, которые являются диагональными,  $K_{ii}$  — матрицы жесткости,  $C^{(w)}$  — матрица аэродинамического демпфирования,  $K^{(w)}$  — матрица аэродинамической жесткости.

Для анализа динамической неустойчивости конструкции рассчитывались характеристические показатели [1, 9]. Они находились при различных значениях чисел Маха. Определялся диапазон чисел Маха, где наблюдается динамическая неустойчивость.

Особое внимание в работе уделялось исследованию формы оболочки при потере ею динамической устойчивости в сверхзвуковом газовом потоке. Для этого был разработан подход, описанный в работе [7]. С помощью этого подхода численно исследовалась форма потери устойчивости конструкции.

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Рассмотрим четыре варианта конструкции. Все конструкции состоят из конической оболочки высотой  $H = 5.24$  м, радиусом  $R = 1.95$  м и тол-

щиной  $h = 2$  мм с механическими характеристиками материала:  $E = 72$  ГПа,  $\rho = 2770$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu = 0.3$ . Первая конструкция представляет собой коническую оболочку без шпангоутов. Вторая, третья и четвертая конструкции содержат три, пять и семь шпангоутов соответственно. Площадь поперечных сечений шпангоутов  $F_j = 570$  мм<sup>2</sup>. Расстояния между шпангоутами выбирались равными между собой и краями оболочки. Механические характеристики материала ребер не отличались от характеристик оболочки.

Проводились исследования собственных частот колебаний конструкций с различным числом шпангоутов методом Релея — Ритца. Полученные результаты сравнивались с данными программного комплекса ANSYS. Максимальная относительная погрешность не превышала 3 %.

На рис. 2 показаны графики собственных частот колебаний конструкций в зависимости от их номера  $n$ .

В результате численного анализа было установлено, что все четыре конструкции имеют одинаковый диапазон динамической неустойчивости для значений  $M : 1.01 \leq M \leq 1.414$ . При  $M > 1.414$  состояние равновесия конструкции устойчиво.

Численно определялась частота начала автоколебаний  $\Omega_1$  с помощью подхода, предложенного в работе [7]. Фактически находится частота, с которой колеблется конструкция при потере устойчивости. В таблице представлены результаты расчетов для моделей оболочек с 9, 12, 15, 18 и 21 степенями свободы. Как видно, для четырех рассматриваемых конструкций сходимость полученных результатов наблюдается при 15 степенях свободы.

Исследовались формы оболочки при начале автоколебаний конструкции в сверхзвуковом га-

Значения критических частот автоколебаний  $\Omega_1$ , Гц

$N_w$	Без ребер	3 ребра	5 ребер	7 ребер
9	63.180	65.623	57.841	58.256
12	57.113	58.938	60.113	60.147
15	56.657	60.007	60.532	60.734
18	56.392	60.319	61.096	61.045

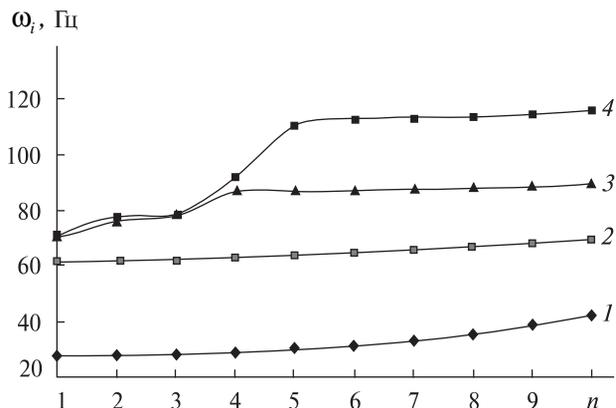


Рис. 2. Графики собственных частот колебаний конструкций: 1 — оболочка без ребер; 2, 3, 4 — оболочки с тремя, пятью, семью ребрами соответственно

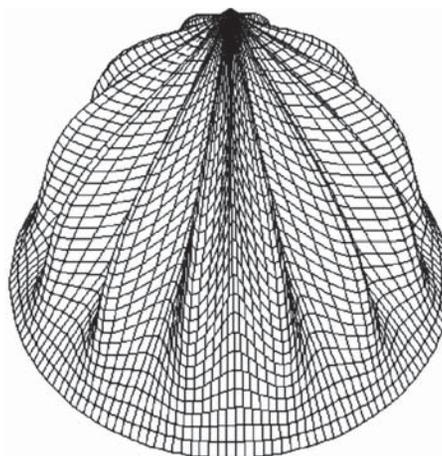


Рис. 3. Форма потери динамической устойчивости конической оболочки с семью ребрами

зовом потоке. В качестве примера на рис. 3 представлена форма потери динамической устойчивости конической оболочки с семью ребрами.

### ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Исследуется динамическая неустойчивость параболических и конических обтекателей ракет-носителей. Анализируются конструкции без усиления и конструкции со шпангоутами. Исследуются области динамической неустойчивости конструкций.

