

УДК 533.93

Л. В. Козак<sup>1</sup>, С. П. Савін<sup>2</sup>, А. Т. Луї<sup>3</sup>, О. О. Цупко<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Київський національний університет імені Тараса Шевченка

<sup>2</sup> Інститут космічних досліджень Російської академії наук, Москва, Росія

<sup>3</sup> Університет Джона Хопкінса, Лабораторія прикладної фізики, Лаурел, Меріленд, США

## ОСОБЛИВОСТІ ТУРБУЛЕНТНИХ ПРОЦЕСІВ У МАГНІТОСФЕРІ ЗЕМЛІ ЗА ВИМІРАМИ МІСІЇ «КЛАСТЕР»

*Досліджено статистичні особливості флуктуацій магнітного поля у прикордонних областях магнітосфери Землі на різних часових масштабах. Для аналізу були використані вимірювання під час місії «Кластер-2» за 2004–2009 рр. Вивчено зміни форми і параметрів функції густини ймовірності флуктуацій магнітного поля для періодів перебування супутника у магнітошарі, плазмі сонячного вітру і в області магнітопаузи. Як характеристики турбулентних процесів на різних часових шкалах розглядалися еволюція зміни висоти максимуму функції густини ймовірності та значення ексцесу; було досліджено структурні функції різних порядків. Знайдено два асимптотичних режими зміни висоти максимуму функції густини ймовірності, які описуються різними степеневими законами. Дослідження структурних функцій високих порядків (до 9-го) дозволило визначити характер турбулентних процесів і вивчити дифузію у розглянутих областях. Отримано істотну відмінність типу турбулентних процесів у плазмі сонячного вітру і у магнітошарі, а також наявність супердифузії у перехідних областях магнітосфери Землі.*

### ВСТУП

Внаслідок заокругленості перешкоди, якою є магнітосфера Землі для набігаючого надзвукового сонячного вітру, навколосемна ударна хвиля не прилягає впритул до межі магнітосфери (магнітопаузи), а відсунута від неї на деяку відстань. При цьому між ударною хвилею і магнітопаузою утворюється область, яка називається магнітошаром, або перехідною областю. Саме ця область відіграє особливу роль у перетворенні динамічної та магнітної енергії сонячного вітру в енергію заряджених частинок і флуктуацій магнітного поля в області магнітосфери, визначаючи при цьому трансформацію і надходження енергії й імпульсу у внутрішні області магнітосфери. Крім того, інтенсивність зазначених процесів безпосередньо пов'язана з параметрами сонячного вітру і орієнтацією міжпланетного магнітного поля [10, 23].

Дослідження процесів у магнітошарі істотно ускладнюється наявністю турбулентності.

У плазмових потоках вона може формуватися багатьма класами нестійкостей — дрейфово-дисипативними, кінетичними, магнітогідродинамічними (МГД) та ін. [5, 6].

При взаємодії магнітошару і магнітосфери основні процеси взаємопов'язані і синхронізовані глобально низькочастотними магнітозвуковими коливаннями денного магнітошару як цілого [11, 22]. У результаті відбувається «катастрофічна» перебудова потоку і структури магнітного поля (прискорені і уповільнені струмені, перехід від ламінарної застійної області до нерегулярної структури приграничного шару). Складні турбулентні процеси, які спостерігаються у приграничних шарах магнітосфери Землі, не вдається описати в рамках аналітичних моделей МГД-течій. Для розгляду властивостей турбулентності на великих часових і просторових масштабах слід залучати методи статистичної фізики і каскадні моделі, розвинені в гідродинамічних теоріях. При аналізі дуже важливим є дослідження властивостей турбулентності в залежності від масштабу. Це може дати відповідь на одне з найбільш важливих запитань: наскільки

ки анізотропія на великих масштабах, пов'язана з магнітним полем, зберігається на проміжних і малих масштабах? Незважаючи на проведення численних теоретичних досліджень, питання про ізотропність турбулентності плазми на малих масштабах залишається відкритим і активно обговорюється дотепер. Для вирішення цієї проблеми потрібні відповідні експериментальні дані, особливо про вплив граничних і крайових ефектів на властивості турбулентності. Необхідно також враховувати, що властивості турбулентних прикордонних шарів пов'язані не стільки з фізичними механізмами розвитку нестійкостей, скільки з симетріями, що описують масштабну інваріантність на істотно обмеженому діапазоні масштабів турбулентних прикордонних шарів.

Аналітично або чисельно розв'язати задачу про динаміку турбулентної плазми (в тривимірній геометрії) і визначити особливості турбулентності на великих часових масштабах в даний час не вдається. Отже, необхідно з експерименту визначити статистичні властивості турбулентності, пов'язані з масштабною інваріантністю, і отримати оцінки для показників степеня залежності параметрів плазми у припущенні степеневих законів. Це дозволить розвинути уявлення про фізичні властивості турбулентності плазми і дасть можливість якісно і кількісно описати процеси переносу в турбулентних перехідних шарах.

### ОПИС ТУРБУЛЕНТНИХ ПРОЦЕСІВ

При значеннях як кінетичного, так і магнітного чисел Рейнольдса до  $10^3$ – $10^4$  і за наявності меж у плазмі може виникнути переміжність. У цьому випадку параметри плазми спостерігаються як випадкові змінні з негауссовою функцією розподілу (нерівномірний розподіл вихорів різних масштабів) [8, 16]. У магнітосфері переміжність спостерігається у вигляді пульсацій великої амплітуди, викликаних наявністю магнітних і електричних полів, що призводять до додаткової анізотропії процесу. Крім того, особливості турбулентних процесів залежать від розглянутих масштабів. Оскільки випадкові пульсації швидкості та інших параметрів турбулентного потоку з переміжністю мають негауссову статистику (не описуються класичним (нормальним) законом

дифузії), то динаміка такого процесу може описуватися аномальною дифузією. Турбулентні течії є нелінійною системою з величезним числом степенів свободи. Точне визначення математичної залежності від часу полів швидкостей, температури, тиску і т. д. є неможливим. Аналітичний опис такої системи можливий лише статистичними методами, що описують статистичні властивості ансамблів течій. Нелінійна взаємодія хвиль може бути описана як взаємодія окремих гармонік, яка призводить до хаотизації фаз хвиль [2]. Це дозволяє перейти до статистичного способу опису хвиль і ввести функцію розподілу за змінними. Статистичний опис пов'язаний з деякою процедурою огрубіння інформації та призводить до скорочення кількості змінних в задачі. При цьому втрачається значна частка інформації про стан окремих частинок (або хвиль), але зберігається достатньо інформації про макроскопічний характер руху та ймовірний розподіл по станах системи. Тому для опису турбулентності необхідно застосовувати спеціальні методи і підходи. Для повного опису турбулентного процесу необхідно знати функцію розподілу амплітуд флуктуацій всіх параметрів.

