НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК + ДЕРЖАВНЕ КОСМІЧНЕ АГЕНТСТВО УКРАЇНИ

# КОСМІЧНА НАУКА І ТЕХНОЛОГІЯ Том 20 1(86) + 2014

НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ + ЗАСНОВАНО В ЛЮТОМУ 1995 р. + ВИХОДИТЬ 6 РАЗІВ ЗА РІК + КИЇВ

# **3MICT**

*Грицай А. В., Міліневський Г. П.* Аналіз розбіжності наземних та супутникових вимірювань загального вмісту озону: станція Київ-Голосіїв

*Ладіков-Роєв Ю. П., Черемних О. К.* Вплив високочастотної вібрації на зміну фронту кристалізації у циліндричній ампулі Бриджмена

*Колобродов В. Г., Лихоліт М. І., Тягур В. М.* Мінімальна розділювана різниця температур тепловізора аерокосмічного базування

Закржевский А. Е., Хорошилов В. С. Развертывание упругого длинномерного элемента на космическом аппарате с магнитным успокоителем

*Басараб Р. М.* Метод крос-калібрування даних космічного апарата «Січ-2»

Макаров А. Л., Мозговой Д. К., Кулабухов А. М., Хорошилов В. С., Балашов В. Н., Попель В. М. Математическая модель протяженных объектов спутниковой съемки

© НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ, 2014 © ДЕРЖАВНЕ КОСМІЧНЕ АГЕНТСТВО УКРАЇНИ, 2014

# CONTENTS

- **3** *Grytsai A. V., Milinevsky G. P.* Analysis of the discrepancy between ground-based and satellite total ozone content measurements at Kyiv-Goloseyev station
- 14 *Ladikov-Roev Yu. P., Cheremnykh O. K.* Influence of high-frequency vibration on crystallization surface in cylindrical Bridgeman's ampule
- 23 *Kolobrodov V. G., Lykholit N. I., Tiagur V. M.* Minimum resolvable temperature difference for thermal imager of space basing
- **28** Zakrzhevskii A. E., Khoroshilov V. S. Expanding the flexible long element aboard spacecraft with the magnetic damper
- **44** *Basarab R. M.* The cross-calibration method for "Sich-2" data
- 51 Makarov A. L., Mozgovoy D. K., Kulabukhov A. M., Khoroshilov V. S., Balashov V. N., Popel' V. M. A mathematical model of elongated objects of satellite imagery

активных отходов в космос

#### ДІЯЧІ РАКЕТНО-КОСМІЧНОЇ ГАЛУЗІ УКРАЇНИ

сиповичу Драновському 80 років

#### НАШІ АВТОРИ

Дегтярев А. В. Проблемные вопросы выведения радио- 58 Degtyarev A. V. Problematic issues of radioactive waste injection into space

#### FIGURES OF SPACE AND ROCKET **INDUSTRY OF UKRAINE**

Члену-кореспонденту НАН України Володимиру Йо- **68** 80<sup>th</sup> birthday of Corresponding Member of NASU V. Yo. Dranovskyi

#### 71 OUR AUTHORS

Свідоцтво про реєстрацію КВ № 1232 від 2 лютого 1995 р.

Підписано до друку 24.02.14. Формат 84×108/16. Папір крейдований. Гарн. Ньютон. Друк офс. Ум. друк. арк. 7,56. Обл.-вид. арк. 7,94. Тираж 100 прим. Зам. № 3830.

Оригінал-макет виготовлено та тираж видруковано Видавничим домом «Академперіодика» НАН України, 01004, Київ, вул. Терещенківська, 4

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів видавничої справи серії ДК № 544 від 27.07.2001 р.

УДК 551.513.11:551.510.534

## А. В. Грицай, Г. П. Міліневський

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

# АНАЛІЗ РОЗБІЖНОСТІ НАЗЕМНИХ ТА СУПУТНИКОВИХ ВИМІРЮВАНЬ ЗАГАЛЬНОГО ВМІСТУ ОЗОНУ: СТАНЦІЯ КИЇВ-ГОЛОСІЇВ

Зіставляються результати супутникових та наземних вимірювань загального вмісту озону на станції Київ-Голосіїв з 13 травня 2010 р. до кінця 2012 р. Використано дані супутникових приладів ОМІ та SCIAMACHY, а також дані, отримані на станції Київ-Голосіїв за допомогою спектрофотометра Добсона № 040. Шляхом порівняння із супутниковими даними показано, що найбільш надійним серед різних типів наземних вимірювань є метод «за прямим Сонцем». Високою є також якість наземних зенітних спостережень безхмарного неба у стандартній парі довжин хвиль AD, яка щонайменше не поступається якості вимірювань «за прямим Сонцем». Встановлено, що значення загального вмісту озону, отримані за допомогою спектрофотометра Добсона, є меншими порівняно з супутниковими, коли зенітна відстань Сонця перевищує 60°. Основною причиною цього «розходження» вважається вплив світла, розсіяного всередині спектрофотометра. Різниці між супутниковими і наземними даними демонструють сезонний хід із максимумом узимку та мінімумом улітку, що вказує на недоліки алгоритмів обчислення загального вмісту озону.

#### ВСТУП

Дистанційні вимірювання загального вмісту озону (*3BO*) у земній атмосфері провадяться з використанням наземних [2, 14, 17] та супутникових [7, 16, 20] спостережних засобів. Переважно використовується властивість озону поглинати та розсіювати сонячне ультрафіолетове випромінювання у діапазоні 300—340 нм [2, 3, 17]. При наземних вимірюваннях розрахунок проводиться на основі експоненціального закону Бугера — Бера, супутникові алгоритми є принципово складнішими — серед іншого потрібно враховувати розсіяння світла хмарами та підстильною поверхнею [4, 8, 21].

Загальний вміст характеризує кількість частинок даної речовини у вертикальному стовпі атмосфери над певною точкою. Історично (а також із міркувань зручності) загальний вміст озону подають в одиницях Добсона (ОД) [14], названих на честь відомого дослідника процесів у озоновому шарі та конструктора спеціального спектрофотометра. Величина в 1 ОД відповідає шару газу товщиною 0.01 мм за нормальних умов (температура 0 °С, тиск 1013.25 гПа).

Розбіжності між результатами вимірювань ЗВО різними методами можна розділити на дві основні групи. По-перше, наземні і супутникові спостереження провадяться не зовсім одночасно і на певній просторовій дистанції. Як наслідок, ця частина розбіжностей відображає реальні просторово-часові варіації вмісту озону [1]. Сюди ж слід зарахувати й відмінність розмірів досліджуваної області — при супутникових вимірюваннях вони сягають кілометрів чи десятків кілометрів [8, 21]. З іншого боку, розбіжності зумовлюються неідеальністю методик вимірювання характеристик світла, яке взаємодіяло з атмосферою, та недосконалістю алгоритмів для відтворення за цими характеристиками загального вмісту озону [3, 5, 15, 17, 20]. До того ж такі алгоритми є принципово різними, кожен із них містить власні джерела помилок, що ускладнює зіставлення даних та аналіз отриманих розбіжностей. Зокрема, для спектрофотометра Добсона застосовуються сталі значення коефіцієнтів поглинання світла озоном, тому їхня температурна залежність здатна впливати на підсумко-

<sup>©</sup> А. В. ГРИЦАЙ, Г. П. МІЛІНЕВСЬКИЙ, 2014

вий результат [2, 17]. При дослідженні тривалих часових рядів потрібно враховувати можливість зміни параметрів приладів із часом, що особливо важливо для супутникових вимірювань, які мають природні обмеження щодо калібрування [16]. У свою чергу, при наземних вимірюваннях із залученням спостерігача додаються також суб'єктивні помилки.

Оцінка розбіжностей між загальним вмістом озону, знайденим різними методами, є важливим засобом інтеркалібрування, який дозволяє вказати можливі джерела неточностей при тому чи іншому підході [3, 16, 19, 20]. Зокрема, зіставлення результатів наземних і супутникових вимірювань сприяє вдосконаленню супутникових алгоритмів і дозволяє виявити недоліки при роботі наземного обладнання. Застосовується і зіставлення між собою даних кількох наземних [19] чи супутникових [20] приладів.

Реальні просторово-часові зміни значень загального вмісту озону на відстанях у кілька десятків кілометрів та інтервалах у кілька годин, як правило, є незначними [13]. Це й дозволяє активно залучати супутникові вимірювання, зроблені не зовсім над тією точкою та не в той час, що й наземні. Дослідження дали змогу сформувати критерії для наземних станцій, зокрема зі спектрофотометрами Добсона, яким повинні відповідати спостережні пункти з хорошою якістю даних [11]. Так, середня різниця не повинна перевищувати 3 %, а середнє квадратичне відхилення має становити не більше 4.5 %. Порівняння [11] дозволяють вказати на низку обставин, які збільшують розходження. Зокрема, це відбувається при великих зенітних відстанях Сонця, коли точність вимірювань падає через відносне збільшення у спектрофотометрі частки розсіяного світла порівняно з потоком УФ-випромінювання, що пройшло крізь озоновий шар. За таких умов фіксується заниження результату при використанні спектрофотометра Добсона. Головний небажаний ефект зумовлений впливом розсіяного випромінювання з довжинами хвиль поза смугою, у якій ведуться спостереження [2, 9]. Вважається, що найбільший внесок дає світло в діапазоні 350-400 нм. У першу чергу, труднощі мають виникати при вимірюваннях у найкоротшій застосовуваній парі довжин хвиль (А), починаючи із зенітних відстаней Сонця  $z \approx 67^{\circ}$  [2]. Ефект є неоднаковим для різних (хоч і аналогічних за конструкцією) приладів [9]. Також відзначалася залежність різниць від загального вмісту озону. Характерним є сезонний хід різниць, до певної міри пов'язаний зі зміною зенітної відстані Сонця. Є і розбіжності, які залежать від погодних умов, зокрема рівня хмарності [10].

Роботу присвячено зіставленню супутникових та наземних даних на прикладі станції Київ-Голосіїв, де для знаходження загального вмісту озону застосовується спектрофотометр Добсона № 040. Метою є оцінка якості вимірювань різних типів, що виконуються з допомогою спектрофотометра Добсона, а також встановлення характеру розбіжностей між наземними та супутниковими значеннями *ЗВО* для вказаної станції. Розглядається часовий інтервал від початку вимірювань на станції Київ-Голосіїв (13 травня 2010 р.) до кінця 2012 р.

#### ДАНІ ТА МЕТОДИ

Спектрофотометр Добсона № 040 з 13 травня 2010 р. встановлено на даху Головної астрономічної обсерваторії НАН України (географічні координати — широта 50.364 °N, довгота 30.497 °E; висота над рівнем моря 206 м) — станція Київ-Голосіїв, код КGV, № 498 у базі Всесвітнього центру озонових та ультрафіолетових даних (World Ozone and Ultraviolet Radiation Data Centre — WOUDC, http://woudc.org). Вимірювання проводяться щоденно, за винятком періодів із тривалими інтенсивними опадами. Зазначимо, що спектрофотометр Добсона № 040 протягом 1952—2009 рр. використовувався для вимірювань загального вмісту озону на станції Укль (Бельгія, № 53 у базі WOUDC).

Спектрофотометр Добсона може працювати у двох режимах, визначаючи інтенсивність прямого сонячного випромінювання чи випромінювання в області зеніту, розсіяного земною атмосферою [14]. Зенітні вимірювання, у свою чергу, поділяються на зроблені за умов ясного і хмарного неба, що обумовлено відмінностями при обробці [6, 14]. Таким чином, маємо три типи спостережень за їхніми умовами: «пряме Сонце» (Direct Sun — DS), ясне небо (Zenith Blue — ZB) та хмарне небо (Zenith Cloud — ZC). Для знаходження загального вмісту озону застосовуються вимірювання у двох парах довжин хвиль, що дозволяє з високою точністю усунути вплив аерозолю [2, 6]. Звичайно залучаються стандартні для спектрофотометра Добсона пари AD та CD; довжини хвиль становлять 305.5 і 325.0 нм (пара A), 311.5 і 332.4 нм (C), 317.5 і 339.9 нм (D) [14]. У підсумку маємо шість різновидів вимірювань, а отже і шість окремих рядів даних: DSAD, …, ZCCD.

Для зіставлення з наземними даними були використані результати вимірювань супутникових приладів Ozone Monitoring Instrument (OMI, космічний апарат «Аура» [4, 21]) та Scanning Imaging Absorption Spectrometer for Chartography (SCIAMACHY, супутник «Енвісат» [8, 12]). Дані ОМІ охоплюють весь досліджуваний часовий інтервал, прилад SCIAMACHY функціонував до виходу з ладу супутника 8 квітня 2012 р. Для порівняння безпосередньо використано так звані «оверпаси» — вимірювання, виконані супутниковими інструментами у межах 100 км від наземної станції: http://www.temis.nl/protocols/o3col/ overpass omi.html для OMI та http://www.temis. nl/protocols/o3col/overpass scia v2.html ДЛЯ SCIAMACHY. 3 огляду на покриття полем зору приладу земної поверхні, на широті Києва ОМІ іноді забезпечує два значення протягом дня, отримані при проходженні сусідніх витків орбіти. Для SCIAMACHY, натомість, маємо не більше одного вимірювання за день. Для зіставлення всіх наземних даних використано також модель, побудовану за спостереженнями ОМІ (http:// www.temis.nl/protocols/o3field/overpass\_omi. html). Вона містить значення для спостережної станції з інтервалом у шість годин (00, 06, 12 та 18 UT). Аналізувалися головним чином дані станом на 12 UT, найближчі за часом до більшості наземних вимірювань.

Величина розбіжностей між вимірюваннями оцінювалась за допомогою обчислення різниць між супутниковими та наземними оцінками *ЗВО* (саме з таким знаком; там, де шукається різниця між двома супутниковими значен-

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1

нями, знак вказано окремо). Відмінності між рядами характеризуються з допомогою середніх різниць та стандартних відхилень від середнього. При використанні запису зі знаком «±» наводиться подвоєне стандартне (середнє квадратичне) відхилення, яке для випадку гауссівського розподілу різниць має включати 95.4 % значень.

#### СЕЗОННИЙ ХІД ЗАГАЛЬНОГО ВМІСТУ ОЗОНУ НА СТАНЦІЇ КИЇВ-ГОЛОСІЇВ

Спершу охарактеризуємо варіації загального вмісту озону, які спостерігаються у досліджуваному пункті протягом року. Київ-Голосіїв є середньоширотною станцією північної півкулі. Згідно з багаторічними спостереженнями для цієї кліматичної зони типовим є максимум *ЗВО* у кінці зими — на початку весни та мінімум у кінці осені [18, 22]. Така тенденція підтверджується супутниковими та наземними спостереженнями на станції Київ-Голосіїв. При цьому мінімальні значення у жовтні—листопаді сягають близько 250 ОД, а максимальні, у лютому — березні, — понад



*Рис.* 1. Зміни загального вмісту озону (середньодобові значення) на станції Київ-Голосіїв за даними вимірювань із допомогою спектрофотометра Добсона протягом року: точки — 2010 р., хрестики — 2011 р., кружки — 2012 р. Використано результати спостережень за прямим Сонцем у стандартних парах довжин хвиль AD (DSAD). Тут і далі день року відраховується від 1 січня

400 ОД. Середньорічні значення *ЗВО* над станцією Київ-Голосіїв становлять близько 320 ОД.

Сезонний хід загального вмісту озону за даними DSAD вимірювань представлено на рис. 1. Видно велику дисперсію *ЗВО* у період максимуму: значення інколи змінюються на 100 ОД за кілька днів. Натомість варіації протягом травня — листопада суттєво менші і звичайно не перевищують 30—40 ОД. Вказане зростання часових варіацій навесні має призводити і до збільшення розкиду різниць між даними, отриманими різними методами. У свою чергу, влітку і восени природна складова розбіжностей повинна бути меншою.

#### ВЗАЄМНЕ ЗІСТАВЛЕННЯ СУПУТНИКОВИХ ДАНИХ

Розглянемо, як співвідносяться між собою дані, отримані із допомогою різних супутникових приладів, а також оцінки ОМІ з моделлю, розробленою на їхній основі (рис. 2). Отримані параметри мають демонструвати рівень внутрішньої відповідності супутникових даних — чи достатній він, щоб оцінити прийнятність значень у наземних рядах. Серед іншого, потрібно проаналізувати вплив просторових та часових інтервалів між вимірюваннями на величину розбіжностей. Відповідні дані наводяться у табл. 1.

Отже, спершу простежимо за різницями між індивідуальними вимірюваннями ОМІ та створеною на їхній основі моделлю. Будемо розглядати всі значення для станції Київ-Голосіїв, отримані з 1 жовтня 2004 р. (початок функціонування приладу ОМІ в робочому режимі) по 31 грудня 2012 р. включно. Індивідуальні вимірювання беремо в межах 100 км від станції Київ-Голосіїв. Для вивчення часової мінливості зіставимо дані, що відповідають, з одного боку, більшому часовому інтервалу (8 год), з іншого — вужчому (4 та 2 год). Отримані абсолютні значення різниці (табл. 1), ймовірно, показують внутрішню неузгодженість між даними й моделлю. Ці розбіжності не є великими, але привертає до себе увагу їхній систематичний характер: для всіх розглянутих років середнє значення для моделі перевищує відповідну величину за індивідуальними вимірюваннями. Для 2012 р. розбіжність виявилася незначною, але для попередніх років вона більша, іноді досягаючи 8—10 ОД (2009— 2011 рр.). Характерно, що у багатьох випадках видно чіткий сезонний хід із переважно додатними різницями «модель — супутник» узимку та від'ємними — влітку (рис. 2, а). Цей ефект не простежується для 2012 р. (рис. 2, б). Вказана обставина відображає певні алгоритмічні проблеми або при обробці індивідуальних спостережень, або при створенні моделі із кроком 6 год (чи в обох випадках одночасно).

Дуже важливою характеристикою є дисперсія різниці, яка включає і випадкові похибки, і реальні варіації *ЗВО*. Зрозуміти їхню роль допомагає зміна обмежень на інтервал у часі та просторі

Dive	$\Delta 3BO \pm 2\sigma$ , ОД				
РІК	100 км, 8 год	100 км, 4 год	100 км, 2 год	50 км, 4 год	25 км, 4 год
2004	5.1±19.2	4.3±14.6	4.9±13.9	4.6±15.1	4.1±14.2
2005	$3.4{\pm}23.0$	3.1±17.8	3.4±16.5	3.3±17.6	3.1±16.7
2006	$2.9{\pm}22.4$	2.9±17.6	3.3±16.2	3.3±16.8	3.1±15.9
2007	4.8±25.2	4.7±18.6	$5.6 \pm 17.1$	5.1±17.7	4.9±17.5
2008	5.3±24.2	5.3±17.9	6.1±17.1	5.5±17.6	5.3±17.9
2009	8.8±21.7	8.6±16.9	8.8±14.9	8.6±16.1	8.3±15.6
2010	$10.3 \pm 21.6$	$10.0 \pm 17.6$	9.0±16.6	9.2±16.8	8.4±16.9
2011	8.3±22.2	8.0±17.3	$7.2 \pm 16.0$	7.2±16.2	6.5±15.6
2012	2.1±24.3	$1.8 \pm 18.3$	2.3±18.2	1.2±17.6	$1.0{\pm}16.8$

*Таблиця* 1. Різниця *∆3BO* загального вмісту озону та подвоєне середнє квадратичне відхилення 2<sub>5</sub> між модельними даними та результатами вимірювань ОМІ у 2004 — 2012 рр. для різних просторових та часових інтервалів спостережень





*Рис.* 2. Різниці ∆*3ВО* між модельними даними та оцінками ОМІ в околі станції Київ-Голосіїв у 2005 р. (*a*) і 2012 р. (*б*). Пунктирні лінії — середня величина і діапазон подвоєного середнього квадратичного відхилення. Використано близькі дані, часовий інтервал між якими не перевищує 8 год, відстань від центра поля зору супутникового приладу до станції не більша за 100 км

(100, 50 та 25 км). Можна бачити, що при переході від 100 до 50 км дисперсія дещо знижується, подвійне середнє квадратичне відхилення становить відповідно 22—25 та 16—18 ОД. Натомість для 25 км зміни вже практично немає. Що стосується часу, то дисперсії виявляються приблиз-

*Рис. 3.* Різниці ∆*3ВО* між даними загального вмісту озону за вимірюваннями супутникових приладів SCIAMACHY та ОМІ в околі 100 км від станції Київ-Голосіїв: a - 2005 р.,  $\delta - 2011$  р. Інтервал між вимірюваннями не перевищує 4 год

но однаковими для інтервалів 4 год ( $2\sigma = 15$ — 19 ОД) та 2 год (14—18 ОД), тоді як значення для 8 год відчутно більші (19—25 ОД). Це може вказувати на реальні масштаби просторово-часової мінливості *ЗВО* або ж на особливості створеної моделі — щоб розмежувати ці випадки, потрібно залучити також порівняння між двома масивами спостережних даних.

Для такого порівняння зіставимо дані ОМІ та SCIAMACHY. Звернемо тільки увагу на те, що супутник «Енвісат» припинив функціонування у квітні 2012 р., тому вдасться врахувати лише частину заключного року обраного часового інтервалу. Крім того, тепер маємо вже три просторові точки (станція, центр поля зору ОМІ та центр поля зору SCIAMACHY). Для оцінки просторових інтервалів будемо послідовно аналізувати два вимірювання в радіусі 100 км від станції кожне (відносна відстань до 200 км), в радіусі 50 та 25 км (відносна відстань у кожному випадку може виявитися вдвічі більшою за наведене значення). Різницю в часі, з огляду на результати зіставлення даних ОМІ та моделі, обмежимо 4 год. Приклади для 2005 та 2011 рр. наведені на рис. 3, а обчислені середні характеристики представлено у табл. 2.

Результати проведеного зіставлення дозволяють робити висновки про відносне завищення даних SCIAMACHY порівняно з ОМІ. Як не дивно, 6-годинна модель, побудована на основі даних ОМІ, за середньою величиною виявляється ближчою не до них, а до результатів SCIAMACHY (див. табл. 1 та 2). Крім того, помітним є сезонний хід різниці з максимумом у зимовий період. Відзначимо, що 2004 і 2012 рр. не можуть вважатися репрезентативними з огляду на малу кількість матеріалу для порівняння. Середні

*Таблиця 2.* Різниці між даними SCIAMACHY та ОМІ при зміні відстані між центром поля зору приладу та станцією Київ-Голосіїв

Div	$\Delta 3BO \pm 2\sigma$ , ОД					
FIK	100 км, 4 год	50 км, 4 год	25 км, 4 год			
2004	8.0±15.9	8.5±16.6	8.1±16.4			
2005	6.3±19.1	6.5±19.3	6.1±17.8			
2006	6.1±18.4	$6.2 \pm 18.2$	6.4±18.3			
2007	4.7±18.7	$5.2 \pm 18.1$	$5.5 \pm 18.9$			
2008	5.0±21.2	5.1±21.5	4.9±21.8			
2009	9.2±20.2	$9.3 \pm 20.7$	$8.7 \pm 20.5$			
2010	6.6±19.5	$5.6 \pm 18.2$	$5.0 \pm 18.0$			
2011	4.9±18.9	4.4±17.9	3.8±18.6			
2012	$14.7 \pm 20.6$	14.8±21.8	12.1±14.3			

квадратичні відхилення не демонструють жодної залежності від відстані у межах 25—100 км, тому її існування при попередньому зіставленні доводиться визнати штучно внесеним моделлю. Дані не виявляють окремих різких відхилень від загальної картини, що з високою ймовірністю свідчить про відсутність грубих промахів у досліджуваних рядах.

# РЕЗУЛЬТАТИ ПОРІВНЯННЯ НАЗЕМНИХ І СУПУТНИКОВИХ ДАНИХ

Як уже зазначалося, ми аналізуємо шість рядів наземних даних, отриманих різним способом (DS, ZB та ZC) із використанням двох пар довжин хвиль (AD i CD). Середньодобові значення будемо зіставляти з модельними станом на 12 UT, а індивідуальні вимірювання — з індивідуальними супутниковими, отриманими у межах тих чи інших просторових та часових інтервалів. З огляду на виявлену розбіжність між модельними даними та окремими супутниковими спостереженнями головний інтерес становитимуть дисперсії різниць, а самі абсолютні різниці можуть привертати увагу тільки при надто великих їхніх значеннях — як середніх, так і для деяких точок (викиди). Кожен рік, зокрема неповний 2010-й, розглядаємо окремо.

Як можна бачити з рис. 4, сезонний хід однаково описується як супутниковими (модельними), так і наземними даними. Найбільші неузгодженості простежуються для періоду зростання *ЗВО* (січень — початок лютого) та максимуму (лютий — початок квітня). Надалі розбіжності між даними різного походження, як і варіації вмісту озону, помітно зменшуються.

Аналіз середніх значень дозволяє виокремити більш і менш надійні способи вимірювань. З огляду на спостережувані міжрічні варіації параметрів (різниць і середніх квадратичних відхилень) та їхні абсолютні значення варто вказати, що вимірювання DSAD, ZBAD та DSCD якісніші, ніж ZBCD, ZCAD та ZCCD. Відповідні середні величини і подвійні середні квадратичні відхилення відтворені на рис. 5.

Розгляд розбіжностей проводився також із використанням індивідуальних вимірювань. Залучалися наземні й супутникові дані, отримані



*Рис.* 4. Значення *ЗВО* на станції Київ-Голосіїв: точки — модельні дані станом на 12 UT (OMI12), хрестики та лінії — середньодобові значення, отримані з допомогою спектрофотометра Добсона (спостереження типів DSAD (*a*) та ZBAD (*б*))

протягом однієї доби. Аналіз відповідних результатів теж вказує на існування, з одного боку, сезонної залежності різниці, а з іншого — виявляє ті чи інші неточності при наземних вимірюваннях, які тут більш помітні, ніж у випадку середньодобових значень (рис. 6).

Практично важливим є дослідження залежності різниці від зенітної відстані при наземних і супутникових вимірюваннях, оскільки це дає змогу визначити оптимальні режими спостережень. Встановлено, що різниця зростає (тобто,

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1



**Рис. 5.** Різниці  $\triangle 3BO$  між модельними та наземними оцінками загального вмісту озону для станції Київ-Голосіїв: a — середнє значення,  $\delta$  — подвоєне середнє квадратичне відхилення. Наведено річні усереднення, використано модельні дані станом на 12 UT та добовий *ЗВО* за вимірюваннями спектрофотометра Добсона

дані спектрофотометра Добсона є відносно заниженими), коли зенітна відстань Сонця перевищує  $60^{\circ}$  (рис. 7). Особливо помітним цей процес стає при зенітних відстанях понад  $70^{\circ}$ . Характер залежності приблизно однаковий для вимірювань за прямим Сонцем (рис. 7, *a*) та за ясним небом у зеніті (рис. 7, *б*). До певної міри зростання різниці може пояснюватися недосконалістю супутникового алгоритму, але, швидше за все, відбувається заниження значень *ЗВО* спектрофотометром Добсона, зумовлене передовсім розсіяним усередині приладу світлом [2].

Для перевірки походження великих різниць при зростанні зенітної відстані Сонця виконано додатковий аналіз. Безпосереднє вивчення



**Рис. 6.** Різниці  $\Delta 3BO$  між індивідуальними вимірюваннями OMI та спектрофотометра Добсона на станції Київ-Голосіїв: *а* — різниці OMI – ZBCD, *б* — OMI – ZCCD. Супутникові спостереження виконувались того ж дня, що й наземні, на відстані, яка не перевищує 100 км. Пунктирні лінії — середньорічна різниця та діапазон подвоєного середнього квадратичного відхилення

залежності загального вмісту озону від зенітної відстані малоефективне через наявність сезонного ходу у *ЗВО*. Таким чином, малі зенітні відстані досяжні тільки у кінці весни чи влітку, що спотворює ефект. До того ж вимірювання при великих зенітних відстанях виконуються переважно у зв'язку з відсутністю інших даних біля моменту зимового сонцестояння. Доцільнішим виглядає дослідження залежності різниці між індивідуальним і середньодобовим значенням від



**Рис.** 7. Залежності різниці  $\triangle 3BO$  між супутниковими (OMI) та наземними (спектрофотометр Добсона) вимірюваннями на станції Київ-Голосіїв у 2012 р. від зенітної відстані *z* Сонця: *a* — різниці OMI – DSAD, *б* — OMI – ZBAD

зенітної відстані, що дає змогу усунути сезонний хід. Такий метод не виявив впливу зенітної відстані при значеннях, які переважно використовуються (до  $\sim$ 70°).

Аналогічний метод щодо супутникових вимірювань застосовний тільки дуже обмежено. Спостереження для середньоширотних пунктів виконуються приблизно в один і той же момент за місцевим часом, що не дозволяє проаналізувати залежність від зенітної відстані Сонця навіть упродовж кількох днів. Щоправда, вимірювання ОМІ можуть здійснюватися на двох сусідніх витках орбіти, але відповідна відмінність у зенітних відстанях є малою. У межах такої відмінності не вдалося виявити впливу зенітної відстані на значення *ЗВО*.

Як уже зазначалось вище, у роботі [11] зроблено спробу встановити критерії для якісних наземних вимірювань загального вмісту озону. Що стосується середньої різниці, то відповідну величину оцінено у 3 %. Це дозволяє зарахувати дані станції Київ-Голосіїв до якісних за середньою різницею, принаймні для типів даних DSAD, ZBAD та DSCD. Середня різниця тут не перевищує 2.4 % (відносне заниження для спектрофотометра Добсона при DSCD вимірюваннях у 2010 р.). Характеристики для інших типів спостережень демонструють суттєву міжрічну мінливість (див. рис. 5, а), що природно пов'язати з труднощами при проведенні відповідних наземних вимірювань, а головним чином — при їхній обробці (адже в цих випадках обчислення є непрямим і базується виключно на статистичній залежності). Максимальною виявилася розбіжність для даних ZCCD у 2010 р. — відносне заниження наземних результатів на 8.4 %. Загалом середня різниця для спектрофотометра Добсона № 040 перебуває у прийнятних межах, але вона змінюється протягом року. Зауважимо, що з огляду на виявлені невідповідності навіть між даними OMI та побудованою за ними моделлю, більш важливою характеристикою, ніж середня різниця, є середнє квадратичне відхилення.

Середні квадратичні відхилення дають змогу виокремити різновиди спостережень із неоднаковою якістю. Вказані раніше як найбільш точні, дані типів DSAD, ZBAD та DSCD зберігають середнє квадратичне відхилення у межах, зазначених у [11]: 4.5 %. Отже, результат для цих типів спостережень наближається до отриманого при зіставленні між собою різних супутникових вимірювань та супутникових вимірювань із моделлю. Ймовірно, відповідні величини відображають природні просторово-часові варіації ЗВО у районі станції Київ-Голосіїв. Відхилення для інших типів даних можуть бути пов'язані з їхньою недостатньою якістю. Особливо це стосується спостережень за хмарним небом у зеніті (ZCAD та ZCCD), коли умови в ході вимірювання змінюються, збільшуючи, часом дуже суттєво, випадкову похибку.

Залежність від зенітної відстані Сонця розглядається майже завжди, коли вивчається функціонування наземних озонометричних приладів. Така залежність пов'язана зі зміною товщини повітря, через яку проходить сонячне випромінювання, у даному випадку — через озоновий шар. Вище зазначалось, що при великих зенітних відстанях зростає частка розсіяного у спектрофотометрі світла, занижуючи результати обчислень 3BO [2]. Це накладає обмеження на значення зенітних відстаней, при яких можливі коректні спостереження. Водночас такі обмеження не є чітко визначеними, оскільки вони залежать як від умов спостережень (зокрема рівня ЗВО), так і від характеристик приладу. Крім того, зенітна відстань є важливою і при супутникових вимірюваннях, впливаючи на інтенсивність розсіяння (роль алгоритму обробки) і будучи пов'язаною із сезонними змінами та з впливом підстильної поверхні.

