

УДК 551.510

Г. В. Лизунов, А. Ю. Леонтьев

Институт космічних досліджень Національної академії наук України
та Державного космічного агентства України, Київ

ВЫСОТА ПРОНИКНОВЕНИЯ В ИОНОСФЕРУ ВНУТРЕННИХ АТМОСФЕРНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

Получены приближённые аналитические решения, описывающие в линейном приближении распространение и диссипацию внутренних атмосферных гравитационных волн (ГВ) в вязкой и теплопроводящей атмосфере Земли. Показано, что основное поглощение ГВ происходит в высотном слое с толщиной порядка локального значения высоты однородной атмосферы. Высота расположения слоя зависит от атмосферных параметров и от спектральных параметров ГВ, но не от интенсивности ГВ. Тем самым даже слабые приземные источники создают накачку энергии на ионосферные высоты, причём каждой монохроматической составляющей ГВ соответствует своя определённая высота диссипации. Рассчитаны кривые, характеризующие проникновение ГВ в ионосферу при различных условиях. Показано, что под действием ветра высота поглощения ГВ изменяется: при встречном ветре она увеличивается, при попутном уменьшается.

ВВЕДЕНИЕ

Уже более полстолетия ведутся исследования распространения внутренних атмосферных гравитационных волн (ГВ) на ионосферных высотах [18]. Данные наблюдений и теоретические оценки свидетельствуют о том, что ГВ играют важную роль в энергетическом бюджете верхней атмосферы и в формировании картины циркуляции атмосферно-ионосферной среды. Постоянно действующими источниками ГВ в космосе служат процессы нагрева и ускорения газа в полярных сияниях, а также множественные приземные источники — погодные фронты, ячейки грозовой конвекции, землетрясения, цунами, старты ракет, другие природные и техногенные факторы [3, 11, 14, 16, 18—20, 22, 23, 27].

В литературе разработаны два базовых подхода к расчёту распространения и поглощения ГВ в реальной атмосфере. Первый — численное решение исходных уравнений гидродинамики с учётом вязкости и теплопроводности [1, 2, 6, 22]. Второй подход — полуаналитический, когда в приближении геометрической оптики с исполь-

зованием локального дисперсионного уравнения ГВ численно рассчитываются траектории распространения волн и распределение интенсивности вдоль них [17, 18]. Ограниченность обоих подходов состоит в том, что каждый раз строится частное решение, из которого неизвестно, как изменится распределение ГВ при изменении источника колебаний и/или параметров среды. Так, для получения цельной картины волновой активности термосферы в работах [16, 22] были обобщены результаты сотен модельных экспериментов.

Настоящая работа представляет собой попытку получить аналитические соотношения, описывающие проникновение ГВ в термосферу снизу в зависимости от спектральных параметров ГВ.

МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Принципиальная трудность аналитического описания ГВ в реальной (вязкой и теплопроводящей) атмосфере связана с тем обстоятельством, что в условиях поглощения, строго говоря, теряет смысл понятие дисперсионного уравнения ГВ. Поясним это на примере построения решения гидродинамического уравнения движения.

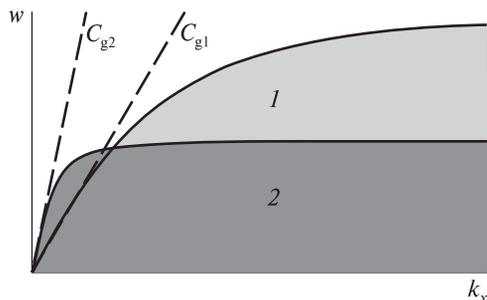


Рис. 1. Дисперсионная плоскость $\{k_x, \omega\}$: 1, 2 — области, заполняемые ГВ при распространении в нижней и верхней атмосфере соответственно

С учётом принятых в теории ГВ упрощающих предположений о том, что атмосфера является покоящейся, стационарной, изотермической и химически однородной, а волны линейными, запишем уравнение движения в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta \mathbf{V} = -\frac{\nabla \delta p}{\rho_0} + \mathbf{g} \frac{\delta \rho}{\rho_0} + \frac{\eta}{\rho_0} \left(\Delta \delta \mathbf{V} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \delta \mathbf{V}) \right), \quad (1)$$

где $\delta \mathbf{V}, \delta p, \delta \rho$ — вариации скорости, давления и плотности воздуха в ГВ, \mathbf{g} — ускорение свободного падения, η — коэффициент динамической вязкости воздуха. При этом невозмущённые плотность и давление атмосферы распределены по барометрическому закону:

$$\rho_0, p_0 \propto \exp\{-z/H\}, \quad (2)$$

где $H = RT/\mu g$ — высота однородной атмосферы, R — газовая постоянная, μ, T — молярная масса и температура воздуха, ось OZ направлена вверх.

Уравнение (1) — линейное дифференциальное уравнение с зависящим от вертикальной координаты коэффициентом $\rho_0(z)$, причём данная зависимость является существенной как в качественном отношении (при $\rho_0 = \text{const}$ не существуют ГВ), так и в количественном отношении (ρ_0 изменяется на 10–11 порядков величины между поверхностью Земли и типичной для нижеследующих расчётов высотой 300 км). Если в правой части уравнения (1) пренебречь членом, описывающим вязкость, то коэффициент $\rho_0(z)$ исключается из (1) путём подстановки [18]:

$$\begin{aligned} &(\delta \mathbf{V}, \delta p, \delta \rho, \delta T) \rightarrow \\ &\rightarrow (\rho_0^{+1/2} \delta \mathbf{V}, \rho_0^{-1/2} \delta p, \rho_0^{-1/2} \delta \rho, \rho_0^{+1/2} \delta T). \end{aligned} \quad (3)$$

Данная подстановка также производится во всех дополняющих (1) уравнениях гидродинамики, которые мы здесь для краткости не приводим. В результате система исходных уравнений приводится к системе линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, решение которых ищется в виде плоских монохроматических волн. Для исходных функций решение имеет вид

$$\delta \mathbf{V}, \frac{\delta \rho}{\rho_0}, \frac{\delta p}{p_0}, \delta T \propto \exp \left\{ +\frac{z}{2H} + i(\omega t - k_z z - k_x x) \right\}, \quad (4)$$