Функція розподілу таких процесів не завжди описується відомими математичними функціями і рядами, а для багатьох типів випадкових процесів відомий лише спосіб апроксимації їхньої функції розподілу. Аналіз моментів функції розподілу дозволяє наближено описати більшість ефектів нелінійності, неоднорідності та анізотропії турбулентного процесу.

Однорідна ізотропна турбулентність була описана А. Н. Колмогоровим ще в 1941 р. (K41) [9]. Класичний підхід дослідження статистичних властивостей поля швидкостей  $v(x)$  на локальному масштабі  $l$  в турбулентному потоці полягає в дослідженні структурних функцій (статистичних моментів функції розподілу) різних порядків  $q$ :

$$S_q(l) = \langle |v(x+l) - v(x)|^q \rangle, \quad (1)$$

де  $\langle \dots \rangle$  — усереднення по ансамблю. В інерційному діапазоні при великих числах Рейнольдса теорія Колмогорова K41 дає гауссівську статистику пульсацій швидкостей і передбачає степеневу залежність для структурної функції  $S_q(l) \sim$

$\sim I^{q/3}$ . Постулюючи залежність структурних функцій тільки від масштабу і швидкості дисипації енергії, А. Н. Колмогоров вивів закон для спектру потоку енергії  $E_k(k) \sim k^{-5/3}$ , де  $k$  — хвильове число. Даний закон відносно добре описав спектр розвиненої ізотропної гідродинамічної турбулентності, однак більш точніші дослідження показали відмінність показника степеня в законі  $E_k(k) \sim k^{-\gamma}$  від п'яти третих:  $\gamma = 1.71 \pm 0.02$  [1, 13]. Це пов'язано з наявністю структурної неоднорідності турбулентного процесу (переміжністю) [12].

Наявність магнітних полів у міжпланетному середовищі може викликати сильну анізотропію динамічних процесів у плазмі. Тому часто використовується підхід, коли динаміка в площині поперек магнітного поля може бути розглянута в рамках двовимірної моделі (підхід Кречнана [19, 20]), а турбулентність розглядається в рамках двовимірної моделі Ірошнікова — Кречнана (ІК) [3, 18]. Спектр енергії задається співвідношенням  $E_{\text{ІК}}(k) = \langle |\delta v(k)|^2 \rangle k^2 \propto k^{-3/2}$ . У порівнянні з колмогорівським спектром  $E_k(k) \propto k^{-5/2}$  значно зменшується рівень передачі енергії на малих масштабах, і збільшується час передачі енергії. Скейлінг структурних функцій в моделі ІК:  $S_q(l) \sim l^{q/4}$ .

Для опису турбулентних процесів із переміжністю більш підходять каскадні моделі турбулентності. Незважаючи на те що феноменологічні каскадні моделі, які розглядають турбулентність з переміжністю, безпосередньо не виводяться з рівнянь руху, властивості каскаду пов'язані зі структурою та симетріями даних рівнянь.

Дослідження статистичних симетрій турбулентності, самоподібних (автомодельних) і фрактальних властивостей середовища дозволяє отримати інформацію про характер залежності структурних функцій від часу або простору (скейлінг), не вдаючись до детального розгляду конкретних умов її збудження. Такий підхід є ефективним інструментом аналізу структури турбулентності на різних масштабах. Для опису турбулентних процесів з переміжністю найчастіше використовують лог-пуассонівські моделі турбулентності, що виникли в середині 1990-х рр. і є узагальненням фрактальних моделей тур-

булентності [13]. Важливо, що в рамках даної моделі розглядається стохастичний мультиплікативний каскад, і логарифм енергії дисипації описується пуассонівським розподілом.

#### СТАТИСТИЧНІ ПІДХОДИ ДЛЯ АНАЛІЗУ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНОГО СЕРЕДОВИЩА

**Аналіз функції розподілу густини ймовірності флуктуацій.** Для розгляду результатів спостережень можна використовувати статистичні підходи, оскільки самі результати вимірювань за своєю природою є випадковими величинами.

Розподіл ймовірностей амплітуд флуктуацій найпростішого випадкового процесу підпорядковується гауссівському закону:

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right),$$

де  $\mu$  — середнє значення,  $\sigma$  — стандартне відхилення. При наявності переміжності будемо мати розподіл Леві, для якого у випадку наявності симетрії функція розподілу має вигляд

$$L_\alpha(x, \gamma) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \exp(-\gamma k^\alpha) \cos(kx) dk,$$

де  $\alpha \in (0, 2]$  — характеристичний індекс, який визначає форму кривої,  $\gamma > 0$  — параметр масштабу. Важливо, що при  $\alpha = 1$  з симетричного розподілу Леві отримується розподіл Коші, а при  $\alpha = 2$  — розподіл Гаусса.

Порівняння гауссівського і негауссівського розподілу функції густини ймовірності (PDF) показано на рис. 1.

Для всіх цих розподілів залежність максимуму функції розподілу густини ймовірності  $P_x(0)$  із зміною просторового масштабу  $l$  можна апроксимувати степеневу залежністю:

$$P_l(0) \sim l^{-s}. \quad (2)$$

При цьому для гауссівського розподілу  $s \approx 0.5$ , а для розподілу Леві  $s > 0.5$  (рис. 2).

Для турбулентності з переміжністю вірогідність значних флуктуацій на крилах розподілу буде високою завдяки надлишку енергії великомасштабних збурень, що генеруються джерелом.