## ВИСНОВКИ

Проаналізовано точність значень загального вмісту озону на станції Київ-Голосіїв, отриманих зі спектрофотометром Добсона № 040 протягом 2010—2012 рр. Аналіз дозволяє зробити висновки про якість цих наземних вимірювань та суттєві чинники, що її визначають. Водночас розглянуто ряди даних супутникових приладів SCIAMACHY, ОМІ та модель, побудовану на основі останніх. Відповідно до отриманих результатів можна говорити про надійність наземних спостережень за прямим Сонцем, а також за ясним небом у зеніті з використанням стандартних пар AD спектрофотометра Добсона. Вимірювання за хмарним небом є менш надійними з огляду на нестійкі умови їхнього проведення. Спостереження типу ZBCD, певно, потребують удосконалення обробки.

Важливою обставиною є висока якість зенітних рядів ZBAD, яка не поступається якості вимірювань за прямим Сонцем. Слід, однак, пам'ятати, що *ЗBO* за зенітними вимірюваннями обчислюється з допомогою їхнього зіставлення з даними DS-вимірювань із застосуванням поліноміального наближення та врахуванням емпіричних корекцій відповідно до спільних спостережень ZB та DS.

Різниці між супутниковими та наземними вимірюваннями демонструють помітний сезонний хід із максимумом узимку та мінімумом улітку. Подібний хід (хоч і з меншою амплітудою) простежується і при зіставленні двох супутникових рядів даних. Це вказує на ймовірний зв'язок сезонного ходу різниць між значеннями ЗВО із варіаціями зенітної відстані Сонця. Пошук першопричини описаного явища потребує додаткових досліджень. Міжрічні зміни різниць для деяких типів вимірювань, схоже, обумовлені неточностями при наземних вимірюваннях. При зенітних відстанях Сонця, які перевищують 60°, дані спектрофотометра Добсона є відносно заниженими, що, вочевидь, пов'язано із впливом на результат світла, розсіяного всередині приладу.

Отже, є всі підстави вважати вимірювання загального вмісту озону на станції Київ-Голосіїв якісними. Сезонні зміни різниці між супутниковими й наземними даними, ймовірно, обумовлюються недоліками обох алгоритмів обчислення *ЗВО*. Значення розбіжності між результатами вимірювань залежить, зокрема, від зенітної відстані Сонця.

- Adams C., Strong K., Batchelor R. L., et al. Validation of ACE and OSIRIS ozone and NO<sub>2</sub> measurements using ground-based instruments at 80°N // Atmos. Meas. Tech. – 2012. – 5, N 5. – P. 927–953.
- Basher R. E. Review of the Dobson spectrophotometer and its accuracy. — Geneva: World Meteorological Organization Global Ozone Research and Monitoring Project, 1982. — Rep. N 13. — 94 p.
- Bernhard G., Evans R. D., Labow G. J., Oltmans S. J. Bias in Dobson total ozone measurements at high latitudes due to approximations in calculations of ozone absorption coefficients and air mass // J. Geophys. Res. – 2005. – 110, N D10. – D10305, doi:10.1029/2004JD005559.
- Bhartia P. K. OMI algorithm theoretical basis document. NASA, 2002. Vol. II. OMI ozone products. 91 p. – http://www.knmi.nl/omi/documents/data/OMI\_ ATBD\_ Volume\_2\_V2.pdf.
- Bramstedt K., Gleason J., Loyola D., et al. Comparison of total ozone from the satellite instruments GOME and TOMS with measurements from the Dobson network 1996 - 2000 // Atmos. Chem. Phys. - 2003. - 3, N 12. - P. 1409-1419.
- 6. Dobson G. M. B., Normand C. W. B. Determination of the constants etc. used in the calculation of the amount

of ozone from spectrophotometer measurements and of the accuracy of the results // Ann. Int. Geophys. Year. -1962. - XVI, Part II. -P. 161-191.

- *Eskes H.* Stratospheric ozone: satellite observations, data assimilation and forecasts // Proc. Seminar on Recent Developments in Data Assimilation for Atmosphere and Ocean, 8–12 September 2003. – Reading, UK: ECM-WF, 2004. – P. 341–360.
- Eskes H. J., van der A R. J., Brinksma E. J., et al. Retrieval and validation of ozone columns derived from measurements of SCIAMACHY on Envisat // Atmos. Chem. Phys. Discus. – 2005. – 5, N 4. – P. 4429–4475.
- Evans R., McConville G., Oltmans S., et al. Measurement of internal stray light within Dobson ozone spectrophotometers // Int. J. Remote Sens. – 2009. – 30, N 15–16. – P. 4247–4258.
- Evtushevsky O., Milinevsky G., Grytsai A., et al. Comparison of ground-based Dobson and satellite EP-TOMS total ozone measurements over Vernadsky station, Antarctica, 1996–2005 // Int. J. Remote Sens. 2008. 29, N 9. P. 2675–2683.
- Fioletov V. E., Labow G., Evans R., et al. Performance of the ground-based total ozone network assessed using satellite data // J. Geophys. Res. – 2008. – 113, N D14. – D14313, doi:10.1029/2008JD009809.
- 12. *Gottwald M.* (Ed.). SCIAMACHY, Monitoring the Changing Earth's Atmosphere. DLR, Institut für Methodik der Fernerkundung, 2006. 167 p.
- Grytsai A., Milinevsky G. SCIAMACHY/Envisat, OMI/ Aura, and ground-based total ozone measurements over Kyiv-Goloseyev station // Int. J. Remote Sens. – 2013. – 34, N 15. – P. 5611–5622.
- Komhyr W. D., Evans R. D. Operations handbook ozone observations with a Dobson spectrophotometer. – Geneva: World Meteorological Organization Global Ozone Research and Monitoring Project, NOAA/ESRL Global Monitoring Division, 2006. – 91 p.
- Kravchenko V., Evtushevsky A., Grytsai A., et al. Total ozone dependence of the difference between the empirically corrected EP-TOMS and high-latitude station datasets // Int. J. Remote Sens. — 2009. — 30, N 15/16. — P. 4283—4294.
- McPeters R. D., Labow G. J. An assessment of the accuracy of 14.5 years of Nimbus 7 TOMS version 7 ozone data by comparison with the Dobson network // Geophys. Res. Lett. – 1996. – 23. – P. 3695–3698.
- Redondas A., Evans R., Stuebi R., et al. Evaluation of the use of five laboratory determined ozone absorption cross sections in brewer and dobson retrieval algorithms // Atmos. Chem. Phys. Discuss. – 2013. – 13, N 9. – P. 22979–23021.
- Scientific Assessment of Ozone Depletion: 2006. Geneva: World Meteorological Organization, 2007. Rep. N 50.

- Staehelin J., Kerr J., Evans R., Vanicek K. Comparison of total ozone measurements of Dobson and Brewer spectrophotometers and recommended transfer functions. — World Meteorological Organization Global Atmosphere Watch, 2003. — Rep. N 149. — 35 p.
- van der A R. J., Allaart M. A. F., Eskes H. Multi sensor reanalysis of total ozone // Atmos. Chem. Phys. – 2010. – 10, N 22. – P. 11277–11294.
- Veefkind J. P., de Haan J. F., Brinksma E. J., et al. Total ozone from the Ozone Monitoring Instrument (OMI) using the DOAS technique // IEEE Transact. Geosci. Remote Sens. – 2006. – 44, N 5. – P. 1239–1244.
- Weber M., Lamsal L. N., Coldewey-Egbers M, et al. Poleto-pole validation of GOME WFDOAS total ozone with groundbased data // Atmos. Chem. Phys. – 2005. – 5, N 5. – P. 1341–1355.

Стаття надійшла до редакції 16.01.14

#### А. В. Грицай, Г. П. Милиневский

#### АНАЛИЗ РАСХОЖДЕНИЯ МЕЖДУ НАЗЕМНЫМИ И СПУТНИКОВЫМИ ИЗМЕРЕНИЯМИ ОБЩЕГО СОДЕРЖАНИЯ ОЗОНА: СТАНЦИЯ КИЕВ-ГОЛОСИИВ

Сопоставляются данные спутниковых и наземных измерений общего содержания озона на станции Киев-Голосиив с 13 мая 2010 г. до конца 2012 г. Использованы данные спутниковых приборов ОМІ и SCIAMACHY, а также данные, полученные на станции Киев-Голосиив с помощью спектрофотометра Добсона № 040. Путем сравнения со спутниковыми данными выполнена оценка качества наземных измерений разных типов. Показано, что наиболее надежным является метод наземных измерений «по прямому Солнцу». Кроме того, следует отметить высокое качество наземных зенитных наблюдений безоблачного неба в стандартной паре длин волн AD, которое, по крайней мере, не хуже качества измерений «по прямому Солнцу». Установлено, что значения общего содержания озона, полученные с помощью спектрофотометра Добсона, являются меньшими сравнительно со спутниковыми, когда зенитное расстояние Солнца превышает 60°. Главной причиной этого «расхождения» считается занижение общего содержания озона спектрофотометром Добсона вследствие влияния рассеянного внутри прибора света. Разности между спутниковыми и наземными данными демонстрируют сезонный ход с максимумом зимой и минимумом летом, что указывает на ограниченность алгоритмов вычисления общего содержания озона

#### A. V. Grytsai, G. P. Milinevsky

#### ANALYSIS OF THE DISCREPANCY BETWEEN GROUND-BASED AND SATELLITE TOTAL OZONE CONTENT MEASUREMENTS AT KYIV-GOLOSEYEV STATION

We compared satellite and ground-based total ozone measurements at the Kyiv-Goloseyev station. Some data of the Ozone Monitoring Instrument and Scanning Imaging Absorption Spectrometer for Chartography satellite instruments were used. The ground-based observations were carried out with the Dobson spectrophotometer N 040. The period from the measurement beginning (13 May 2010) at the Kyiv-Goloseyev station to the end of 2012 was considered. An estimation for ground-based observations of different types was performed through their comparison with satellite data. The "Direct Sun" ground-based measurements were shown to be the most reliable ones. Moreover, it is essential to note a high quality of Zenith Blue ground-based observations. Their quality was at least comparable with one for the "Direct Sun" measurements. The Dobson total ozone content (TOC) values were revealed to be lower than the satellite values while solar zenith angle is greater than 60°. The main cause of this discrepancy is probably a TOC underestimate by the Dobson spectrophotometer due to radiation scattered within the instrument. The differences between satellite and ground-based data display seasonal changes with the maximum in winter and minimum in summer. This points to some limits of the TOC calculation algorithm.

#### УДК 534-8

# Ю. П. Ладіков-Роєв, О. К. Черемних

Інститут космічних досліджень Національної академії наук України та Державного космічного агентства України, Київ

# ВПЛИВ ВИСОКОЧАСТОТНОЇ ВІБРАЦІЇ НА ЗМІНУ ФРОНТУ КРИСТАЛІЗАЦІЇ У ЦИЛІНДРИЧНІЙ АМПУЛІ БРИДЖМЕНА

Досліджено вплив високочастотної вібрації на стійкість фронту кристалізації в ампулі Бріджмена в умовах космічного експерименту. Знайдено можливий вид збурень фронту кристалізації.

# вступ

В умовах космічного експерименту практично немає гравітаційної конвекції, яка б впливала на стійкість фронту кристалізації і на якість одержуваних кристалів. Між тим, як показали космічні експерименти [2], фронт кристалізації в ампулі Бріджмена все ж викривлюється. Однією з причин цього є вібрація (мікроприскорення) космічного апарата [4, 6], через що задача дослідження впливу вібрації на процес кристалізації набуває великої ваги [9, 10].

#### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

На рис. 1, а зображено схему установки кристалізації за методом Бріджмена [1, 5, 11]. Вона складається з двох циліндричних термостатів, температура одного з яких нижча (холодильник), а іншого — вища (нагрівач) за температуру плавлення Т. Всередині термостатів знаходиться циліндрична ампула, заповнена речовиною. Завдяки відповідному вибору температур термостатів фронт кристалізації лежить в зазорі між холодильником і нагрівачем. В результаті частина речовини вище фронту кристалізації перебуває в рідкому стані, тобто у стані розплаву, де реалізуються конвективні течії [8], а також можуть генеруватися вихорові структури [3]. Процес вирощування кристалу здійснюється за рахунок одночасного переміщення обох термостатів вгору. При цьому швидкість руху термостатів дорівнює швидкості руху фронту кристалізації. Як правило, ця швидкість мала ( $V < 10^{-6}$  м/с), тому усюди нижче фронт кристалізації будемо вважати нерухомим [11].

Під час процесу кристалізації реалізуються такі умови. Розплавлена речовина заповнює ампулу від верхнього торця до фронту кристалізації (див. рис. 1), температура на якому постійна і дорівнює температурі плавлення, і який будемо вважати плоским протягом усього часу кристалізації. Розплав цілком змочує стінки ампули. Температуру  $T_0$  на верхньому торці ампули можна вважати постійною.

У незбуреному стані площина z = 0 є границею фазового переходу і має постійну температуру, що дорівнює температурі плавлення  $T_c$ . Уздовж осі z задано постійний градієнт температури

$$\frac{dT^*}{dz} = \frac{T_1 - T_c}{L} = \text{const},$$
(1)

де  $T^*$  — температура рідкої фази. На незбуреній границі фазового переходу виконуються умови неперервності температури і теплового потоку:

$$T^*\Big|_{z=0} = T_s^*\Big|_{z=0} = T_c, \ a\frac{\partial T^*}{\partial z}\Big|_{z=0} = a_s\frac{\partial T_s^*}{\partial z}\Big|_{z=0}, \quad (2)$$

де  $T_s^*$  — температура твердої фази, *a* і  $a_s$  — коефіцієнти теплопровідності рідкої і твердої фаз відповідно. З виразів (1) і (2) випливає, що у твердій фазі виконується співвідношення

$$\frac{dT_s^*}{dz} = \frac{T_1 - T_c}{L} \frac{a}{a_s}.$$
(3)

<sup>©</sup> Ю. П. ЛАДІКОВ-РОЄВ, О. К. ЧЕРЕМНИХ, 2014

Система перебуває в однорідному полі сили тяжіння (у загальному випадку), а також піддається швидкій поступальній гармонійній вібрації з частотою  $\omega$ , набагато більшою за характерну гідродинамічну частоту системи порядку  $a/L^2$ , тобто є справедливою умова

$$\frac{\omega L^2}{a} >> 1, \tag{4}$$

де *а* — коефіцієнт температуропровідності рідкої фази.

У збуреному стані виконуються такі умови. На збуреному фронті кристалізації температура постійна і дорівнює температурі плавлення

$$T\Big|_{z=\varepsilon Z(x,y,t)} = T_s\Big|_{z=\varepsilon Z(x,y,t)} = T_c,$$
(5)

де  $z = \varepsilon Z(x, y, t)$  — збурення поверхні розділу фаз,  $\varepsilon <<1$ . На фазовій границі виконуються закони збереження маси і теплового потоку

$$\left(\vec{\mathbf{v}}\cdot\vec{n}\right)\Big|_{z=\varepsilon Z(x,y,t)} = \frac{\left(\rho_0 - \rho_s\right)}{\rho_0} D_n, \qquad (6)$$

$$(a_s \nabla T_s - a \nabla T) \cdot \vec{n} \Big|_{z = \varepsilon Z(x, y, t)} = \rho_0 q_m D_n, \qquad (7)$$

де  $\vec{v}$  — збурена швидкість,  $\vec{n}$  — нормаль до поверхні розділу фаз,  $\rho_0$  і T ( $\rho_s$  і  $T_s$ ) — густина і збурена температура рідкої (твердої) фази,  $D_n$  нормальна швидкість границі розділу фаз,  $q_m$  питома теплота плавлення. Для швидкості  $\vec{v}$  на твердих поверхнях задано умови прилипання:

$$\left. \left( \vec{\mathbf{v}} \times \vec{n} \right) \right|_{z=\varepsilon Z(x, y, t)} = \vec{\mathbf{v}} \right|_{z=L} = 0.$$
(8)

Для опису конвективного руху, що виникає в рідкій фазі в результаті викликаної вібрацією втрати стійкості, будемо використовувати систему рівнянь Буссінеска, що у рухливій системі координат має вигляд [1, 5, 6]

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} =$$
$$= -\frac{\nabla p}{\rho_0} + v \Delta \vec{v} + g \beta T \vec{\gamma} - b \omega \sin(\omega t) \beta T \vec{k}, \qquad (9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\mathbf{v}} \cdot \nabla T = a \Delta T \,, \tag{10}$$

$$\operatorname{div}\vec{v} = 0, \qquad (11)$$

де *g* — прискорення вільного падіння,  $\vec{\gamma} = -\vec{g} / g$ , *p* — тиск,  $\beta = -(1 / \rho_0)(\partial \rho_0 / \partial T)$  — коефіцієнт термічного розширення, *a* — температуропровідність розплаву,  $\vec{k}$  — одиничний вектор уздовж напрямку вібрації, *b* — амплітуда швидкості вібрації. Ми будемо припускати, що швидкість вібрації є скінченною, тобто

$$\frac{bR_0}{v} \approx 1. \tag{12}$$

У розглянутому випадку високої частоти вібрації (див. умови (5)) у всіх змінних можна виділити пульсаційну швидкозмінний і «повільний» компоненти. Для цього виберемо за характерні значення довжини, швидкості, часу і темпера-



Рис. 1. Схематичне зображення установки кристалізації за методом Бріджмена

тури величини  $R_0$ ,  $\nu/R_0$ ,  $a/R_0^2$  і  $\Theta = T_1 - T_c$  відповідно, і згідно із стандартною процедурою методу багатьох масштабів [5, 7] уведемо послідовність часів

$$t_{-} = t'/\mu, \quad t = t', \quad t_{1} = \mu t', \quad (13)$$

де  $\mu = 1/\omega'$ , а  $\omega'$  і t' — безрозмірні частота вібрації і час. Будемо вважати уведені величини незалежними змінними функцій системи. Тоді похідна за часом від будь-якої функції часу f(t) представляється у вигляді

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial f}{\partial t_{-}} + \frac{\partial f}{\partial t_{0}} + \mu \frac{\partial f}{\partial t_{1}}.$$
 (14)

Враховуючи (13) і (14), система рівнянь (9)—(11) для безрозмірних величин переписується у такий спосіб:

$$\frac{1}{\mu}\frac{\partial\vec{v}}{\partial t_{-}} + \frac{\partial\vec{v}}{\partial t_{0}} + \mu\frac{\partial\vec{v}}{\partial t_{1}} + \Pr^{-1}(\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} =$$
$$= -\nabla p + \Delta\vec{v} + RaT\vec{\gamma} - \frac{1}{\mu}b\beta\Theta T\vec{k}\sin(t_{-}), \quad (15)$$

$$\Pr\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial T}{\partial t_{-}} + \frac{\partial T}{\partial t_{0}} + \mu\frac{\partial T}{\partial t_{1}}\right) + \vec{v}\cdot\nabla T = \Delta T, \quad (16)$$

$$\operatorname{div}\vec{v} = 0, \qquad (17)$$

де  $Ra = \beta g \Theta L^3 / (av)$  — число Релея,  $\Pr = v / a$  — число Прандтля, а штрих біля безрозмірної амплітуди швидкості вібрації  $b' = \frac{bR_0}{v}$  в (9) опущено.

Представимо змінні у вигляді розкладу по ступенях µ:

$$p = \mu^{-1} p + p_0 + \mu p_1 + \dots,$$
  
$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \mu \vec{v}_1 + \mu^2 \vec{v}_2 + \dots,$$
  
$$T = T_0 + \mu T_1 + \mu^2 T_2 + \dots$$
(18)

Порядок членів розкладу, що враховуються, обумовлений умовою скінченності вібрації (див. умову (4) та (12). Підставляючи (18) у (15)—(17), в порядку розкладу по 1/µ одержимо

$$-\frac{\partial \vec{v}_0}{\partial t_-} = \nabla p_- + b\beta \Theta T_0 \vec{k} \sin t_-, \qquad (19)$$

$$\frac{\partial T_0}{\partial t_-} = 0. \tag{20}$$

Представимо  $\vec{v}_0$  й  $p_-$  у вигляді

$$\vec{v}_0 = b\vec{V}_0\cos t_+ \vec{u}_0, \ p_- = bp_-\sin t_- + \tilde{p}_-,$$
 (21)

де  $\vec{u}_0$  і  $\tilde{p}_-$  не залежать від  $t_-$ . Підставляючи (21) у (19), одержимо рівняння

$$\nabla p_{-} = \vec{V}_{0} - \beta \Theta T_{0} \vec{k} . \qquad (22)$$

У нульовому порядку розкладу будемо мати

$$\frac{\partial \vec{\mathbf{v}}_{1}}{\partial t_{-}} + \frac{\partial \vec{\mathbf{v}}_{0}}{\partial t_{0}} + (\vec{\mathbf{v}}_{0} \cdot \nabla) \vec{\mathbf{v}}_{0} =$$
$$= -\nabla p_{0} + \Delta \vec{\mathbf{v}}_{0} + Ra T_{0} \vec{\gamma} + b\beta \Theta T_{1} \vec{k} \sin t_{-}, \qquad (23)$$

$$\Pr\left(\frac{\partial T_1}{\partial t_-} + \frac{\partial T_0}{\partial t_0}\right) + \vec{v}_0 \cdot \nabla T_0 = \Delta T_0, \qquad (24)$$

 $\operatorname{div}\vec{v} = 0. \tag{25}$ 

Будемо шукати  $T_1$  у вигляді

$$T_{1} = -b \operatorname{Pr}^{-1} \sin t_{-} \vec{V}_{0} \cdot \nabla T_{0} + \tilde{T}_{1}, \qquad (26)$$

де  $\tilde{T}_1$  не залежить від  $t_-$ . Підставляючи (21) і (26) у (24), одержимо

$$\Pr\frac{\partial T_0}{\partial t_0} + \vec{u}_0 \cdot \nabla T_0 = \Delta T_0.$$

Представимо далі  $\vec{v}_1$  і  $p_0$  у вигляді

$$\vec{v}_1 = b\vec{V}_1\cos t_- + \vec{u}_1, \ p_0 = bp_0\sin t_- + \tilde{p}_0,$$
 (27)

де  $\vec{u}_1$  і  $\tilde{p}_0$  не залежать від  $t_-$ . Підставляючи (21), (26), (27) у (23) і усреднюючи по  $t_-$ , одержимо

$$\frac{\partial \vec{u}_0}{\partial t} + (\vec{u}_0 \cdot \nabla) \vec{u}_0 + \frac{b^2}{2} (\vec{V}_0 \cdot \nabla) \vec{V}_0 = -\nabla \tilde{p}_0 + \Delta \vec{u}_0 + Ra T \vec{\gamma} + \frac{b^2 \beta \Theta}{2 \operatorname{Pr}} (\vec{V}_0 \cdot \nabla T_0) \vec{k} .$$

У результаті система рівнянь, які визначають усереднений рух рідкої фази, набуває вигляду

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} + \frac{b^2}{2}(\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} =$$
$$= -\nabla p + \Delta \vec{u} + RaT\vec{\gamma} + \frac{b^2\beta\Theta}{2\Pr}(\vec{V_0} \cdot \nabla T)\vec{k} , \quad (28)$$

$$\Pr\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T = \Delta T, \qquad (29)$$

$$\operatorname{rot}(\vec{V} - \beta \Theta T \vec{k}) = 0, \qquad (30)$$

$$\operatorname{div}\vec{u} = 0, \qquad (31)$$

$$\operatorname{div}\vec{V} = 0, \qquad (32)$$

де вирази (31) і (32) випливають з рівняння (11). У (28)—(32) індекс «0» біля змінних  $\vec{u}, \vec{V}$  і *T*, а також тильда над змінною тиску опущені. Рівнян-

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1

ня (28)—(32) потрібно доповнити рівнянням переносу тепла у твердій фазі

$$\Pr_{s} \frac{\partial T_{s}}{\partial t} = \Delta T_{s} , \qquad (33)$$

де  $\Pr_s = \nu/a_s$ ,  $a_s$  — коефіцієнт температуропровідності твердої фази. Таким чином, при зазначених вище умовах збурений стан системи описується рівняннями (28)—(33).

Представимо збурені величини у вигляді

$$\vec{u} = \varepsilon \vec{u}', \ \vec{V} = \vec{V}^* + \varepsilon \vec{V}',$$

$$T = T^* + \varepsilon T',$$

$$p = p + \varepsilon p',$$

$$T_s = T_s^* + \varepsilon T'_s,$$
(34)

де зірочкою позначено змінні у незбуреному стані. Підставляючи (34) у (28)—(33) і нехтуючи членами порядку  $\varepsilon^2$ , одержимо

$$\frac{b^2}{2}(\vec{V}^*\cdot\nabla)\vec{V}^* = -\nabla p^* + RaT^*\vec{\gamma} + \frac{b^2\beta\Theta}{2\operatorname{Pr}}(\vec{V}^*\cdot\nabla T^*), (35)$$

$$\operatorname{rot}(\vec{V}^* - \beta \Theta T^* \vec{k}) = 0, \qquad (36)$$

$$\operatorname{div}\vec{V}^* = 0, \qquad (37)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{b^2}{2} [(\vec{V}^* \cdot \nabla)\vec{V} + (\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V}^*] = -\nabla p + \Delta \vec{u} + RaT\vec{\gamma} + \frac{b^2\beta\Theta}{2\Pr} [(\vec{V}^* \cdot \nabla T) + (\vec{V} \cdot \nabla T^*)^*]\vec{k}, \quad (38)$$

$$\Pr\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T^* = \Delta T, \qquad (39)$$

$$\operatorname{rot}(\vec{V} - \beta \Theta T \vec{k}) = 0, \tag{40}$$

$$\operatorname{div}\vec{u} = 0, \tag{41}$$

$$\operatorname{div}\vec{V} = 0, \qquad (42)$$

$$\Pr_{s} \frac{\partial T_{s}}{\partial t} = \Delta T_{s}.$$
(43)

Систему (38)—(43), (35)—(37) необхідно доповнити граничними умовами. На верхній і нижній нерухомих твердих границях маємо

$$T|_{z=l} = \vec{u}|_{z=l} = (\vec{V} \cdot \vec{n}_L)|_{z=l} = (\vec{V}^* \cdot \vec{n}_L)|_{z=l} = 0 ,$$
  

$$T_s|_{z=-l} = 0 ,$$
  

$$l = \frac{L}{R_0} , \qquad (44)$$

де  $\vec{n}_L$  — нормаль до поверхні z = l. Для одержання граничних умов на фронті кристалізації розкла-

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1

демо вирази (5)—(8) у ряд по малому параметру  $\varepsilon Z(x, y, t)$  і підставимо в отриманий розклад співвідношення (34) та обмежимося членами порядку  $\varepsilon$ . Для безрозмірних змінних, з урахуванням (2), дістанемо

$$T\Big|_{z=0} + \frac{\partial T^*}{\partial z}\Big|_{z=0} Z = 0, \qquad (45)$$

$$T_{s}\Big|_{z=0} + \frac{\partial T_{s}^{*}}{\partial z}\Big|_{z=0} Z = 0, \qquad (46)$$

$$\left(\vec{u}\cdot\vec{n}_{0}\right)\big|_{z=0} = \left(\vec{V}\cdot\vec{n}_{0}\right)\big|_{z=0} = \hat{r}\frac{\partial Z}{\partial t},\qquad(47)$$

$$\sigma\left(\frac{\partial T_s}{\partial z}\Big|_{z=0} + \frac{\partial^2 T_s^*}{\partial z^2}\Big|_{z=0}Z\right) - \left(\frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=0} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^2}\Big|_{z=0}Z\right) = \Lambda \frac{\partial Z}{\partial t}, \quad (48)$$

$$(\vec{u}\cdot\vec{n}_0)\Big|_{z=0}=0$$
, (49)

де  $\sigma = a_s / a$ ,  $\hat{r} = [\Pr(\rho_0 - \rho_s)] / \rho_0$ ,  $\Lambda = (\nu \rho_0 q_m) / (\Theta a)$ ,  $\vec{n}_0$  — нормаль незбуреної фазової границі.

## СТІЙКІСТЬ ПОВЕРХНІ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДУ

Скориставшись викладеним методом швидких вібраційних впливів, дослідимо тепер їхній вплив на стійкість фронту кристалізації в ампулі Бріджмена. У циліндричній системі координат рівняння (28)—(33) мають вигляд

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_{\theta}}{\partial \theta} - \frac{u_r}{r^2},$$
(50)

$$\frac{\partial u_{\theta}}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_{\theta}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_{\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_{\theta}}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial u_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_{\theta}}{r^2}, \qquad (51)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_z}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_z}{\partial r^2} + RaT + Ra_{\omega}V_z, \qquad (52)$$

$$\Pr\frac{\partial T}{\partial t} - u_z = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (53)$$

17

$$\frac{\partial V_z}{\partial \theta} - \frac{\partial (rV_{\theta})}{\partial z} = \beta \Theta \frac{\partial T}{\partial \theta}, \qquad (54)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial r} = \beta \Theta \frac{\partial T}{\partial r}, \qquad (55)$$

$$\frac{\partial(rV_{\theta})}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial \theta} = 0, \qquad (56)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \theta} = 0$$
(57)

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_{\theta}}{\partial \theta} = 0, \qquad (58)$$

$$\Pr_{s} \frac{\partial T_{s}}{\partial t} = \frac{\partial^{2} T_{s}}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{s}}{\partial r} + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2} T_{s}}{\partial \theta^{2}} + \frac{\partial^{2} T_{s}}{\partial z^{2}}.$$
 (59)

Їх необхідно доповнити граничними умовами

$$T\Big|_{z=1} = u_r\Big|_{z=1} = u_\theta\Big|_{z=1} = u_z\Big|_{z=1} = V_z\Big|_{z=1} = 0,$$
  
$$T_s\Big|_{z=-1} = 0,$$
 (60)

$$T\big|_{z=0} = -Z,\tag{61}$$

$$T_s\big|_{z=0} = -Z, \tag{62}$$

$$u_{z}\big|_{z=0} = V_{z}\big|_{z=0} = h\frac{\partial Z}{\partial t},\tag{63}$$

$$\left. \sigma \frac{\partial T_s}{\partial z} \right|_{z=0} - \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \Lambda \frac{\partial Z}{\partial t}, \tag{64}$$

$$u_r|_{z=0} = u_{\theta}|_{z=0} = 0$$
, (65)

$$T\big|_{r=1} = u_r\big|_{r=1} = u_{\theta}\big|_{r=1} = u_z\big|_{r=1} = V_r\big|_{r=1} = 0, \quad (66)$$

де  $h = [\Pr(\rho_0 - \rho_s)] / \rho_0$ , а  $\sigma$  і  $\Lambda$  — ті ж, що й у (48).