где система координат выбрана таким образом, чтобы волновой вектор лежал в плоскости XOZ : $\mathbf{k} = \{k_x, 0, k_z\}$. Частота и волновой вектор ГВ связаны дисперсионным соотношением [18], которое можно приближённо представить в удобном для аналитических выкладок виде [5, 25]:

$$\omega = \frac{c_g k_x}{\sqrt{1 + (k/k_g)^2}}, \quad (5)$$

где $k_g = (2H)^{-1}$, $c_g = (\omega_g / \omega_a) c_s$, c_s — скорость звука, $\omega_g = \sqrt{\gamma - 1} g / c_s$ — частота Брента — Ваясяля, $\omega_a = \gamma g / 2c_s$ — частота акустической отсечки, γ — показатель адиабаты. Отметим, что в (5) входят специфические параметры ГВ — волновое число k_g и максимальная фазовая скорость c_g , численно близкая к скорости звука (в термосфере Земли $c_g = 0.98c_s$). Кроме того, имеет место равенство $\omega_g = k_g c_g$. На фазовой плоскости $\{k_x, \omega\}$ дисперсионные кривые ГВ заполняют характерную область, показанную на рис. 1. В предельных случаях длинных и коротких волн

$$\omega = \begin{cases} c_g k_x, & k \ll k_g, \\ \omega_g \cos \theta, & k \gg k_g, \end{cases} \quad (6)$$

где $\theta = \text{arctg}(k_z / k_x)$ — направление распространения волны относительно горизонтали.

При наличии в уравнении (1) фактора вязкости описанная методика решения не действительна. Замены, исключающей зависимость коэффициентов исходных уравнений от вертикальной координаты z , не существует, плоские волны перестают быть собственными функциями дифференциальной задачи, т. е. не существует и дисперсионное уравнение.

Чтобы в таких условиях аналитически исследовать влияние диссипации на распространение

ние ГВ, в ряде работ [12, 13, 24] было введено искусственное предположение о том, что кинематическая вязкость атмосферы постоянна $D = \eta / \rho_0 = \text{const}$ (хотя в действительности она экспоненциально увеличивается с высотой). Тогда с помощью подстановки (3) воспроизводится предыдущая схема построения решения, трактуемого как физически корректное, но только в пределах тонких атмосферных слоёв высотой $\Delta z < H$. На следующем шаге решения для отдельных слоёв сшиваются между собой краевыми условиями. Распространение ГВ в многослойной атмосфере моделируется численно [12, 13]. Дисперсионное уравнение ГВ в приближении $D = \text{const}$ имеет вид [25]

$$\omega = \omega' + i\omega'', \quad \omega' = \frac{c_g k_x}{\sqrt{1 + (k/k_g)^2}} - 2Dk_g k_z, \\ \omega'' = D(k^2 - k_g^2). \quad (7)$$

Отметим, что согласно (7) под действием диссипации происходит затухание ГВ с декрементом ω'' и смещение действительной части частоты волны ω' . В области длинных волн $k < k_g$ поглощение сменяется излучением $\omega'' < 0$, что, конечно, некорректно с физической точки зрения.

Вместо того чтобы искать точные решения приближённых уравнений атмосферной гидродинамики (искусственно сконструированных при условии $D = \text{const}$), предпримем в данной работе попытку построить приближённые решения «правильных» уравнений. Будем основываться на следующих общих соображениях. Из сравнения величины вязкого члена в правой части уравнения (1) ($\sim Dk^2 \delta V$) и инерционного члена в левой части ($\sim \omega \delta V$) следует, что в области длинных волн ($k^2 \ll \omega / D$) влияние диссипации на распространение волн мало (при $k \rightarrow 0$ сколь угодно мало), а в области коротких волн ($k^2 \gg \omega / D$) — велико. Тем самым на каждом высотном уровне, в зависимости от значения коэффициента вязкости $D(z)$, можно выделить спектральные диапазоны «очень слабо диссипирующих» и «очень сильно диссипирующих» ГВ. В случае распространения на большие расстояния последние, очевидно, несущественны.

Слабо диссипирующие ГВ, как показано далее, всюду остаются таковыми, даже в области эффективного поглощения волн, в том смысле, что вязкий член в уравнении (1) для них всюду мал, и декремент затухания $\omega'' \ll \omega'$.

В таких условиях влиянием поглощения на действительную часть частоты (5) можно в первом приближении пренебречь, а для вычисления декремента затухания воспользоваться общим гидродинамическим подходом, описанным в [4]. Согласно уравнению баланса волновой энергии

$$\omega'' = -\frac{\langle dE_w / dt \rangle}{2\langle E_w \rangle}, \quad (8)$$

где $\langle E_w \rangle = \langle \rho \delta V^2 \rangle$ — средняя по периоду плотность энергии ГВ (заметим, что средняя кинетическая и потенциальная энергии волны равны между собой), $\langle dE_w / dt \rangle$ — темп диссипации энергии под действием факторов вязкости и теплопроводности. После соответствующих вычислений (приложение) находим:

$$\omega'' = aDk^2, \quad (9)$$

где численный коэффициент $a = 0.87 \dots 0.95$ зависит от газокинетических параметров среды и от спектрального диапазона ГВ. В области коротких волн $k \gg k_g$ выражение (9) с точностью до коэффициента $a \approx 1$ совпадает с выражением для декремента (7) из работы [25].

Дисперсионные соотношения (5) и (9) полностью определяют распространение и диссипацию монохроматических составляющих ГВ.

ВЕРТИКАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

Теория поглощения ГВ, распространяющихся из нижних слоёв атмосферы вверх, обнаруживает глубокую аналогию с теорией Чепмена, описывающей поглощение солнечного ультрафиолетового излучения при падении на атмосферу сверху [7]. Поставим задачу с граничным условием: на некотором высотном уровне $z = z_0$ происходит генерация монохроматической ГВ с заданными спектральными характеристиками $\omega = \omega(\mathbf{k})$ — необходимо рассчитать распределение интенсивности ГВ в полупространстве $z > z_0$. Уравнение волнового переноса энергии

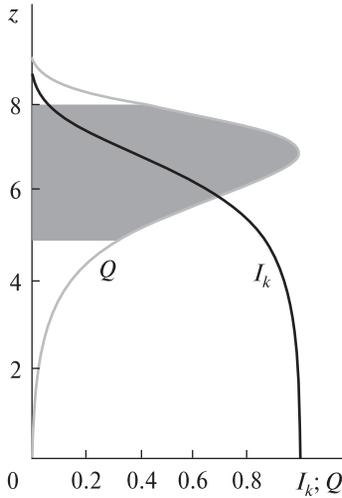


Рис. 2. Вертикальное распределение интенсивности I_k и темпа Q поглощения энергии ГВ. Выделена область высотой $3H$, где происходит поглощение 80 % энергии ГВ