**Аналіз моментів функції розподілу (структурних функцій).** Про відхилення функції розподілу густини ймовірності флуктуацій досліджуваних

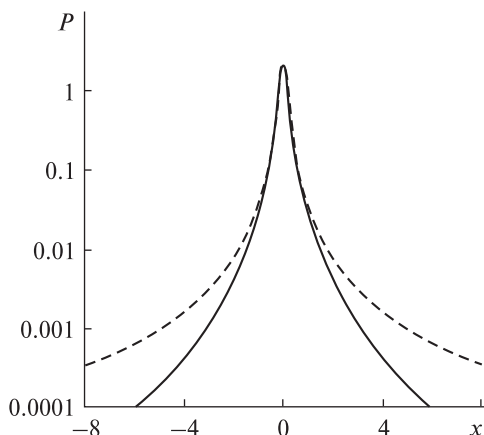


Рис. 1. Функції  $P$  розподілу густини ймовірності для нормального розподілу (суцільна лінія) і розподілу, що описує процес при наявності переміжності (розподіл Леві, штрихова лінія)

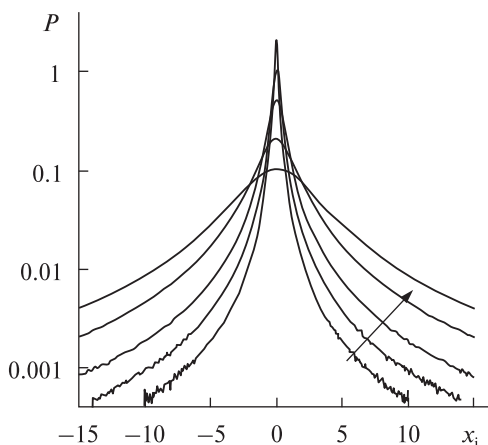


Рис. 2. Приклад еволюції функції  $P$  розподілу густини ймовірності негауссового розподілу зі зміною кроку розглянутих флуктуацій.  $P(0) \propto l^{-s}$ ,  $s \approx 0.5$  — гауссовий розподіл,  $s > 0.5$  — розподіл Леві

параметрів від нормального розподілу можна судити й із значення ексцесу, який визначається формулою [4]:

$$K(l) = \frac{S_4(l)}{(S_2(l))^2}, \quad (3)$$

де  $S_4(l) = \langle |X(x+l) - X(x)|^4 \rangle$  та  $S_2(l) = \langle |X(x+l) - X(x)|^2 \rangle$  — моменти четвертого та другого порядків,  $X(x)$  — досліджуваний параметр.

Ексцес може приймати значення від 1 до  $\infty$ . Для нормального розподілу  $K(l) = 3$ . Незважаючи на те, що величина ексцесу є одним із способів відображення характеру переміжності, проте вона не дозволяє зробити кількісного порівняння ступеня і механізму переміжного процесу. Якщо значення ексцесу на різних часових масштабах залишається постійним, то це вказує на відсутність переміжності.

Властивість розширеної самоподібності (ESS) гідродинамічної турбулентності з переміжністю була емпірично виявлена в роботі [14]. Вона полягає у степеневій залежності структурних функцій різних порядків виду  $S_q \sim S_p^{\zeta(q)/\zeta(p)}$  і характеризує флуктуації в турбулентних потоках з переміжністю для великого діапазону чисел Рейнольдса. Використовуючи властивість розширеної самоподібності можна знайти з досить хорошою точністю скейлінг структурних функцій  $\zeta(q)$  і оцінити тип турбулентних процесів. При цьому нелінійна функціональна залежність  $\zeta(q)$  від порядку моменту  $q$  для експериментальних даних є наслідком переміжності процесів. Для інтерпретації нелінійного спектру  $\zeta(q)$  застосовують логпуассонівські моделі турбулентності, в яких показник степеня структурної функції визначається співвідношенням [24]

$$\zeta(q) = (1 - \Delta) \frac{q}{3} + \frac{\Delta}{1 - \beta} (1 - \beta^{q/3}),$$

де  $\beta$  і  $\Delta$  — параметри, які характеризують переміжність і сингулярність дисипативних процесів відповідно. Важливо, що в рамках даної моделі розглядається стохастичний мультиплікативний каскад, і логарифм енергії дисипації описується пуассонівським розподілом. Для ізотропної тривимірної турбулентності Ше і Левек (ШЛ) [24] запропонували значення  $\Delta = \beta = 2/3$ .

Нагадаємо, що для колмогорівської турбулентності K41 скейлінг має лінійну залежність  $\zeta(q) = q/3$ , а для двовимірної турбулентності  $\zeta(q) = q/4$ .

#### ВИКОРИСТАНІ СУПУТНИКОВІ ДАНІ

Методичний аспект досліджень полягав у відборі фізично однорідних сигналів, довжина яких сягає 10000 вимірів для проведення коректного



Рис. 3. Положення супутника «Румба»: а — 20 лютого 2005 р., б — 1 травня 2008 р.