Нехай збурення фронту кристалізації задається виразом

$$Z(r,\theta,t) = \zeta(r)\cos(n\theta)\exp(-\Omega t), \qquad (67)$$

де *n* = 0, 1, 2, .... Розв'язок задачі (50)—(66) будемо шукати у вигляді

$$u_{r(z)} = u_{r(z)A}(r, z)\cos(n\theta)\exp(-\Omega t), \qquad (68)$$

$$u_{\theta} = u_{\theta A}(r, z) \sin(n\theta) \exp(-\Omega t), \qquad (69)$$

$$V_{r(z)} = V_{r(z)A}(r, z) \cos(n\theta) \exp(-\Omega t) , \qquad (70)$$

$$V_{\theta} = u_{\theta A}(r, z) \sin(n\theta) \exp(-\Omega t) , \qquad (71)$$

$$T_{(s)} = T_{(s)A}(r, z) \cos(n\theta) \exp(-\Omega t) , \qquad (72)$$

де індексом *А* позначені амплітуди збурень. Підставляючи (70), (71) у (54)—(56), (58), одержимо

$$-nV_z + r\frac{\partial V_{\theta}}{\partial z} = -n\beta\Theta T, \qquad (73)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial r} = \beta \Theta \frac{\partial T}{\partial r}, \qquad (74)$$

$$\frac{\partial (rV_{\theta})}{\partial r} + nV_r = 0, \qquad (75)$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{nV_{\theta}}{r} = 0.$$
(76)

Індекс *А* біля амплітуд тут і далі для зручності опущено. Розв'язуючи цю систему, будемо мати

$$V_z = T - \frac{r}{n} \frac{\partial V_{\theta}}{\partial z},\tag{77}$$

$$V_r = -\frac{1}{n} \frac{\partial (rV_{\theta})}{\partial r}, \qquad (78)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)(rV_{\theta})_r = n\frac{\partial T}{\partial z}.$$
 (79)

Розглянемо рівняння (59). Підставляючи в нього вираз (68), одержимо

$$\frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} - \left( \Pr_s \Omega + \frac{n^2}{r^2} \right) T_s = 0.$$
(80)

Будемо шукати Т<sub>s</sub> у вигляді

$$T_s(r,z) = I_s(z)\varsigma(r).$$
(81)

Підставляючи (81) у (80) і розділяючи змінні, дістаємо два рівняння

$$\frac{\partial^2 I_s}{\partial z^2} - \tau^2 I_s = 0, \qquad (82)$$

$$r^{2}\varsigma'' + r\varsigma' + (\chi^{2}r^{2} - n^{2})\varsigma = 0, \qquad (83)$$

де  $\tau^2$  — константа розділення, а  $\chi^2 = \tau^2 - \Pr_s \Omega$ . Легко бачити, що розв'язком рівняння (83) є функція Бесселя  $J_n(\chi r)$ . Оскільки в силу граничних умов  $T_s|_{r=1} = 0$ , то має виконуватися співвідношення

$$J(\chi) = 0. \tag{84}$$

Звідси випливає, що

$$\varsigma(r) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k J_n(\chi_k r), \qquad (85)$$

а загальний розв'язок рівняння (80) має вигляд

$$T_s(r,z) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k I_{sk}(z) J_n(\chi_k r),$$

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1

де  $\chi_k - k$ -й корінь рівняння (85), а  $C_k$  — деякі константи.  $I_{sk}(z)$  повинні задовольняти рівняння (82). Звідси з урахуванням граничної умови при z = -1 випливає, що

$$I_{sk}(z) = \operatorname{sh}[\sqrt{\chi_k^2 + \operatorname{Pr}_s \Omega}(z+1)],$$

звідки остаточно одержуємо

$$T_s(r,z) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \operatorname{sh}[\sqrt{\chi_k^2 + \operatorname{Pr}_s \Omega}(z+1)] J_n(\chi_k r).$$
(86)

Підставимо вирази (68), (72) у рівняння (53), одержимо

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \left( \Pr_s \Omega + \frac{n^2}{r^2} \right) T = -u_z. \quad (87)$$

Представимо Т й и<sub>г</sub> у вигляді

$$T(r,z) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k J_k(z) J_n(\chi_k r), \qquad (88)$$

$$u_z = \sum_{k=1}^{\infty} C_k U_{zk}(z) J_n(\chi_k r).$$
(89)

Підставляючи вирази (88) і (89) у рівняння (87), одержимо

$$U_{zk}(z) = \left(\frac{d^2}{dz^2} - \chi_k^2 - \Pr_s \Omega\right) I_k(z).$$
(90)

Повернемося до рівняння (79). Покладемо

$$rV_{\theta} = \sum_{k=1}^{\infty} C_k W_{\theta k}(z) J_n(\chi_k r).$$
(91)

Підставляючи (91) у (79), одержимо

$$\frac{\partial^2 W_{\theta k}}{\partial z^2} - \chi_k^2 W_{\theta k} = n \frac{dI_k}{dz}.$$
 (92)

Будемо шукати  $W_{_{\theta k}}$  у вигляді

$$W_{\theta k} = A_1(z)e^{\chi_i z} + A_2(z)e^{-\chi_i z}.$$
 (93)

Підставляючи (93) у рівняння (92), одержимо систему рівнянь для визначення  $A_1(z)$  і  $A_2(z)$ :

$$\begin{cases} \chi_k (A_1' e^{\chi_k z} + A_2' e^{-\chi_k z}) = n \frac{dI_k}{dz}, \\ A_1' e^{\chi_k z} + A_2' e^{-\chi_k z} = 0. \end{cases}$$
(94)

Розв'язуючи її, будемо мати

$$A_1'=\frac{ne^{-\chi_k z}}{2\chi_k}\frac{dI_k}{dz}, \quad A_2'=-\frac{ne^{\chi_k z}}{2\chi_k}\frac{dI_k}{dz}.$$

Звідси знаходимо

$$W_{\theta k} = \frac{n}{\chi_k} \int_0^{\zeta} \operatorname{sh}[\chi_k(z-s)] \frac{dI_k}{dz} ds, \qquad (95)$$

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1

або остаточно

$$rV_{\theta} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_k n}{\chi_k} \int_0^z \operatorname{sh}[\chi_k(z-s)] \frac{dI_k}{dz} ds J_n(\chi_k r). \quad (96)$$

Знаючи  $rV_{\theta}$ , за допомогою співвідношень (77), (78) можна знайти  $V_z$  і  $V_r$ . Підставляючи (96) у (78), (79), дістанемо

$$V_{z} = \sum_{k=1}^{\infty} C_{k} \left( I_{k} - \int_{0}^{z} \operatorname{ch}[\chi_{k}(z-s)] \frac{dI_{k}}{ds} ds \right) J_{n}(\chi_{k}r), \quad (97)$$
$$V_{r} = \sum_{k=1}^{\infty} C_{k} \int_{0}^{z} \operatorname{sh}[\chi_{k}(z-s)] \frac{dI_{k}}{ds} ds J_{n+1}(\chi_{k}r). \quad (98)$$

Підставимо тепер співвідношення (68), (69) у рівняння (50)—(52), (57). Одержимо систему рівнянь

$$\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} = L(u_r) - \frac{1}{r^2}(u_r + 2nu_\theta), \qquad (99)$$

$$\frac{np}{r} = L(u_{\theta}) - \frac{1}{r^2}(u_{\theta} + 2nu_r), \qquad (100)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = L(u_z) + RaT + Ra_{\omega}V_z, \qquad (101)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r}(u_r + nu_{\theta}) + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \qquad (102)$$

де

$$L = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \left(\frac{n^2}{r^2} - \Omega\right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Виключаючи із (99)—(101) тиск, ці рівняння можна переписати у такий спосіб

$$\frac{1}{m}\frac{\partial}{\partial r} = \left[r\left(L(u_{\theta}) - \frac{1}{r^{2}}(u_{\theta} + 2nu_{r})\right)\right] =$$
$$= L(u_{r}) - \frac{1}{r^{2}}(u_{r} + 2nu_{\theta}), \qquad (103)$$

$$-\frac{r}{n}\frac{\partial}{\partial z}\left(L(u_{\theta})-\frac{1}{r^{2}}(u_{\theta}+2nu_{r})\right) =$$
$$=L(u_{z})+RaT+Ra_{\omega}V_{z}.$$
(104)

Представимо далі  $u_r$  і  $u_{\theta}$  у вигляді

$$u_{r} = \sum_{k=1}^{\infty} C_{k} U_{rk}(z) J_{n}(\chi_{k} r), \qquad (105)$$

$$u_{\theta} = \sum_{k=1}^{\infty} C_k U_{\theta k}(z) J_n(\chi_k r).$$
(106)

19

Підставляючи (105), (106) у (102)—(104) і використовуючи рекурентні співвідношення для функцій Бесселя, з урахуванням (88)—(90), (97), а також граничних умов (60)—(66), ми одержимо замкнуту лінійну систему рівнянь відносно  $U_{rk}(z)$ ,  $U_{zk}(z)$ ,  $U_{\theta k}(z)$ , і  $I_k(z)$ , яку можна звести до одного звичайного диференціального рівняння восьмого порядку. Отримане рівняння призводить до однорідної системи з дев'яти лінійних алгебраїчних рівнянь, рівність нулеві детермінанта якої, а також характеристичне рівняння вихідного диференціального рівняння визначають залежність  $\Omega$  від параметрів задачі. Проілюструємо сказане.

Розглянемо докладніше випадок осьової симетрії задачі. У цьому випадку у вихідних рівняннях необхідно покласти n=0 і  $u_{\theta} = 0$ . Після цього система (99)—(102) набуває вигляду

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} - \Omega + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]u_r, \qquad (107)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} - \Omega + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]u_z + RaT + Ra_{\omega}V_z, \quad (108)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0.$$
(109)

Визначимо *u<sub>r</sub>* й *u<sub>z</sub>* у такий спосіб:

$$u_{r} = \frac{U_{r}(z)}{\alpha J_{0}(\chi_{1})} \Big[ J_{0}'(\chi_{1}r) - rJ_{0}'(\chi_{1}) \Big], \qquad (110)$$

$$u_{z} = U_{z}(z) \left[ \frac{J_{0}(\chi_{1}r)}{J_{0}(\chi_{1})} - 1 \right].$$
(111)

Підставивши (110), (111) у (109), легко переконатися, що умова нестисливості задовольняється при

$$U'_{z}(z) = U_{r}(z),$$
 (112)

$$2J_0'(\chi_1) + \alpha J_0(\chi_1) = 0, \qquad (113)$$

$$\alpha J_0'(\chi_1) + \frac{\alpha^2}{2} J_0(\chi_1) = 0.$$
 (114)

У випадку аксіальної симетрії система (73)— (76) буде мати вигляд

$$\frac{\partial V_z}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial r} = \beta \Theta \frac{\partial T}{\partial r}, \qquad (115)$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0.$$
(116)

Будемо шукати  $V_r$  і  $V_z$  у вигляді

$$V_{r} = \frac{1}{k_{1}} J_{0}'(\chi_{k} r) W(z), \qquad (117)$$

$$V_{z} = J_{0}(\chi_{k}r)W'(z), \qquad (118)$$

де  $k_1$  — перший корінь рівняння  $J_1(k) = 0$ . Легко перевірити безпосередньою підстановкою, що вирази (117), (118) задовольняють умову нестисливості (116). Підставляючи (117), (118) і (88) у (115), одержимо рівняння

$$J_{0}(\chi_{k}r)[W''(z) - k_{1}^{2}W(z)] =$$
  
=  $k_{1}\sum_{k=1}^{\infty} C_{k}I_{k}(z)J_{0}'(\chi_{k}r).$  (119)

Розкладаючи ліву частину рівняння в ряд Фур'є — Бесселя, будемо мати

$$\sum_{k=1}^{\infty} [W_k''(z) - k_1^2 W_k(z)] J_0(\chi_k r) =$$
$$= k_1 \sum_{k=1}^{\infty} C_k I_k(z) J_0'(\chi_k r), \qquad (120)$$

де

=

$$W_k''(z) - k_1^2 W_k(z) =$$

$$=\frac{2[W''(z)-k_1^2W(z)]}{J_1^2(\chi_k)}\int_0^1 rJ_0'(k_1r)J_0(\chi_kr)dr.$$
(121)

3 виразу (120) випливає, що

$$W_{k}''(z) - k_{1}^{2}W_{k}(z) = C_{k}I_{k}(z).$$
(122)

Звідси з урахуванням (97) і (118) одержимо

$$W_{zk}(z) = C_k k_1^2 \int_{0}^{z} \operatorname{ch}[k_1(z-s)] I_k(s) ds + C_1 e^{k_1 z} + C_2 e^{-k_1 z}.$$

Константи  $C_1$  і  $C_2$  визначаються з граничних умов при z = 0 і z = 1.

Виключимо з рівнянь (107), (108) тиск, одержимо

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) - \Omega + \frac{\partial^2}{\partial z}\left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial z}\right) + Ra\frac{\partial T}{\partial r} + Ra\frac{\partial V_z}{\partial r} = 0.$$
(123)

Помножимо це рівняння на  $r^2$ , щоб позбутися особливостей при r = 0, після чого, використовуючи вирази для  $u_r, u_z, T$ , і  $V_z$ , розкладемо залежні від r функції у ряд Фур'є — Бесселя. Пом-

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1

ноживши далі (123) на  $rJ_0(\chi_k r)$  та інтегруючи від 0 до 1, ми одержимо рівняння виду

$$\sum_{m=1}^{4} B_m U_{zk}^{(4-m)}(z) + B_5 RaI_k(z) + B_6 Ra_\omega W_k(z) = 0, \quad (124)$$

де *B<sub>m</sub>* — коефіцієнти, що з'являються після інтегрування і залежать від Ω. Це рівняння необхідно доповнити співвідношеннями

$$W_{k}''(z) - k_{1}^{2}W_{k}(z) = C_{k}I_{k}(z),$$
  

$$U_{zk}'(z) = I_{k}''(z) - \chi_{k}^{2}I_{k}(z).$$
(125)

Рівняння (122), (124), (125) можна звести до одного рівняння восьмого порядку відносно  $W_k(z)$ :

$$\sum_{m=0}^{8} D_m W_k^{(8-m)}(z) = 0, \qquad (126)$$

де коефіцієнти  $D_m$  залежать тепер також від Ra і  $Ra_{\infty}$ . Розв'язуючи це рівняння, одержимо

$$W_{k}(z) = \sum_{m=0}^{8} K_{m} e^{\lambda_{8-m^{z}}}, \qquad (127)$$

де  $\lambda_m$  — корені характеристичного рівняння:

$$\sum_{m=0}^{\circ} D_m K_m \lambda^{(8-m)} = 0.$$
 (128)

Граничні умови для  $U_{zk}, W_k$  і  $I_k$  мають вигляд

$$U'_{zk}(0) = U'_{zk}(1) = 0 ,$$
  

$$U_{zk}(0) = U_{zk}(1) = 0 ,$$
  

$$W_k(0) = W_k(1) = 0 ,$$
  

$$I_k(1) = 0, I_k(0) = I_{sk}(0) ,$$
  

$$\sigma I'_{sk}(0) - I'_k(0) = -\Omega\Lambda .$$
  
(129)

Звідси з урахуванням співвідношень (122), (125) ми одержимо дев'ять граничних умов стосовно  $W_k$ . Далі, аналогічно тому, як це робилося у попередньому розділі, підставивши вирази (127) у ці граничні умови, ми знову прийдемо до системи дев'яти однорідних лінійних рівнянь, з умови рівності нулеві детермінанта якої і характеристичного рівняння (128) можна буде визначити залежність  $\Omega$  від параметрів задачі.

Таким чином, у випадку осьової симетрії збурення фронту кристалізації є суперпозицією збурень, що описуються функціями Бесселя нульового порядку  $J_0(\chi_k r)$  з різними  $\chi_k$ , де  $\chi_k - k$ -й корінь рівняння  $J_0(\chi r) = 0$ . При відсутності



*Рис. 2.* Вигляд збурення фронту кристалізації при різних значеннях *k* і *n* 

осьової симетрії збурення фронту кристалізації будуть залежати також і від  $\theta$ . Вони можуть бути представлені як суперпозиція функцій вигляду  $J_0(\chi_k r)\cos(n\theta)$ , де n — цілі числа. На рис. 2 показано вигляд збурень для різних значень  $\chi_k$  і n. Як видно, комірчаста структура, що спостерігається у ряді космічних експериментів [2], виникає при досить великих k і n та відсутності осьової симетрії.

#### висновки

У роботі досліджено вплив високочастотної поступальної вібрації на стійкість поверхні розділу фаз кристал — рідина при спрямованій кристалізації розплаву бінарної суміші в ампулі Бріджмена в умовах космічного експерименту.

Отримано рівняння, що описують осереднений рух рідкої фази за наявності високочастотної вібрації. Розглянуто вплив високочастотної вібрації на стійкість поверхні розділу фаз в ампулі. Вихідну задачу зведено до системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Знайдено вигляд можливих збурень фронту кристалізації.

Роботу виконано в рамках Комплексної програми НАН України з космічних досліджень.

- 1. *Гершуни Г. 3., Жуховицкий Е. М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 296 с.
- Земсков В. С. Новые научные представления о процессах, сопровождающих направленную кристаллизацию расплавов. Итог экспериментов по выращиванию кристаллов полупроводников на космических аппаратах // Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем: Сб. тр. VII Российского симп. (Москва 11—14 апреля 2000 г.). — М.: Ин-т проблем механики РАН, 2000. — С. 34—51.
- 3. Ладиков-Роев Ю. П., Рабочий П. П., Черемных О. К. О структуре конвективных течений в установке кристаллизации Бриджмена при больших числах Грассгофа // Прикладна гідромеханіка. 2006. 8, № 2. С. 57—63.
- Ладиков-Роев Ю. П., Рабочий П. П., Черемных О. К. Влияние поступательной вибрации и равномерного вращения на процессы тепломассопереноса в расплаве вещества при выращивании кристаллов методом Бриджмена в условиях микрогравитации // Прикладна гідромеханіка. — 2007. — 9, № 1. — С. 45—53.
- Ладиков-Роев Ю. П., Черемных О. К. Математические модели сплошных сред. — Киев: Наук. думка, 2010. — 552 с.

- Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А. Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях. М.: Физматлит, 2003. 215 с.
- Найфэ А. Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984. — 365 с.
- Akimenko V. V., Cheremnykh O. K. Modeling of vortical flows on the background of two-dimensional process of convective heat and mass transfer // J. Automation and Inform. Sci. – 36, N 3. – P. 35–45.
- Fedoseyev A. I., Alexander J. I. D. Investigation of vibrational control of convective flows in Bridgman melt growth configurations // J. Cryst. Growth. 2000. 211. P. 34–42.
- Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Meradji S., Roux B. Vibrational control of crystal growth from liquid phase // J. Cryst. Growth. – 1997. – 180. – P. 648–659.
- Salnikov N. N., Klimenko Yu. A., Ladikov-Roev Yu. P., Cheremnykh O. K. On conditions of realization of flat interface in cylindrical ampule in Bridgeman setup // J. Automation and Inform. Sci. – 2003. – 35, N 9. – P. 27–39.

Стаття надійшла до редакції 02.09.13

#### Ю. П. Ладиков-Роев, О. К. Черемных

#### ВЛИЯНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ВИБРАЦИИ НА ИЗМЕНЕНИЕ ФРОНТА КРИСТАЛЛИЗАЦИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ АМПУЛЕ БРИДЖМЕНА

Исследуется влияние высокочастотной вибрации на устойчивость фронта кристаллизации в ампуле Бриджмена в условиях космического эксперимента. Найден возможный вид возмущений фронта кристаллизации.

#### Yu.P. Ladikov-Roev, O.K. Cheremnykh

#### INFLUENCE OF HIGH-FREQUENCY VIBRATION ON CRYSTALLIZATION SURFACE IN CYLINDRICAL BRIDGEMAN'S AMPULE

The influence of the high-frequency vibration on crystallization front stability in the space experimental conditions was investigated. The study was performed with the use of the vertical Bridgman method. A possible type of crystallization front perturbations was obtained.

#### УДК 621.384.3

## В. Г. Колобродов<sup>1</sup>, М. І. Лихоліт<sup>2</sup>, В. М. Тягур<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Київ <sup>2</sup> Казенне підприємство спеціального приладобудування «Арсенал», Київ

# МІНІМАЛЬНА РОЗДІЛЮВАНА РІЗНИЦЯ ТЕМПЕРАТУР ТЕПЛОВІЗОРА АЕРОКОСМІЧНОГО БАЗУВАННЯ

Розроблено метод розрахунку мінімальної розділюваної різниці температур (MPPT) тепловізійних систем спостереження, в якому вплив дисплея і спостерігача на MPPT виключається. На основі математичної моделі тепловізора аерокосмічного базування отримано рівняння для розрахунку MPPT. Розглянуто приклад застосування розробленого методу для розрахунку MPPT тепловізора, який використовує мікроболометричну матрицю, для дистанційного зондування Землі.

#### вступ

Сучасні тепловізійні системи спостереження (ТПСС) знаходять широке застосування в різних галузях діяльності людини, зокрема як космічні і авіаційні системи спостереження земної поверхні [2, 5]. Основними узагальненими характеристиками ТПСС є просторове і енергетичне (температурне) розділення, які об'єднуються функцією під назвою мінімальна розділювана різниця температур (МРРТ). Є ряд стандартів і методів, що визначають МРРТ, в яких тепловізійні зображення аналізується спостерігачем на екрані дисплея [1, 3]. Однак такий підхід неможливо застосувати до ТПСС, розташованих на супутниках або безпілотних літальних апаратах, де спостерігач і дисплей відсутні.

Метою статті є розробка нового методу розрахунку мінімальної розділюваної різниці температур тепловізійних систем спостереження, в якому вплив дисплея і спостерігача на величину мінімальної розділюваної різниці температур виключається.

## РІВНЯННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ МІНІМАЛЬНОЇ РОЗДІЛЮВАНОЇ РІЗНИЦІ ТЕМПЕРАТУР

Класичне визначення МРРТ формулюється таким чином. Мінімальна розділювана різниця тем*nepamyp*  $MRTD(v_{x})$  (Minimum Resolvable Temperature Difference) — це мінімальна різниця ефективних температур між штрихами тест-об'єкта з заданою просторовою частотою і фоном, яка дозволяє візуально на екрані дисплея розділяти (спостерігати роздільно) штрихи тест-об'єкта. Тест-об'єкт — це 4-штрихова міра Фуко, в якій штрихи і проміжки між ними мають однакову ширину  $\xi_{tp,x} = \omega_{tp}$ , а їхня висота дорівнює  $\xi_{tp,y} =$  $= 7 \omega_{tn}$ . Штрихи і проміжки міри випромінюють як абсолютно чорне тіло. Просторова частота  $v_x = 1/2 \omega_m$  вимірюється в кутових або лінійних величинах (частіше в мрад-1 або мм-1). Структура із 4 штрихів з однаковими відстанями між ними та співвідношенням висоти до ширини 7:1 забезпечує певну періодичність у напрямку х і нескінченну протяжність штрихів у напрямку у.

Для ТПСС аерокосмічного базування пропонується використовувати аналогічне визначення МРРТ, де аналізується електронне зображення міри Фуко за допомогою порогового пристрою [1]. Пороговий пристрій визначає наявність міри Фуко в електронному зображенні, якщо сигнал від штрихів міри перевищує в *SNR* разів шуми зображення, де *SNR* — відношення сигнал/шум.

Виведемо формулу для розрахунку  $MRTD(v_x)$ , враховуючи при цьому, що:

1) формування зображення тест-об'єкта відбувається з урахуванням просторової роздільної

<sup>©</sup> В. Г. КОЛОБРОДОВ, М. І. ЛИХОЛІТ, В. М. ТЯГУР, 2014

здатності ТПСС, яка визначається модуляційною передавальною функцією (МПФ) системи  $M_s(v_x)$ ;

2) ТПСС характеризується еквівалентною шуму різницею температур *NETD* (Noise Equivalent Temperature Difference);

3) тест-об'єкт розташовується на незначній відстані від ТПСС. Тоді можна вважати, що випромінювання мало поглинається під час проходження через атмосферу, тобто в робочому спектральному діапазоні коефіцієнт пропускання атмосфери  $\tau_4(\lambda) \approx 1$ ;

4) ефективну шумову смугу електронного блоку обробки сигналів визначають за формулою

$$\Delta f = \frac{1}{NEP_{\max}} \int_{0}^{\infty} NEP(f) |H_{f,p}(f)|^2 df, \qquad (1)$$

де NEP(f) — спектральна щільність потужності шуму;  $H_{f,p}(f)$  — передавальна функція еталонного фільтра, яку визначають за формулою

$$H_{f,p}(f) = \left[1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right]^{-0.5}.$$
 (2)

Тут  $f_0 = 1/(2t_0)$ ,  $t_0$  — час формування одного елемента зображення.

Відношення сигнал/шум на виході електронного блоку визначається як

$$SNR = \frac{\Delta T \cdot M_{p}(v_x)}{NETD},$$
(3)

де  $\Delta T$  — температурний контраст міри. Параметр *NETD* визначає шуми на виході еталонного фільтра з ефективною шумовою смугою  $\Delta f$ , а  $\Delta T \cdot M_{p}(v_{x})$  — сигнал з урахуванням роздільної здатності ТПСС. Для розрахунку відношення сигнал/шум потрібно врахувати відмінність ефективної шумової смуги ТПСС, що враховує спектр потужності шумів ПВ *NPS(f)* та МПФ електронного тракту  $M_{El}(f)$ , від ефективної шумової смуги еталонного фільтра  $\Delta f$ . Тоді відношення сигнал/шум на виході електронного блоку буде дорівнювати

$$SNR = \frac{\Delta T \cdot M_{tp}(\mathbf{v}_{x})}{NETD} \times \sqrt{\int_{0}^{\infty} NPS(f) |H_{f,tp}(f)|^{2} M_{El}^{2}(f) df}.$$
 (4)

Оскільки величину  $M_s(v_x)$  визначено для синусоїдальної міри, а тест-об'єкт для визначення *MRTD* є прямокутною мірою, то потрібно внести поправку на розклад Фур'є просторової функції випромінювання прямокутної міри. Відомо, що амплітуда першої гармоніки прямокутного сигналу в 4/ $\pi$  раза більша за амплітуду синусоїдального сигналу того ж періоду й амплітуди [1]. Звідси випливає, що

$$M_{tp}(\mathbf{v}_{x}) = \frac{4}{\pi} M_{s}(\mathbf{v}_{x}).$$
(5)

З урахуванням цих зауважень відношення сигнал/шум, що надходить до порогового пристрою для розпізнавання штрихової міри в електронному зображенні, матиме такий вигляд:

$$SNR_{r} = \frac{\Delta T}{NETD} \frac{4}{\pi} M_{s}(v_{x}) \sqrt{\frac{\Delta f}{\int_{0}^{\infty} NPS(f)M_{El}^{2}(f)df}}.$$
 (6)

Потрібне число  $SNR_r$  для розпізнавання (виявлення) штрихової міри відоме. Наприклад, якщо ймовірність розпізнавання 0.9, необхідно, щоб  $SNR_r = 4.5$  [1]. Якщо підставити це числове значення в (6), то  $\Delta T$  буде шуканою функцією *MRTD* просторової частоти  $v_y$ .

Під час практичного застосування функції  $MRTD(v_x)$  допускають, що у робочій смузі пропускання ТПСС шум «білий», а електронний блок має достатньо широку ефективну шумову смугу пропускання порівняно із смугою еталонного фільтра, тобто  $M_{El}(f) \approx 1$ . За цих умов справедливе співвідношення

$$\frac{\Delta f}{\int_{0}^{\infty} NPS(f) |H_{f,p}(f)|^2 M_{El}^2(f) df} = 1.$$
(7)

З урахуванням цього отримаємо формулу для розрахунку мінімальної розділюваної різниці температур:

$$\Delta T = MRTD(v_x) = \frac{\pi}{4} SNR_r \frac{NETD}{M_s(v_x)}.$$
 (8)

Важливість функції  $MRTD(v_x)$  як узагальненої характеристики ТПСС у тому, що вона визначає температурну чутливість на низькій просторовій частоті (для об'єктів великих розмірів) і просторове розділення на високих частотах. Функ-

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1

ція  $MRTD(v_x)$  дозволяє ефективно порівнювати ТПСС, тому що враховує всю систему в цілому і її шуми.

Оскільки МРРТ — це функція просторової частоти  $v_x$  і параметрів ТПСС, а також *NETD*, то, використовуючи залежність *MRTD*( $v_x$ ), можна знайти просторову роздільну здатність системи  $v_{res}$ . Для багатьох реальних систем роздільну здатність знаходять із рівняння *MRTD*( $v_x$ ) = = (0.3...0.7)NETD [4]. Функцію *MRTD*( $v_x$ ), а також параметр *NETD* визначають для температури фону  $T_b = 300$  К.

#### ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ МІНІМАЛЬНОЇ РОЗДІЛЮВАНОЇ РІЗНИЦІ ТЕМПЕРАТУР

Як приклад застосування запропонованого методу розрахунку МРРТ розглянемо тепловізор для дистанційного зондування поверхні Землі. Оптична система тепловізора формує зображення ділянки поверхні Землі розміром 95 × 71 км<sup>2</sup> у площині чутливих елементів мікроболометричної матриці Bird 640 з числом елементів 640 × ×480 (розмір пікселя 25×25 мкм). МПВ має еквівалентну шуму різницю температур NETD = = 50 мК і постійну часу  $t_p = 10$  мс. Оптична система складається із інфрачервоного об'єктива і оптичного фільтра із смугою пропускання  $\lambda\lambda =$ = 7.9...13.5 мкм. Об'єктив має фокусну відстань f' = 112.8 мм, діафрагмове число  $k_{eb} = 1$ , інтегральний коефіцієнт пропускання в спектральному діапазоні 7.9—13.5 мкм дорівнює  $\tau_0 = 0.8$ , діаметр абераційного кружка розсіювання  $D_{ab}$ = = 25 мкм. Частота кадрів  $f_f = 30$  Гц.

Для розрахунку MPPT використаємо формулу (8) з деяким уточненням:

еквівалентна шуму різниця температур *NETD* МПВ визначається за умови, коли  $\tau_0 = 1$ , тобто у формулі (8) необхідно врахувати реальний коефіцієнт пропускання об'єктива  $\tau_0 = 0.8$ .

З урахуванням цього уточнення функція (8) матиме вигляд

$$MRTD(v_x) = \frac{\pi}{4} SNR_r \frac{NETD}{\tau_0 M_s(v_x)},$$
 (9)

де невідомими є відношення сигнал/шум  $SNR_r$  і МПФ тепловізора  $M_s(v_x)$ .

Для ймовірності 90 % виявлення штрихів міри Фуко  $SNR_r = 4.5$  [1].

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1

При математичному моделюванні ТПСС її модуляційну передавальну функцію  $M_s$  визначають добутком МПФ її окремих елементів: об'єктива  $M_o$ , приймача випромінювання  $M_D$  та електронного блоку  $M_{El}$  [1, 3, 5]. Для одновимірного випадку уздовж осі x, яка збігається з напрямом сканування, МПФ ТПСС визначають як

$$M_{s}(v_{x}) = M_{o}(v_{x})M_{Ds}(v_{x})M_{Dt}(f)M_{El}(f), (10)$$

де  $M_{D_s}$  і  $M_{D_t}$  — просторова і часова МПФ приймача випромінювання відповідно.

Для вихідних параметрів конкретної ТПСС об'єктив має радіус кружка розсіювання  $r_{ab} = 12.5$  мкм, який наближається до радіуса кружка Ері для довжини хвилі  $\lambda = 10$  мкм ( $r_E = 1.22\lambda k_{e\phi} = 12.2$  мкм). МПФ такого об'єктива визначається функцією [1]

$$M_{o}(v_{x}) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} (\arccos x - x\sqrt{1 - x^{2}}), & \text{якщо } 0 \le x \le 1, \\ 0, & \text{якщо } x > 1, \end{cases}$$
(11)

де  $x = 1.22\lambda k_{e\phi} v_x$ .

Для практичного застосування МПФ (11) її апроксимують функцією

$$M_{o,ap}(v_x) = \begin{cases} 1-x, \ \text{якщо} \ 0 \le x \le 1, \\ 0, \ \text{якщо} \ x > 1. \end{cases}$$
(12)

Для більш точного моделювання можливо застосовувати реальну МПФ об'єктива, яка знаходиться шляхом вимірювання.