имеет вид

$$\frac{dI_k}{dz} = -2\kappa I_k, \quad (10)$$

где $I_k = V_{gz} \langle \rho V_k^2 \rangle$ — вертикальный поток энергии (интенсивность) ГВ, $V_{gz} = \partial \omega / \partial k_z$ — вертикальная групповая скорость ГВ, κ — пространственный декремент затухания (коэффициент поглощения), который выражается через временной декремент затухания с помощью замены $\kappa = \omega'' / V_{gz}$. С учётом (9)

$$\kappa = \frac{\omega''}{V_{gz}} = a \frac{k^2}{V_{gz}} D, \quad (11)$$

причём в силу барометрического распределения плотности атмосферы:

$$D = D_0 \exp\left\{\frac{z-z_0}{H}\right\}, \quad \kappa = \kappa_0 \exp\left\{\frac{z-z_0}{H}\right\}, \quad (12)$$

где κ_0 и D_0 — значения коэффициентов при $z = z_0$, $\kappa_0 = a k^2 D_0 / V_{gz}$.

Решение уравнения (10) представим в виде

$$I_k(z) = I_{k0} \exp\{-\tau(z)\}, \quad \tau(z) = \int_{z_0}^z 2\kappa dz, \quad (13)$$

где I_{k0} — начальная интенсивность ГВ, параметр τ характеризует поглощающую толщину атмосферы (по аналогии с оптической толщиной в теории Чепмена). С учётом (12)

$$\tau(z) = 2\kappa_0 \left[\exp\left\{\frac{z-z_0}{H}\right\} - 1 \right] H. \quad (14)$$

В практически важном случае $z - z_0 > H$

$$\tau(z) \approx 2\kappa_0 \exp\left\{\frac{z-z_0}{H}\right\} H = 2\kappa(z)H. \quad (15)$$

Темп поглощения энергии ГВ атмосферой равен

$$Q = -\frac{dI_k}{dz} = Q_m \exp\left\{1 + \frac{z-z_m}{H} - \exp\left(\frac{z-z_m}{H}\right)\right\}, \quad (16)$$

причём максимум поглощения Q_m достигается на специфическом высотном уровне z_m , определяемом условием $\tau(z_m) = 1$ или

$$2\kappa(z_m)H = 2\kappa_0 \exp\left\{\frac{z_m-z_0}{H}\right\} H = 1. \quad (17)$$

Распределения $I_k(z)$ и $Q(z)$ представлены на рис. 2. Отметим, что интенсивность ГВ с точностью до некоторого коэффициента совпадает с потоком волнового импульса: $I_k \propto \langle \rho \delta V_{kx} \delta V_{kz} \rangle$. Тем самым функция $Q(z)$ характеризует диссипацию не только энергии, но и количества движения ГВ, и следовательно, действующую со стороны ГВ на атмосферу среднюю силу. Ускорение воздушной среды $d\langle V_x \rangle / dt \propto Q / \rho_0 \propto e^{z/H} Q$ достигает максимума на высоте: $z'_m = z_m + H$. Распределение (16) ранее получено в работе [25].

Как видно из графиков на рис. 2, основное поглощение энергии и импульса ГВ происходит в узком высотном слое с полушириной $\Delta z \sim H$ (на рис. 2 выделена область размером $3H$, где диссипирует 80 % энергии волны). Это обстоятельство играет важную роль при расчёте поглощения ГВ в реальной атмосфере, температура, молекулярный состав и другие параметры которой изменяются с высотой. Имеют значение, очевидно, только значения параметров в окрестности высоты z_m . Условия на пути распространения ГВ в нижележащей атмосфере не важны из-за малости диссипирующей там энергии.

Интуитивно кажется очевидным, что высота проникновения ГВ должна зависеть от интенсивности волны: слабые волны должны затухать ближе к источнику, сильные — достигать больших высот. Полученные результаты показывают, что это не так: параметр z_m зависит от атмосферных условий и, через коэффициент поглощения κ , — от спектральных параметров

волны, но не от начальной амплитуды волны. Отсюда следует, что даже слабые приземные источники ГВ создают накачку энергии на ионосферные высоты, причём каждой монохроматической составляющей ГВ соответствует своя определённая высота поглощения.

Чтобы физически истолковать этот результат, примем во внимание фактор амплитудного усиления ГВ с высотой. Согласно (4) в отсутствие диссипации амплитуда ГВ растёт как $\delta V_k \propto \exp\{z/(2H)\}$. При наличии диссипации это выражение следует модифицировать:

$$\delta V_k \propto \exp\left\{\int [1/(2H) - \kappa(z)] dz\right\}.$$

Таким образом, на малых высотах, где коэффициент поглощения мал, превалирует фактор усиления, на больших высотах — затухания, а максимум амплитуды волны достигается, когда $2\kappa(z_m)H = 1$, что как раз совпадает с условием (17).

Перейдём к исследованию зависимости высоты расположения слоя поглощения z_m от спектральных характеристик ГВ. Уравнение (17) перепишем в виде

$$\exp\left\{\frac{z_m - z_0}{H}\right\} = C \cdot f, \quad (18)$$

где введены безразмерные параметры — коэффициент C , зависящий только от параметров атмосферы:

$$C = \frac{\omega_g}{aD_0 k_g^2}, \quad (19)$$

и функция спектральных параметров ГВ:

$$f = \frac{V_{gz} k_g^2}{c_g^2 k^2}. \quad (20)$$

Решение уравнения (18) имеет вид

$$z_m = z_0 + H \ln C + H \ln f, \quad (21)$$

в котором вся спектральная зависимость заключена в последнем члене. Из дисперсионного уравнения (5) найдём явные выражения для вертикальной групповой скорости ГВ:

$$V_{gz} = \frac{\partial \omega}{\partial k_z} = c_g \frac{q_x q_z}{(1+q^2)^{3/2}} = \frac{c_g}{2} \frac{q^2 \sin 2\theta}{(1+q^2)^{3/2}}, \quad (22)$$

где $\mathbf{q} = \mathbf{k}/k_g$ — нормированный волновой вектор, и выражение для нормированной горизон-