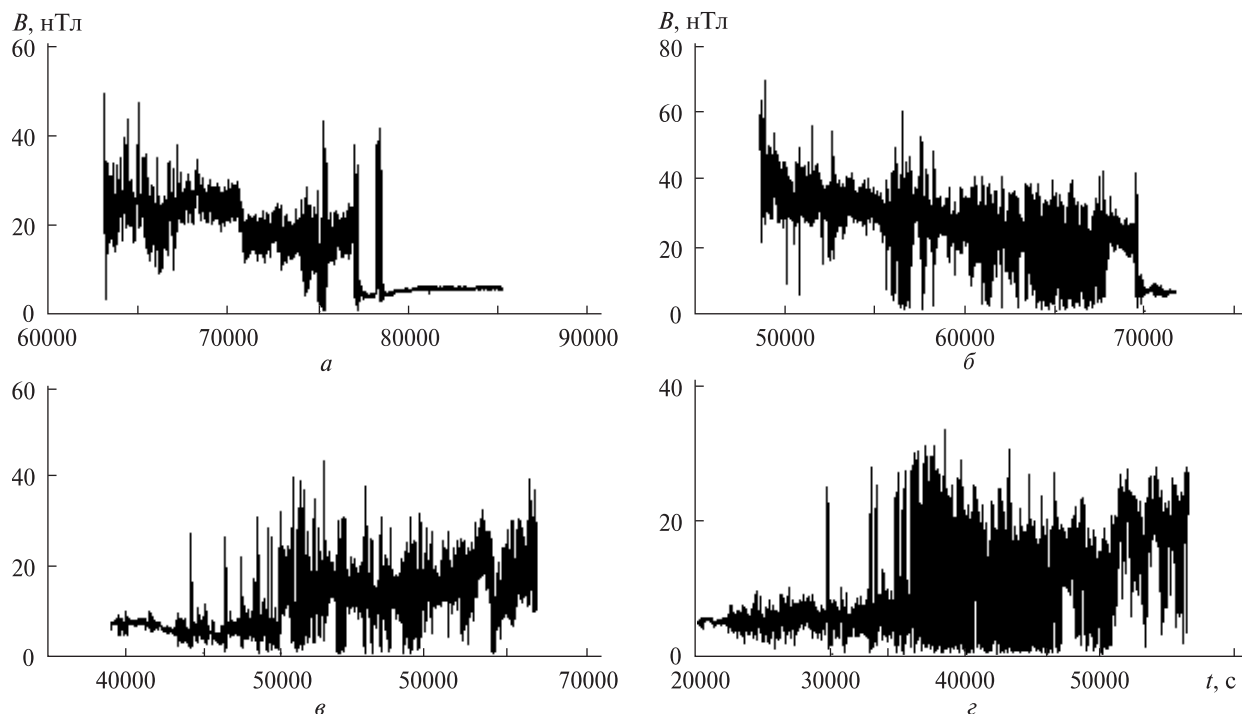
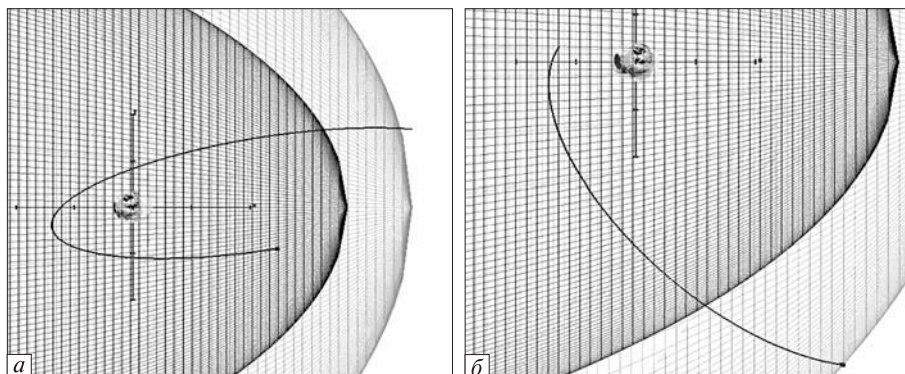
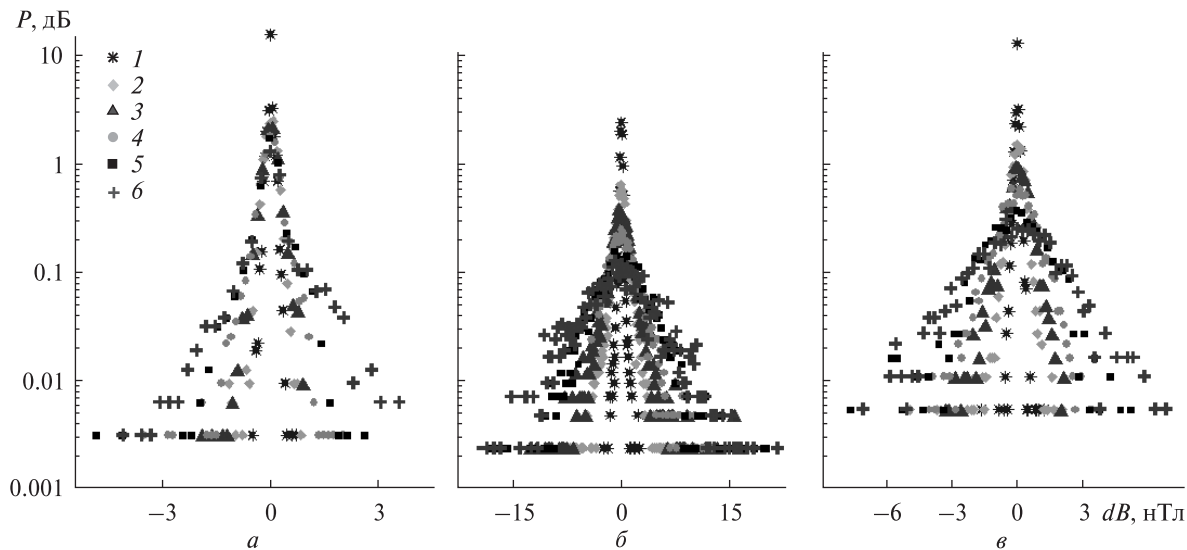


Рис. 4. Значення модуля магнітного поля: а — для 20 лютого 2005 р. (17:30—18:00 — МП, 18:00—23:10 — МШ, 23:10—23:40 — СВ), б — для 20 лютого 2006 р. (13:30—14:00 — МП, 14:00—19:25 — МШ, 19:25—19:55 — СВ), в — для 1 березня 2007 р. (13:30—14:00 — МП, 14:00—19:25 — МШ, 19:25—19:55 — СВ), з — для 1 травня 2008 р. (05:35—06:05 — СВ, 06:05—15:10 — МШ, 15:10—15:40 — МП)

аналізу структурних функцій високих (до 9) порядків. Це особливо актуально для областей проходження магнітосферних приграничних шарів. Враховуючи це, в роботі було використано значення магнітного поля, виміряні на супутнику «Румба» космічної місії «Кластер-2» для аналізу часових параметрів турбулентних процесів. Отримано 50 подій перетину області магнітношару з частотою опитування 22.5 Гц, що мали

місце з 2004 по 2010 рр. Хоча при дослідженнях основна увага приділялася аналізу процесів у перехідних областях, розглядалися також вимірювання у плазмі сонячного вітру та в області магнітопаузи (космічний апарат знаходився в даних областях по 30 хвилин).

Для коректного відбору даних було візуалізовано траєкторію польоту космічного апарата. Приклади траєкторій польоту супутника «Рум-



**Рис. 5.** Залежність функції розподілу густини  $P$  ймовірності флуктуацій магнітного поля для 20 лютого 2005 р. від кроку по часу:  $a$  — для плазми сонячного вітру,  $b$  — для магнітосфари,  $v$  — для області магнітопаузи ( $I - \tau = \tau_{\min} = 0.00445$  с, 2 —  $16\tau_{\min}$ , 3 —  $32\tau_{\min}$ , 4 —  $64\tau_{\min}$ , 5 —  $128\tau_{\min}$ , 6 —  $222\tau_{\min}$ )

ба» космічної місії «Кластер-2» показано на рис. 3, де градаціями сірого показано (зліва направо) область внутрішньої магнітосфери, магнітосфари та міжпланетний простір, пронизаний сонячним вітром. Чорною поверхнею позначено границю магнітопаузи.