МПФ мікроболометричної матриці  $M_D$  визначається розмірами прямокутного пікселя  $V_D \times W_D$  і постійною часу  $t_D$ . Просторова МПФ має вигляд

$$M_{Ds}(\mathbf{v}_{x}) = \frac{\sin(\pi V_{D}\mathbf{v}_{x})}{\pi V_{D}\mathbf{v}_{x}}.$$
 (13)

Часова МПФ апроксимується функцією

$$M_{Dt}(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi^2 t_D^2 v_x^2}} \,. \tag{14}$$

Зв'язок між просторовою ( $v_x$ ) і часовою (f) частотами визначають співвідношенням [1]

$$f = \frac{V_D}{t_o} \mathbf{v}_x \,, \tag{15}$$

де *t<sub>o</sub>* — час формування одного елемента зображення, який для мікроболометричної матриці



**Рис.** 1. Модуляційні передавальні функції тепловізійної камери та окремих її складових: 1— часова МПФ МПВ, 2— МПФ об'єктива, 3— просторова МПФ МПВ, 4— МПФ тепловізора, 5— апроксимована МПФ тепловізора



*Рис.* 2. Мінімальна розділювана різниця температур аерокосмічної тепловізійної камери

визначається частотою кадрів $f_i$ :

$$t_o = \frac{1}{f_f} \,. \tag{16}$$

На рис. 1 приведено МПФ окремих складових компонентів ТПСС та їхня загальна дія. При цьому МПФ усієї ТПСС добре апроксимується гаусовою функцією [1, 3]

$$M_{s,ap}(v_x) = \exp(-2\pi^2 r_s^2 v_x^2), \qquad (17)$$

де  $r_s$  — радіус зображення точкового джерела випромінювання, величину якого можна знайти з умови  $M_{s,ap}(v_x) = M_s(v_x) = 0.5$ . Розв'язком цієї системи рівнянь значення  $r_s = 0.012$  мм.

Аналіз наведених графіків свідчить про те, що МПФ тепловізора визначається, перш за все, просторовою МПФ мікроболометричної матриці. Для «розширення» МПФ тепловізора необхідно використовувати матрицю з розміром пікселя не більше 20 мкм.

Після підстановки функції (17) до рівняння (9) маємо

$$MRTD(v_x) = 0.049 \exp(0.00255v_x^2).$$
 (18)

На рис. 2 наведено МРРТ для аерокосмічної тепловізійної камери.

На завершення зазначимо, що МРРТ не враховує деякі істотні фактори, які впливають на її значення [4, 6]:

 період і просторова частота міри Фуко не відповідають періоду і частоті просторової вибірки у матричному приймачеві випромінювання (МПВ). У багатьох випадках не враховується випадкове взаємне положення зображення міри і періодичної структури МПВ;

2. під час утворення зображення, яке має просторові частоти, більші за частоту Найквіста МПВ, виникає низка проблем з обробкою відеосигналу, наприклад використання мікросканування.

#### висновки

1. Отримано нове рівняння для визначення мінімальної розділюваної різниці температур тепловізійної камери аерокосмічного базування, яке дозволяє прогнозувати просторове і температурне розділення камери.

2. Розглянуто метод розрахунку МРРТ тепловізійної камери, яка використовує мікроболометричну матрицю. Особливістю цього методу є використання апроксимації МПФ камери, яка враховує дифракційно обмежений об'єктив, формат матриці та її інерційні властивості. Для розглянутої тепловізійної камери просторове розділення обмежене, перш за все, просторовою МПФ мікроболометричної матриці.

3. Подальші дослідження тепловізійної камери слід спрямувати на визначення просторового і енергетичного розділення об'єктів спостереження, що перебувають на поверхні Землі.

 Колобродов В. Г., Лихоліт М. І. Проектування тепловізійних і телевізійних систем спостереження: Підручник. — К.: НТУУ «КПІ», 2007. — 364 с.

- 2. Колобродов В. Г., Шустер Н. Тепловізійні системи (фізичні основи, методи проектування і контролю, застосування): Підручник для вузів. — К.: Тираж, 1999. — 340 с.
- Ллойд Дж. Системы тепловидения: Пер. с англ. М.: Мир, 1978. — 416 с.
- 4. *Тарасов М. М., Якушенков Ю. Г.* Инфракрасные системы «смотрящего» типа. — М.: Логос, 2004. — 444 с.
- Kaplan H. Practical applications of infrared thermal sensing and imaging equipment. — Washington: SPIE — Optical Engineering Press, 1999. — 164 p.
- Karim M. A., Ming L. Gao, Song H. Xheng. Minimum resolvable temperature difference model: a critical evolution // Opt. Eng. – 1991. – 30, N 11. – P. 1788–1796.

Стаття надійшла до редакції 18.12.13

В. Г. Колобродов, Н. И. Лихолит, В. М. Тягур

#### МИНИМАЛЬНАЯ РАЗРЕШАЕМАЯ РАЗНОСТЬ ТЕМПЕРАТУР ТЕПЛОВИЗОРА АЭРОКОСМИЧЕСКОГО БАЗИРОВАНИЯ

Разработан метод расчета минимальной разрешаемой разности температур (МРРТ) тепловизионных систем

наблюдения, в которых влияние дисплея и наблюдателя на МРРТ исключается. На основе математической модели тепловизора аэрокосмического базирования получено уравнение для расчета МРРТ. Рассмотрен пример применения разработанного метода для расчета МРРТ тепловизора на микроболометрической матрице для дистанционного зондирования Земли.

#### V. G. Kolobrodov, N. I. Lykholit, V. M. Tiagur

#### MINIMUM RESOLVABLE TEMPERATURE DIFFERENCE FOR THERMAL IMAGER OF SPACE BASING

We developed a method for the calculation of the minimum resolvable temperature difference (MRTD) for termovision supervision systems in which the influence of the display and observer on MRTD is excluded. On the basis of the mathematical model of the thermal imager of space basing an equation for the calculation of MRTD is deduced. We consider an example of the application of the developed method to calculate MRTD of the thermal imager with a microbolometer matrix for remote sensing of the Earth.

#### УДК 531.13

## А. Е. Закржевский<sup>1</sup>, В. С. Хорошилов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка Національної академії наук України, Київ <sup>2</sup> Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля», Дніпропетровськ

# РАЗВЕРТЫВАНИЕ УПРУГОГО ДЛИННОМЕРНОГО ЭЛЕМЕНТА НА КОСМИЧЕСКОМ АППАРАТЕ С МАГНИТНЫМ УСПОКОИТЕЛЕМ

Построена обобщенная математическая модель и проведено компьютерное моделирование динамики космического annapama с пассивной системой стабилизации, которая несет тело переменной геометрии, обусловленной развертыванием по заданной программе компактно сформированной системы в упругий гравитационный стабилизатор с магнитным демпфером на конце.

#### введение

Одним из важных направлений в развитии техники космических полетов является создание космических аппаратов (КА) — ориентированных искусственных спутников Земли (ИСЗ). Для проектов без сложных программных маневров, с большим временем активной жизни и точностью ориентации порядка 1-10° получили применение пассивные методы ориентации. При разработке систем ориентации пассивного типа можно использовать свойства внешней среды. Из систем, использующих такие свойства, широкое распространение получили гравитационные системы ориентации (ГСО). Принцип ориентации в этих системах основан на следующем хорошо известном свойстве центрального ньютоновского поля сил: КА с неравными главными центральными моментами инерции имеет на круговой орбите четыре устойчивых положения равновесия, соответствующих совпадению наибольшей оси эллипсоида инерции аппарата с радиусом-вектором орбиты и наименьшей оси — с нормалью к плоскости орбиты.

Основным элементом ГСО является стержень с грузом на свободном конце, который устанавливается таким образом, чтобы в ориентированном положении КА он располагался по радиусу-вектору орбиты. Конструкция, включающая в свой состав стержень и груз с устройствами их выдвижения, называется гравитационным стабилизатором (ГС).

При формировании эллипсоида инерции гравитационного КА путем разнесения масс на значительные расстояния от центрального тела получили широкое распространение трубчатые стержни. Для изготовления стержней используют ленточные штыри типа STEM (Storable Tubular Extendible Member).

Конструкция STEM представляет собой намотанную на барабан металлическую ленту малой толщины, которая вследствие внутренних напряжений, создаваемых термообработкой, при развертывании с барабана сворачивается в трубку с перехлестом кромок. Такие стержни широко используются при изготовлении антенн и штанг для выноса приборов и позволяют сделать большой длину стержня ГС.

При практической реализации ГСО приходиться решать ряд задач, первоочередными из которых являются следующие.

1. Необходимо успокоить КА в любом устойчивом равновесном положении и уже после успокоения перевести его, например, за счет складывания и выдвижения ГС, в заданное угловое положение равновесия.

<sup>©</sup> А. Е. ЗАКРЖЕВСКИЙ, В. С. ХОРОШИЛОВ, 2014

2. Необходимо демпфировать собственные колебания КА относительно устойчивого равновесия.

Различные ГСО отличаются в основном методами демпфирования собственных колебаний. Значительный интерес представляют пассивные методы. В процессе совершенствования конструкций демпферов и поиска новых способов демпфирования колебаний гравитационных КА вопросам использования магнитного поля Земли было уделено особое внимание [5]. В результате фирмой «Дженерал Электрик» был создан шаровой магнитный демпфер [8]. Его основу составляет магнит, размещенный внутри двух концентрических сфер, разделенных слоем жидкости. Наружная сфера связана с корпусом КА, внутренняя — с постоянным магнитом. Рассеяние энергии происходит за счет вязкости жидкости и вихревых токов, наводимых полем подвижного магнита в оболочке наружной сферы.

Известные конструкции магнитных демпферов (МД) отличаются друг от друга характеристиками, некоторыми конструктивными особенностями и используемыми материалами. Такие демпферы можно помещать в любом месте КА, где наличие магнита не влияет на нормальную работу приборов. Так, в работе [4] рассмотрены вопросы динамики гравитационного КА с МД, расположенным в корпусе КА, однако наиболее целесообразно размещать демпфер на конце гравитационной штанги, используя его одновременно для увеличения поперечных моментов инерции КА.

Другими словами, формирование необходимых моментов инерции гравитационно ориентированного КА осуществляется, в том числе, путем выдвижения ГС. У таких КА, как правило, поперечные моменты инерции практически одинаковые. Ориентацию по курсу в таком случае удобнее всего обеспечивать, используя вращающийся с постоянной угловой скоростью маховик, кинетический момент которого в ориентированном положении КА направлен по нормали к плоскости орбиты. При этом восстанавливающий момент, создаваемый маховиком, действует как по курсу, так и по крену [9]. Среди факторов, оказывающих существенное влияние на точность стабилизации гравитационного КА с МД и тангажным маховиком, необходимо выделить нежесткость элементов конструкции [10]. Исследованию влияния нежесткости стержней на динамику КА уделялось значительное внимание.

Среди отечественных исследователей при выводе общих уравнений движения деформируемого тела получил широкое распространение метод А. И. Лурье [3].

В работе [2] представлена математическая модель магнитно-гравитационной системы ориентации в виде системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику двух тел, одно из которых — КА с вращающимся с постоянной угловой скоростью маховиком, второе — поплавок магнитного успокоителя (демпфера). Учитывается деформируемость ГС. ИСЗ с такими системами ориентации успешно эксплуатировались, примером чего может служить советский спутник «Интеркосмос-25».

Естественно, в соответствии с изложенным динамика ИСЗ с описанными системами ориентации изучена хорошо. Однако переходные процессы, особенно на стадии выдвижения упругого ГС, освещены в печати недостаточно. Именно динамике ИСЗ с гравитационно-магнитной системой ориентации (с тангажным маховиком) в переходных режимах построения ориентации с учетом процесса выдвижения нежесткого стержня ГС и посвящена данная работа.

# ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ

После отделения от последней ступени ракетыносителя разарретируется МД, который гасит угловые скорости КА примерно до орбитальной скорости. Через определенное время, рассчитываемое бортовым компьютером, по сигналу датчика наличия Земли выдвигается ГС.

В качестве примера конструкции системы развертывания штанги ГС космического аппарата на рис. 1 показан механизм, основные элементы которого пронумерованы.

Развертываемые структуры, особенно сделанные из стержней открытого сечения, имеют существенную гибкость. Это налагает опреде-



**Рис. 1.** Физическая модель системы развертывания: 1 — упругий стержень штанги, образованный из предварительно напряженной ленты, 2 — направляющие ролики, 3 — лента, намотанная на барабан, 4 — механизм раскручивания ленты, 5 — корпус устройства развертывания, 6 — масса на конце



*Рис. 2.* Обобщенная механическая модель КА, содержащего элементы изменяемой конфигурации

ленные ограничения на параметры закона развертывания.

Центрирование внутренней сферы МД во внешней сфере обеспечивается отталкивающим действием вспомогательных подковообразных магнитов от слоя висмута. Линейный магнит на внутренней сфере, взаимодействуя с магнитным полем Земли (МПЗ), как стрелка компаса стремится расположиться вдоль локальной магнитной силовой линии, что приводит к относительному перемещению внутренней и внешней сфер. Корпус выполнен из немагнитного материала, так что магнит может ориентироваться исключительно по вектору напряженности геомагнитного поля. Таким образом, МД представляет собой по существу дополнительное тело, связанное с КА фиктивным трехстепенным шарниром. На КА установлен тангажный маховик.

#### МЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ

Механическая модель рассматриваемой системы может быть представлена как твердое тело с присоединенным упругим стержнем переменной длины, несущим на конце МД, и системой развертывания ГС, показанной на рис. 1. На рис. 2 показаны следующие системы координат, используемые в дальнейшем:  $\overline{CXYZ}$  — абсолютный базис, C<sub>1</sub>xyz — связанный с телом базис с началом в точке С<sub>1</sub>, совпадающей с центром масс гиростатической части системы (не изменяющей компоненты полного тензора инерции в процессе развертывания и в процессе дальнейшего функционирования), ось C<sub>1</sub>z направлена вдоль проектного положения оси ГС. Тело S<sub>1</sub> является гиростатической частью и не включает МД, который изменяет вращательную инерцию тела при упругих деформациях стержня ГС. Тело  $S_2$  является развертываемой частью с  $C_2$  в качестве мгновенного центра масс и не содержит гиростатических компонентов (например, массы барабана для ленты; вращение барабана может рассматриваться при вычислении относительного момента количества движения).

Движение тела определяется вектором скорости  $\vec{v}_{C}$  относительно центра масс C и вектором абсолютной угловой скорости  $\vec{\omega}$  тела  $S_1$ . Радиус-вектор  $\vec{r}$  определяет местоположение произвольной точки Р относительно абсолютной системы координат  $\overline{CXYZ}$ , а радиус-вектор  $\vec{r}'$  — относительно системы  $C_1 xyz$ , связанной с несущим телом. В отличие от проблемы динамики относительного движения носимых тел, описанной Лурье [3], здесь имеет место общий случай, где выражение для  $\vec{r}'$  зависит от времени t явно, а не только через обобщенные координаты:  $\vec{r}' = \vec{r}'(q_1, ..., q_n, t)$ , потому что развертывание штанги происходит по предписанному во времени закону. В результате  $\vec{r_i}'$  изменяется во времени в процессе развертывания даже когда значения обобщенных координат, которые определяют относительные упругие смещения штанги, тождественно равны нулю. Введем также связанную с мгновенным положением центра масс орбитальную систему координат  $Cx^{or}y^{or}z^{or}$  с общепринятым направлением осей.

В качестве обобщенных координат, которые определяют внутреннее состояние системы, выбираются относительные перемещения центра масс тела на конце стержня в направлении осей  $C_1x$  и  $C_1y$ , показанные на рис. 3.

Поскольку угловые перемещения центрального тела МД не связаны кинематически с движением его внешней оболочки, его следует рассматривать как свободное в смысле угловых перемещений твердое тело, движение которого описывается уравнениями Эйлера — Лагранжа. Необходимо также ввести систему координат  $C_{D}x_{D}y_{D}z_{D}$ , связанную с центром масс среднего тела МД, с осью  $C_{D}x_{D}$ , направленной вдоль оси внутреннего магнита МД в сторону его южного полюса, и произвольно направленными двумя другими осями, дополняющими базис до правого прямоугольного. В начальный момент совместим эти оси по направлениям с осями базиса  $C_{1}xyz$ .

В качестве внешних моментов, действующих на центральное тело МД, фигурируют момент геомагнитного поля и момент вязкого трения, которое создается либо с помощью жидкости, залитой в зазор между центральным корпусом и оболочкой МД (жидкостный МД), либо за счет вихревых токов, возникающих в токопроводящей оболочке при относительном вращении центрального магнита (индукционный МД). Таким образом, движение центрального тела МД должно описываться отдельным уравнением движения. Далее, не нарушая общности подхода, ограничимся рассмотрением жидкостного МД. В свою очередь, на КА действует момент от гравитационного поля Земли, а также момент вязкого трения со стороны жидкости, окружающей центральное тело МД.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ

Уравнения движения рассматриваемой системы становятся наиболее компактными и наиболее удобными для численного интегрирования (и для угловых, и относительных движений), если в качестве полюса выбрано мгновенное положение центра масс *С*. В этом случае кинетическая энергия может быть представлена в следующей форме:

$$T_{S_1+S_2} = \frac{1}{2} \int_m v_i^2 dm = \frac{1}{2} \int_m (\vec{v}_C + \vec{\vec{\rho}} + \vec{\omega} \times \vec{\rho})^2 dm =$$
  
=  $\frac{1}{2} \int_m [\vec{v}_C^2 + \vec{\vec{\rho}}^2 + (\vec{\omega} \times \vec{\rho})^2 + 2v_C \vec{\vec{\rho}} +$   
 $+ 2v_C (\vec{\omega} \times \vec{\rho}) + 2\vec{\vec{\rho}} (\vec{\omega} \times \vec{\rho})] dm.$  (1)

Здесь  $\vec{\rho}$  — радиус-вектор произвольной точки системы относительно мгновенного положения центра масс *C*.

После интегрирования выражение для кинетической энергии всей системы принимает вид

$$T = \frac{M}{2}\vec{v}_{c}^{2} + T_{r}^{C_{1}} - \frac{M}{2}\vec{r}_{c}^{*}^{2} + \frac{1}{2}\vec{\omega}\cdot\Theta^{C}\cdot\vec{\omega} + \vec{\omega}\cdot\vec{K}_{r}^{C}.$$
 (2)

Здесь m — полная масса системы,  $\vec{v}_C$  — абсолютная скорость центра масс,  $T_r^{C_1}$  — кинетическая энергия относительного движения носимых тел, вычисленная при условии определения относительных скоростей их точек относительно  $C_1$ . Легко показать, что, если вычислять относительные скорости указанных точек относительно мгновенного положения центра масс C, выражение (2) может быть преобразовано к более простой форме:

$$T = \frac{M}{2}\vec{v}_c^2 + T_r^C + \frac{1}{2}\vec{\omega}\cdot\Theta^C\cdot\vec{\omega} + \vec{\omega}\cdot\vec{K}_r^C.$$



ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1



*Рис. 4.* Зависимость первой парциальной формы от длины выдвинутого ГС

Следует заметить, что хотя кинетическая энергия относительного движения — скаляр, из вышеупомянутого следует, что необходимо определить выбранный полюс для вычисления относительных скоростей для ее правильного вычисления.

Для построения математической модели используется формализм построения уравнений движения Лагранжа второго рода [3]. Если в качестве полюса выбрать мгновенное положение центра масс системы *C*, уравнения движения несущего тела вокруг центра масс и уравнения относительного движения носимых тел примут вид

$$\Theta^{C} \cdot \dot{\vec{\omega}} + \overset{*}{\Theta}^{C} \cdot \vec{\omega} + \vec{\omega} \times (\Theta^{C} \cdot \vec{\omega}) + \overset{*}{\vec{K}}_{r}^{C} + \vec{\omega} \times \vec{K}_{r}^{C} = \vec{m}^{C}, \quad (3)$$

$$E_{s}(T_{r}^{C_{1}}) - M\vec{r}_{C}^{c} \cdot \frac{\partial T_{C}}{\partial q_{s}} - \frac{1}{2}\vec{\omega} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial q_{s}} \cdot \vec{\omega} + + \dot{\vec{\omega}} \cdot \frac{\partial \vec{K}_{r}^{C}}{\partial \dot{q}_{s}} + \vec{\omega} \cdot E_{s}^{*}(\vec{K}_{r}^{C}) = Q_{s}.$$
(4)

Здесь  $\Theta^{c}$  — тензор инерции системы в ее центре инерции *C*,  $\vec{K}_{r}^{C}$  — относительный кинетический момент развертываемой части относительно точки *C*,  $\vec{\omega}$  — вектор абсолютной угловой скорости несущего тела,  $\vec{m}^{c}$  — главный момент внешних сил относительно центра инерции KA,

$$E_{j}(\cdot) = \frac{d}{dt} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \dot{q}_{j}} - \frac{\partial(\cdot)}{\partial q_{j}}$$
 — оператор Эйлера,

 $E_{j}^{*}(\cdot) = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \dot{q}_{j}} - \frac{\partial(\cdot)}{\partial q_{j}}$  — также оператор Эйлера,

но дифференцирование по времени проводится здесь в связанном базисе,  $T_r^{C_1}$  — кинетическая энергия относительного движения элементов системы при определении их скоростей относительно базиса  $C_1 xyz$ ,  $q_s$  — обобщенные координаты,  $Q_{i}$  — обобщенные силы,  $\dot{f}$  обозначает абсолютную производную по времени, f производную по времени в системе координат, неизменно связанной с несущим телом. Здесь нужно заметить, что хотя кинетическая энергия относительного движения — скаляр, для ее правильного вычисления необходимо указывать полюс, выбранный для определения относительных скоростей точек носимых тел. Важно также отметить, что член  $E_{s}^{*}(\vec{K}_{r}^{C})$  не приводится  $\kappa -2 \frac{\partial \vec{K}_r^C}{\partial a}$ , как это показано в [3], так как случай,

который рассматривается здесь, является более общим случаем нестационарных связей.

Для описания динамики центрального тела МД нужно составить уравнение

$$\Theta^{C_d} \cdot \dot{\vec{\omega}}_d + \vec{\omega}_d \times (\Theta^{C_d} \cdot \vec{\omega}_d) = \vec{m}_d^{C_d} , \qquad (5)$$

где  $\Theta^{C_d}$  — собственный тензор инерции центрального тела МД,  $\vec{\omega}_d$  — вектор абсолютной угловой скорости этого тела,  $\vec{m}_d^{C_d}$  — момент внешних сил, действующих на него. Этот момент состоит из момента, возникающего при взаимодействии МД с МПЗ и момента вязких сил, возникающего при вращении центрального тела МД относительно его корпуса.

Учитывая, что масса полностью развертываемого стержня существенно меньше массы тела на конце стержня, и принимая во внимание, что вторая парциальная частота такого стержня существенно больше, чем первая, достаточно рассматривать только одну форму упругих колебаний в каждой из главных плоскостей связанного с КА базиса. Необходимо отметить, что парциальные формы и частоты колебаний изменяются в течение выдвижения стержня. Из-за малых угловых скоростей КА и медленного развертывания ГС можно пренебречь влиянием продольных сил на формы колебаний. При использовании функций Крылова [3] для представления

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1

упругих собственных форм в двух плоскостях для балки с одним закрепленным концом и с точечной массой на свободном конце можно показать, что характеристическое уравнение в этом случае имеет вид

$$V(kl) T(kl) - S(kl)^{2} + kl \frac{m_{gs}}{m_{b}} (T(kl)U(kl) - -V(kl) S(kl)) = 0,$$
(6)

где S(kl), T(kl), U(kl), V(kl) — функции Крылова, kl — корни характеристического уравнения,  $m_{gs}$ и  $m_b$  — масса на конце и масса развернутой части балки соответственно. Уравнение (6) вырождено в начальный момент развертывания балки (при  $m_b = 0$ ). Этот факт нужно принимать во внимание при численном моделировании. Крутильные колебания концевой массы вокруг оси стержня ГС учитывать не будем, поскольку они не изменяют компоненты тензора инерции КА и не могут оказать существенного влияния на угловые колебания КА.

Барабан с намотанной лентой можно рассматривать как маховик с переменным моментом инерции, а все тело  $S_2$  — как тело со смещаемым относительно  $C_1$  центром масс  $C_2$  и с переменным тензором инерции.

Выражения для различных интегралов, связанных с формой упругих перемещений, которые используются при вычислении коэффициентов уравнений движения системы развертывания балки, показанной на рис. 3, имеют вид

$$F_{1}(t) = \int_{0}^{s(t)} \tilde{\phi}(z'',t) dz'',$$
  

$$F_{2}(t) = \int_{0}^{s(t)} \tilde{\phi}(z'',t)(z'' + L_{C_{1}B}) dz'',$$
  

$$F_{3}(t) = \int_{0}^{s(t)} (\tilde{\phi}(z'',t))^{2} dz'',$$
  

$$F_{4}(t) = \int_{0}^{s(t)} \left(\frac{\partial^{2} \tilde{\phi}(z'',t)}{\partial z''^{2}}\right)^{2} dz''.$$
(7)

Здесь  $\tilde{\phi}(z'',t)$  — нормированная первая парциальная форма поперечного колебания упругой балки длиной s(t) с точечной массой  $m_{gs}$  на конце. Зависимость ее от времени связана с изменением величины  $m_{gs} / m_b$  в характеристическом уравнении (6) по мере выдвижения стержня ГС. В качестве примера можно сослаться на рис. 4, на котором видно, как по мере выдвижения стержня изменяются ординаты нормированной первой собственной формы.

#### ОСНОВНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ СИСТЕМЫ

Для составления выражений для динамических величин, входящих в уравнения движения, вначале должны быть получены выражения для радиусов-векторов и относительных скоростей точек подвижных элементов носимых тел.

Радиусы-векторы характерных точек системы можно представить в следующем виде: для центра масс МД  $\vec{r}_D = \{q_x, q_y, s+L_{C_1B}\}$ , для центра масс изогнутой балки  $\vec{r}_{G}' = \{q_x / L F_1(t), q_y / L F_1(t), L / 2 + L_{C_1B}\}$ , для центра масс ленты на барабане  $\vec{r}_O = \{0, 0, L_{C_1O}\}$ . Текущая масса ленты на барабане  $\vec{m}_{dL} = m_L(L-s)$ , где L — длина балки в полностью развернутом состоянии; внешний радиус ленты, намотанной на барабане,  $r_L = r_0 + \kappa(\Phi - \Psi)$ . Здесь  $\kappa = \delta / 2\pi$ ,  $\delta$  — толщина ленты;  $m_l$  — масса единицы длины балки;  $\Phi$  — максимальное значение угла поворота барабана в процессе развертывания балки;  $q_x$ ,  $q_y$  — обобщенные координаты упругих перемещений, определяющие прогиб конца балки в плоскостях  $C_1xz, C_1yz$  соответственно.

Геометрия ленты в устройстве развертывания показана на рис. 3. Здесь  $C_1 xyz$  — связанная с главным модулем КА система координат. Центральную линию ленты, намотанной на барабан, можно рассматривать как правую спираль Архимеда  $\rho = \frac{\delta}{2\pi} \phi_k, \phi_k \in [0, \Phi_f]$ , где  $\delta$  — толщина ленты. Часть этой спирали, для которой  $\phi_k \in [0, \phi_D]$ , формирует тело барабана. Область ленты до начала развертывания соответствует величинам  $\phi_k \in [\phi_D, \Phi_f]$ .

На рис. 3 точка A — это точка, где лента оставляет барабан. Точка G является произвольной точкой спирали. Полная длина ленты намотана на барабане в начальный момент времени, и каждая точка его средней поверхности лежит на спирали. Точка D является началом ленты на барабане. Это соответствует угловой координате  $\phi_D$  спирали. Если  $r_0$  — расстояние от точки Dдо центра барабана  $O_1$ ,  $\phi_D = 2\pi r_0 / \delta$ . Длина спирали, занятой барабаном, равна

$$L_{D} = \frac{\delta}{4\pi} [\phi_{D} \sqrt{1 + \phi_{D}^{2}} + \ln(\phi_{D} + \sqrt{1 + \phi_{D}^{2}})]. \quad (8)$$

В начальный момент точка A расположена на конце спирали. Значение  $\phi_A$  может быть найдено численно по известной полной длине ленты, которая формирует ГС после завершения развертывания, из условия

$$L_{AD} = \frac{\delta}{4\pi} [\phi_A \sqrt{1 + \phi_A^2} + \ln(\phi_A + \sqrt{1 + \phi_A^2})] - \frac{\delta}{4\pi} [\phi_D \sqrt{1 + \phi_D^2} + \ln(\phi_D + \sqrt{1 + \phi_D^2})] = L , \quad (9)$$

где L — длина развернутого ГС. Здесь нужно учитывать тот факт, что по мере сматывания ленты с барабана точка A сдвигается к его центру на расстояние  $\delta \psi_d / (2\pi)$ .

Полный угол намотки ленты на барабан  $\Phi_L = \phi_A - \phi_D$ . Длина ленты *s*, формирующей ГС при вращении барабана на произвольный угол  $\Psi_d$ , равна

$$s = \frac{\delta}{4\pi} [\phi_A \sqrt{1 + \phi_A^2} + \ln(\phi_A + \sqrt{1 + \phi_A^2})] - \frac{\delta}{4\pi} [(\phi_A - \psi_d) \sqrt{1 + (\phi_A - \psi_d)^2} + \ln((\phi_A - \psi_d) + \sqrt{1 + (\phi_A - \psi_d)^2})] - \delta \psi_d / (2\pi) .$$
(10)

Двойное дифференцирование выражения (10) относительно времени дает выражения для  $\dot{s}$  и  $\ddot{s}$ , которые необходимы, чтобы вычислить коэффициенты динамических уравнений. При дифференцировании этого выражения по времени нужно учитывать, что  $\phi_A$  — константа, определяемая исходным состоянием барабана до начала развертывания.

В соответствии с рис. 3 для любой материальной точки выдвигаемого стержня ГС с учетом его упругих перемещений компоненты радиусавектора в базисе *C*<sub>1</sub>*xyz* имеют вид

$$\vec{r}_{L} = \{q_{x}(t)\tilde{\phi}(z'',t), q_{y}(t)\tilde{\phi}(z'',t), C_{1}B + z''\}.$$
(11)

Вектор относительной скорости такой материальной точки не может быть получен из этого выражения простым дифференцированием по времени в связанном базисе, поскольку любая материальная точка стержня ГС при его выдвижении совершает дополнительное переносное перемещение вдоль оси  $C_1 z''$  со скоростью  $\dot{s}(t)$ . Поэтому

$$\vec{v}_{L}' = \frac{\partial r_{L}'}{\partial t} + \{0, 0, \dot{s}(t)\}.$$
 (12)

Принимая во внимание, что собственная форма  $\tilde{\phi}(z'',t)$  зависит от времени, выражение для  $\partial \vec{r}'_L / \partial t$  можно записать в виде

$$\partial \vec{r}_{L}^{\prime} / \partial t = \{ \dot{q}_{x}(t) \tilde{\phi}(z^{\prime\prime}, t) + q_{x}(t) \tilde{\phi}^{(0,1)}(z^{\prime\prime}, t), \\ \dot{q}_{y}(t) \tilde{\phi}(z^{\prime\prime}, t) + q_{y}(t) \tilde{\phi}^{(0,1)}(z^{\prime\prime}, t), 0 \}.$$
(13)

Для сосредоточенной массы, расположенной на конце стержня ГС, такие же величины можно определить в виде

$$\vec{r}_{G}' = \{q_{x}(t), q_{y}(t), C_{1}B + z''\},$$
 (14)

$$\vec{v}_{G}' = \frac{\partial \vec{r}_{G}'}{\partial t} + \{0, 0, \dot{s}(t)\}.$$
 (15)

Компоненты тензора инерции КА  $\Theta^{C_1}$  в связанном с телом базисе могут быть записаны с учетом выражений (7) следующим образом:

$$\begin{split} \Theta_{xx}^{C_{1}} &= J_{xx} + m_{dl} \left( \frac{r_{l}^{2} + r_{0}^{2}}{2} + L_{c_{l}O}^{2} \right) + \\ &+ m_{gs} (r_{D}(2)^{2} + r_{D}(3)^{2}) + m_{l} \left( \frac{z_{D}^{3} - z_{B}^{3}}{3} + q_{y}^{2} F_{3} \right), \\ \Theta_{yy}^{C_{1}} &= J_{yy} + m_{dl} \left( \frac{3r_{l}^{2} + 3r_{0}^{2} + b^{2}}{12} + L_{c_{l}O}^{2} \right) + \\ &+ m_{gs} ([r_{D}(1)^{2} + r_{D}(3)^{2}]) + m_{l} \left( \frac{z_{D}^{3} - z_{B}^{3}}{3} + q_{x}^{2} F_{3} \right), \quad (16) \\ \Theta_{zz}^{C_{1}} &= J_{zz} + m_{dl} \frac{3r_{l}^{2} + 3r_{0}^{2} + b^{2}}{12} + \\ &+ m_{gs} (r_{D}(1)^{2} + r_{D}(2)^{2}) + m_{l} (q_{x}^{2} + q_{y}^{2}) F_{3}, \\ \Theta_{xy}^{C_{1}} &= J_{xy} + (m_{gs} + m_{l} F_{3}) q_{x} q_{y}, \\ \Theta_{xz}^{C_{1}} &= J_{xz} + (m_{gs} (L_{c_{l}B} + L) + m_{l} F_{2}) q_{x}. \end{split}$$

Здесь  $J_{xx}$ ,  $J_{xy}$ , ... — компоненты тензора инерции для гиростатической части системы. Тензором инерции МД относительно его центра масс по сравнению с его вкладом в тензор инерции всего КА пренебрегаем. Компоненты тензора инерции вычислены в базисе с началом в точке тела  $C_1$ , поэтому далее используем в уравнениях движения соотношение

$$\Theta^{C} = \Theta^{C_{1}} - M(\mathbf{E}\vec{r_{C}}\cdot\vec{r_{C}}-\vec{r_{C}}\vec{r_{C}})$$

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1

Масса центрального тела МД учитывается при вычислении тензора инерции КА, поскольку центр масс МД неподвижен относительно корпуса МД, являющегося частью КА.