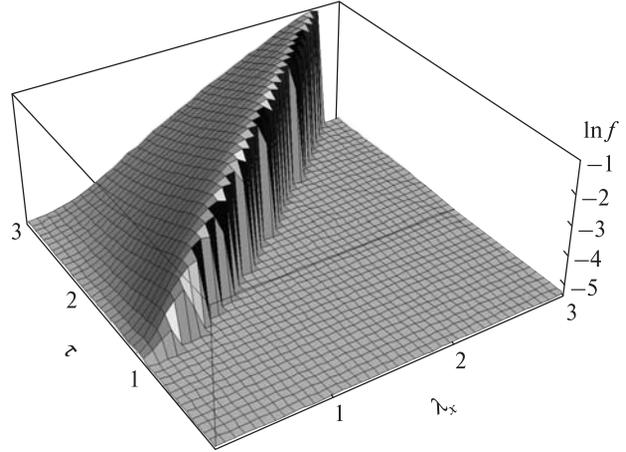


Рис. 3. Спектральное распределение нормированной высоты поглощения ГВ $\ln f(\lambda_x, \tau)$

тальной фазовой скорости ГВ:

$$\beta = \frac{\omega}{c_g k_x} = \frac{1}{\sqrt{1+q^2}}. \quad (23)$$

Собирая вместе формулы (20), (22) и (23), получим

$$f = \frac{q_x q_z}{q^2 (1+q^2)^{3/2}} = \frac{1}{2} \beta^3 \sin 2\theta. \quad (24)$$

Рис. 3 демонстрирует распределение $\ln f(\lambda_x, \tau)$ как функцию нормированной горизонтальной длины волны $\lambda_x = k_g/k_x$ и нормированного периода $\tau = \omega_g/\omega$. Распределение имеет вид хребта, пологого со стороны малых фазовых скоростей ГВ и круто обрывающегося в сторону больших фазовых скоростей. При этом область фазового пространства справа от «обрыва» (сверхзвуковая область) запрещена для распространения ГВ. Вертикальные сечения поверхности $\ln f$ дают соответствующие двумерные распределения — зависимость высоты поглощения от горизонтальной длины волны $z_m = z_m(\lambda_x)$ при заданном периоде τ , зависимость от периода $z_m = z_m(\tau)$ при заданной длине волны λ_x и пр.

На рис. 4 показано семейство характерных распределений $z_m = z_m(\lambda_x)$, известных ранее по данным численных экспериментов [17]. Рассмотрим зависимость z_m от горизонтальной фазовой скорости ГВ $\beta = \lambda_x/\tau$. Согласно (24) максимум спектральной функции $f_{\max} = \beta^3/2$

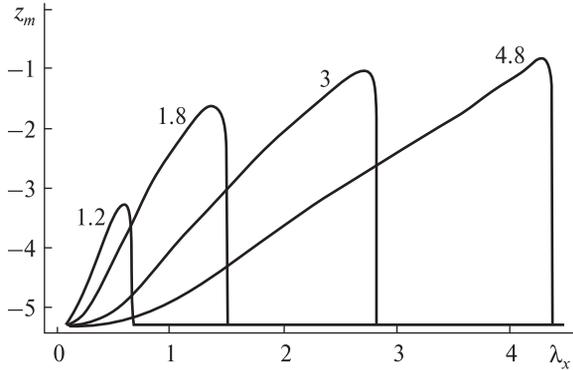


Рис. 4. Зависимость высоты поглощения ГВ от горизонтальной длины волны $z_m = z_m(\lambda_x)$ при различных периодах ($\tau = 1.2, 1.8, 3, 4.5$)

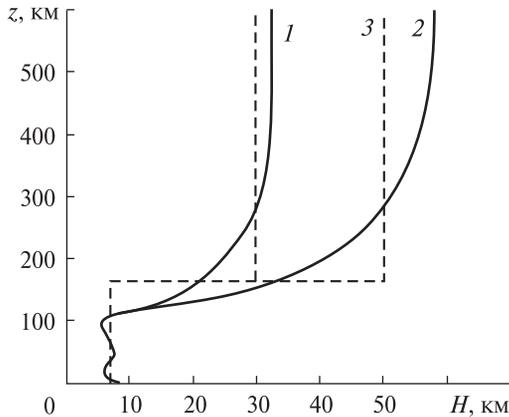


Рис. 5. Вертикальное распределение высоты однородной атмосферы в атмосфере Земли в условиях низкой солнечной активности (1), высокой активности (2) и модель двухслойной атмосферы (3)

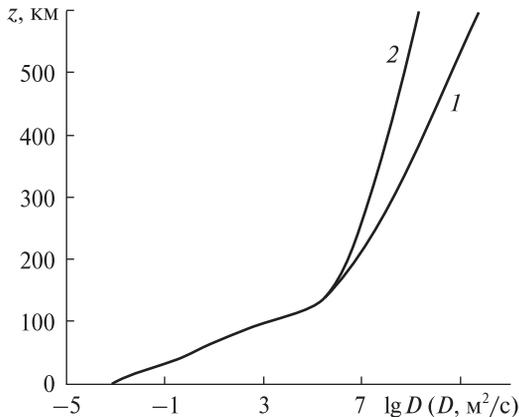


Рис. 6. Вертикальное распределение коэффициента кинематической вязкости D в условиях низкой (1) и высокой (2) солнечной активности

достигается при распространении волн под углом $\theta = \pi/4$ к горизонту. Максимальная высота проникновения ГВ в атмосферу при этом равна

$$z_{m\max} = z_a + 3H \ln \beta, \quad (25)$$

где $z_a = z_0 + H \ln(C/2)$.

Проверим исходное предположение о том, что диссипация слабо влияет на дисперсию ГВ. С использованием полученных формул можно видеть, что даже на высоте $z_{m\max}$

$$\frac{\omega''}{\omega'} = \frac{\beta}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \beta^2}.$$

Максимум этого выражения $\omega''/\omega' = 2^{-3/2} \approx 0.35$ достигается при $\beta = 1/\sqrt{2}$, во всём остальном спектральном диапазоне $\omega''/\omega' \ll 1$.

ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Переходя к количественным оценкам необходимо учесть вертикальную неоднородность атмосферы Земли. Изменение температуры и молекулярного состава воздуха с высотой приводит к изменению параметра высоты однородной атмосферы $H = H(z)$ (рис. 5), показателя адиабаты γ и дисперсионных параметров ГВ: $k_g = (2H)^{-1}$, $c_g = 2\sqrt{(1 - \gamma^{-1})gH}$ и $\omega_g = c_g k_g$. Также имеет значение ветер. Как показано на рис. 5, в диапазоне высот 0...120 км H варьирует около среднего значения 7 км. В области термоклина 120...180 км H резко увеличивается, достигая на высотах 180...200 км значений 30...50 км в зависимости от солнечной активности.