Розраховані значення модуля магнітного поля для чотирьох довільним чином вибраних подій, які будуть проаналізовані в даній роботі, приведено на рис. 4. Слід відмітити, що у двох перших подіях супутник перетинав магнітосфари, переходячи із області магнітопаузи у міжпланетне середовище, у двох інших він рухався із плазми сонячного вітру.

Із графіків добре видно, що ситуація в магнітосфері суттєво відрізняється від незбуреного сонячного вітру насамперед набагато вищою змінністю параметрів магнітного поля. Значення магнітного поля досить сильно змінюються відносно своїх середніх значень. Ці флуктуації спостерігаються в широкому діапазоні частот.

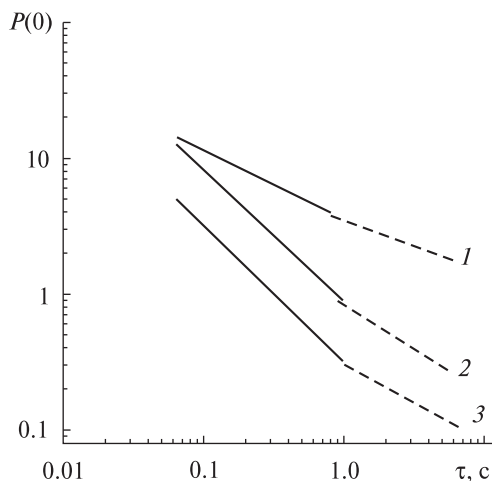
За кількісну міру рівня варіацій магнітного поля вибирається відносне стандартне відхилення, тобто стандартне відхилення параметра на деякому інтервалі, віднесене до його середнього значення на цьому інтервалі. При цьому віднос-

ні варіації магнітного поля у магнітосфері перевищують значення в сонячному вітрі приблизно у 2-3 рази. Також важливим фактом є те, що навіть при майже повній відсутності в сонячному вітрі флуктуацій магнітного поля (рис. 4,  $v$ ,  $z$ ), у магнітосфері спостерігаються варіації, які мають високий рівень. Крім того, для квазіперпендикулярної ударної хвилі (рис. 4,  $z$ ) рівень варіацій магнітного поля значно вищий, ніж для квазіпаралельної (рис. 4,  $v$ ).

Оскільки ми маємо зміну із часом магнітного поля в різних областях магнітосфери, то і аналізувати будемо турбулентні процеси на різних часових масштабах.

#### АНАЛІЗ ТУРБУЛЕНТНИХ ПРОЦЕСІВ

Для дослідження особливостей функції густини ймовірності флуктуацій магнітного поля вибирався зсув по часу, кратний  $\tau_{\min} = 0.00445$  с. Аналізувалися статистичні властивості абсолютного значення варіацій магнітного поля  $dB = B(t + \tau) - B(t)$  у магнітосфері, плазмі сонячного вітру та в області магнітопаузи на різних часових масштабах. На рис. 5 подано розподіли для часових зсувів  $\tau = \tau_{\min}$ ,  $16\tau_{\min}$ ,  $32\tau_{\min}$ ,  $64\tau_{\min}$ ,  $128\tau_{\min}$ ,  $222\tau_{\min}$ . Добре видно, що для плазми сонячного



**Рис. 6.** Значення  $P(0)$  максимуму функції розподілу густини ймовірності флуктуацій магнітного поля від кроку по часу в логарифмічному масштабі для 20 лютого 2005 р. Експериментальні точки апроксимувалися прямою  $P \propto \tau^{-s}$ : 1 — плазма сонячного вітру, 2 — магнітошар, 3 — область магнітопаузи. Значення  $s$  подано в табл. 1. Суцільна лінія — для малих часових масштабів, штрихова — для великих

вітру крила набагато менші, ніж для інших областей. Найбільші крила, тобто найбільше відхилення розподілу флуктуацій від нормального процесу, спостерігаються для постшоквої області магнітошару (відразу після перетину фронту ударної хвилі). Слід відмітити, що специфіка дослідження турбулентних процесів, а саме необхідність отримання тривалих рядів даних, не дозволяє достатньо достовірно аналізувати турбулентні процеси в найбільш цікавій області — фронті ударної хвилі.

Залежність значення максимуму  $P_{\tau}(0)$  функції розподілу густини ймовірності флуктуацій магнітного поля від кроку по часу у логарифмічному масштабі для 20 лютого 2005 р. показана рис. 6. Експериментальні точки згідно з (2) апроксимувалися прямою  $P_{\tau} \propto \tau^{-s}$ . Для малих масштабів — штрихова лінія, а для великих масштабів — неперервна лінія. Значення показників степеня для всіх розглянутих випадків зібрані в табл. 1.

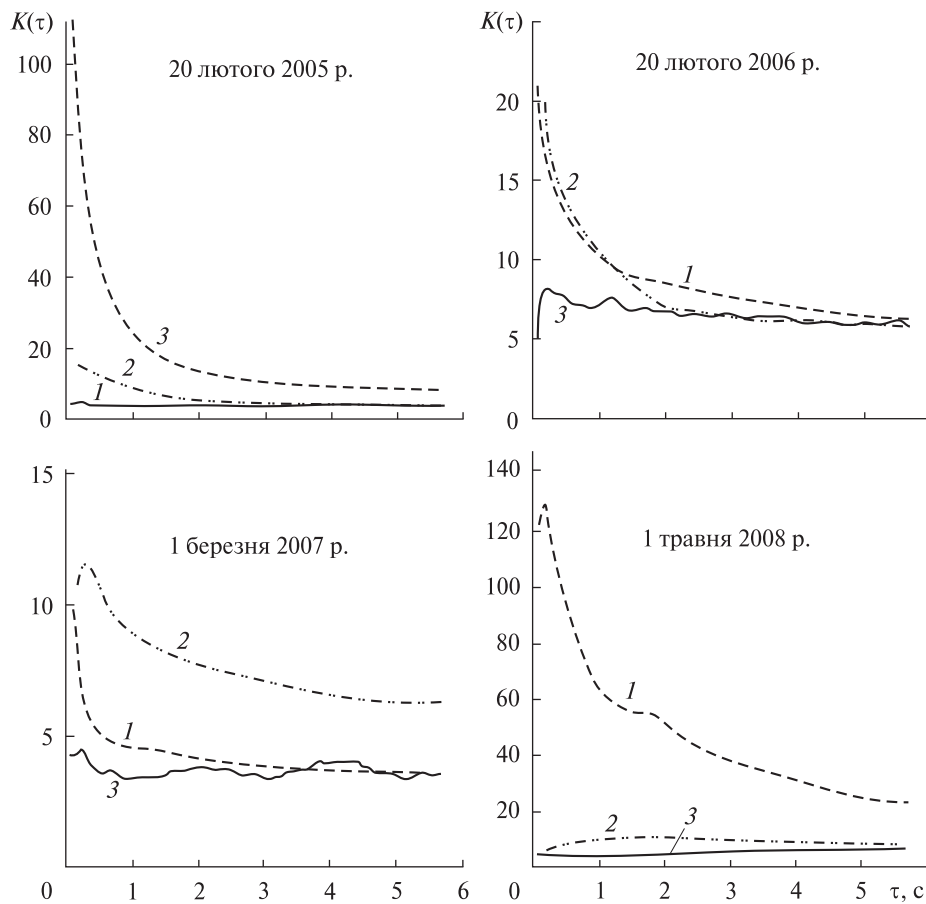
Із отриманих залежностей можна зробити висновок, що для малих масштабів, за виключенням плазми сонячного вітру, розподіл поміт-