Кинетическая энергия элементов ГС в относительном движении при вычислении скоростей относительно точки *C*<sub>1</sub> равна

$$T_r^{C_1} = J_d \dot{\psi}^2 / 2 + m_{gs} (\dot{q}_x^2 + \dot{q}_y^2) \phi^2(L) / 2 + + m_l [(L_{ab} + L) \dot{L}^2 (\dot{q}_x^2 + \dot{q}_y^2) F_3].$$
(17)

Компоненты кинетического момента элементов ГС в относительном движении можгут быть записаны в виде

$$\vec{K}_{r}^{C_{1}} = \{ [J_{dr} + m_{dl}(r_{0}^{2} + r_{l}^{2})/2]\dot{\psi} + m_{gs}(q_{y}\dot{L} - \dot{q}_{y}(L_{C_{1}B} + L)) + m_{l}(-F_{2}\dot{q}_{y} + F_{1}q_{y}\dot{L})];$$

$$[m_{gs}(q_{x}\dot{L} - \dot{q}_{x}(L_{C_{1}B} + L)) + m_{l}(-F_{2}\dot{q}_{x} + F_{1}q_{x}\dot{L})];$$

$$(m_{gs} + m_{l}F_{3})(q_{x}\dot{q}_{y} - \dot{q}_{x}q_{y})\}.$$
(18)

Сюда не входит кинетический момент относительного вращения центрального тела МД, поскольку связь его с КА чисто динамическая. Взаимодействие осуществляется только через силы вязкого трения при вращении центрального тела внутри оболочки МД, которые можно рассматривать как внешние силы как для КА, так и для центрального тела МД.

Потенциальная энергия сил упругости для системы может быть записана следующим образом:

$$\Pi_{e} = \left(\frac{q_{x}^{2}}{2} + \frac{q_{y}^{2}}{2}\right) \int_{0}^{L(t)} EJ\left(\frac{\partial^{2}\phi}{\partial(z'')^{2}}\right)^{2} dz'' = \\ = \left(\frac{q_{x}^{2}}{2} + \frac{q_{y}^{2}}{2}\right) F_{4}(t).$$
(19)

#### внешние моменты и обобщенные силы

Особого внимания заслуживает определение внешних моментов и обобщенных сил в рассматриваемой системе. Момент  $\vec{m}^{C}$  в уравнении (3) состоит из гравитационного момента, возникающего при взаимодействии КА с гравитационным полем Земли, и момента сил вязкого трения, возникающего в результате вращения центрального тела МД относительно своей оболочки.

В качестве модели МПЗ рассматривается наклонный диполь [7], ось которого, определяемая ортом  $\vec{e}_m$ , отклонена от оси вращения Земли на 11.5° и связана с центром Земли. Долгота северного магнитного полюса в начальный момент определяется по юлианской дате начала моделирования процесса. В принятом абсолютном базисе (см. рис. 5)

$$\vec{e}_m = \{\sin\alpha_m \cdot \cos\psi_m, \sin\alpha_m \cdot \sin\psi_m, \cos\alpha_m\}, (20)$$
$$\vec{e}_r = \{\cos\Omega \cdot \cos u - \sin\Omega \cdot \sin u \cdot \cos i,$$

 $\sin\Omega \cdot \cos u + \cos\Omega \cdot \sin u \cdot \cos i, \sin u \cdot \sin i\}.$  (21)

Вектор магнитной индукции в любой точке орбиты можно записать в виде [7]:

$$\vec{B} = \mu_m R^{-3} [\vec{e}_m - 3(\vec{e}_m \cdot \vec{e}_r) \cdot \vec{e}_r].$$
(22)

Алгоритм вычисления моментов и обобщенных сил, связанных со взаимодействием МД с МПЗ и с КА, состоит в следующем. Момент  $\vec{m}_d^{C_d}$ в уравнении (5) определяется взаимодействием постоянного магнита центрального тела МД с МПЗ. Он равен

$$\vec{m}_d^{C_d} = \vec{m}_{md} \times \vec{B} , \qquad (23)$$

где  $\vec{m}_{md}$  — вектор магнитного момента постоянного магнита. С помощью зависимостей, определяющих преобразование координатных базисов (см. ниже (32)), можно вычислить проекции вектора магнитного момента в орбитальном базисе. Вычислив проекции векторов (20), (21) и (22) в орбитальном базисе, по формуле (23) можно вычислить  $\vec{m}_d^{C_d}$  в орбитальном базисе и преобразовать его в базис  $C_D x_D y_D z_D$ , после чего подставить полученное выражение в уравнение (5) и найти проекции векторов абсолютных угловых скоростей КА и МД в их связанных базисах. Далее нужно найти проекции этих векторов в орбитальном базисе. После нахождения вектора угловой скорости центрального тела МД относительно его корпуса по формуле (25) может быть вычислен момент вязкого трения, действующий на корпус МД в орбитальном базисе. Проекции этого момента на оси базисов  $C_1 xyz$ могут быть использованы в дальнейшем для вычисления обобщенных сил, а проекции его на базис  $C_{D}x_{D}y_{D}z_{D}$  с обратным знаком можно использовать в уравнении (5) как дополнительный внешний момент от МПЗ.

Принимая во внимание (19), выражения для обобщенных сил упругих перемещений можно



записать в виде

$$Q_x = -EJF_4q_x, \ Q_y = -EJF_4q_y.$$
 (24)

К ним следует добавить обобщенные силы от воздействия на корпус МД демпфирующего момента сил вязкого трения и от конструкционного демпфирования. Виртуальную работу первого момента, который может быть представлен в виде

$$\vec{M}_{visc} = k_d \vec{\omega}_{rel}$$
, (25)  
можно записать как

$$\delta A_{visc} = M_{visc}(2)\delta \gamma_x - M_{visc}(1)\delta \gamma_y \,.$$

Здесь  $\gamma_x, \gamma_y$  — углы поворота конца балки, к которому прикреплен корпус МД (рис. 6), в плоскостях  $C_1xz$ ,  $C_1yz$  соответственно. Стержень ГС считается жестким на кручение, поэтому компонент  $M_{visc}(3)$  не совершает работы на упругих перемещениях. Поскольку

$$\gamma_{x} = \operatorname{arctg}\left(q_{x} \frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}}\Big|_{z^{"}=L}\right),$$
  
$$\gamma_{y} = -\operatorname{arctg}\left(q_{y} \frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}}\Big|_{z^{"}=L}\right)$$
(26)

(знак минус во второй формуле связан с тем, что при положительном значении  $q_y$  поворот на угол  $\gamma_y$  происходит по часовой стрелке, если смотреть со стороны оси  $C_1 x$ ), их вариации выглядят следующим образом:

$$\delta \gamma_{x} = \frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}} \Big|_{z^{"}=L} / \left[ 1 + q_{x}^{2} \left( \frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}} \Big|_{z^{"}=L} \right)^{2} \right] \delta q_{x},$$

$$\delta \gamma_{y} = \frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}} \Big|_{z^{"}=L} / \left[ 1 + q_{y}^{2} \left( \frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}} \Big|_{z^{"}=L} \right)^{2} \right] \delta q_{y},$$

откуда

$$Q_{MDx} = M_{visc} (2) \frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}} \Big|_{z^{"}=L} / \left[ 1 + q_{x}^{2} \left( \frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}} \Big|_{z^{"}=L} \right)^{2} \right],$$

$$Q_{MDy} = -M_{visc} (1) \frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}} \Big|_{z^{"}=L} / \left[ 1 + q_{y}^{2} \left( \frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}} \Big|_{z^{"}=L} \right)^{2} \right].$$
(27)

Здесь  $k_d$  — коэффициент демпфирования, равный  $k_d = 8/(3\pi\rho r_0^4/\epsilon)$  [6],  $\rho$  — вязкость жидкости в демпфере,  $r_0$  — радиус кожуха,  $\epsilon$  — зазор между корпусом и центральным телом МД,  $M_{visc x}$ ,  $M_{visc y}$  — проекции вектора  $\vec{M}_{visc}$  на оси базиса  $C_1 xyz$ .

Учитывая тот факт, что при упругих деформациях стержня ГС корпус МД будет не только смещаться в базисе  $C_1 xyz$ , но и поворачиваться в двух плоскостях (см. рис. 6), при определении вектора  $\vec{\omega}_{rel}$  угловой скорости вращения центрального тела МД относительно кожуха, эти вращения следует учитывать. При значительных колебаниях стержня ГС их вклад в  $\vec{\omega}_{rel}$ может оказаться существенным. Поэтому целесообразно определять абсолютную угловую скорость корпуса МД в связанном базисе как  $\vec{\omega}_{Corp} = \vec{\omega}_{KA} + \dot{\gamma}_y \vec{i}_x + \dot{\gamma}_x \vec{i}_y$ . Принимая во внимание (26), можно записать

$$\vec{\omega}_{rel} = \vec{\omega}_{MD} - \vec{\omega}_{KA} + \frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}}\Big|_{z^{"}=L} / \left[1 + q_{y}^{2} \left(\frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}}\Big|_{z^{"}=L}\right)^{2}\right] \dot{q}_{y} \vec{i}_{x} - \frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}}\Big|_{z^{"}=L} / \left[1 + q_{x}^{2} \left(\frac{\partial \tilde{\phi}(z^{"})}{\partial z^{"}}\Big|_{z^{"}=L}\right)^{2}\right] \dot{q}_{x} \vec{i}_{y} . \quad (28)$$

Проекции момента  $\vec{M}_{visc}$  на базис  $C_1 xyz$  будут определять также дополнительный внешний момент, действующий на КА.

Обобщенные силы от конструкционного демпфирования можно ввести формально в виде

$$Q_{x,y} = -k_{1x,y}\dot{q}_{x,y},$$

исходя из условия, что декремент колебаний такой парциальной системы как консольно защемленная металлическая балка с массой на конце должен иметь порядок 0.1.

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1
#### КИНЕМАТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ СИСТЕМЫ

Для определения ориентации как приборного отсека КА, так и внутреннего тела МД целесообразно использовать параметры Родрига — Гамильтона. Кинематические уравнения для основного КА могут быть записаны в скалярной форме в следующем виде [1]:

$$\begin{aligned} &2\lambda_{0} = -\tilde{\omega}_{1}\lambda_{1} - \tilde{\omega}_{2}\lambda_{2} - \tilde{\omega}_{3}\lambda_{3}, \\ &2\dot{\lambda}_{1} = \tilde{\omega}_{1}\lambda_{0} + \tilde{\omega}_{3}\lambda_{2} - \tilde{\omega}_{2}\lambda_{3}, \\ &2\dot{\lambda}_{2} = \tilde{\omega}_{2}\lambda_{0} + \tilde{\omega}_{1}\lambda_{3} - \tilde{\omega}_{3}\lambda_{1}, \\ &2\dot{\lambda}_{3} = \tilde{\omega}_{3}\lambda_{0} + \tilde{\omega}_{2}\lambda_{1} - \tilde{\omega}_{1}\lambda_{2}. \end{aligned}$$

Здесь  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  — компоненты кватерниона, преобразующего орбитальный базис к связанному с телом базису,  $\tilde{\omega}_i = \omega_i - \omega_{oi}$  (i = 1, 2, 3),  $\omega_i$  проекции вектора абсолютной угловой скорости несущего тела на оси связанного с телом базиса,  $\omega_{oi}$  — проекции вектора орбитальной угловой скорости на те же оси. Так как орбитальная угловая скорость коллинеарна с осью *Cy*<sup>or</sup>, ее проекции на оси связанного с телом базиса определяется матрицей соответствующих направляющих косинусов, записанных в компонентах кватерниона [1]. В результате

$$\omega_{o1}' = 2(\lambda_0\lambda_3 + \lambda_1\lambda_2)\omega_o,$$
  

$$\omega_{o2}' = (\lambda_0^2 + \lambda_2^2 - \lambda_1^2 - \lambda_3^2)\omega_o,$$
  

$$\omega_{o3}' = 2(-\lambda_0\lambda_1 + \lambda_2\lambda_3)\omega_o.$$
 (30)

Матрица перехода **Т**<sub>отьбу</sub> от орбитального базиса к связанному с КА в параметрах Родрига — Гамильтона [3, с. 105], имеет вид

Теперь можно записать

или

$$\vec{R}_{sv} = \mathbf{T}_{OrbSv} \ \vec{R}_{Orb}$$

 $\vec{R}_{Orb} = \mathbf{T}_{OrbSv}^T \ \vec{R}_{Sv} = \mathbf{T}_{SvOrb} \ \vec{R}_{Sv} \,. \tag{32}$ 

Кинематические уравнения для центрального тела МД могут быть записаны в скалярной фор-

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1

ме в следующем виде [1]:

$$2\dot{\lambda}_{0}^{D} = -\tilde{\omega}_{1}^{D}\lambda_{1}^{D} - \tilde{\omega}_{2}^{D}\lambda_{2}^{D} - \tilde{\omega}_{3}^{D}\lambda_{3}^{D},$$

$$2\dot{\lambda}_{1}^{D} = \tilde{\omega}_{1}^{D}\lambda_{0}^{D} + \tilde{\omega}_{3}^{D}\lambda_{2}^{D} - \tilde{\omega}_{2}^{D}\lambda_{3}^{D},$$

$$2\dot{\lambda}_{2}^{D} = \tilde{\omega}_{2}^{D}\lambda_{0}^{D} + \tilde{\omega}_{1}^{D}\lambda_{3}^{D} - \tilde{\omega}_{3}^{D}\lambda_{1}^{D},$$

$$2\dot{\lambda}_{3}^{D} = \tilde{\omega}_{3}^{D}\lambda_{0}^{D} + \tilde{\omega}_{2}^{D}\lambda_{1}^{D} - \tilde{\omega}_{1}^{D}\lambda_{2}^{D}.$$
(33)

Здесь  $\lambda_0^D, \lambda_1^D, \lambda_2^D, \lambda_3^D$  — компоненты кватерниона, преобразующего орбитальный базис к базису, связанному с МД,  $\tilde{\omega}_i^D = \omega_i^D - \omega_{oi}^{'D}$  (i = 1, 2, 3),  $\omega_i^D$  — проекции вектора абсолютной угловой скорости центрального тела МД на оси связанного с ним базиса,  $\omega_{oi}^{'D}$  — проекции вектора орбитальной угловой скорости на те же оси. Проекции орбитальной угловой скорости на оси связанного с МД базиса определяются по аналогии с (30):

$$\omega_{o1}^{\prime D} = 2(\lambda_0^D \lambda_3^D + \lambda_1^D \lambda_2^D) \omega_o,$$
  
$$\omega_{o2}^{\prime D} = ((\lambda_0^D)^2 + (\lambda_2^D)^2 - (\lambda_1^D)^2 - (\lambda_3^D)^2) \omega_o,$$
  
$$\omega_{o3}^{\prime D} = 2(-\lambda_0^D \lambda_1^D + \lambda_2^D \lambda_3^D) \omega_o.$$
 (34)

Соответствующая матрица перехода от орбитального базиса к базису, связанному с центральным телом МД, может быть построена по аналогии с (31) путем замены в ней параметров ориентации связанного базиса на параметры ориентации центрального тела МД относительно орбитального базиса. В качестве углов Крылова, которые более привычны при иллюстрации углового движения КА, можно ввести последовательность поворотов, показанную на рис. 7.



*Рис.* 7. Углы ориентации связанного базиса в орбитальном ( $\phi$  — угол крена,  $\theta$  — угол тангажа,  $\psi$  — угол курса)

#### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

При численном моделировании использовались следующие базовые значения основных параметров. Движение КА рассматривается на круговой орбите радиусом 6700 км с наклонением 83°. Масса основного тела КА  $m_1 = 550$  кг; масса МД  $m_{MD} = 10$  кг; собственный магнитный момент МД  $m_{MD} = 500 \, \text{Дж}/\text{Тл};$  коэффициент демпфирования МД  $k_d = 1.4$  Н·м·с; изгибная жесткость стержня ГС в развернутом положении  $EJ = 200 \text{ H} \cdot \text{м}^2$ ; полная длина стержня ГС L = 10 м; погонная масса ленты  $m_L = 0.17$  кг/м; диагональные компоненты тензора инерции основного отсека KA в связанном базисе  $\Theta_{11}^{C_1} = 4000 \text{ кг} \cdot \text{m}^2$ ,  $\Theta_{22}^{C_1} = 6000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \ \Theta_{33}^{C_1} = 2000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \text{ кинетический}$ момент тангажного маховика  $H_{FW} = 10 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с};$ длительность выдвижения ГС  $T_f - T_0 = 400 \text{ c},$  закон выдвижения во времени соответствует плавному выходу на постоянную скорость в течение 5 с и такому же завершению процесса, который является оптимальным в смысле минимизации относительных ускорений упругих перемещений [11]. Численное решение задачи Коши проводится методом Рунге — Кутта четвертого порядка с переменным шагом интегрирования, равным 0.01...0.001 с. Численное моделирование начинается с момента начала выдвижения ГС в предположении, что процесс начального успокоения КА завершен, и он ориентирован в орбитальной системе координат.

Вначале целесообразно рассмотреть поведение МД с приведенными выше параметрами в МПЗ, расположенного на идеально стабилизированной платформе, на орбитах вокруг Земли с различным наклонением. Это позволит выработать представление о возможностях такой системы демпфирования.

На рис. 8, 9 приведены законы изменения углов ориентации центрального тела МД и компонент момента, действующего на это тело со стороны МПЗ в орбитальном базисе, для орбит с наклонением 45°, 83°, 90° и для орбиты, лежащей в начальный момент в плоскости магнитного экватора (МЕ), отмеченных соответствующими обозначениями. На гипотетической орбите, лежащей в плоскости магнитного экватора ненаклонного диполя, вектор собственного магнитного момента МД, направленный в начальный момент вдоль оси  $C_1 x$ , поворачивается на угол  $\pi/2$  вокруг оси  $C_1 z$  и далее поддерживает такую ориентацию. Очевидно, что при этом МД сможет демпфировать как колебания КА вокруг осей  $C_1 x$  и  $C_1 z$ , так и упругие колебания ГС в плоскости  $C_1 yz$ . С другими возможными колебаниями МД не будет взаимодействовать. Ситуацию, близкую к подобной, можно предположить и на реальной экваториальной орбите с учетом наклона магнитного диполя. На реальной орбите с наклонением 45° МД вращается по всем трем углам ориентации. Поскольку он вращается несинхронно с орбитальным базисом, в ориентацию КА будут вноситься некоторые возмущения, хотя и несущественные при невысоких требованиях к точности ориентации. В то же время большие возмущения ориентации и связанные с ними упругие колебания могут отрабатываться.

На околополярных орбитах с наклонением 83° и 90° основное вращение центрального поля МД происходит вокруг оси, близкой к оси тангажа, причем за один оборот КА вокруг Земли МД в абсолютном базисе поворачивается на угол 4π. При этом возникает возмущающий момент (рис. 9), имеющий существенную постоянную составляющую. Она стремится отклонить КА по углу тангажа от местной вертикали. Естественно, этому возмущению будет противодействовать гравитационный момент, но положение равновесия не сможет соответствовать местной вертикали. Кроме того, из рис. 9 видно, что наибольшая составляющая момента, действующего на магнит МД, имеет заметную периодическую составляющую, которая возрастает у экватора и убывает в районе полюсов. Эта составляющая способствует возникновению периодических помех ориентации. Следует заметить, что показанный на рис. 9 закон изменения момента от магнитного поля мало отличается по величине от момента вязкого трения, воздействующего на корпус МД со стороны вязкой жидкости, поскольку инерционная составляющая, на которую различаются эти два момента, мала по сравнению с моментом вязкого трения.

Моделирование динамики реального КА позволило выявить ряд качественных и количественных особенностей процесса пассивной стабилизации КА относительно местной вертикали.

На рис. 10 показано поведение углов ориентации КА без МД и с МД после выдвижения упругого ГС. КА без МД, стабилизированный в момент начала выдвижения ГС в орбитальном базисе, в результате увеличения компонентов тензора инерции  $\Theta_{11}^{c}$ ,  $\Theta_{22}^{c}$  начинает вращаться вокруг оси тангажа с отрицательной относительной угловой скоростью. В результате угол тангажа такого КА (кривая 4 на рис. 10), становится отрицательным. Под действием восстанавливающего момента от гравитационного поля сил и при отсутствии какого-либо демпфирования КА входит в режим гармонических колебаний вокруг оси тангажа. Колебания по другим углам ориентации в таком идеальном случае не возникают.

Установка на КА МД приводит к невозможности пассивной ориентации связанного базиса КА строго в орбитальном базисе. Это вызвано наличием у момента сил вязкого трения, который воздействует на КА со стороны МД, существенной постоянной составляющей, как это было показано выше. В результате этого даже если предположить, что в начале развертывания КА был стабилизирован в орбитальном базисе, угол тангажа  $\vartheta$  не попадет в отрицательную область. Постоянная составляющая момента сил вязкого трения на околополярных орбитах приведет к наклону КА вокруг оси тангажа в положительном направлении. Изменение компонентов тензора инерции  $\Theta_{11}^{C}, \Theta_{22}^{C}$  внесет импульс момента, действующий по всем трем осям ориентации КА. В результате вокруг оси тангажа возникнут колебания, амплитуда которых будет ограничиваться как гравитационным моментом, так и моментом от МД. Значения угла тангажа начинают колебаться относительно некоторой положительной величины, постепенно уменьшаясь по амплитуде. Тем не менее, эти колебания не могут затухнуть, несмотря на диссипацию их энергии с помощью МД. Этому препятствует неравномерное вращение МД вокруг своих осей в МПЗ. Через несколько оборотов вокруг Земли амплитуда колебаний становится практически постоянной. Среднее значение угла тангажа на рис. 10 составляет примерно 0.12 рад. Естествен-



*Рис. 8.* Угловые движения МД на орбитах с разным наклонением



*Рис. 9.* Компоненты момента от МПЗ на орбитах с разным наклонением



*Рис.* 10. Поведение углов ориентации КА с МД (кривые 1, 2, 3 — для  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ) и без МД (кривая 4 для  $\theta$ )



*Рис. 11.* Углы ориентации КА с МД и тангажным маховиком



*Рис.* 12. Изменение углов ориентации КА при уменьшении коэффициента демпфирования

но, оси приборов, которые должны быть параллельны местной вертикали, следует наклонять в связанном с КА базисе на такой же угол, но в обратную сторону. В этом случае ошибка ориентации по тангажу будет определяться амплитудой установившихся колебаний. Из рис. 10 видно, что кроме тангажных колебаний при развертывании ГС и дальнейшем взаимодействии МД с МПЗ существенные колебания переменной амплитуды возникнут также по углам крена и курса. Особенно существенными они будут по углу курса. При некоторых комбинациях параметров эти колебания могут перейти во вращение с переменной угловой скоростью, что может оказаться неприемлемым по условиям работы КА.

Удачным приемом по предотвращению такой ситуации является установка на КА маховика с постоянным кинетическим моментом, вектор которого параллелен оси тангажа. Из рис. 11 видно, как уменьшаются при этом амплитуды колебаний по углам крена и курса.

Следует отметить, что постоянная составляющая угла тангажа, а также амплитуда колебаний существенно зависит от величины магнитного момента МД и коэффициента демпфирования. Из рис. 12 видно, что уменьшение коэффициента демпфирования в три раза по сравнению со случаем, показанном на рис. 11, уменьшает как среднее значение, так и амплитуду колебаний вокруг оси тангажа. Это естественно сказывается и на амплитудах колебаний вокруг двух других осей. Исследования в этой области показали, что для минимизации помех ориентации параметры МД следует подбирать для каждой орбиты в зависимости от ее высоты.

На рис. 13 приведены графики составляющих вектора угловой скорости КА относительно орбитального базиса для случая изменения углов ориентации, показанного на рис. 11. Нестационарность колебаний вызвана существенной неоднородностью МПЗ для таких орбит.

Отдельного внимания заслуживает изучение поведения упругого ГС и его взаимодействие с МД. На рис. 14 показано поведение обобщенных координат упругих перемещений ГС в случае развертывания ГС с предварительно стабилизированного КА без МД с использованием оптимального закона выдвижения, описанного выше. Амплитуда начального отклонения обобщенной координаты  $q_x$  зависит от изгибной жесткости стержня ГС и от длительности процесса развертывания. Видно, что изменения координаты  $q_x$  незначительны, а координата  $q_y$  вообще не изменяется.

На рис. 15, который соответствует такому же КА, но с МД на конце ГС, картина существенно отличается. Внутреннее тело МД, которое



*Рис.* 13. Компоненты вектора угловой скорости КА относительно орбитального базиса для случая, показанного на рис. 11



*Рис. 14.* Поведение *q<sub>x</sub>*, *q<sub>y</sub>* при развертывании ГС со стабилизированного КА без МД

вращается в корпусе, расположенном на конце упругого стержня ГС, добавляет к инерционным воздействиям, связанным с вращением КА, момент вязкого трения. Вектор этого момента не совпадает с плоскостью орбиты. Поэтому возникают отклонения не только по координате  $q_x$ , но и по координате  $q_y$ . Их нестационарность связана с неоднородностью МПЗ вдоль орбиты КА. Колебательный характер изменения обобщенных координат на этих рисунках не связан с собственными колебаниями упругого стержня ГС с массой на конце. Они являются в од-



**Рис. 15**. Поведение  $q_x, q_y$  при развертывании ГС со стабилизированного КА с МД



**Рис. 16**. Снижение амплитуд  $q_x, q_y$  при снижении эффективности МД

ном случае (рис. 14) результатом собственных колебаний КА с присоединенным элементом в гравитационном поле сил, в другом (рис. 15) на такие колебания накладываются возмущения от вращения центрального тела МД в своем корпусе.

С уменьшением воздействия МД на упругий стержень, которое происходит при уменьшении коэффициента демпфирования или при уменьшении величины собственного магнитного момента центрального тела МД, амплитуды отклонений по обеим обобщенным координатам уменьшаются. Это видно на рис. 16. На рис. 17



*Рис. 17.* Поведение  $q_x$ ,  $q_y$  на интервале времени развертывания ГС

показано поведения обобщенных координат  $q_x$ ,  $q_{_{\rm V}}$  на интервале времени развертывания ГС  $(T_0 = 200 \text{ c}, T_f = 600 \text{ c})$ . Для координаты  $q_x$  заметны собственные колебания стержня, которые достаточно быстро затухают под влиянием конструкционного демпфирования. На всех приведенных графиках видно, что среднее значение отклонения ГС в плоскости C<sub>1</sub>xz отлично от нуля. Величина отклонения определяется величиной постоянной составляющей момента вязкого трения от МД. Следует также отметить, что переменная составляющая момента вязкого трения в некоторой степени способствует затуханию собственных колебаний стержня ГС. Однако проведенные исследования показали, что основную роль в этом процессе играет конструкционное демпфирование.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная работа связана с исследованием динамики гравитационно стабилизированного КА при развертывании упругого гравитационного стабилизатора с диссипацией энергии колебаний с помощью магнитного демпфера. Математическая модель, развитая для этого случая, может рассматриваться как обобщение теории системы упругих тел с конфигурацией, зависящей от времени. Подход может быть успешно расширен на моделирование динамики других развертываемых космических структур с существенным изменением конфигурации в процессе их функционирования. У вычислительного пакета на языке ФОРТРАН, созданного для численного моделирования, есть общие особенности, которые могут быть легко использованы для других развертываемых систем. Полученные данные иллюстрируют метод математической формулировки динамики системы с программным изменением геометрии, так же как и поведение КА в течение и после развертывания гибких структур. Информация, которая была получена при численном моделировании, позволила сделать вывод о том, что развертывание и дальнейшее функционирование изученной конструкции может быть приемлемым для практики только при рациональном выборе параметров конструкции КА и закона развертывания. Полученные данные позволяют выбирать наиболее подходящий закон развертывания и параметры магнитного демпфера.

- 1. *Бранец В. Н., Шмыглевский И. П*. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. — М.: Наука, 1973. — 320 с.
- Иванова Г. А. Динамика космического аппарата с магнитно-гравитационной системой ориентации при наличии тепловых и упругих деформацией элементов конструкции: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 1991. 150 с. Машинопись.
- Лурье А. И. Аналитическая механика. М.: Физматиз, 1961. — 824 с.
- Садов Ю. А. Периодические движения спутника с магнитным демпфером в плоскости круговой орбиты // Космич. исслед. — 1969. — 7, № 1. — С. 41—60.
- Сарычев В. А., Овчинников М. Ю. Магнитные системы ориентации искусственных спутников Земли // Итоги науки и техн. / ВИНИТИ. Исслед. космич. пространства. — 1985. — 23. — 104 с.
- Соколов Л. В. Магнитный демпфер для системы гравитационной ориентации // Управление в пространстве: Тр. IV Междунар. симп. по автом. управл. в пространстве. — М.: Наука, 1973. — Т. 1. — С. 174—179.
- Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М.: Наука, 1976. 889 с.
- Alper J. R., O'Neill J. P. A new passive hysteresis damping technique for stabilizing gravity-oriented satellites // J. Spacecraft and Rockets. — 1967. — 4, N 12. — P. 1617— 1622.
- Crespo da Silva Marcelo R. M. Non-linear resonant attitude motions in gravity-stabilized gyrostat satellites // Int. J. Non-Linear Mech., 1972. - 7, N 6. - P. 621-641.

- Newton J. K., Farrell J. L. Natural frequencies of a flexible gravity-gradient satellite // J. Spacecraft and Rockets. – 1968. – 5, N 5. – P. 550–569.
- Zakrzhevskii A. E. Spacecraft dynamics with regard to elastic pantograph deployment // J. Spacecraft and Rockets. - 2013. - 50, N 2. - P. 475-480.

Стаття надійшла до редакції 26.12.13

#### А. Е. Закржевский, В. С. Хорошилов

#### РОЗГОРТАННЯ ПРУЖНОГО ДОВГОВИМІРНОГО ЕЛЕМЕНТА НА КОСМІЧНОМУ АПАРАТІ З МАГНІТНИМ ЗАСПОКОЮВАЧЕМ

Побудовано узагальнену математичну модель і здійснено комп'ютерне моделювання динаміки космічного апарата

з пасивною системою стабілізації, що несе тіло змінної геометрії, обумовленої розгортанням по заданій програмі компактно сформованої системи у пружний гравітаційний стабілізатор з магнітним демпфером на кінці.