Высота проникновения ГВ в термосферу z_m , определяемая как координата максимума энергопоглощения волны, имеет количественный смысл, очевидно, с точностью до характерных размеров области максимума $\Delta z_m \sim H$. Фактически неопределённость параметра z_m достигает десятков — полусотни километров, что соизмеримо с вертикальными размерами области скачка атмосферных параметров на термоклине. Это обстоятельство позволяет для численных оценок воспользоваться простой моделью двухслойной атмосферы, представленной на рис. 5. Внутри каждого из слоёв атмосфера однородна. Граница между слоями расположена на высоте $z'_0 = 150$ км. Значения параметров слоёв указаны в таблице. Изменение коэффициента кинема-

тической вязкости $D = D(z)$ в реальной атмосфере (рис. 6) также согласуется с двухслойной моделью. (Представленные на рисунках кривые и значения параметров в таблице рассчитаны согласно модели атмосферы MSIS-90).

В двухслойной модели высота проникновения ГВ определяется по формуле (25) с использованием параметров нижнего слоя, если $z_{m\max} < z'_0$, и верхнего слоя, если $z_{m\max} > z'_0$. В переходной области 150–200 км решение интерполируется. Для удобства модельных вычислений точка z_0 привязки коэффициента вязкости $D_0 = D(z_0)$ переносится на высоту $z_0 \rightarrow z'_0 = 150$ км, при этом в уравнении (25) параметр высоты

$$z_a \rightarrow z'_0 + H \ln(C/2)$$

является зависящим только от параметров слоёв, но не от уровня генерации ГВ.

Распространение ГВ в двухслойной модели атмосферы происходит с сохранением частоты ω и тангенциального волнового числа k_x (или, что эквивалентно, горизонтальной фазовой скорости ω/k_x), являющихся инвариантами распространения ГВ в вертикально неоднородной атмосфере. При этом волновое число $k_z = k_z(k_x, \omega)$ изменяется между слоями в соответствии с решением локального дисперсионного уравнения, что приводит к преломлению и частичному или полному отражению ГВ. Эффект частичного отражения эквивалентен просто уменьшению интенсивности прошедшей волны, что не влияет на форму профиля поглощения в верхнем слое. С учётом этих соображений высота проникновения ГВ рассчитывалась в данной работе как функция горизонтальной фазовой скорости волны $z_{m\max} = z(\omega/k_x)$. Результаты расчёта показаны на рис. 7.

Как можно видеть из дисперсионной картинки, представленной ранее на рис. 1, спектраль-

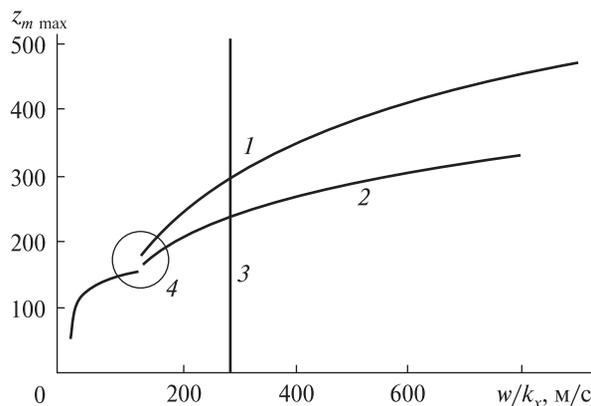


Рис. 7. Высота $z_{m\max}$ проникновения ГВ в термосферу в зависимости от горизонтальной фазовой скорости ω/k_x волны: 1 — высокая солнечная активность, 2 — низкая активность, 3 — максимально возможная фазовая скорость ГВ, генерируемых приземными источниками, 4 — область сшивки решений в нижнем и верхнем слое атмосферы

ные диапазоны волн, распространяющихся в верхней и нижней атмосфере, различаются. В нижнем слое максимальная горизонтальная фазовая скорость ГВ достигает $c_{g1} \sim 280$ м/с, в верхнем слое $c_{g2} \sim 800$ м/с. Тем самым ГВ со скоростями $c_{g1} < \omega/k_x < c_{g2}$, распространяющиеся в верхней термосфере, могут быть сгенерированы только космическими, расположенными непосредственно на высотах верхнего слоя источниками колебаний (например, полярными сияниями).

ВЛИЯНИЕ ВЕТРА

Атмосфера демонстрирует сложную, зависящую от высоты структуру ветров. На тропосферных высотах превалирует мелкомасштабная и нерегулярная составляющая. В стратосфере и выше циркуляция воздуха принимает крупномасш-

Параметры модели атмосферы и дисперсионные характеристики гравитационных волн

Слой атмосферы	γ	H , км	c_s , м/с	c_g , м/с	$\omega_g; 2\pi/\omega_g$	z_a , км
Нижний, $z < 150$ км	7/5	7	310	280	0.02 c^{-1} ; 5.2 мин	170
Верхний $z > 150$ км						
высокая активность	5/3	50	890	870	0.009 c^{-1} ; 11.6 мин	320
низкая активность	5/3	30	720	700	0.011 c^{-1} ; 9.5 мин	470

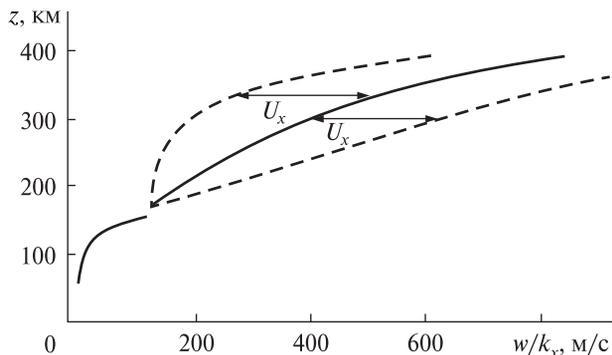


Рис. 8. Высота проникновения ГВ в термосферу для ус- ловой средней солнечной активности при наличии вет- рового сдвига, скорость которого $u(z)$ возрастает от нуля до 200 м/с в интервале высот 100...250 км. Пунктирными линиями показано смещение границы распространения ГВ влево при встречном ветре, вправо — при попутном

табный и упорядоченный характер. При этом скорости ветров вплоть до высот порядка 100 км не превышают десятков м/с. В диапазоне вы- сот 100...300 км скорости движения атмосферы значительно возрастают. Так, в солнечном тер- мическом приливе скорость нейтрального ветра в ночные часы достигает 200...300 м/с, причём из-за роста кинематической вязкости вся толща атмосферы выше примерно 300 км движется как единый слой [7]. В полярных широтах на сол- нечный прилив накладывается плазменная кон- векция, под действием которой скорость ней- тралов может достигать 400...500 м/с (при пи- ковой магнитной активности). Таким образом, в зависимости от времени суток, солнечной и магнитной активности, термосфера движется со скоростями, которые соизмеримы и превышают фазовые скорости ГВ, что существенно сказыва- ется на лучевых траекториях и поглощении волн. Так, известно, что в спектрах термосферных ГВ превалируют гармоники, распространяющие- ся против ветра [9, 15, 26], что, по-видимому, свидетельствует о дополнительном поглощении попутных волн. К такому же выводу приводят и численные эксперименты [12].