но відхиляється від гауссівського, а на великих масштабах близький до нього. Злам залежності спостерігається поблизу часового зсуву  $\tau \approx 1$  с.

При визначенні значення ексцесу флуктуацій магнітного поля будувалися залежності функції (3) у вигляді  $K(\tau) = S_4(\tau)/[S_2(\tau)]^2$  від масштабного параметра  $\tau$ , де зсув за часом для вимірів місії «Кластер-2», як і при розгляді особливостей функції густини ймовірності флуктуацій магнітного поля, був кратним 0.00445 с. Значення ексцесів для плазми сонячного вітру (СВ), перехідного шару та магнітопаузи представлено на рис. 7. Видно, що для плазми СВ значення функції  $K(\tau)$  близьке до 3 (нормальний розподіл). Для інших областей значення функції  $K(\tau)$  на малих масштабах приймає значення від 120 до 10, при  $\tau \approx 1$  с ексцес різко зменшується, а на часових масштабах понад 2 с виходить на значення, близьке до 3. Таким чином, для перехідних областей на малих часових масштабах ми маємо розподіл з гострішою вершиною і крутішими крилами, ніж для нормального розподілу. Отримані залежності повністю підтвердили результати, отримані при аналізі функції густини ймовірностей флуктуацій магнітного поля сто-

**Таблиця 1.** Показники степеня значення максимуму функції розподілу густини ймовірності флуктуацій магнітного поля для різних часових масштабів

Дата	Положення	S	
		Для часового масштабу 0.00445–0.9968 с	Для часового масштабу 1–10 с
20.02.2005	Сонячний вітер	0.53	0.48
	Магнітошар	0.94	0.54
	Магнітопауза	0.71	0.51
20.02.2006	Сонячний вітер	0.46	0.45
	Середина магнітошару	0.7	0.5
	Магнітопауза	0.79	0.56
	01.03.2007	Сонячний вітер	0.51
	Форшок	0.69	0.51
	Магнітопауза	0.67	0.55
	01.05.2008	Сонячний вітер	0.51
	Постшок	0.99	0.52
	Магнітопауза	0.61	0.53



**Рис. 7.** Залежність величини ексцесу  $K$  від масштабного параметра  $\tau$  для флуктуацій магнітного поля в різних областях магнітосфери: 1 — перехідні області (2005 р. — магнітошар, 2006 р. — середина магнітошару, 2007 р. — форшок, 2008 р. — постшок), 2 — область магнітопаузи, 3 — плазма сонячного вітру

совно двох різних режимів, та підтверджують наявність переміжності турбулентних процесів на малих масштабах у перехідних областях магнітосфери.

Для конкретизації типу турбулентних процесів було проаналізовано особливості структурних функцій (моментів функції густини ймовірності) різних порядків  $q$  відповідно до часового інтервалу  $\tau$  для ряду даних  $B(t)$ . Структурні функції високих порядків дозволяють охарактеризувати властивості неоднорідності на малих масштабах процесу. При цьому структурна функція (1) визначалася співвідношенням [7, 11]:

$$S_q(\tau) = \langle |B(t+\tau) - B(t)|^q \rangle,$$

де  $\langle \dots \rangle$  означає усереднення експериментальних даних за часом. Крім того, має місце степенева залежність структурної функції від зсуву по часу  $\tau$ :

$$S_q(\tau) \propto \tau^{\zeta(q)}.$$

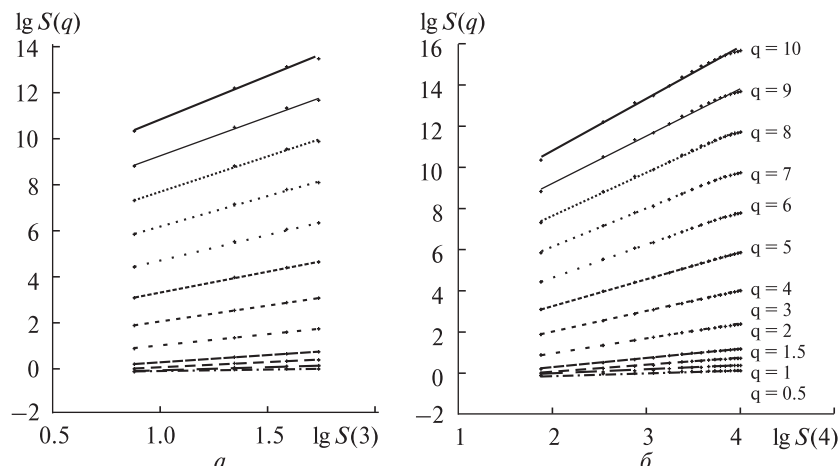
Для лог-пуассонівської ізотропної тривимірної турбулентної каскадної моделі маємо залежність (скейлінг) [17]:

$$\zeta(q) = q/9 + 2[1 - (2/3)]^{q/3}.$$

На практиці властивість узагальненої самоподібності дозволяє підвищити точність визначення скейлінга структурної функції при аналізі експериментальних даних. Скейлінг структурної функції, нормований на скейлінг для третього моменту ( $\zeta(q)/\zeta(3)$ ), може бути отриманий з нахилу графіка в логарифмічному масштабі (рис. 8, а). При цьому будемо мати порівняння експериментальних даних із колмогорівською моделлю турбулентності K41, для якої  $\zeta(3) = 3/3 = 1$ . Для порівняння ж експериментальних значень із моделлю двовимірної турбулентності Трошнікова — Крейчана знаходять залежність  $\zeta(q)/\zeta(4)$  (рис. 8, б), оскільки для неї  $\zeta(4) = 4/4 = 1$ .