#### A. E. Zakrzhevskii, V. S. Khoroshilov

#### EXPANDING THE FLEXIBLE LONG ELEMENT ABOARD SPACECRAFT WITH THE MAGNETIC DAMPER

A generalized mathematical model is derived and numerical simulation is carried out for studying the dynamics of the spacecraft with the passive stabilization system that contains the compact structure of changeable configuration, which is deploying under a prescribed program into the flexible gravitational stabilizer with the magnetic damper at its end. УДК 004.65, 004.67

#### **Р. М. Басараб**<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Інститут космічних досліджень Національної академії наук України

та Державного космічного агентства України, Київ

<sup>2</sup> Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ

### МЕТОД КРОС-КАЛІБРУВАННЯ ДАНИХ КОСМІЧНОГО АПАРАТА «СІЧ-2»

Запропоновано модель радіометричної корекції даних КА «Січ-2». Проведено аналіз точності моделі для даних вихідних знімків КА «Січ-2» та «Ландсат-5ТМ». Визначено актуальні проблеми та запропоновано шляхи їхнього вирішення.

#### вступ

Значення коефіцієнтів відбиття сонячного випромінювання поверхнею Землі та значення спектральної яскравості, отримані за допомогою космічних систем, є дуже важливим джерелом інформації для розв'язання тематичних задач обробки супутникових знімків [6, 9—12, 15]. Особливу цінність становить інформація, отримана від космічних апаратів високого просторового розрізнення з абсолютною радіометричною похибкою, що не перевершує кілька відсотків. Тому забезпечення калібрування сенсорів та даних є актуальною задачею для всіх космічних апаратів, зокрема українського апарата «Січ-2».

Для кожного космічного апарата в лабораторних умовах розробляються відповідні моделі (перетворення) для радіометричної корекції отриманих даних. Проте після запуску космічного апарата ці перетворення потребують уточнення внаслідок деградації сенсорів. Деградація сенсорів відбувається з кількох причин: зміна відгуку інструмента з моменту його виведення на орбіту, застаріння бортової апаратури [5] тощо. Отже, в залежності від особливостей сенсора він повинен постійно рекалібруватися в умовах польоту. У деяких випадках цю процедуру необхідно проводити кілька разів за секунду, в інших — щотижня, щомісяця або й рідше [5].

З метою уточнення параметрів перетворення для радіометричної корекції супутникових зображень використовують інформацію, отриману сенсором з наземних калібрувальних полігонів. Спектральні характеристики об'єктів, розміщених на таких полігонах, є наперед відомими.

Інший підхід до радіометричної корекції даних полягає у крос-калібруванні даних одного супутника на основі відкаліброваних даних іншого. Один з подібних підходів описаний в роботі [4], де на основі перехресного порівняння даних сенсора AWiFS індійського KA IRS-P6 з даними супутників «Ландсат-5TM», «Ландсат-7ETM+» та MODIS побудовано відповідні моделі лінійної регресії. Дослідження [4] показують, що дані, отримані сенсором AWiFS, можуть бути крос-калібровані до сенсора «Ландсат-5TM» з точністю до 13 %, «Ландсат-7ETM+» — у межах 15 %, а MODIS — у межах 21 % без врахування спектральної невідповідності атмосфери.

В даній роботі пропонується метод крос-калібрування даних «Січ-2» за радіометрично скоригованими даними супутника «Ландсат-5TM».

#### РІЗНІ ПІДХОДИ ДО КАЛІБРУВАННЯ ТА РАДІОМЕТРИЧНОЇ КОРЕКЦІЇ Супутникових даних

Оскільки зображення, отримані від супутників, подаються у вигляді так званих «сирих значень» спектральної яскравості (Digital Number), завдання радіометричного калібрування полягає у приведенні цих значень до фізичних одиниць: спектральної яскравості, або покажчиків відбиття сонячної радіації поверхнею Землі. В

<sup>©</sup> Р. М. БАСАРАБ, 2014

роботі [2] представлено моделі для калібрування даних, отриманих сенсорами Multispectral Scanner (MSS), Thematic Mapper (TM), Enhanced Thematic Mapper Plus (ETM+) та Advanced Land Imager (ALI). Ці моделі враховують структуру сенсорів та специфіку їхньої роботи до запуску космічних апаратів на орбіту. Такі перетворення цифрових значень зображень створюють базу для стандартизації супутникових даних, що слугує основою для порівняння супутникової інформації, отриманої від різних сенсорів про деяку відзняту сцену за різні періоди часу.

Для обробки інформації супутникових датчиків кольорів океану SeaWiFS та MODIS розроблено систему орбітального калібрування даних [3]. Дана система калібрування включає в себе набір коефіцієнтів підсилення, які застосовуються до спостережуваної сонячної радіації, що фіксувалася у верхніх шарах атмосфери. У поєднанні з процесом атмосферної корекції це дає можливість відтворити очікувані покажчики відбиття сонячної радіації води та структуру поверхні океану. Такий підхід до орбітального калібрування даних є незалежним від інтенсивності джерела випромінювання та значно підвищує якість інформації щодо структури поверхні води. Але ця методика нерозривно пов'язана з алгоритмом атмосферної корекції та призначена виключно для приладів розглянутих сенсорів.

Для калібрування інформації, представленої мультиспектральними сенсорами, чи сенсорами, які детектують видиме та ближнє інфрачервоне випромінювання, ефективним є підхід відбору зображень космічних апаратів, відзнятих одночасно, в надир, над однією і тією ж ділянкою поверхні Землі. В цьому полягає так званий SNO-метод (simultaneous nadir overpass), який було описано в роботі [22] і застосовано для крос-калібрування даних супутників NOAA-16/AVHRR, NOAA-17/ AVHRR та AQUA/MODIS. Згідно з ним різниця калібровок відповідних спектральних каналів, отриманих за допомогою пари сенсорів, визначається з отриманих зображень, відзнятих майже в один і той же час з аналогічним цільовим виглядом Землі. Однак важливо зазначити, що при такому підході необхідно провадити корекцію супутникових даних, що залежатиме від особливостей сенсора та типу підстильної поверхні Землі. Для робастності отриманих моделей калібрування дослідження необхідно проводити для певного набору пар зображень, отриманих за допомогою відповідних сенсорів, оскільки на зображеннях можуть бути наявними різні типи поверхонь з різними спектральними характеристиками. Застосування даної методики для калібрування даних «Січ-2» було б доцільним, але є ряд проблем. По-перше, відносно малу кількість зображень «Січ-2» було відзнято в надир, по-друге, постає проблема у відшуканні еталонних зображень космічних апаратів з подібним сканувальним приладом та їхніх зображень, які були б одночасно з зображеннями «Січ-2» відзняті в надир.

Для даних «Ландсат-5TМ» та «Ландсат-7ETМ+» розроблено метод спектральної та атмосферної корекції для оцінювання поверхні альбедо [20] (характеристика відбивальної (розсіювальної) здатності поверхні) з використанням методу атмосферного коригування (атмосферного коду) 6S [16]. Останній є фізично обґрунтованою моделлю, не оптимізованою для специфічних супутникових сцен, тестових об'єктів чи конкретних ландшафтів. Його розроблено для внесення атмосферної поправки до даних короткохвильового діапазону.

Інший можливий підхід до крос-калібрування наборів даних від двох (чи більше) супутників полягає в усередненні (нормалізації) інформації, отриманої протягом тривалого періоду часу, або з великих територій поверхні Землі. Найчастіше така методика застосовується до даних, які вже є територіально усередненими, наприклад для аналізу кліматичних тенденцій. При такому підході (як і для всіх інших методів крос-калібрування), необхідно враховувати особливості кожного з розглядуваних інструментів. Зокрема, всі зміни в підстильній поверхні Землі, зміни кутів проведення зйомки, а також зміна кута падіння сонячного випромінювання в результаті можуть нести значний вплив на результат калібрування даних [13, 14, 21].

Часто виникає потреба у зіставленні і порівнянні даних супутників, які фізично не можуть проводити зйомку деякої ділянки поверхні Землі в один і той же час. Чи орбіти, по яких рухаються супутники, не мають сполучень, чи ці супутники взагалі не працювали протягом одного і того



*Рис.* 1. Схема процесу отримання та обробки даних «Січ-2» і еталонних даних «Ландсат-5TM»

ж періоду часу. В деяких випадках використовують так звані «двоїсто різницеві методи» [18], в яких дані кожного з розглядуваних супутників порівнюються з даними третього супутника, які в свою чергу використовуються як трансфер для подолання розриву.

Відомий ще один можливий метод калібрування супутникових даних, який не пов'язаний з бортовою системою космічного апарата. Так званий підхід до непрямого калібрування, що здійснює оцінку спектральної яскравості, отриманої датчиком супутника над конкретним наземним тестовим полігоном, з урахуванням наземних спектральних вимірювань [17, 19]. Дана методика має відносно високу точність (хоча і нижчу, ніж при лабораторних дослідженнях), але вимагає проведення польових наземних досліджень, котрі потребують значних матеріальних затрат і є надзвичайно трудомісткими.

17 серпня 2011 р. Україна запустила власний КА ДЗЗ «Січ-2». Оскільки для супутника «Січ-2» не передбачений механізм калібрування сенсорів під час польоту, виникає потреба у створенні методів та алгоритмів калібрування супутникових даних, що дозволили б відповідним чином зводити вихідну геопросторову інформацію, надану БСП КА «Січ-2», до реальних значень відбитої сонячної радіації.

#### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ЗАПРОПОНОВАНИЙ МЕТОД КАЛІБРУВАННЯ ДАНИХ «СІЧ-2»

Космічний апарат ДЗЗ «Січ-2» створено для спостереження за поверхнею Землі в оптичному та середньому інфрачервоному діапазонах. Його цифрові оптико-електронні знімки поверхні Землі включають інформацію з панхроматичного каналу (довжина хвилі  $\lambda = 0.51...0.90$  мкм), каналів з червоної та зеленої областей спектру оптичного діапазону ( $\lambda = 0.51...0.59$  мкм і 0.61... 0.68 мкм), а також каналу ближнього ІЧ-діапазону ( $\lambda = 0.80...0.89$  мкм).

Оскільки для даних КА ДЗЗ «Січ-2» не передбачено процедури калібрування сенсорів під час польоту, а пряме застосування відомих методів калібрування даних, розроблених для інших сенсорів, неможливе у зв'язку з відсутністю моделі атмосферної корекції, доцільною є задача розробки методу радіометричної корекції даних на основі відкаліброваних даних інших сенсорів.

Саме цей підхід і пропонується застосувати для калібрування даних КА ДЗЗ «Січ-2» в нашій роботі. Як еталонні дані будемо використовувати відкалібровані дані супутника «Ландсат-5TM», оскільки задекларовані характеристики сенсора цього апарата є найбільш близькими до характеристик українського апарата «Січ-2».

Основна гіпотеза, покладена в основу запропонованого методу, така. Якщо ми маємо знімки з двох космічних сенсорів з близькими характеристиками для однієї території, отримані в один і той же момент часу, то можна побудувати регресійну модель залежності некаліброваних значень одного апарата від коефіцієнтів відбиття земної поверхні, отриманих з відкаліброваного сенсора іншого апарата.

Метою дослідження є створення інформаційної технології калібрування даних КАДЗЗ «Січ-2» на основі даних «Ландсат-5TM». Для досягнення цієї мети, перш за все, необхідно розробити регресійні моделі залежності значень даних в кожному з каналів КАДЗЗ «Січ-2» від даних відповідних каналів «Ландсат-5TM» та проаналізувати адекватність таких моделей. Для крос-калібрування даних пропонується використовувати алгоритм, схему якого показано на рис. 1.

Отримавши необхідні еталонні дані «Ландсат-5TM» у вигляді набору цифрових значень (digital numbers) спектральної яскравості, проводимо процес атмосферної корекції. В результаті отримуємо дані «Ландсат-5ТМ», представлені у вигляді цифрових значень коефіцієнтів відбиття *r* сонячної радіації поверхнею Землі, що слугуватимуть нам еталоном для крос-калібрування даних «Січ-2». Дані «Січ-2» представлено у вигляді набору цифрових значень спектральної яскравості, отримані за допомогою багатозонального сканувального пристрою. Змінивши методом найближчого сусіда розміри пікселя на зображенні «Січ-2» з 7.5 до 30 м (для відповідності розмірам пікселя на еталонному зображенні), цифрову інформацію відповідних спектрів зображень зіставляємо з метою визначення залежності та отримання відповідних моделей лінійної регресії для кожного із трьох спектральних каналів. Далі відбувається оцінка отриманих моделей та безпосередньо процес крос-калібрування даних «Січ-2» до коефіцієнтів r, взятих із зображення «Ландсат-5ТМ».

#### РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

За вхідні дані візьмемо зображення «Січ-2» від 9 вересня 2011 р. Вибір зображення визначається його хорошою якістю та наявністю знімка апарата «Ландсат-5TM» для цієї ж території, отриманого в триденному часовому околі (6 вересня 2011 р.). Розмір зображення становить 10979 × × 20710 пкл. На зображенні відзнято Дніпропетровську область та прилеглі території. За еталонні дані взято знімок «Ландсат-5TM» від 6 вересня 2011 р., що територіально містить в собі зображення «Січ-2». Для задачі калібрування значень каналів супутникового зображення дуже важливим є дотримання найменшого можливого проміжку часу, що проходить між зйомкою еталонного та оброблюваного зображень, оскільки протягом тривалого періоду часу відбувається зміна структури і покриття відзнятої поверхні (збір врожаю з земельної ділянки, оранка тощо). Це відповідним чином змінить значення цифрової інформації і збільшить похибку калібрування даних.

Для еталонного зображення проведено атмосферну корекцію за допомогою алгоритму [8], розробленого NASA. Таким чином вдалося мінімізувати вплив атмосфери на цифрову інформацію знімка «Ландсат-5TM». Для даних «Січ-2» було проведено зміну роздільної здатності (зміна розмірів пікселя) з 8 до 30 м з використанням методу найближчого сусіда. Таким чином, розміри пікселів стали однаковими для вихідного зображення та еталону. Цифрова інформація продукту обробки супутникового зображення «Ландсат-5TM» (результату атмосферної корекції) змінюється в діапазоні від 0 до 10000. Цифрова інформація супутникового зображення «Січ-2» змінюється від 0 до 255.

Після попіксельного зіставлення цифрових значень  $f_i$  (i = 1, ..., n, де n — кількість пікселів зображення) на основі обчислення корелятивних зв'язків були отримані відповідні лінійні моделі регресії.

На рис. 2 зображено попіксельну корелятивну залежність між значеннями  $f_{SGi}$ , отриманими в «зеленому» спектральному діапазоні сенсора «Січ-2», та значеннями  $f_{Gi}$ , отриманими в «зеленому» каналі сенсора «Ландсат-5TM». Лінією



**Рис. 2.** Робастна модель лінійної регресії (лінія 2) для калібрування даних «зеленого» спектрального діапазону електромагнітного випромінювання, в порівнянні з моделлю звичайної лінійної регресії (лінія 1)



**Рис.** 3. Робастна модель лінійної регресії (лінія 2) для калібрування даних «червоного» спектрального діапазону електромагнітного випромінювання, в порівнянні з моделлю звичайної лінійної регресії (лінія 1)



**Рис.** 4. Робастна модель лінійної регресії (лінія 2) для калібрування даних «ближнього інфрачервоного» спектрального діапазону електромагнітного випромінювання, в порівнянні з моделлю звичайної лінійної регресії (лінія 1)

1 зображено лінію регресії, що описується формулою

 $f_{Gi} = 18.4259 \cdot f_{SGi} - 141.3768$ .

Коефіцієнт детермінації моделі склав  $R^2 = 0.6126$ .

Формули лінійної регресії для перетворення значень червоного та ближнього інфрачервоного спектральних діапазонів (лінії *1* на рис. 3 і 4) мають вигляд

$$f_{REDi} = 20.2226 \cdot f_{SREDi} - 385.5724 \ (R^2 = 0.6850),$$

$$f_{NIRi} = 23.6851 \cdot f_{SNIRi} - 44.3041 \ (R^2 = 0.8456),$$

де  $f_{SREDi}$ ,  $f_{SNIRi}$  — цифрові значення пікселів червоного та ближнього інфрачервоного спектральних діапазонів «Січ-2»,  $f_{REDi}$ ,  $f_{NIRi}$  — відповідні цифрові значення пікселів сенсора «Ландсат-5TM».



*Рис. 5.* Гістограми розподілу середніх квадратичних відхилень між цифровими значеннями базового та відкаліброваного зображень у червоному спектральному каналу

Оцінки точності калібрування, коефіцієнти детермінації звичайної та робастної лінійної регресії

Спектральний канал	Доля пікселів, %	σ	$R^2$	
			лінійна регресія	робастна лінійна регресія
Червоний	98.4167	0—450	0.6850	0.7856
Зелений	98.7533	0-400	0.6126	0.7271
Ближній ІЧ	98.9111	0—800	0.8456	0.9048

Найвища точність моделі калібрування виявилась для інфрачервоного діапазону. Це зумовлено тим, що ІЧ-випромінювання найменше піддається впливу атмосфери та атмосферних явищ.

На основі проведеного аналізу стало відомо, що більшість викидів на графіках відповідають пікселям хмар, та земельних ділянок, структура яких змінилася за період з 3 до 6 вересня 2011 р. Відносно малі значення коефіцієнтів детермінації для регресійних моделей обумовлені саме наявністю викидів в даних, які використовувалися для створення регресійних моделей.

Для зменшення впливу викидів даних при побудові моделі перетворення було використано модель *робастної* лінійної регресії [7] і отримано три рівняння лінійної робастної регресії для «зеленого», «червоного» та «ближнього інфрачервоного» каналів (лінії 2 на рис. 2—4):

$$\begin{split} f_{Gi}^{rob} &= 21.7214 \cdot f_{SGi}^{rob} - 295.8985, \\ f_{REDi}^{rob} &= 23.9312 \cdot f_{SREDi}^{rob} - 579.8963, \\ f_{NIRi}^{rob} &= 25.3711 \cdot f_{SNIRi}^{rob} - 196.7462. \end{split}$$

Отримані моделі калібрування були застосовані до зображення «Січ-2». Для того щоб обрахувати коефіцієнти детермінації робастних моделей лінійної регресії, спочатку було проведено аналіз отриманої за їхньою допомогою інформації. На рис. 5 приведено гістограму розподілу середніх квадратичних відхилень о між базовим та відкаліброваним зображеннями у червоному каналі.

Середнє квадратичне відхилення  $\sigma$  між цифровими значеннями еталонних даних та даних «Січ-2», отриманих після коригування, містилося в відповідних діапазонах (див. таблицю) для наявних спектральних каналів. Для оцінки точності робастних моделей лінійної регресії було враховано в середньому тільки 98.5 % пікселів базового зображення «Ландсат-5TM» та відкаліброваного зображення «Січ-2». Решту 1.5 % даних становили так звані викиди (зміни стану земного покриття, зсунуті пікселі, засвічені пікселі тощо). Значення коефіцієнтів детермінації  $R^2$ робастних моделей лінійної регресії також наведено у таблиці.

З отриманої вище інформації випливає, що модель робастної лінійної регресії є більш адекватною, особливо для інфрачервоного каналу. Без врахування пікселів викидів при створенні моделі регресії покажчики якості останньої виявилися значно кращими.

Беручи до уваги отримані результати, можна стверджувати, що цифрова інформація відкаліброваного зображення «Січ-2» відповідає покажчикам відбитої поверхнею Землі сонячної радіації на рівні такої відповідності зображень «Ландсат-5TM».

#### ВИСНОВКИ

У роботі представлено модель для радіометричного калібрування супутникових даних, що базується на крос-калібруванні даних космічної системи ДЗЗ «Січ-2» та даних «Ландсат-5TM». Модель апробовано на знімку «Січ-2» Дніпропетровської області від 9 вересня 2011 р. За еталонні дані взято продукт атмосферної корекції зображення «Ландсат-5TM» від 6 вересня 2011 р.

В рамках даного експерименту досліджено лінійну залежність між цифровою інформацією супутникових даних КА «Січ-2» та «Ландсат-5ТМ». На основі цієї залежності створено лінійні регресійні моделі для калібрування даних «Січ-2». Експериментально визначено, що адекватність створених моделей, виражена показником коефіцієнтів детермінації, для калібрування даних «Січ-2» становить 61, 69 та 85 % відповідно для «червоного», «зеленого» та «ближнього інфрачервоного» спектральних діапазонів електромагнітного випромінювання. Створена модель дозволяє переводити цифрову інформацію зображень «Січ-2» до покажчиків відбитої поверхнею Землі сонячної радіації у відповідних спектрах. Для підвищення точності калібрування використано модель робастної лінійної регресії, що дало змогу уникнути значного впливу викидів, пов'язаних з невідповідністю зображень, і отримати значно кращі моделі для калібрування даних.

Для подальшого підвищення точності і адекватності представлених перетворень необхідні наступні кроки.

Проведення експерименту для більшої кількості зображень відповідних космічних апаратів. Це дозволило б отримати статистично кращий результат з урахуванням різних рельєфів відзнятих територій. Однак дана задача дещо ускладнюється можливістю знаходження еталонних даних для калібрування, відзнятих в найкоротші строки часу по відношенню до даних «Січ-2».

В майбутньому планується використання алгоритму покращення геоприв'язки даних «Січ-2», наведеного в роботі [1]. Це дозволить уникнути піксельного зсуву даних, що значно збільшує похибку моделі калібрування, а також уникнути ряду пов'язаних безпосередньо з геоприв'язкою проблем, які виникають при зіставленні цифрової інформації зображень.

Орторектифікація даних «Січ-2». Це дозволило б, враховуючи модель рельєфу підстильної поверхні, уникнути похибок геоприв'язки зображень, пов'язаних з особливостями рельєфу.

- 1. Федоров О. П., Куссуль Н. М., Кравченко О. М. та ін. Інформаційна технологія географічної прив'язки даних космічної системи ДЗЗ «Січ-2» для території України // Космічна наука і технологія. 2013. 13, № 1. С. 3—12.
- Bryan A. F., Bailey S. W., Werdell J. P., McClain C. R. Sensor-independent approach to the vicarious calibration of satellite ocean colour radiometry // Appl. Opt. – 2007. – 46, N 22. – P. 5068–5082.
- 3. *Cao C., Weng F., Goldberg M., et al.* Intersatellite calibration of polar-orbiting radiometers using the SNO/SCO method // IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. 2005. 1. P. 109–112.
- Chander G., Markham B. L., Helder D. L. Summary of current radiometric calibration coefficients for Landsat MSS, TM, ETM+, and EO-1 ALI sensors // Remote Sens. Environ. – 2009. – 113, N 5. – P. 893–903.
- Chander G., Xiong X., Angal A., et al. Cross-comparison of the IRS-P6 AWiFS sensor with the L5 TM, L7 ETM+, & Terra MODIS sensors // Proc. SPIE, Sensors, Systems, and Next-Generation Satellites XIII, 74740Z. — September 22, 2009. — DOI:10.1117/12.830502
- Gyanesh C., Hewison T. J., Fox N., et al. Overview of intercalibration of satellite instruments // IEEE Trans. Geosci. and Remote Sens. – 2013. – 51, N 3. – P. 1056–1080.
- 7. *Huber P. J, Ronchetti E. M.* Robust statistics, Second edition. NY: John Wiley and Sons inc., 2009. 380 p.
- Masek J. G., Vermote E. F., Saleous N. E., et al. A Landsat surface reflectance dataset for North America, 1990–2000 // IEEE Geosci. and Remote Sens. Lett. Jan. – 2006. – 3, N 1. – P. 68–72.
- Kogan F., Kussul N., Adamenko T., et al. Winter wheat yield forecasting in Ukraine based on Earth observation, meteorological data and biophysical models // Int. J. Appl. Earth Observ. and Geoinform. – 2013. – 23. – P. 192–203.
- Kussul N., Skakun S., Shelestov A., et al. Crop area estimation in Ukraine using satellite data within the MARS project 2012 // IEEE Int. Geosci. and Remote Sens. Symp. – 2012. (IGARSS). – P. 3756–3759.
- Kussul N., Mandl D., Moe K., et al. Interoperable infrastructure for flood monitoring: sensorweb, grid and cloud // IEEE J. Selected Topics in Appl. Earth Observations and Remote Sens. – 2012. – 5, N 6. – P. 1740–1745.
- Kussul N., Shelestov A., Skakun S., et al. The wide area grid testbed for flood monitoring using Earth observation data // IEEE J. Selected Topics in Appl. Earth Observations and Remote Sens. – 2012. – 5, N 6. – P. 1746–1751.
- Mears C. A., Wentz F. J. Construction of the RSS V3.2 lowertropospheric temperature dataset from the MSU and AMSU microwave sounders // Oceanic Technol. – 2009. – 26, N 8. – P. 1493–1509.
- Semunegus H., Berg W., Bates J. J., et al. An extended and improved Special Sensor Microwave Imager (ssm/i) period of record // J. Appl. Meteorol. Climatol. – 2010. – 49, N 3. – P. 424–436.

- Shelestov A. Yu., Kravchenko A. N., Skakun S.V., et al. Geospatial information system for agricultural monitoring // Cybern. and Syst. Anal. – 2013. – 49, N 1. – P. 124–132.
- Shi L., Bates J. J. Three decades of intersatellite-calibrated high-resolution infrared radiation sounder upper tropospheric water vapour // J. Geophys. Res. – 2011. – 116, N D4. – DOI: 10.1029/2010JD014847.
- Thome K., Whittington E., Smith N., et al. Ground-reference techniques for the absolute radiometric calibration of MODIS // Proc. SPIE Conf. 2000. P. 51–59. DOI:101117/12.494219.
- Thome K. Sampling and uncertainty issues in trending reflectancebased vicarious calibration results // Proc. SPIE Conf. – 2005. – 5882. – P. 397–407.
- Schroeder T. A., Cohen W. B., Song C., et al. Radiometric correction of multi-temporal Landsat data for characterization of early successional forest patterns in western Oregon // Remote Sens. Environ. – 2006. – 103. – P. 16–26.
- Vermonte E. F., Tanre D., Deuze J. L., et al. Second simulation of the satellite signal in the solar spectrum, 6S: An overview // IEEE Trans. Geosci. and Remote Sens. 1997. 35, N 3. P. 675–686.
- Wang L., Goldberg M., Wu X., et al. Consistency assessment of atmospheric infrared sounder and infrared atmospheric sounding interferometer radiances: Double differences versus simultaneous nadir overpasses // J. Geophys. Res.: Atmospheres. 2011. 116, N D11. DOI: 10.1029/2010JD014988.
- Zoran M., Stefan S. Atmospheric and spectral corrections for estimating surface albedo from satellite data // J. Optoelectron. and Adv. Mater. - 2006. - 8, N 1. -P. 247-251.

Стаття надійшла до редакції 14.07.13

#### Р. М. Басараб

#### МЕТОД КРОССКАЛИБРОВКИ ДАННЫХ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА «СІЧ-2»

Предложена модель радиометрической коррекции данных КА «Січ-2». Анализируется точность модели для данных исходных снимков КА «Січ-2» и «Ландсат-5-ТМ». Определены актуальные проблемы и предложены пути их решения.

#### R. M. Basarab

#### THE CROSS-CALIBRATION METHOD FOR "SICH-2" DATA

A model and software for the radiometric correction of the spacecraft "Sich-2" data are proposed. The accuracy of the model for initial image data of the "Sich-2" and "Landsat-5 TM" spacecrafts is analyzed. Some existing problems are identified and some ways for their overcoming are proposed.

#### УДК 629.197

А. Л. Макаров<sup>1</sup>, Д. К. Мозговой<sup>2</sup>, А. М. Кулабухов<sup>2</sup>, В. С. Хорошилов<sup>1</sup>, В. Н. Балашов<sup>1</sup>, В. М. Попель<sup>1</sup> <sup>1</sup>Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля», Дніпропетровськ <sup>2</sup>Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ СПУТНИКОВОЙ СЪЕМКИ

Приведена методика математического описания протяженных объектов сложной конфигурации при планировании спутниковой съемки с применением спутников дистанционного зондирования Земли с оптико-электронными сканерами высокого пространственного разрешения. Методика основана на использовании сплайн-интерполяции. Она позволяет получать оптимальное покрытие съемки с учетом полосы захвата съемочного прибора, требуемого направления сканирования и ограничений системы ориентации спутника.

#### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

При планировании спутниковой съемки протяженных территорий сложной конфигурации (границы, дороги, реки, береговые линии и т. п.), расположенных не вдоль подспутниковой трассы, возникает проблема, связанная с узкой (обычно от 5 до 20 км) полосой захвата оптико-электронных сканеров высокого пространственного разрешения, не позволяющей оперативно снимать произвольно расположенные протяженные участки за один виток [3, 7, 10, 13]. Как правило, в таких случаях необходима съемка нескольких сцен с разных витков, причем для солнечно-синхронных орбит, характерных для спутников ДЗЗ с оптико-электронными сканерами, за сутки одна и та же территория может быть снята только на одном витке. Поэтому даже двухвитковая съемка может потребовать при отсутствии облачности и ограничений на минимальные углы съемки нескольких дней (в зависимости от полосы захвата сканера и диапазона углов перенацеливания спутника). С учетом условий облачности съемка может потребовать еще больше времени, что для большинства прикладных и научных задач неприемлемо [2, 14, 15].

Некоторые зарубежные спутники с оптикоэлектронными сканерами высокого пространственного разрешения позволяют выполнять съемку произвольно ориентированных прямолинейных протяженных участков. Однако съемка протяжных территорий сложной конфигурации обычно выполняется за несколько витков [1, 9, 11].

#### ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Существенно повысить оперативность спутниковой съемки протяжных территорий сложной конфигурации позволяет новый метод съемки в процессе перенацеливания (т. е. с ненулевыми угловыми скоростями), реализуемый с помощью программного управления ориентацией спутника [4, 6].

Основными этапами планирования такой съемки являются:

• аппроксимация протяженного объекта, заданного отдельными точками на цифровой картооснове (линейная, квадратичная, сплайновая и т. п.),

• определение оптимального покрытия протяженного объекта путем моделирования съемки с учетом полосы захвата съемочного прибора, требуемого направления сканирования и ограничений системы ориентации спутника.

<sup>©</sup> А. Л. МАКАРОВ, Д. К. МОЗГОВОЙ, А. М. КУЛАБУХОВ, В. С. ХОРОШИЛОВ, В. Н. БАЛАШОВ, В. М. ПОПЕЛЬ, 2014

В. С. ХОРОШИЛОВ, В. Н. БАЛАШОВ, В. М. ПОПЕЛЬ, 2014

#### МЕТОД СПЛАЙН-ИНТЕРПОЛЯЦИИ

Для математического описания протяженного объекта функцией S(x) используется естественный кубический интерполирующий сплайн [3, 7, 10], в котором  $S''(x_0) = 0$  и  $S''(x_n) = 0$ , с последующим сглаживанием методом наименьших квадратов. Снимаемый объект задается на карте узловыми точками  $x_i$  с произвольным шагом по широте и долготе (количество узловых точек объекта n = 6...9).

Функция S(x) интерполируется полиномом

 $S_{i}(x) = \omega y_{i} + \overline{\omega} y_{i-1} + h_{i}^{2} [(\omega^{3} - \omega)\delta_{i} + (\overline{\omega}^{3} - \overline{\omega})\delta_{i-1}],$ где

$$h_i = x_{i+1} - x_i, \ \omega = \frac{x - x_i}{h_{i+1}}, \ \overline{\omega} = 1 - \omega$$

Коэффициенты сплайна  $\delta_0 = 0$ ,  $\delta_n = 0$ , а  $\delta_1 \dots \delta_{n-1}$  находятся из системы линейных уравнений

$$\begin{pmatrix} 2[h_{1}+h_{2}] & h_{2} & 0 & \dots & 0 \\ h_{2} & 2[h_{2}+h_{3}] & h_{3} & \dots & 0 \\ 0 & h_{3} & 2[h_{3}+h_{4}] & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & h_{n-1} & 2[h_{n-1}+h_{n}] \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} \delta_{1} \\ \delta_{2} \\ \delta_{3} \\ \dots \\ \delta_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta_{2}-\Delta_{1} \\ \Delta_{3}-\Delta_{2} \\ \Delta_{4}-\Delta_{3} \\ \dots \\ \Delta_{n}-\Delta_{n-1} \end{pmatrix}.$$
(1)

Ее матрица является трехдиагональной, симметричной, со строгим диагональным преобладанием. Система (1) эффективно решается методом прогонки.