Влияние ветра на диссипацию ГВ, по нашему мнению, происходит через преломление волн, вызывающее изменение волнового числа k и, как следствие, декремента затухания ГВ (9). На

попутном ветре волновое число увеличивается, затухание усиливается, а на встречном ветре — наоборот. Чтобы приближённо оценить этот эф- фект, воспользуемся следующими общими сооб- ражениями.

При наличии ветра со скоростью $u = u(z)$ дис- персионное уравнение ГВ (5) справедливо в ло- кальной, движущейся с ветром системе отсчёта. При этом параметры волнового процесса в по- коящейся системе отсчёта ω , ω/k_x и в системе отсчёта ветра $\omega_{int}(z)$, $\omega_{int}(z)/k_x$ связаны преоб- разованиями

$$\omega_{int}(z) = \omega - k_x u_x(z),$$

$$\omega_{int}(z)/k_x = \omega/k_x - u_x(z).$$

Отсюда вытекает, что с учётом ветра кри- вая зависимости высоты проникновения ГВ $z_{mmax} = z(\omega_{int}/k_x)$ сдвигается на величину $u_x(z)$, как показано на рис. 8. В случае распростра- нения волны по ветру $k_x u_x > 0$ высота диссипации z_{mmax} уменьшается, на встречном ветре $k_x u_x < 0$ увеличивается.

Полученные результаты позволяют понять трудность обнаружения ГВ от приземных ис- точников на борту спутников с орбитальными высотами 300 км и более. По данным [8, 10] частота обнаружения ГВ от землетрясений на борту спутника много меньше частоты самих землетрясений. Причина, вероятно, состоит во влиянии ветра, который, в зависимости от на- правления распространения ГВ, только случай- но создаёт условия для проникновения волн на спутниковые высоты.

СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Количественная проверка полученных резуль- татов затруднена недостаточной точностью и полнотой параметров, измеряемых в натурных экспериментах. Можно утверждать лишь о не- противоречивости теоретических и эксперимен- тальных данных. Численное моделирование, на- оборот, предоставляет сколь угодно точную ин- формацию, но только для конкретных условий моделирования, которые, в свою очередь, ни- когда не соответствуют конкретным природным условиям. Рассмотрим далее две группы числен- ных экспериментов [2, 17].

В работе [17] в приближении геометрической оптики с использованием локального дисперсионного уравнения (7) моделировалось распространение ГВ. Построен набор графиков, характеризующих вертикальные распределения интенсивности ГВ для четырёх фиксированных частот $\omega = \omega_g / 2, \omega_g / 3, \omega_g / 5, \omega_g / 10$ и в широком диапазоне горизонтальных длин волн. Моделирование проведено для условий, соответствующих максимальному уровню солнечной активности. Отметим следующие соответствия наших результатов и выводов работы [17]:

- вертикальное распределение интенсивности ГВ, наблюдаемое в численных экспериментах, согласуется с формулами (13) — (16);
- характер зависимости высоты проникновения ГВ от длины волны согласуется с рис. 4;
- максимальные высоты проникновения ГВ соответствуют указанным на рис. 7 (при значении модельного параметра фазовой скорости ГВ $\omega / k_x = 300$ м/с);
- согласуются вариации высоты проникновения ГВ под действием ветра.

Столь хорошее количественное согласие теоретических и экспериментальных результатов явилось для нас неожиданным, поскольку в работе [17] использовались дисперсионные соотношения (7), отличающиеся от соотношений (5) и (9) настоящей работы. Объяснение состоит, вероятно, в том, что в численных экспериментах был реализован режим распространения коротких волн ($k \gg k_g$), когда указанные дисперсионные соотношения переходят друг в друга.

Наши результаты хорошо согласуются и с данными работы [2], в которой на основе численного решения точных уравнений гидродинамики (без использования дисперсионного уравнения ГВ) для условий, соответствующих низкой солнечной активности, и в отсутствие ветра моделировалось проникновение в термосферу двух тестовых волн с фазовыми скоростями $\omega / k_x = 127$ м/с и $\omega / k_x = 254$ м/с.

ВЫВОДЫ

В линейном приближении получены аналитические выражения, описывающие распространение и поглощение ГВ в атмосфере Земли.

Решения носят приближённый характер, так, высота проникновения ГВ определяется с точностью до H (на термосферных высотах до нескольких десятков км). Большая точность аналитических оценок, по-видимому, не требуется, поскольку на практике исследователю доступна лишь малая часть информации о параметрах атмосферы и ГВ, необходимой для скрупулёзной проверки теории.

Показано, что диссипация волн в основном происходит в высотном слое толщиной $\Delta z \sim (2...3)H$. Высота расположения слоя поглощения z_m зависит от локальных атмосферных параметров и от спектральных параметров ГВ, но не от начальной амплитуды волны. Тем самым даже слабые приземные источники создают накачку энергии на ионосферные высоты, причём каждой монохроматической составляющей ГВ соответствует своя определенная высота проникновения. Рис. 3 и 7 дают представление о спектральном распределении $z_m = z_m(\omega, k_x)$. Высота проникновения логарифмически увеличивается с фазовой скоростью волны.

В покоящейся атмосфере ГВ, генерируемые у поверхности земли с максимально возможными для таких волн скоростями $\omega / k_x \approx 280$ м/с, достигают высот 250 км. Термосферные волны с фазовыми скоростями до 800 м/с, генерируемые авроральными источниками, достигают высот 300...450 км (в зависимости от солнечной активности).