В дальнейшем нами будут исследоваться нелинейные колебания обтекателей ракет-носителей. В области динамической неустойчивости

амплитуды колебаний конструкции на начальных интервалах времени растут. При амплитудах колебаний порядка толщины оболочки конструкция ведет себя геометрически нелинейно [10, 12]. Вследствие геометрической нелинейности амплитуды колебаний конструкции ограничиваются, и в системе возникает предельный цикл (автоколебания). Такие движения будут предметом дальнейших исследований.

*Работа выполнена при поддержке Целевой комплексной программы НАН Украины по научным космическим исследованиям на 2012–2016 гг.*

1. Аврамов К. В. К аэроупругому взаимодействию пластин с трехмерным, безвихревым, идеальным газовым потоком // Доп. НАН України. — 2013. — № 9. — С. 57–63.
2. Аврамов К. В., Михлин Ю. В. Нелинейная динамика упругих систем. — М. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. — 704 с.
3. Аврамов К. В., Морачковский О. К., Тонконоженко А. М. и др. Полуаналитический метод конечных элементов для расчета напряженно-деформируемого состояния цилиндрических оболочек с продольными ребрами // Пробл. машиностр. — 2014. — 17. — С. 34–43.
4. Аврамов К. В., Морачковский О. К., Тонконоженко А. М., Кожарин В. Ю. Численный анализ разрушающих нагрузок орбренных баков ракетополетителей // Авиаци.-космич. техн. и технол. — 2014. — № 5(112). — С. 40–47.
5. Бочкарев С. А., Матвеев В. П. Панельный флаттер вращающихся круговых оболочек, обтекаемых сверхзвуковым потоком // Вычисл. мех. сплош. сред. — 2008. — № 3. — С. 25–33.
6. Чернобрышко М. В., Аврамов К. В. Собственные колебания параболических оболочек // Мат. методы и физ.-мех. поля. — 2014. — 4. — Р. 18–20.
7. Чернобрышко М. В., Аврамов К. В., Батутина Т. Я. и др. Динамическая неустойчивость обтекателей ракетополетителей в полете // Пробл. машиностр. — 2014. — 17. — С. 9–16.
8. Avramov K. V., Pierre C., Shyriaieva N. Flexural-flexural-torsional nonlinear vibrations of pre-twisted rotating beams with asymmetric cross-sections // J. Vibrat. and Contr. — 2007. — 13. — Р. 329–364.
9. Avramov K. V., Strel'nikova E. A., Pierre C. Resonant many-mode periodic and chaotic self-sustained aeroelas-

tic vibrations of cantilever plates with geometrical nonlinearities in incompressible flow // Nonlin. Dyn. — 2012. — 70. — Р. 1335–1354.

10. Breslavsky I. D., Strel'nikova E. A., Avramov K. V. Dynamics of Shallow Shells with Geometrical Nonlinearity Interacting with Fluid // Comput. and Struct. — 2011. — 89. — Р. 496–506.
11. Chernobryvko M. V., Avramov K. V., Romanenko V. N., et al. Free linear vibrations of parabolic shells // Meccanica. — 2014. — 49. — Р. 14–21.
12. Kochurov R., Avramov K. V. On effect of initial imperfections on parametric vibrations of cylindrical shells with geometrical non-linearity // Int. J. Solids and Struct. — 2012. — 49. — Р. 537–545.

*Стаття надійшла до редакції 10.12.2014*

К. В. Аврамов<sup>1</sup>, М. В. Чернобрышко<sup>1</sup>, Т. Я. Батутина<sup>2</sup>, П. Г. Дегтяренко<sup>2</sup>, А. М. Тонконоженко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного Національної академії наук України, Харків

<sup>2</sup> Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля», Дніпропетровськ

#### ДИНАМІЧНА НЕСТІЙКІСТЬ ОБТІЧНИКІВ РАКЕТ

Розглядаються аеропружні коливання обтічників ракетносіів, які є параболическими або конічними оболонками. Такі оболонки посилюються зсередини стрингерами і шпангоутами. Досліджується динамічна нестійкість таких конструкцій в надзвуковому газовому потоці, який описується поршневою теорією.

**Ключові слова:** коливання обтічника, конічна оболонка зі шпангоутами, надзвуковий газовий потік, просторова форма втрати стійкості.

К. В. Avramov<sup>1</sup>, М. В. Chernobryvko<sup>1</sup>, Т. Я. Batutina<sup>2</sup>, П. Г. Degtyarenko<sup>2</sup>, А. М. Tonkonozhenko<sup>2</sup>

<sup>1</sup> A. N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv

<sup>2</sup> Yuzhnoye State Design Office, Dnipropetrovsk

#### DYNAMIC INSTABILITY OF ROCKETS FAIRINGS

Aeroelastic vibrations of rockets fairing, which are parabolic or conic shells, are considered. These shells are faded-in by stringers and rings. The dynamic instability of such structures in supersonic gas stream is analyzed.

**Key words:** vibrations of rocket deflector, ring-stiffened conical shells, supersonic gas stream, shell space mode.