На рис. 1 показан кубический интерполирующий сплайн и сглаживающие сплайны при коэффициентах сглаживания 0.8 и 0.3. Узловые точки сплайна показаны крестиками, а штриховой линией показана их линейная аппроксимация методом наименьших квадратов.

#### МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

При использовании метода наименьших квадратов наилучшими коэффициентами  $a_1, a_2, ..., a_m$ аппроксимирующей функции *S* считаются те, для которых сумма квадратов отклонений найденной теоретической функции от заданных эмпирических значений будет минимальной [2, 8, 15]. Следовательно, задача состоит в определении коэффициентов  $a_1, a_2, ..., a_m$  таким образом (т. е. в выборе одной кривой из множества), чтобы сумма квадратов отклонений была наименьшей

$$S(a_1, a_2, ..., a_m) =$$
  
=  $\sum_{i=1}^{n} [f(x_i; a_1, a_2, ..., a_m) - y_i]^2 \rightarrow \min,$  (2)

где  $a_1, a_2, ..., a_m$  — коэффициенты аппроксимации.

Чтобы найти набор коэффициентов  $a_1, a_2, ..., a_m$ , которые обеспечивают минимум функции S, определяемой формулой (1), используется необходимое условие экстремума функции нескольких переменных — равенство нулю частных производных. В результате получим нормальную систему для определения коэффициентов  $a_i$ 

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 0, \ \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0, \ \dots \ \frac{\partial S}{\partial a_m} = 0.$$
 (3)

Эта система упрощается, если эмпирическая формула (2) линейна относительно параметров *a*,, тогда система (3) будет линейной.

В случае линейной зависимости  $y = a_1 + a_2 x$  система (3) примет вид

$$\begin{cases} a_1 \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a_2 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 n = \sum_{i=1}^n y_i . \end{cases}$$

Коэффициенты а, определяются по формулам

$$a_{0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{i} \sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - \sum_{i=1}^{n} x_{i} \sum_{i=1}^{n} x_{i} y_{i}}{\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{i}\right)^{2}},$$
$$a_{1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i} y_{i} - \sum_{i=1}^{n} x_{i} \sum_{i=1}^{n} y_{i}}{\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{i}\right)^{2}}.$$

#### МЕТОД ПРОГОНКИ

Систему уравнений (1) для нахождения коэффициентов кубического интерполирующего сплайна можно представить в виде [5—7]

$$\begin{pmatrix} a_{0} & b_{0} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ c_{1} & a_{1} & b_{1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{2} & a_{2} & b_{2} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & c_{n-2} & a_{n-2} & b_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & c_{n-1} & a_{n-1} & b_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & c_{n} & a_{n} \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} m_{0} \\ m_{1} \\ m_{2} \\ \vdots \\ m_{n-2} \\ m_{n-1} \\ m_{n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{0} \\ d_{1} \\ d_{2} \\ \vdots \\ d_{n-2} \\ d_{n-1} \\ d_{n} \end{pmatrix},$$

$$(4)$$

где

$$a_{0} = \frac{h_{1}}{3}, b_{0} = \frac{h_{1}}{6}, d_{0} = -p_{0} + \frac{y_{1} - y_{0}}{h_{1}},$$

$$c_{n} = \frac{h_{n}}{6}, a_{n} = \frac{h_{n}}{3}, d_{n} = p_{n} - \frac{y_{n} - y_{n-1}}{h_{n}},$$

$$c_{i} = \frac{h_{i}}{6}, a_{i} = \frac{h_{i} + h_{i+1}}{3}, b_{i} = \frac{h_{i+1}}{6},$$

$$d_{i} = \frac{y_{i+1} - y_{i}}{h_{i+1}} - \frac{y_{i} - y_{i-1}}{h_{i}}, i = 1, ..., n - 1$$

Решение трехдиагональной системы (4) находится в виде

$$m_i = \lambda_i m_{i+1} + \mu_i,$$
  
 $i = 0, ..., n - 1,$ 

где  $\lambda_i$ ,  $\mu_i$  — прогоночные коэффициенты ( $m_n = \mu_n$  при  $b_n = 0$ ).

Рекуррентные формулы для прогоночных коэффициентов λ<sub>,</sub>, μ, имеют вид

$$\lambda_{0} = -\frac{b_{0}}{a_{0}}, \ \mu_{0} = \frac{d_{0}}{a_{0}},$$
$$\lambda_{i} = \frac{-b_{i}}{a_{i} + c_{i}\lambda_{i-1}}, \ \mu_{i} = \frac{d_{i} - c_{i}\mu_{i-1}}{a_{i} + c_{i}\lambda_{i-1}}$$
$$i = 1, ..., n.$$



*Рис.* 1. Кубические сглаживающие сплайны: *а* — кубический интерполирующий сплайн; *б*, *в* — сглаживающие сплайны при коэффициентах сглаживания 0.8 и 0.3. Крестики — узловые точки сплайна, штриховая линия — линейная аппроксимация

#### МОДЕЛЬ РЕЛЬЕФА ТЕРРИТОРИИ СЪЕМКИ

Модель рельефа территории съемки может быть создана одним из следующих способов [1, 9, 12]: по данным спутниковой стереосъемки, по данным спутниковой радиолокационной съемки, по данным наземной геодезической съемки, по данным GPS-съемки, синтезирована из слоя рельефа цифровой карты местности.

В настоящее время в картографии и ГИС используются векторные (изолинии, TIN-сетки) и растровые (матрицы высот, светотени) цифровые модели рельефа. В данной работе используется растровая модель рельефа территории съемки SRTM-90, полученная по данным спутниковой радиолокационной съемки и преобразованная в файл формата DEM.

#### ПЕРЕХОДЫ МЕЖДУ КАРТОГРАФИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ КООРДИНАТ

Поскольку выбор узловых точек протяженного объекта и последующая сплайн-аппроксимация

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1

выполняются в географической (широтно-долготной) системе координат, а большинство современных крупномасштабных электронных карт выполнены в картографических проекциях (как правило, в UTM), то при планировании и моделировании спутниковой съемки необходимо выполнять преобразование картографических координат в географические и обратно [2, 15].

Переход от геодезических координат к картографическим. Переход от геодезических координат спутника  $\varphi$  и  $\lambda$  к картографическим координатам *x* и *y* производится по формулам

$$y = B(\phi) + \frac{t}{2}N\cos^{2}\phi \cdot l^{2} + \frac{t}{24}N\cos^{4}\phi \cdot (5 - t^{2} + 9\eta^{2})l^{4} + \frac{t}{720}N\cos^{6}\phi \cdot (61 - 58t^{2} + t^{4} + 270\eta^{2} - 330t^{2}\eta^{2})l^{6} + \frac{t}{40320}N\cos^{8}\phi \cdot (1385 - 3111t^{2} + 543t^{4} - t^{6})l^{8},$$
$$x = N\cos\phi \cdot l + \frac{1}{6}N\cos^{3}\phi \cdot (1 - t^{2} + \eta^{2})l^{3} + \frac{1}{120}N\cos^{5}\phi \cdot (5 - 18t^{2} + t^{4} + 14\eta^{2} - 58t^{2}\eta^{2})l^{5} + \frac{1}{5040}N\cos^{7}\phi \cdot (61 - 479t^{2} + 179t^{4} - t^{6})l^{7},$$

где  $B(\phi)$  — длина дуги меридиана от экватора,  $N = \frac{a^2}{b\sqrt{1+\eta^2}}$  — радиус кривизны в первом вертикале,  $\eta^2 = e'^2 \cos^2 \phi$  — вспомогательный параметр,  $e'^2 = (a^2 - b^2)/b^2$  — второй числовой эксцентриситет,  $t = tg\phi$  — вспомогательная величина,  $l = \lambda - \lambda_0$  — разность долгот,  $\lambda_0$  — долгота центрального меридиана.

Длина дуги меридиана  $B(\phi)$  вычисляется при помощи следующего разложения в ряд:

 $B(\phi) = \alpha [\phi + \beta \sin 2\phi + \gamma \sin 4\phi + \delta \sin 6\phi + \varepsilon \sin 8\phi],$ где

$$\alpha = \frac{a+b}{2} \left( 1 + \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{64}n^4 \right),$$
  

$$\beta = -\frac{3}{2}n + \frac{9}{16}n^3 - \frac{3}{32}n^5,$$
  

$$\gamma = \frac{15}{16}n^2 - \frac{15}{32}n^4,$$
  

$$\delta = -\frac{35}{48}n^3 + \frac{105}{256}n^4,$$

$$\varepsilon = \frac{315}{512}n^4,$$
$$n = \frac{a-b}{a+b}.$$

Переход от картографических координат к геодезическим. Переход от картографических координат спутника *x* и *y* к геодезическим координатам  $\varphi$  и  $\lambda$  производится по формулам

$$\begin{split} \varphi &= \varphi' + \frac{t}{2N^2} (-1 - \eta^2) x^2 + \\ &+ \frac{t}{24N^4} (5 + 3t^2 + 6\eta^2 - 6t^2\eta^2 - 3\eta^4 - 9t^2\eta^4) x^4 + \\ &+ \frac{t}{720N^6} (-61 - 90t^2 - 45t^4 - 107\eta^2 + 162t^2\eta^2 + 45t^4\eta^2) x^6 + \\ &+ \frac{t}{40320N^8} (1385 + 3633t^2 + 4095t^4 + 1575t^6) x^8, \\ \lambda &= \lambda_0 + \frac{1}{N\cos\varphi} x + \frac{1}{6N^3\cos\varphi} (-1 - 2t^2 - \eta^2) x^3 + \\ &+ \frac{1}{120N^5\cos\varphi} (5 + 28t^2 + 24t^4 + 6\eta^2 + 8t^2\eta^2) x^5 + \\ &+ \frac{1}{5040N^7\cos\varphi} (-61 - 662t^2 - 1320t^4 - 720t^6) x^7, \end{split}$$

где *N*, η, *t* вычисляются для значения широты точки пересечения  $\phi'$ 

 $\phi' = y' + \beta \sin 2y' + \gamma \sin 4y' + \delta \sin 6y' + \epsilon \sin 8y'$ , где

$$\alpha = \frac{a+b}{2} \left( 1 + \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{64}n^4 \right),$$
  
$$\beta = \frac{3}{2}n - \frac{27}{32}n^3 + \frac{269}{512}n^5, \quad \gamma = \frac{21}{16}n^2 - \frac{55}{32}n^4,$$
  
$$\delta = \frac{151}{96}n^3 - \frac{417}{128}n^4, \quad \varepsilon = \frac{1097}{512}n^4, \quad y' = \frac{y}{\alpha}.$$

#### АППРОКСИМАЦИЯ ПРОТЯЖЕННОГО ОБЪЕКТА

Для аппроксимации протяженных объектов сложной конфигурации наиболее эффективны методы сплайн-аппроксимации [7, 9, 16]. На рис. 2 показана кусочно-линейная аппроксимация узловых точек объекта съемки (приграничной территории). Легко видеть, что линейная аппроксимация не обеспечивает полного покрытия объекта съемки.

На рис. 3 показаны контуры покрытия при сплайн-интерполяции заданного протяженного

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1



Рис. 2. Кусочно-линейная аппроксимация объекта съемки



Рис. 3. Контур покрытия при сплайн-интерполяции объекта съемки



Рис. 4. Контур покрытия при сплайн-аппроксимации объекта съемки

ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20. № 1

участка приграничной территории. Как видно из рис. 3, сплайн-интерполяция имеет существенную кривизну, что требует динамичного перенацеливания спутника.

Определение оптимального покрытия протяженного объекта с учетом полосы захвата съемочного прибора и требуемого направления сканирования производится путем подбора коэффициента сглаживания сплайна и при необходимости — сдвигов и поворотов контура покрытия.

На рис. 4 показаны контуры покрытия при сплайн-аппроксимации заданного протяженного участка приграничной территории. Как видно из рис. 4, сплайн-аппроксимация обеспечивает полное покрытие заданного участка приграничной территории при меньшей кривизне контура сцены.

#### выводы

Предложена эффективная методика математического описания протяженных объектов сложной конфигурации с использованием сплайнаппроксимации.

Данная методика позволяет получать оптимальное покрытие протяженного объекта путем подбора коэффициента сглаживания сплайна и при необходимости сдвигов и поворотов контура покрытия с учетом полосы захвата съемочного прибора, требуемого направления сканирования и ограничений на диапазоны углов перенацеливания и угловых скоростей спутника.

Результаты компьютерного моделирования подтвердили высокую эффективность предложенной методики. При спутниковой съемке протяженных приграничных территорий запада Украины (участок Ужгород — Черновцы) угловые скорости перенацеливания спутника в среднем составили менее 0.5 град/с. При этом сплайн-аппроксимация объекта съемки оказалась наиболее эффективной как для оперативности съемки (выполняется за один виток), так и для доли покрытия территории (100 %).

1. Гофманн-Велленгоф Б., Ліхтенеггер Г., Коллінз Д. Глобальна система визначення місцеположення (GPS).

Теорія і практика: Пер. з англ. під ред. Я. С. Яцківа. — К.: Наук. думка, 1995. — 380 с.

- Долинец Ю. С., Мозговой Д. К. Технология спутниковой съемки с ненулевыми угловыми скоростями // X Міжнар. молодіжна наук.-практ. конф. «Людина і космос»: 36. тез. — Д.: НЦАОМ, 2008. — С. 495.
- 3. *Макаров О. Л., Мозговой Д. К., Кулабухов А. М. и др.* Технология спутниковой съемки в процессе перенацеливания / // Космічна наука і технологія. — 2011. — **17**, № 6. — С. 3—9.
- 4. Макаров А. Л., Мозговой Д. К., Кулабухов А. М. и др. Повышение оперативности спутниковой съемки протяженных территорий сложной конфигурации // Авиационно-космическая техника и технология. — Харьков: Нац. аэрокосмический ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», 2012. — С. 113—122.
- 5. Макаров О. Л., Мозговой Д. К., Кулабухов А. М. и др. Учет погрешностей ориентации КА при съемке с ненулевыми угловыми скоростями / // Космічна наука і технологія. — 2013. — **19**, № 1. — С. 20—27.
- 6. Макаров А. Л., Мозговой Д. К., Хорошилов В. С. и др. Методы повышения эффективности спутниковой съемки произвольно расположенных протяженных участков Земли // «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии»: Матер. 21-я Междунар. конф. конф. (Севастополь, 12—16 сент. 2011 г.). — Севастополь: Вебер, 2011. — С. 182—183.
- 7. *Мозговий Д. К.* Методика супутникової зйомки малорозмірних слабоконтрастних об'єктів // Програма наук. конф. за підсумками наук.-досл. роботи університету за 2010 рік. Дніпропетровськ: ДНУ, 2010. С. 108.
- Мозговий Д. К. Підвищення інформативності супутникової зйомки малорозмірних об'єктів земної поверхні / Програма наукової конференції за підсумками науково-дослідної роботи університету за 2012 рік. — Дніпропетровськ: ДНУ, 2012. — С. 92.
- 9. *Мозговой Д. К.* Технология съемки протяженных объектов // IX Міжнар. молодіжна наук.-практ. конф. «Людина і космос»: Зб. тез. Дніпропетровськ: НЦАОМ, 2007. С. 439.
- Мозговой Д. К. Спутниковая съемка с высоким разрешением при ненулевых угловых скоростях // Доклад на заседании научного семинара «Космическая техника и технологии», 17 декабря 2008 г.: Тез. докл. — Днепропетровск: Физико-технический факультет ДНУ, 2008.
- 11. *Мозговой Д. К.* Управление ориентацией КА Д33 высокой разрешающей способности // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Ракетно-космічна техніка. 2009. Вип. 13, **1**, № 17/4. С. 59—65.
- 12. Мозговой Д. К. Метод программного управления угловым движением спутника ДЗЗ в процессе съемки //

Междунар. конф. «Космические технологии: настоящее и будущее», 16—20 апреля 2013 г.: Тез. докл. — Днепропетровск: ГКБ «Южное», 2013. — С. 61.

- 13. Мозговой Д. К. Использование данных MODIS и ASTER для решения актуальных прикладных задач // Междунар. научно-практическая конф. «Стратегические решения информационного развития экономики, общества и бизнеса на современном этапе», 17—19 июля 2013 г., п. Научный, АР Крым, Украина: Тез. докл. — Научный, 2013. — С. 113— 114.
- 14. *Мозговой Д. К., Волошин В. И.* Спутниковая съемка протяженных объектов // Вісник Дніпропетр. унту. Ракетно-космічна техніка. 2006 Вип. 10, **2**, № 9/2. С. 239—241.
- 15. Мозговой Д. К., Волошин В. И. Технология съемки прибрежных зон // Современные проблемы рационального природопользования в прибрежных морских акваториях Украины: Тез. докл. Междунар. конф. молодых ученых (Кацивели, 12—14 июня 2007). — Севастополь, 2007. — С. 21—22.
- Mozgovoy D. Method of program's control of angle motion of remote sensing satellite during the shooting // Technologies: Present and Future. International Conf. – Dnepropetrovsk: Yuzhnoe State Design Office, 2013. – P. 158–159.

Стаття надійшла до редакції 16.01.14

О. Л. Макаров, Д. К. Мозговий, А. М. Кулабухов, В. С. Хорошилов, В. Н. Балашов, В. М. Попель МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОТЯЖНИХ

# ОБ'ЄКТІВ СУПУТНИКОВОЇ ЗЙОМКИ

Наведено методику математичного опису протяжних об'єктів складної конфігурації при плануванні зйомки із застосуванням супутників дистанційного зондування Землі з оптико-електронними сканерами високої просторової роздільної здатності. Методика базується на використанні сплайн-інтерполяції. Вона дозволяє одержувати оптимальне покриття зйомки з урахуванням полоси захоплення знімального пристрою, потрібного напрямку сканування і обмеження системи орієнтації супутника.

#### A. L. Makarov, D. K. Mozgovoy, A. M. Kulabukhov, V. S. Khoroshilov, V. N. Balashov, V. M. Popel' A MATHEMATICAL MODEL OF ELONGATED OBJECTS OF SATELLITE IMAGERY

We describe a procedure for the mathematical description of extended objects with complex configuration in the design of a satellite imagery with the use of electro-optical scanners of high spatial resolution. The procedure is based on the splineinterpolation use. It allows one to receive optimum cover of shooting taking into account a band of acquisition of the filmmaking device, the required direction of scanning and limitations of the satellite attitude control system. УДК 621.039.7:629.78

#### А. В. Дегтярев

Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля», Дніпропетровськ

## ПРОБЛЕМНЫЕ ВОПРОСЫ ВЫВЕДЕНИЯ РАДИОАКТИВНЫХ ОТХОДОВ В КОСМОС

Показано, что дальнейшее развитие мировой атомной энергетики может привести к недопустимому радиоактивному загрязнению биосферы Земли. Одним из направлений решения этой проблемы может быть выведение радиоактивных отходов в космос. Приведены оценки масс радиоактивных отходов, которые могут быть выведены в космос при использовании ракеты «Зенит-3SLБФ» и перспективной ракеты-носителя тяжелого класса. Решение этой проблемы связано с созданием международных документов, дающих, в частности, право государству или группе государств осуществлять пуски ракет-носителей, несущих на своем борту радиоактивные отходы.

Ожидаемое увеличение населения планеты и необходимость стабильного развития мировой экономики требуют значительного увеличения энергопотребления. По оценкам экспертов энергопотребление до 2020 г. должно увеличиться вдвое, до 2050 г. — втрое. Решение такой задачи в ближайшей и среднесрочной перспективе без использования и развития атомной энергетики вряд ли возможно.

Сегодня в 30 странах мира работают 430 промышленных атомных реакторов, более 160 реакторов находятся в стадии разработки, на строительство атомных блоков поступило более 60 заявок. Несмотря на крупные аварии на Чернобыльской АЭС и станции Фукусима, ориентацию на развитие атомной промышленности сохраняют развитые страны мира. В США действуют 104 атомных реактора, в России — 31, в Германии — 19, в Украине — 14.

Ориентация государств при развитии систем энергообеспечения на атомную промышленность вызвана следующими факторами:

• высокой концентрацией энергии в уране: 1 кг урана эквивалентен 20000 кг угля (соответственно в 20 тысяч раз уменьшается нагрузка на транспорт и складские помещения); • минимальным загрязнением атмосферы: 2—6 г двуокиси углерода на 1 кВт электроэнергии, что на два порядка меньше, чем при использовании угля, нефти или газа;

• минимально вредным влиянием на здоровье людей: смертность в зоне работы атомных электростанций (АЭС) в 300 раз меньше, чем в зонах теплоэлектростанций (ТЭС), работающих на угле;

• экономическими преимуществами — полная себестоимость электроэнергии АЭС ниже, чем на ТЭС при незначительной зависимости электроэнергии АЭС от стоимости топлива (двойное увеличение стоимости топлива приводит к увеличению стоимости электроэнергии для АЭС на 9 %, для ТЭС на угле — на 31 %, для ТЭС на газе — на 66 %).

Проблема защиты окружающей среды. Эксплуатация действующих и новых атомных станций приведет со временем к повышению угрозы заражения биосферы Земли радиоактивными отходами. К 2006 г. в мире накоплено более 200 тыс. т отработанного ядерного топлива. Ежегодно к ним добавляется 10—12 тыс. т. Прирост особо опасных радиоактивных отходов составляет 25—30 т в год в мире, в том числе 2.4—3 т в год в СНГ.

К основным источникам радиоактивных отходов (РАО) высокой активности следует отнес-

© А. В. ДЕГТЯРЕВ, 2014

ти также реализацию военных программ, эксплуатацию транспортных ядерных реакторов и радиохимических заводов [5].

Проблема изоляции радиоактивных отходов. Несмотря на то что атомная промышленность состоит на службе человека более полувека, прогресс в создании хранилищ радиоактивных отходов практически нет. Основной принцип, используемый при строительстве защитных сооружений, состоит в создании многочисленных пассивных барьеров на пути проникновения РАО в биосферу. В качестве барьеров используются приобъектные бассейны, способы иммобилизации в коррозионно-стойкие материалы, контейнеризация, захоронение в устойчивых геологических формациях.

В настоящее время используются два основных ядерно-топливных цикла, отличающихся уровнем радиоактивных отходов:

• закрытый ядерно-топливный цикл, при котором после 3-5 лет нахожденияв приобъектном бассейне отработанное топливо попадает на радиохимический завод, где из него извлекают остаточный уран и плутоний с целью повторного использования; остаточные радиоактивные отходы размещают в стабильных геологических породах — могильниках; такой цикл реализован в России, Великобритании, Японии, Китае;

• открытый ядерно-топливный цикл, при котором радиохимической переработки топлива нет; отработанное топливо сохраняется длительное время в специальных хранилищах (до того времени, когда будет создано новое поколение реакторов [1]); такой путь избрали США, Канада, Швеция, Германия.

В первом случае частичное извлечение урана и плутония создает лишь видимость переработанного топлива, так как в нем еще остается значительное количество радиоактивных элементов. Кроме того, при переработке топлива образуются огромные объемы зараженных сточных вод, требующих соответствующего хранения и последующей утилизации.

Во втором случае все долгоживущие активные радионуклиды остаются в отходах. Длительное их хранение в специализированных хранилищах создает опасность того, что в случае техногенной или природной аномалии громадное количество радионуклидов будет выброшено в атмосферу. Последствия такого выброса могут быть более катастрофическими, чем при аварии на Чернобыльской АЭС.

Учитывая увеличение объемов РАО и связанное с этим возрастание угрозы загрязнения биосферы Земли, учеными-ядерщиками во многих государствах ведутся усиленные исследования по разработке новых реакторов, позволяющих снизить уровень активности радиоактивных отходов.

Перспективные проекты переработки радиоактивных отходов. Есть ряд проектов переработки и утилизации радиоактивных отходов. На это выделяются значительные средства.

К числу таких проектов следует отнести проект уничтожения наиболее опасных радионуклидов «пережиганием» в поле интенсивного нейтронного излучения. Наиболее реальными считаются два направления: «пережигание» нежелательных нуклидов в специализированных быстрых реакторах при условии повышения жесткости нейтронного спектра по сравнению с энергетическим и создание устройств с высокой плотностью тепловых нейтронов.

Во Франции проектируется реактор четвертого поколения, продуцирующий меньше РАО и лучше использующий урановые ресурсы [9], в России — двухцелевой ядерный реактор на быстрых нейтронах, решающий две задачи: выработку тепла и электроэнергии и «дожигание» радиоактивных отходов до стабильных изотопов [8].

В Бельгии планируется разработка многоцелевого гибридного исследовательского реактора для высокотехнологических приложений с использованием в качестве топлива тория-232 [2]. Ядерные реакторы на ториевом топливе более безопасны. Ториевая энергия, в отличие от урановой, не нарабатывает плутоний и трансурановые элементы, что важно как с экологической точки зрения, так и с точки зрения нераспространения ядерного оружия. Главное в конструкции ториевого реактора — невозможность аварий типа Чернобыльской или аварии на АЭС Фукусима (в случае выхода из строя любого из компонентов цепная реакция просто прекращается). Разрабатываются электроядерные установки, позволяющие сжигать не только собственные долгоживущие РАО, но и принимать на себя уничтожение таких отходов с других АЭС, в том числе уже накопленных атомной промышленностью.

Следует заметить, что разработка и внедрение перспективных проектов по переработке РАО связаны с созданием новых электроядерных и термоядерных технологий, базирующихся на результатах новейших научных фундаментальных и прикладных исследований. Например, реализация глубокой химической переработки отработанного ядерного топлива с достаточно эффективным его разделением возможна пока лишь в перспективе при разработке эффективных мер безопасности, так как регенерация топлива требует перевода материала в газообразное состояние. Речь идет по существу о создании новой атомной промышленности, не имеющей опасных радиоактивных отходов. Это требует объединения значительных усилий множества специализированных государственных и частных организаций развитых стран мира, выделения в течении ряда лет значительных финансовых, технологических и технических ресурсов, а также продолжительного времени.

Хотелось бы, чтобы проблема радиоактивных отходов была решена на Земле, без использования космоса. Однако, учитывая неопределенность сроков создания такой промышленности, а также объемы ежегодного накопления радиоактивных отходов, сегодня целесообразно проводить исследования и по другим перспективным направлениям работ, связанных с изоляцией РАО. Одним из таких направлений является исследование возможности выведения РАО в космос.

Проблемные вопросы выведения радиоактивных отходов в космос. Впервые идею выведения радиоактивных отходов в космос высказал в 1959 г. академик П. Л. Капица, спустя тринадцать лет независимо от него — американский физик Д. Шлезинджер [7]. Интерес к удалению РАО в космос возрос после аварии на Чернобыльской АЭС. После аварии на атомной станции Фукусима появился ряд новых работ, связанных с разработкой способов и систем защиты от радиоактивных отходов. На ГП «КБ «Южное» идея космического захоронения РАО в постановочном плане исследовалась в 1990-е гг. Вопросы о критериях безопасности биосферы Земли, а также требования к системе запуска «Земля—орбита» и к контейнеру для РАО рассмотрены в работе [4]. Технические, экономические и правовые проблемы выведения радиоактивных отходов в космос исследованы ГП «КБ «Южное» в текущем году [3].

Целесообразность выведения РАО в космос продиктована следующими соображениями:

• биосфера Земли не сможет сколь угодно долго ассимилировать возрастающие объемы РАО, производимых человечеством;

• нельзя исключать, что со временем размещенные на/в Земле радиоактивные отходы будут проникать в окружающую среду; нельзя также исключать проявления техногенных и природных аномалий в местах захоронения РАО, которые приведут к катастрофическим последствиям;

• захоронение РАО в космосе позволит удалить радиоактивные отходы на безопасное расстояние от Земли на время, пока не появятся высокотехнологические системы, способные проводить переработку РАО в условиях космического пространства;

 к настоящему времени ракетно-космическая техника достигла такого уровня развития, когда создание высоконадежных ракетно-космических комплексов (РКК), способных доставлять РАО на требуемые орбиты, не вызовет проблем принципиального характера; главным вопросом здесь будет выполнение жестких требований обеспечения безопасности при обращении с РАО, а также обеспечение высокой надежности систем защиты РАО при нештатных ситуациях.

Сложность решения проблемы выведения РАО в космос трудно переоценить. Необходимо пересмотреть современные знания о космосе и Вселенной на основе создания новой научной основы, которая позволила бы осознанно понимать последствия размещения РАО в космосе для человека и окружающего мира. Без создания мощной кооперации, объединения ресурсов, широкого международного обсуждения этой проблемы, а также разработки международно-правовых документов, дающих право государствам размещать РАО в космосе, решение этой проблемы вряд ли будет возможным.

О вариантах размещения радиоактивных отходов в космосе. Еще предстоит проведение емких и сложных исследований по выбору рационального варианта размещения радиоактивных отходов в космосе. Среди возможных вариантов можно отметить размещение РАО на орбитах планет Солнечной системы, исключая Землю, гелиоцентрических орбитах, незамкнутых орбитах для выведения РАО за пределы Солнечной системы, прямую транспортировку на Солнце и другие.

Следует заметить, что для транспортировки РАО на Солнце с опорной околоземной орбиты необходимо сообщить дополнительную характеристическую скорость около 24 км/с; требуемая характеристическая скорость для вывода КА за пределы Солнечной системы равна 8.75 км/с, что уменьшает полезную нагрузку ракет-носителей по сравнению со случаем использования гелиоцентрической орбиты.

Выбор основного варианта размещения РАО в космосе будет зависеть от достижимых в рассматриваемый период энергетических затрат, необходимых для получения требуемых скоростей, массово-энергетических характеристик ракет-носителей, предназначенных для выведения РАО в космос, возможностей глубокой переработки РАО в космосе, результатов анализа технико-экономических аспектов решения проблемы, а также решения международно-правовых вопросов, связанных с выведением РАО в космос.

Ниже, в качестве примера, для одной из возможных гелиоцентрических орбит с радиусом 1.15 а. е. [3] и предлагаемой схемы полета РН для выведения РАО в космос проведена оценка энергетических возможностей ракеты космического назначения «Зенит-ЗSLБФ» и перспективной РН тяжелого класса при старте с космодрома Байконур с учетом специфики обращения с РАО. В рассматриваемом случае РН тяжелого класса включает два разгонных блока. Первый создают на базе двигателя РД805К (удельный импульс в вакууме 352 с). При суммарной массе полезного груза на опорной орбите 70 т масса разгонного блока 48 т и масса разгоняемого груза 22 т. Второй разгонный блок создают на базе РБ «Фрегат». При использовании его двигателя (удельный импульс в вакууме 333 с) требуемая масса топлива для импульса в афелии составляет 5.73 т, что соответствует одному из вариантов РБ «Фрегат».

Используемая при проведении оценок гелиоцентрическая орбита также требует серьезного и всестороннего обоснования. С технической и экологической точек зрения можно сказать, что гелиоцентрическая орбита с таким радиусом является достаточно устойчивой для обеспечения полной безопасности Земли. Кроме того, в случае столкновения контейнера с РАО с космическими телами на этой орбите распыленные РАО под воздействием солнечного ветра, представляющего непрерывный поток плазмы, радиально распространяющийся от Солнца со средней скоростью 400 км/с, будут уноситься на периферию Солнечной системы.

В состав верхней ступени каждой РН включали аэродинамическую капсулу с контейнером, содержащим РАО, и систему ее спасения (рис. 1, 2).

При этом полагалось следующее:

• ракетно-космический комплекс, предназначенный для выведения РАО в космос, создается в международной кооперации;

• в РКК внедрены решения по повышению надежности и безопасности выведения, включая резервирование жизненно важных систем и агрегатов;

• при аварийных пусках защита радиоактивных отходов обеспечивается бортовыми средствами аппарата и контейнером РАО;

• трассы полета РН оборудованы наземными и воздушными средствами слежения, способными при аварийных пусках с требуемой точностью определять место падения (приводнения) аэродинамической капсулы с контейнером РАО;

• азимуты пусков РН выбраны из условия обеспечения безопасности по трассе выведения, а опорные (парковочные) орбиты — из условий обеспечения радиационной безопасности старта



*Рис.* 1. Общий вид парковочной (разгонной) ступени РН с аэродинамической капсулой и контейнером с РАО



Контейнер с РАО

*Рис. 2*. Общий вид аэродинамической капсулы с контейнером РАО

ступени с РАО и исключения возможности столкновения с космическим мусором;

• высота парковочной орбиты обеспечивает резерв времени для парирования нештатных ситуаций и «эвакуации» РАО с использованием аэродинамической капсулы.