Под влиянием циркуляции термосферы высоты диссипации ГВ изменяются (рис. 8). При пересечении встречного ветрового сдвига затухание волн уменьшается, и высота проникновения увеличивается. На попутном ветре — наоборот. Если трактовать атмосферу как фильтр волн, то для ГВ, движущихся против ветра, полоса пропускания фильтра расширяется.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Декремент затухания гравитационных волн

Расчёт затухания ГВ аналогичен расчёту затухания акустической волны, представленному в работе [4]. Темп диссипации энергии даётся общим гидродинамическим уравнением

$$\frac{dE_w}{dt} = \delta \mathbf{v} \cdot \mathbf{f}_v - \frac{\chi}{T} \nabla \delta T^2, \quad (\text{П1})$$

в котором первый член в правой части представляет собой работу сил вязкости, второй — необратимое перераспределение внутренней энергии в результате теплопроводности. Здесь $\mathbf{f}_v = \eta \left[\Delta \delta \mathbf{v} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \delta \mathbf{v}) \right]$ — сила вязкости, η и χ — коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности, определяемые газокинетическими соотношениями

$$\eta = \rho_0 D, \quad \chi = c_v \eta / \text{Pr}, \quad D = V_T l / 3,$$

где c_v — удельная теплоёмкость воздуха, D — кинематический коэффициент вязкости, V_T — тепловая скорость, l — молекулярная длина свободного пробега, $\text{Pr} \approx 0.7$ — число Прандтля. Кроме того, в дальнейших выкладках использованы молекулярно-кинетические соотношения $c_v T = c_s^2 / [\gamma(\gamma - 1)]$, $c_s^2 = \gamma p / \rho = \gamma g H$.

Для монохроматических составляющих находим

$$\langle \delta \mathbf{v}_k \cdot \mathbf{f}_{vk} \rangle = -\frac{1}{2} \eta k^2 \left(1 + \frac{\cos^2 \phi}{3} \right) |\delta V_{k0}|^2, \quad (\text{П2})$$

где δV_{k0} — амплитуда осцилляций скорости воздушных частиц, $\phi = \angle(\delta \mathbf{V}_k, \mathbf{k})$ — угол направления колебаний по отношению к волновому вектору, при записи (П2) использовано выражение для среднего по периоду квадрата скорости колебаний $\langle \delta V_k^2 \rangle = (1/2) |\delta V_{k0}|^2$. С помощью поляризационного соотношения теории ГВ [5]:

$$\frac{\delta V_{kz}}{\delta V_{kx}} = -\frac{(k/k_g)^2 k_x}{1 + (k/k_g)^2 k_z} \rightarrow \begin{cases} 0, & k \ll k_g, \\ -k_x/k_z, & k \gg k_g \end{cases}$$

и с учётом дисперсионных соотношений (6) можно показать, что угол ϕ изменяется от $\phi = 0$ (при $k \ll k_g$, $\theta = 0$) до $\phi = \pi/2$ (при $k \gg k_g$ — независимо от направления волнового вектора). В конечном итоге работа сил вязкости равна

$$\langle \delta \mathbf{v}_k \cdot \mathbf{f}_{vk} \rangle = -A \frac{1}{2} \eta k^2 |\delta V_{k0}|^2, \quad (\text{П3})$$

где параметр $A = A(k) = 1 \dots 4/3$ в диапазоне изменения волнового числа $k = (\infty, 0)$.

Отклонение температуры в ГВ от равновесного значения определяется из общих гидродинамических соотношений [21]:

$$\frac{\delta T_k}{T_0} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left[\frac{\delta p_k}{p_0} - \frac{\delta z_k}{H} \right],$$

$$\frac{\delta p_k}{\gamma p_0} = \frac{(\omega/k_x) \delta V_{kx}}{c_s^2}, \quad \delta z_k = \frac{\delta V_{kz}}{i\gamma \omega},$$

где δz_k — волновая вариация высоты воздушной частицы. В зависимости от длины волны в квадратных скобках превалирует первый или второй член:

$$\frac{\delta T_k}{T_0} = \begin{cases} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\delta p_k}{p_0} = (\gamma - 1) \frac{\delta V_k}{c_s}, & k \ll k_g, \\ -\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\delta z_k}{H} = 2i \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{\delta V_k}{c_s}, & k \gg k_g. \end{cases}$$

В результате темп диссипации энергии под действием теплопроводности получается равным

$$-\frac{\chi}{T_0} \langle \nabla \delta T_k^2 \rangle = -B \frac{1}{2} \frac{\chi \gamma - 1}{c_v \gamma} k^2 |\delta V_{k0}|^2, \quad (\text{П4})$$

где параметр

$$B = B(k) = (2/\gamma)^2 \dots 1 \text{ при } k = (\infty, 0).$$

Собирая вместе формулы (П1), (П3) и (П4), находим темп диссипации энергии ГВ:

$$\left\langle \frac{dE_w}{dt} \right\rangle = -\frac{1}{2} \rho |\delta V_{k0}|^2 \cdot \left[A + \frac{\gamma - 1}{\gamma \text{Pr}} B \right] D k^2.$$

Учитывая, что плотность энергии ГВ

$$\langle E_w \rangle = \langle \rho \delta V_k^2 \rangle = \rho |\delta V_{k0}|^2 / 2$$

для декремента затухания имеем выражение

$$\omega'' = -\frac{\langle dE_w / dt \rangle}{2 \langle E_w \rangle} = a D k^2, \quad a = \frac{1}{2} \left[A + \frac{\gamma - 1}{\gamma \text{Pr}} B \right].$$

Ниже уровня $h \approx 200$ км показатель адиабаты равен $\gamma = 7/5$ (двуатомный состав атмосферы), значение коэффициента $a = 0.87 \dots 0.91$ при $k = (\infty, 0)$. Выше 200 км: $\gamma = 5/3$ (одноатомный газ), $a = 0.9 \dots 0.95$ при $k = (\infty, 0)$.