**Рис. 8.** Графіки для визначення скейлінгу структурної функції:  $a$  —  $\zeta(q)/\zeta(3)$ ,  $b$  —  $\zeta(q)/\zeta(4)$ . Прямі — лінійна апроксимація даних, числа біля прямих — значення  $q$



Результати розрахунку скейлінгів моментів функції густини ймовірності для різних порядків  $q$  при аналізі маломасштабної турбулентності та порівняння їх із колмогорівською моделлю та двовимірною моделлю Ірошнікова — Крейчнана показані на рис. 9 та 10. Важливим є той факт, що турбулентні процеси у плазмі сонячного вітру близькі до двовимірної моделі Ірошнікова — Крейчнана, а в середині магнітосфери і в форшоковій області описуються ізотропною логпуассонівською каскадною моделлю. У всіх інших розглянутих випадках має місце неізотропність турбулентних процесів в перехідних областях магнітосфери Землі.

#### АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕНОСУ

Інтенсивні експериментальні дослідження властивостей низькочастотної турбулентності плазми почалися після отримання Бомом його відомої напівемпіричної формули для коефіцієнта поперечної дифузії плазми в сильному магнітному полі (див. [6]):

$$D_B = \frac{1}{16} \frac{k_B T_e}{eB},$$

де  $k_B$  — стала Больцмана.

У цій формулі залежність від магнітного поля коефіцієнта дифузії слабша ( $D_B \propto 1/B$ ), ніж у випадку класичної дифузії ( $D \propto 1/B^2$ ), тобто маємо аномальну (підвищену) дифузію плазми в магнітному полі. Аномальна дифузія є результатом турбулентності. У турбулентних областях плазма рухається поперек магнітного поля зі швидкістю

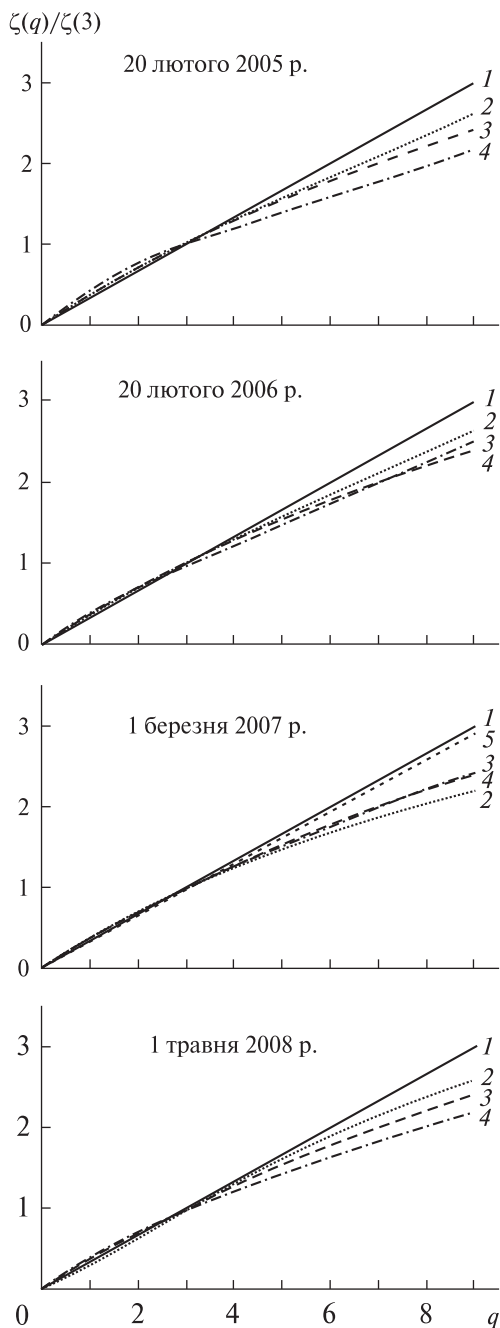
дрейфу  $V_T \sim E/B$ . Електричне поле приблизно можна оцінити як зміну потенціалу, поділену на характерний просторовий масштаб турбулентних областей  $\delta_T$ . Даний масштаб можна розглядати при оцінці коефіцієнта дифузії  $D$ . Зміну потенціалу можна оцінити за порядком величини як  $k_B T/e$ , де  $k_B$  — стала Больцмана. Тоді значення турбулентного коефіцієнта дифузії  $D = \delta_T \cdot V_T \sim k_B T/eB$ , що збігається з точністю до чисельного коефіцієнта з формулою Бома.

В результаті проведеного ESS-аналізу можна із рис. 9 отримати значення параметрів логпуассонівського скейлінга  $\beta$  і  $\Delta$  (табл. 2) і використовувати їх для визначення особливостей турбулентного переносу плазми. У такому підході коефіцієнт узагальненої дифузії залежить від скейлінга структурної функції  $\zeta(q)$  як [15, 21]:

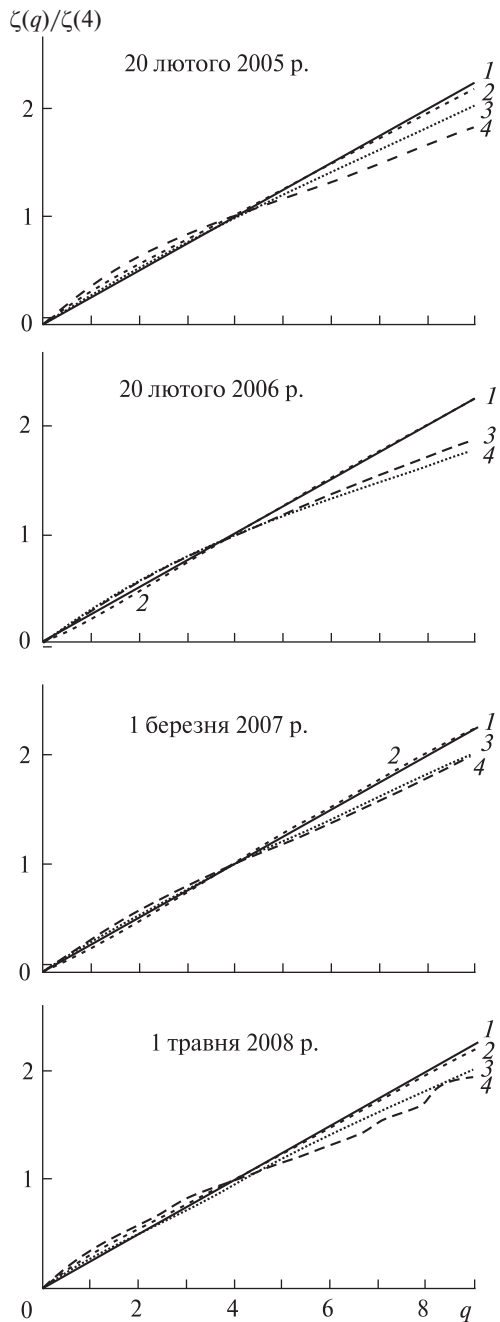
$$D \propto \tau^{R(-1)}, \quad R(q) = q - \zeta(3q).$$