Кроме того, выбор конструкции и весовых характеристик аэродинамической капсулы с контейнером РАО проведен исходя из условия обеспечения экологической безопасности при нештатных режимах возвращения капсулы на Землю.

В качестве схемы выведения ракетой-носителем космического аппарата на гелиоцентрическую орбиту была принята схема, включающая четыре этапа:

 выведение разгонной ступени РН на парковочную эллиптическую орбиту непрерывной работой первых двух ступеней ракеты-носителя;

 – формирование промежуточной орбиты первым включением маршевого двигателя третьей ступени в окрестности перигея парковочной орбиты;

– формирование отлетной геоцентрической орбиты (эллиптической гелиоцентрической) на конец второго включения;

 формирование гелиоцентрической круговой орбиты захоронения РАО дополнительным включением двигателя третьей ступени (или двигателя космического аппарата в афелии орбиты, сформированной предыдущим включением).

Параметры парковочной орбиты выбраны, исходя из условия обеспечения приемлемого времени существования парковочной (разгонной) ступени РН в случае нештатной ситуации, связанной с реализацией дальнейших этапов выведения.

Результаты расчетов показали, что при использовании принятой схемы полета масса, выводимая на заданную орбиту с помощью PH «Зенит-3SLБФ», составит 2.3 т, при использовании PH тяжелого класса — 15.1 т.

Оценки показали, что РКН «Зенит-3SLБФ» в обычной конфигурации не может использоваться для выведения РАО на заданную орбиту вследствие значительных весовых затрат на аэродинамическую капсулу и контейнер для РАО. Ситуация может измениться, если в схеме полета задействовать «космический» буксир, выполняющий транспортировку ИСС на гелиоцентрическую орбиту с достаточно высоких орбит (или в случае применения разгонной ступени с более эффективными компонентами топлива).

При использовании РН тяжелого класса масса РАО, доставленная на гелиоцентрическую орбиту, составит 6.33 т. При этом масса аэродинамической капсулы составит 27 % общей массы, выводимой на орбиту, а масса контейнера для РАО — 24 %.

О выведении энергетических установок с ядерным топливом в космос. Дальнейшее освоение космоса проблематично без использования космических аппаратов с ядерными энергетическими установками на борту. При длительных полетах и движении в сторону от Солнца эффективность солнечных батарей падает. Например, при перелете на Марс с использованием солнечной энергии потребовались бы солнечные батареи общей площадью в несколько футбольных полей. Примером эффективного использования генераторов с ядерным топливом могут служить генераторы американского космического аппарата «Кассини»<sup>1</sup>: три генератора, содержавших на момент старта 33 кг плутония. Именно они обеспечивают его энергией при полете к планете Сатурн и ее исследовании в течение более 15 лет. Без использования ядерных генераторов обеспечение энергией всех систем «Кассини» в течение такого продолжительного времени было бы вряд ли возможно.

Другой пример. Перелет на Марс при использовании современных химических двигателей будет длиться около двух лет. Осуществив посадку на Марс, нужно находиться на его поверхности по крайней мере 2–3 недели для проведения исследований. В течение этого срока экспедицию необходимо обеспечивать теплом и энергией. Современные космические корабли имеют уровень энергетического обеспечения 20–30 кВт. Осуществить марсианскую миссию с таким уровнем энергообеспечения практически невозможно. Необходима разработка ядерных источников энергии мегаваттного класса.

Кроме того, при таком перелете целесообразно использовать вместо химических двигателей ядерные энергодвигательные установки (ЯЭДУ)<sup>2</sup>. Удельный импульс таких двигателей

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Автоматический аппарат «Кассини» — один из наиболее сложных аппаратов, созданных NASA в содружестве с европейским и итальянским агентствами. Его стартовая масса примерно 6 т, высота более 10 м. С момента старта «Кассини» прошло более 15 лет и уже более восьми лет этот аппарат работает вблизи планеты Сатурн. За прошедшее время «Кассини» передал более 444 гигабайт информации, в том числе более 300 000 изображений. Среди них — виды самой планеты, ее лун с разных дистанций, снимки поверхности Титана с европейского спускаемого аппарата «Гойгенс», совершившего в январе 2005 г. первую в истории посадку на этом небесном теле. В настоящее время работа «Кассини» продлена до 2017 г. [9].

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Лидером в создании ЯЭДУ является Россия. В настоящее время в стадии завершения разработки находится ядерная компактная энергетическая установка мощностью 1000 кВт с двигателями на электрореактивной тяге. Возможен вариант, при котором двигатели будут работать на ксеноне, разогретом до высокой температуры. Нельзя исключать, что в последующем может быть создана международная программа разработки ЯЭДУ (по примеру Международной программы сотрудничества в сфере создания управляемого термоядерного синтеза).

по сравнению с химическими больше в 20 раз, стартовая масса экспедиционного комплекса в сравнении с комплексом на базе химического двигателя уменьшится с 2000 до 500 т.

Следует отметить, что последствия для экологии, связанные с аварийным разрушением изотопных и ядерных ЭДУ, на различных стадиях эксплуатации могут быть сравнимы с последствиями аварийного разрушения контейнера с РАО. Учитывая проблематичность дальнейшего освоения космоса при проведении длительных полетов, а также тот факт, что деятельность, связанная с использованием ядерных источников энергии в космическом пространстве, должна осуществляться в соответствии с международным правом, Комитетом ООН по космосу были сформулированы «Принципы, касающиеся использования ядерных источников энергии в космическом пространстве», утвержденные резолюцией Генеральной Ассамблеи ООН в 1992 г. В соответствии с третьим Принципом этого документа «...для сведения к минимуму количества радиоактивного материала в космосе и связанных с этим рисков использование ядерных источников энергии в космическом пространстве ограничивается теми космическими полетами, которые не могут осуществляться разумным способом с использованием неядерных источников энергии...»

Проблемные вопросы разрешительных норм международного права. К настоящему времени создана основательная международно-правовая база деятельности в космосе на уровне ООН, МАГАТЭ и законодательства государств. Нормативно-правовая база ООН в космической области определяется пятью крупными международными документами и пятью резолюциями, принятыми в разные годы Генеральной Ассамблеей ООН. Основные их положения направлены на обеспечение безопасности мирового сообщества и ответственности государства за причиненный ущерб при нештатных ситуациях, связанных с космической деятельностью.

Усилиями МАГАТЭ разработан всеобъемлющий комплекс норм безопасности в области ядерной энергетики, радиационной защиты, обращения с радиоактивными отходами и перевозок радиоактивных материалов для условий обращения РАО на Земле. Нормы периодически обновляются и выпускаются в форме серий норм этой организации.

К настоящему времени сформирован один из основных принципов международного права — принцип непричинения ущерба окружающей среде. Наиболее полно он сформулирован в XXI Стокгольмской декларации об окружающей среде 1972 г.: «...государства несут ответственность за обеспечение того, чтобы деятельность в рамках их юрисдикции или контроля не наносила ущерба окружающей среде других государств или районов за пределами действия национальной юрисдикции».

Вопрос о правомочности государств или группы государств осуществлять космические пуски ракет-носителей, несущих на своем борту радиоактивные отходы, к настоящему времени не урегулирован. Более того, несмотря на разрешение выводить в космос космические аппараты с энергетическими установками с ядерным топливом, ряд действующих международно-правовых и законодательных норм содержит прямые запреты, рекомендации и ограничения на осуществление отдельных действий, необходимых для реализации космического захоронения РАО.

Урегулирование вопроса о правомочности выведения РАО представляется сложной проблемой. Следует учитывать, что даже при получении такого права государствами или группами государств потребуется согласование на уровне ООН и МАГАТЭ космодромов для запуска ракет-носителей с РАО, трасс полета РН, защиты космодрома от потенциальных групп террористов, а также результатов международной экспертизы проектов с точки зрения экологической безопасности.

Разработка и согласование разрешительной части международного права и законодательства государств в части вывода РАО в космос должны проводиться Рабочей группой ООН, имеющей в своем составе юристов, ученых-ядерщиков, разработчиков ракетно-космической техники и других специалистов.

Резюмируя изложенное, можно сказать следующее:

• одной из проблем, с которой может столкнуться мировое сообщество в среднесрочной и дальнейшей перспективе, является защита биосферы Земли от радиоактивных отходов атомных реакторов, число которых неуклонно растет (сегодня в странах мира работают 430 промышленных атомных реакторов, более 160 реакторов находятся в стадии разработки, на строительство новых атомных реакторов поступило более 60 заявок);

• несмотря на то что атомная промышленность состоит на службе человека более полувека, прогресс в создании эффективных хранилищ радиоактивных отходов мало заметен; основной принцип, используемый при строительстве защитных сооружений, состоит в создании многочисленных пассивных барьеров на пути проникновения отходов в биосферу Земли (приобъектные бассейны, иммобилизация в коррозионно-стойкие материалы, контейнеризация, захоронение в устойчивых геологических формациях);

 биосфера Земли не может сколь угодно долго ассимилировать все возрастающие объемы радиоактивных отходов, производимых человечеством; нельзя исключать, что со временем размещенные на/в Земле радиоактивные отходы будут проникать в окружающую среду; следует также учесть, что возможные техногенные и природные катастрофы в местах захоронения РАО могут привести к массовым негативным последствиям;

• в целях снижения опасности радиоактивного загрязнения биосферы Земли во многих странах мира ведутся интенсивные исследования по созданию новых реакторов, позволяющих уничтожать наиболее активные радионуклиды или «дожигать» радиоактивные отходы до стабильных изотопов; однако для полномасштабной разработки и внедрения таких реакторов необходимо продолжительное время, связанное с созданием соответствующих электроядерной и термоядерной технологий;

• одним из возможных путей изоляции радиоактивных отходов является захоронение РАО в космосе, что позволит удалить радиоактивные отходы на безопасное расстояние от Земли на время, пока не появятся высокотехнологические системы, способные проводить переработку РАО в условиях космического пространства;

• при создании ракетно-космических комплексов, предназначенных для выведения РАО в космос, должны выполняться нормы ООН, МА-ГАТЭ и законодательства государств по обращению с радиоактивными отходами как при работах на космодроме, так и в процессе подготовки и пуска; при выведении РАО на орбиту должна обеспечиваться повышенная надежность PH на старте и в полете на всех участках траектории движения, а также повышенная надежность систем, обеспечивающих защиту РАО в случае нештатных ситуаций на любом участке полета и при хранении на орбите;

• дальнейшее освоение космоса невозможно без применения на космических аппаратах (кораблях) изотопных энергетических установок на ядерном топливе; в связи с этим резолюцией Генеральной Ассамблеи ООН разрешается в ограниченных случаях выводить космические аппараты с такими установками на борту в космическое пространство, хотя экологические риски при выведении этих аппаратов будут сопоставимыми с рисками при выведении в космос контейнеров с радиоактивными отходами;

• примером эффективного использования энергетических установок на ядерном топливе в космосе могут служить три изотопных энергетических генератора, содержавших на момент старта 33 кг плутония, американского аппарата «Кассини»; их применение позволило обеспечить энергией все системы «Кассини» в течение более 15 лет;

• создание РКК для выведения РАО в космос в международной кооперации с участием ГП «КБ «Южное» на базе РКН «Зенит-3SLБФ» и перспективной РН тяжелого класса позволит выводить на предлагаемую гелиоцентрическую орбиту полезные массы 2.3 и 15.1 т соответственно.

• для использования РКН «Зенит-3SLБФ» при запусках космических аппаратов с РАО вследствие значительных затрат полезной массы на создание аэродинамической капсулы и контейнера для РАО с требуемой защищенностью

необходимо применение «космического буксира» для транспортировки ИСС с высоких орбит на гелиоцентрическую орбиту (или разгонных ступеней с более эффективными компонентами ракетного топлива); при применении РН тяжелого класса масса РАО, доставленная одним запуском ракеты-носителя, составит 6.3 т; при этом масса аэродинамической капсулы составит 27 % общей массы, выводимой на орбиту, а масса контейнера РАО для заданного изотопного состава радиоактивных отходов — 24 %;

 одним из наиболее сложных проблемных вопросов является международное и законодательное урегулирование правомочности государства или группы государств осуществлять космические пуски ракет-носителей, имеющих на своем борту РАО; вопрос о правомочности государств или группы государств осуществлять космические пуски ракет-носителей, несущих на своем борту радиоактивные отходы, к настоящему времени не урегулирован; более того, ряд существующих международно-правовых и законодательных норм содержит прямые запреты, рекомендации и ограничения на осуществление отдельных действий, необходимых для реализации космического захоронения РАО;

 подготовка соответствующих международных и законодательных документов по вопросу захоронения РАО в космосе должна проводиться специальной Рабочей группой ООН, имеющей в своем составе юристов, ученых-ядерщиков, разработчиков ракетно-космической техники и других специалистов.

Заключение. Лучше всего, чтобы проблема изоляции РАО от биосферы Земли была решена созданием нового поколения реакторов и систем без использования космоса. Однако темпы разработки таких реакторов и систем, а также неопределенность сроков их создания и массового внедрения ставит на повестку дня вопрос о необходимости исследований других перспективных направлений изоляции РАО. Неоспоримым преимуществом предлагаемого варианта является возможность удаления РАО на безопасное расстояние от Земли на продолжительное время, имеющаяся мощная техническая база для решения этой задачи в форме современных ракетно-космических комплексов и космических систем, способных обеспечить надежные запуски контейнеров РАО в космос и осуществлять действенный контроль за их состоянием. Вместе с тем эта проблема очень сложна. Для ее решения необходимо пересмотреть современные знания о ближнем космосе и создать новую научную основу, которая позволила бы осознавать последствия размещения РАО в космосе для человека и окружающего мира. Без создания мощной мировой кооперации, объединения ресурсов, широкого международного обсуждения целесообразности реализации такого подхода, а также разработки международно-правовых документов, дающих право государствам размещать РАО в космосе, положительное решение вряд ли будет возможным. Однако, несмотря на все сложности, мировому сообществу, по мнению автора, уже сегодня необходимо заняться исследованием данной проблемы, пока уровень загрязнения биосферы Земли радиоактивными отходами не достиг критического значения.

- Бекман И. Н. Радиохимия: Курс лекций. М.: МГУ им. М. В. Ломоносова, 2006. — 568 с.
- 2. *Березин А*. Радиоактивные отходы сделают ториевые реакторы дешевле // Ann. Nucl. Energy.—2013.
- Дегтярев А. В., Кушнарев А. П., Дегтяренко П. Г. и др. Технические, экономические и правовые проблемы выведения радиоактивных отходов в космос. — Днепропетровск: НТО / ГП «КБ «Южное», 2013.
- Дегтярев А. В., Кушнарев А. П., Слюняев Н. Н. и др. Критерии оценки безопасности биосферы Земли и окружающей среды. Требования к системе запуска «Земля-Орбита» и к контейнеру с отходами. — Днепропетровск: НТО / КБ «Южное», 2006.
- Дублянский Ю. В. Захоронение радиоактивных отходов: проблемы и концепции в США и России. http://modernproblems.org.ru/ecology/31-radioact.pdf.
- 6. *Ильин А.* «Cassini»: 15 лет в космосе // Новости космонавтики. — 2013. — **23**, № 1 (360).
- Катерняк Л. Очистка биосферы: удаление отходов в космос // Наука и жизнь. — 1994. — № 3.
- 8. Сибирь атомная. XXI век // Тез. II Всерос. науч.практич. конф., Железногорск, Красноярский край, 27—29 января 2010 г. — Железногорск: Атом-пресса, 2010. — № 5 (893).
- 9. *Nuclear* engineering handbook / Ed. by K. D. Kok. Boca Raton: CRC Press, 2009. 786 p.

Стаття надійшла до редакції 18.07.13

#### О. В. Дегтярьов

#### ПРОБЛЕМНІ ПИТАННЯ ВИВЕДЕННЯ РАДІОАКТИВНИХ ВІДХОДІВ У КОСМОС

Показано, що подальший розвиток світової атомної енергетики може призвести до недопустимого радіоактивного забруднення біосфери Землі. Зазначено, що одним з напрямів вирішення цієї проблеми може бути виведення радіоактивних відходів у космос. Наведено результати оцінювання мас радіоактивних відходів, які можуть бути виведені у космос при використанні ракети космічного призначення «Зеніт-ЗSLБФ» і перспективної ракети-носія важкого класу. Вирішення цієї проблеми пов'язано зі створенням міжнародних документів, що дають, зокрема, право державі або групі держав здійснювати пуски ракет-носіїв, які несуть на своєму борту радіоактивні відходи.

#### A. V. Degtyarev

# PROBLEMATIC ISSUES OF RADIOACTIVE WASTE INJECTION INTO SPACE

It is shown that further development of world nuclear power engineering can result in impermissible radioactive contamination of the Earth's biosphere. One of the ways for solution of that problem can be injection of radioactive waste (RAW) into space. We present some results of estimation of RAW masses which can be injected into space with the use of existing Zenit-3SLBF Integrated Launch Vehicle and perspective Heavy Class Launch Vehicle. The solution of the problem under consideration is connected with preparation of international documents making it possible for a state or for a group of states to perform launches of launch vehicles with RAW onboard.

## ДІЯЧІ КОСМІЧНОЇ ГАЛУЗІ

## Члену-кореспонденту НАН України Володимиру Йосиповичу ДРАНОВСЬКОМУ 80 років



10 січня 2014 р. виповнилось 80 років з дня народження доктора технічних наук, професора Володимира Йосиповича Драновського, відомого вченого і видатного фахівця у галузі космічної науки і техніки, заслуженого діяча науки і техніки України, члена-кореспондента НАН України, який протягом майже 20 років у 1986—2006 рр. очолював конструкторське бюро космічних апаратів і систем Державного підприємства «КБ «Південне» ім. М. К. Янгеля» у м. Дніпропетровську.

У 1957 р. В. Й. Драновський закінчив фізикотехнічний факультет Дніпропетровського державного університету за спеціальністю «Системи керування літальними апаратами». З 1957 р. працював як викладач і науковий дослідник на кафедрах фізико-технічного факультету ДДУ, а з 1961 до 2006 рр. — в ДКБ «Південне», де пройшов шлях від інженера до керівника крупного підрозділу космічного напрямку.

Перелік його наукових праць містить понад 200 найменувань, серед яких 4 монографії та близько 30 патентів на винаходи.

Роботи В. Й. Драновського здебільшого пов'язані з розробленням та створенням космічних літальних апаратів і охоплюють широкий комплекс питань проектування, експериментального відпрацювання, натурних випробувань та експлуатації засобів космічної техніки.

Серед його робіт — основоположні теоретичні положення та прикладні методи досліджень, покладені в основу створення ряду систем кількох поколінь космічних апаратів, у тому числі серій «Космос», «Інтеркосмос», «Океан», «Океан-О», АУОС-3, АУОС-С, «Січ-1», «Мікросупутник», «Січ-2» та багатьох типів космічних апаратів оборонного призначення.

Притаманне В. Й. Драновському прагнення до пошуку незвичайних наукових рішень в цілому ряді випадків привело до створення оригінальних систем, які визначають особливості конструктивно-компонувальних схем супутників та спосібів орієнтації їх у просторі. До таких рішень слід віднести його роботи з теорії аерогіроскопічних систем орієнтації, що покладені в основу проектування супутника «Космічна стріла». Розроблення аерогіроскопічної системи орієнтації було проведено вперше у світовій практиці та стало новим етапом у техніці керованого польоту космічних апаратів. В. Й. Драновський зробив великий внесок у розроблення напівпасивних магнітно-гравітаційних та напівактивних гравітаційно-гіроскопічних систем орієнтації. Під його науково-технічним керівництвом були розроблені динамічні схеми та методи дослідження динаміки космічних апаратів, які поєднують гравітаційну орієнтацію апарата на Землю з активною орієнтацією на Сонце рухомої відносно корпусу апарата сонячної батареї.

В. Й. Драновський був науковим керівником розроблення ряду систем індикації положення космічних апаратів середньої точності, а також прецизійної астротелевізійної системи визначення кутового положення супутника в орбітальній системі координат. При цьому було оптимізовано доцільні схеми, алгоритми визначення орієнтації, вибрано критерії та розроблено оригінальні методи оцінювання основних характеристик систем на всіх етапах їх створення.

Астротелевізійна система прецизійної індикації параметрів кутового руху космічного апарата посідає особливе місце серед науково-технічних досягнень космічної техніки. Її створення стало наслідком розвитку нового напряму в практиці проектування космічних апаратів — відмови від необхідності для широкого кола завдань високоточної стабілізації та обґрунтування можливості переходу до грубої стабілізації з використанням прецизійних систем індикації. Раціональна комбінація таких систем дозволила створити енергетично вигідні, зручні в експлуатації високонадійні супутники, за допомогою яких, починаючи з другої половини 70-х років і до цього часу, було вирішено велику кількість завдань у рамках програм Академії наук СРСР, Міністерства оборони СРСР та НАН України щодо спостереження Землі й океану з навколоземних орбіт.

В. Й. Драновський став ініціатором та очолив новий напрям: розроблення та створення мікросупутників. З розвитком цього напрямку виникла потреба вирішення цілого ряду проблем механіки, матеріалознавства, мікромініатюризації, проблем, пов'язаних зі створенням апарата у негерметичному виконанні, зокрема зумовлених впливом температурних і радіаційних факторів, наявністю власної атмосфери та інше. Він забезпечив створення вітчизняної кооперації у рамках Національної академії наук, галузевих науководослідних інститутів та промислових організацій, яка дозволяє вирішувати увесь комплекс питань, пов'язаних з проектуванням, відпрацюванням та створенням льотних зразків мікросупутників. Як результат — на цей час склалася технологічна основа створення нових платформ малого та середнього класу. Впровадження цього напрямку дозволяє одержати суттєвий економічний виграш при одночасному різкому збільшенні строку активного існування апаратів.

Останніми роками під його керівництвом розроблено ряд нових уніфікованих бортових систем службового комплексу для широкого класу космічних апаратів. Багато ідей та рішень, які він запропонував, покладено в основу створення в Україні наземного комплексу керування, центру керування польотом та реалізовано у стислі строки. Зокрема, за два роки було створено та введено в експлуатацію повну наземну інфраструктуру керування в польоті першим українським супутником «Січ-1» з експлуатаційними характеристиками сучасного світового рівня.

Комплексність підходу до проблем розроблення космічних апаратів, уміння виділити найважливіші напрями досліджень дозволили В. Й. Драновському оптимально організувати взаємодію з науковими організаціями Академії наук СРСР та НАН України, правильно поставити завдання досліджень та довести результати спільних робіт до їхнього впровадження у реальні розробки. Прикладами такого творчого співробітництва є багаторічна практика взаємодії КБ космічних апаратів і систем з Інститутом технічної механіки НАН України, Інститутом механіки НАН України, Інститутом прикладної математики та механіки НАН України. Вже на ранніх етапах діяльності виявилися його незвичайна якість знаходити шляхи універсалізації технічних рішень, які забезпечують конверсійність використання розробок в інтересах оборони для народногосподарських завдань. Виходячи з принципу подвійного призначення, було проведено роботи та створено клас космічних апаратів серії «Океан», зданих в експлуатацію. Він був технічним керівником підготовки та запуску багатьох супутників.

В. Й. Драновський провадив велику науковоорганізаційну роботу. Знана його діяльність з реалізації ряду міжнародних проектів на космічних апаратах серії «Інтеркосмос», де перш за все виявився його талант видатного організатора та керівника робіт. Протягом більше 25 років взаємодії з науковими організаціями колишніх соціалістичних країн східної Європи, Швеції, Франції — безпосередніми розробниками комплексів наукової апаратури фактично було створено школу міжнародного співробітництва у справі освоєння космічного простору, відпрацьовано механізми спільної роботи на всіх етапах розроблення, експериментального відпрацювання й орбітального польоту супутників серії «Інтеркосмос» та за проектами «Аркад».

За період 1976—1986 рр. як керівник змішаної радянсько-індійської групи систем орієнтації на основі міждержавної угоди В. Й. Драновський брав безпосередню участь у спільних роботах з індійською організацією космічних досліджень (ISRO) щодо створення та запусків індійських супутників «Аріабата» та «Бхаскара». Його діяльність у цих роботах набула міжнародної відомості. Він зробив великий внесок у створення нового класу високоточних платформ, на основі яких реалізовані наукові проекти за програмами «Коронас-І» та «Коронас-Ф».

В. Й. Драновський плідно працював у ряді міжвідомчих структур з окремих напрямків наукового та народногосподарського використання космічних засобів. Входив до складу секції «Дистанційне зондування Землі з космосу» Ради РАН з космосу та НТР Росавіакосмосу. Він член Ради з космічних досліджень НАН України, був членом редколегії журналу «Космічна наука і технологія». За дорученням Уряду України працював у складі експертної групи держав-членів СНД з підготовки міждержавних угод щодо використання космічного простору, у тому числі підписаних на нараді керівників держав та урядів у Ташкенті 15 травня 1992 р. Виявив особисту активність у підготовці та підписанні угоди між Російською академією наук та Академією наук України про спільну програму фундаментальних космічних досліджень з використанням автоматичних космічних апаратів.

В. Й. Драновський був представником України на ІІ сесії науково-технічного підкомітету Комітету ООН з мирного використання космічного простору у Нью-Йорку, де виступив з доповіддю та рядом ініціатив щодо міжнародних космічних програм.

Однією з них, яку Комітет ООН прийняв як пропозицію України, була програма створення космічної системи короткострокового прогнозування землетрусів «Попередження». Його діяльність у цьому напрямку отримала позитивну оцінку МЗС України.

Неодноразово виступав з науковими доповідями на конференціях, семінарах. Брав участь у роботі багатьох конгресів Міжнародної астронавтичної федерації. На пропозицію англійських ділових кіл як відомий фахівець з космічних систем дистанційного зондування брав участь у роботі симпозіуму «Місія до планети Земля — 2000 р.» у Лондоні, де популяризував досягнення українських промислових та наукових організацій щодо створення супутників серії «Океан-О» нового покоління.

Як головний конструктор провадив активну і плідну роботу з поширення сфери впровадження науково-технічних розробок ДКБ «Південне» в галузі створення космічних апаратів на міжнародному ринку послуг.

Наслідком цього є виграний міжнародний тендер у 2002 р. зі створення супутника для держави Єгипет, результатом чого став супутник «Egyptsat-1», що успішно працював на орбіті.

Заслуги В. Й. Драновського у розвитку науки та нової техніки неодноразово відзначалися преміями та нагородами. За роботи зі створення напівпасивних систем орієнтації він у складі авторського колективу удостоєний у 1970 р. звання лауреата Державної премії СРСР, а у 1999 р. за роботи зі створення й експлуатації космічної системи спостереження Землі «Січ-1» — звання лауреата Державної премії України. Нагороджений орденом «Знак пошани». Йому присвоєні звання «Заслужений діяч науки і техніки України» та «Заслужений машинобудівник України». У 2004 р. нагороджений орденом Ярослава Мудрого V ступеня.

#### О. В. ДЕГТЯРЕВ

**БАЛАШОВ** Віталій Миколайович — провідний конструктор Державного підприємства «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля».

Напрям науки — ракетно-космічна техніка.

БАСАРАБ Руслан Михайлович — молодший науковий співробітник Інституту космічних досліджень Національної академії наук України і Державного космічного агентства України.

Напрям науки — обробка оптичних та радіолокаційних даних дистанційного зондування Землі, обробка даних супутника «Січ-2».

**ГРИЦАЙ** Асен Васильович — науковий співробітник науково-дослідної лабораторії «Фізика космосу» кафедри астрономії та фізики космосу Київського національного університету імені Тараса Шевченка, кандидат фізико-математичних наук.

Напрям науки — фізика атмосфери та озонового шару.

ДЕГТЯРЕВ Олександр Вікторович — Генеральний конструктор — Генеральний директор Державного підприємства «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля», кандидат економічних наук, доктор технічних наук, академік Міжнародної академії астронавтики, заслужений машинобудівник України, почесний робітник космічної галузі України, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки.

Напрям науки — ракетно-космічна техніка.

ЗАКРЖЕВСЬКИЙ Олександр Євгенійович — виконувач обов'язків завідувача відділу Інституту механіки ім. С. П. Тимошенка Національної академії наук України, доктор технічних наук.

Напрям науки — динаміка та керування рухом літальних апаратів, теорія оптимального керування, теорія систем тіл.

КОЛОБРОДОВ Валентин Георгійович — завідувач кафедри оптичних та оптико-електронних приладів Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», доктор технічних наук, професор. Напрям науки — теплобачення, інфрачервона техніка, оптико-електронні системи космічного базування, метрологія оптичних та оптико-електронних приладів, оптико-електронних систем спостереження.

**КУЛАБУХОВ** Анатолій Михайлович — завідувач кафедри систем автоматизованого управління фізико-технічного факультету Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара, кандидат технічних наук, доцент.

Напрям науки — динаміка, балістика та керування рухом літальних апаратів.

**ЛАДІКОВ-РОЄВ** Юрій Павлович — провідний науковий співробітник Інституту космічних досліджень, доктор фізико-математичних наук, професор, заслужений діяч науки та техніки України.

Напрям науки — магнітна гідродинаміка, геліофізика, інформатика.

**ЛИХОЛІТ** Микола Іванович — директор — Головний конструктор казенного підприємства спеціального приладобудування «Арсенал», доктор технічних наук, доцент, заслужений машинобудівник України, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки..

Напрям науки — лазерна та інфрачервона техніка, оптичні системи космічного базування, телевізійні, тепловізійні та теплопеленгаційні системи виявлення малоконтрастних об'єктів та систем спостереження за ними.

МАКАРОВ Олександр Леонідович — Головний конструктор — начальник конструкторського бюро космічних апаратів, систем та комплексів Державного підприємства «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля», кандидат технічних наук, заслужений машинобудівник України, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки.

Напрям науки — ракетно-космічна техніка.

МІЛІНЕВСЬКИЙ Геннадій Петрович — завідувач науково-дослідної лабораторії «Фізика космосу» кафедри астрономії та фізики космосу Київського національного університету імені Тараса Шевченка, доктор фізикоматематичних наук.

Напрям науки — фізика атмосфери та озонового шару, фізика аерозолів у атмосфері.

**МОЗГОВИЙ** Дмитро Костянтинович — старший викладач факультету фізики, електроніки та комп'ютерних систем Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара.

Напрям науки — балістика та керування рухом літальних апаратів, оброблення даних дистанційного зондування Землі.

**ПОПЕЛЬ** Валерій Михайлович — заступник начальника відділу антенно-фідерних та НВЧ-пристроїв конструкторського бюро космічних апаратів, систем та комплексів Державного підприємства «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля».

Напрям науки — антенно-фідерні пристрої та засоби мікрохвильової техніки.

**ТЯГУР** Володимир Михайлович — заступник начальника комплексу — начальник відділення казенного під-

приємства спеціального приладобудування «Арсенал», кандидат технічних наук, доцент, почесний працівник космічної галузі України.

Напрям науки — розробка та контроль оптичних систем космічного базування, інфрачервоної техніки та оптико-електронних систем спостереження.

**ХОРОШИЛОВ** Віктор Сергійович — начальник розрахунково-теоретичного сектору конструкторського бюро космічних апаратів, систем та комплексів Державного підприємства «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля», доктор технічних наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України.

Напрям науки — динаміка, балістика та керування рухом літальних апаратів

**ЧЕРЕМНИХ** Олег Костянтинович — завідувач відділу космічної плазми Інституту космічних досліджень Національної академії наук України та Державного космічного агентства України, доктор фізико-математичних наук, професор.

Напрям науки — фізика ближнього космосу, фізика плазми.