1. Ахмедов Р. Р., Куницын В. Е. Моделирование ионосферных возмущений, вызванных землетрясениями и взрывами // Геомагнетизм и аэрномия. — 2004. — **44**, № 1. — С. 1—8.
2. Бидлингмаер Е. Р., Погорельцев А. И. Численное моделирование трансформации акустико-гравитационных волн в температурные и вязкие волны в термосфере // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. — 1992. — **28**, № 1. — С. 64—73.
3. Григорьев Г. И. Акустико-гравитационные волны в атмосфере Земли (обзор) // Изв. вузов. Радиофизика. — 1999. — **42**, № 1. — С. 3—24.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. — М.: Наука, 1986. — Т. 6. Гидродинамика. — 736 с.
5. Лизунов Г. В., Леонтьев А. Ю. Приближённое дисперсионное уравнение для атмосферных гравитационных волн // Космічна наука і технологія. — 2011. — **17**, № 1. — С. 43—46.
6. Погорельцев А. И., Перцев Н. Н. Влияние фонового ветра на формирование структуры акустико-гравитационных волн в термосфере // Геомагнетизм и аэрномия. — 1996. — **36**, № 2. — С. 111—118.
7. Ришбет Г., Гарриот О. К. Введение в физику ионосферы. — Л.: Гидрометеоиздат, 1975. — 304 с.
8. Скорход Т. В., Лизунов Г. В. Локализованные пакеты акустико-гравитационных волн в ионосфере // Геомагнетизм и аэрномия. — 2012. — **52**, № 1. — С. 1—6.
9. Федоренко А. К. Направления распространения акустико-гравитационных волн над полярными шапками Земли // Космічна наука і технологія. — 2011. — **17**, № 3. — С. 34—44.

10. Федоренко А. К., Лизунов Г. В., Роткель Х. Спутниковые наблюдения квазиволновых возмущений атмосферы на высотах области F, вызванных мощными землетрясениями // Геоматнезизм и аэрономия. — 2005. — **45**, № 3. — С. 403—410.
11. Черногор Л. Ф. Физика и экология катастроф. — Х.: ХНУ им. В. Н. Каразина, 2012. — 555 с.
12. Ding F., Wan W., Yuan H. The influence of background winds and attenuation on the propagation of the atmospheric gravity waves // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. — 2003. — **65**. — P. 857—869.
13. Francis S. H. Acoustic-gravity modes and large-scale traveling ionospheric disturbances of a realistic, dissipative atmosphere // J. Geophys. Res. — 1973. — **78**. — P. 2278—2301.
14. Francis S. H. Global propagation of atmospheric gravity waves: a review // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. — 1975. — **37**. — P. 1011—1054.
15. Fritts D. C. Gravity wave saturation in the middle atmosphere: a review of theory and observations // Rev. Geophys. Space Phys. — 1984. — **22**, N 3. — P. 275—308.
16. Fritts D. C., Lund T. X. Gravity Wave influences in the thermosphere and ionosphere: Observations and recent modeling // Aeronomy of the Earth's atmosphere and ionosphere (IAGA Special Sopron Book Series). — 2011. — Vol. 2. — P. 109—130.
17. Fritts D.C., Vadas S.L. Gravity wave penetration into the thermosphere: sensitivity to solar cycle variations and mean winds // Ann. Geophys. (SpreadFEx special issue). — 2008. — **26**. — P. 3841—3861.
18. Hines C. O. Internal atmospheric gravity waves at ionospheric heights // Can. J. Phys. — 1960. — **38**. — P. 1441—1481.
19. Hocke K., Schlegel K. A review of atmospheric gravity waves and travelling ionospheric disturbances: 1982—1995 // Ann. Geophys. — 1996. — **14**. — P. 917—940.
20. Kato S. Dynamics of the upper atmosphere // Developments of the Earth and planetary sciences. — Tokyo: Center for Acad. Publ. Jap., 1980. — P.
21. Makhlouf U., Dewan E., Isler J. R., Tuan T. F. On the importance of the purely gravitationally induced density, pressure and temperature variations in gravity waves: Their application to airglow observations // J. Geophys. Res. — 1990. — **95**. — P. 4103—4111.
22. Mayr H. G., Harris I., Herrero F. A., et al. Thermospheric gravity waves: observations and interpretation using the transfer function model (TFM) // Space Sci. Rev. — 1990. — **54**. — P. 297—375.
23. Nappo C. J. An introduction to atmospheric gravity waves // Inter. Geophys. Ser. — 2002. — Vol. 85.
24. Pitteway M. L. V., Hines C. O. The viscous damping of atmospheric gravity waves // Can. J. Phys. — 1963. — **41**. — P. 1935—1948.
25. Vadas S. L., Fritts D. C. Thermospheric responses to gravity waves: influences of increasing viscosity and thermal diffusivity // J. Geophys. Res. — 2005. — **110**. — D15103. — doi:10.1029/2004JD005574.
26. Vadas S. L., Yue J., She Ch., et al. A model study of the effects of winds on concentric rings of gravity waves from a convective plume near Fort Collins on 11 May 2004 // J. Geophys. Res. — 2009. — **114**. — D06103. — doi: 10.1029/2008JD010753.
27. Yeh K. C., Liu C. H. Acoustic-gravity waves in upper atmosphere // Revs Geophys. and Space Phys. — 1974. — **12**, N 2. — P. 193—216.

Стаття надійшла до редакції 15.07.14

Г. В. Лизунов, А. Ю. Леонтьев

ВИСОТА ПРОНИКНЕННЯ В ІОНОСФЕРУ ВНУТРІШНІХ АТМОСФЕРНИХ ГРАВІТАЦІЙНИХ ХВИЛЬ

У лінійному наближенні отримано наближені аналітичні розв'язки, що описують поширення і дисипацію внутрішніх атмосферних гравітаційних хвиль (ГХ) у в'язкій та теплопровідній атмосфері Землі. Показано, що основне поглинання ГХ відбувається у висотному шарі з товщиною порядку локального значення висоти однорідної атмосфери. Висота розташування шару залежить від атмосферних параметрів і від спектральних параметрів ГХ, але не від інтенсивності ГХ. Тим самим навіть слабкі приземні джерела створюють накачування енергії на іоносферні висоти, причому кожній монохроматичній складовій ГХ відповідає своя певна висота дисипації. Розраховано криві, що характеризують проникнення ГХ в іоносферу за різних умов. Показано, що під дією вітру висота поглинання ГХ змінюється: за умов зустрічного вітру збільшується, за умов попутного — зменшується.

G. V. Lizunov, A. Yu. Leontiev

HEIGHT OF THE PENETRATION INTO THE IONOSPHERE FOR INTERNAL ATMOSPHERE GRAVITY WAVES

Approximate analytical solutions describing the propagation and dissipation of atmosphere gravity waves (GW) in the viscous and heat-conducting Earth's atmosphere are obtained. It is shown that the main absorption occurs in the sheet with thickness close to local value of atmosphere height scale. The sheet altitude depends on atmosphere parameters and GW spectral parameters but not on the GW amplitude. So, even the weakest ground sources create energy flow to the upper atmosphere and every monochromatic component of the wave has own dissipation altitude. The curves describing GW penetration into the atmosphere under different conditions are calculated. It is shown that height of the GW absorption increases in conditions of headwind and decreases in conditions of tailwind.