Такий скейлінг використовується для оцінки переносу в статистично неоднорідному середовищі. У загальному випадку показник  $R(-1)$  визначається фрактальними властивостями середовища.

У табл. 2 для експериментально визначених індексів у різних областях магнітосфери Землі розраховані значення  $R(-1) = 0.1 \dots 0.7$ . Закон зміщення частинок з часом задається співвідношенням:  $\langle \delta x^2 \rangle \propto D\tau \propto \tau^\delta$ , з показником  $\delta \propto 1 + R(-1) = 1.1 \dots 1.7 > 1$ . Така залежність означає існування супердифузії, оскільки для нормальної (броунівської) дифузії  $\delta = 1$ , а конвективний рух (балістичний) характеризується значенням  $\delta = 2$ .



**Рис. 9.** Значення структурної функції  $\zeta(q)/\zeta(3)$ : 1 — розраховані по моделі Колмогорова (К41), 2 — по ізотропній логгаусонівській каскадній моделі, 3 — експериментальні дані для області магнітопаузи, 4 — для перехідних областей (2005 р. — магнітошар, 2006 р. — середина магнітошару, 2007 р. — форшок, 2008 р. — постшок), 5 — для плазми сонячного вітру



**Рис. 10.** Значення структурної функції  $\zeta(q)/\zeta(4)$ : 1 — розраховані по моделі Ірошнікова — Крейчнана; 2 — експериментальні дані для плазми сонячного вітру, 3 — для області магнітопаузи, 4 — для перехідних областей (2005 р. — магнітошар, 2006 р. — середина магнітошару, 2007 р. — форшок, 2008 р. — постшок)

У даній роботі було також отримано оцінку скейлінга зміщення частинок незалежним способом. Для цього ми скористалися рівнянням для супердифузії в турбулентному середовищі з «польотами Леві» (Levy flights) з роботи [25]:  $\langle \delta x^2 \rangle \propto \tau^{2s}$ , де  $s$  — показник степеня максимуму розподілу густини ймовірності флуктуацій магнітного поля  $P_r(0)$ , і  $\delta = 2s$ . Розраховані параметри показника степеня при аналізі аномальної дифузії з урахуванням зміни висоти максимуму функції густини ймовірності флуктуацій магнітного поля зазначені також в табл. 2. Результати добре узгоджуються з отриманими в ході ESS-аналізу значеннями і незалежно підтверджують наявність супердифузії як у магнітошарі Землі, так і в області магнітопаузи.

## ВИСНОВКИ

В результаті проведеного аналізу можна зробити висновок, що відносні варіації магнітного поля у магнітошарі перевищують значення в сонячному вітрі приблизно у 2—3 рази. При цьому всі істотні зміни у плазмі сонячного вітру і у міжпланетному магнітному полі відображаються в збуреннях аналогічних параметрів у магнітошарі. Однак зворотне судження буде невірним — не всі варіації параметрів у магнітошарі виникають в результаті флуктуації сонячного вітру або міжпланетного магнітного поля, значна частина з них генерується в самому магнітошарі або на його межах. Також можна відмітити, що при пе-

реході від квазіпаралельної до квазіперпендикулярної ударної хвилі рівень варіацій магнітного поля в магнітошарі суттєво нижчий. Джерелами варіацій у магнітошарі є процеси на фронті ударної хвилі. На користь цього свідчить і та обставина, що жодна з наявних гідродинамічних або МГД-моделей течії плазми у магнітошарі не може описати і тим більше передбачити наявність подібних варіацій, які є наслідком кінетичних, а не МГД-процесів.

Аналіз функції розподілу густини ймовірності флуктуацій магнітного поля, отриманих в рамках космічної місії «Кластер-2», показав наявність переміжності у перехідних областях магнітосфери Землі. Для плазми ж сонячного вітру зміна максимуму функції густини ймовірності подібна до типового гауссового розподілу — переміжності немає. Критичним масштабом розглянутих процесів є іонно-циклотронна частота.

Отримані при розгляді функції розподілу густини ймовірності флуктуацій результати повністю узгоджуються із розрахунками ексцесу і ESS-аналізом. При цьому турбулентні процеси у плазмі сонячного вітру приблизно описуються двовимірною моделлю Ірошнікова — Крейчнана, а в середині магнітошару і в форшоковій області — ізотропною логпласонівською каскадною моделлю.

У магнітошарі і на магнітопаузі перенос має супердифузійний характер, що необхідно враховувати при побудові його кількісних моделей.

Таблиця 2. Параметри дифузійних процесів

Дата	Положення	$\beta$	$\Delta$	$R(-1) = \Delta(1/\beta - 1)$	$s = \{1 + R(-1)\}/2$
20.02.2005	Сонячний вітер	Відсутність переміжності процесів		0	0.5
20.02.2006		Нормальна дифузія			
01.03.2007					
01.05.2008					
20.02.2005	Магнітошар	0.5	0.4	0.8	0.9
	Магнітопауза	0.26	0.12	0.35	0.68
20.02.2006	Середина магнітошару	0.67	0.69	0.34	0.67
	Магнітопауза	0.25	0.18	0.54	0.77
01.03.2007	Форшок	0.62	0.51	0.31	0.66
	Магнітопауза	0.34	0.15	0.29	0.65
01.05.2008	Постшок	0.71	2.22	0.91	0.96
	Магнітопауза	0.17	0.05	0.25	0.63

Автори вдячні за підтримку роботи в рамках спільного українсько-російського гранту № Ф40.2/053, гранту Міжнародного інституту космічних досліджень ISSI (Темп 132), INTAS-03-50-4872, INTAS 05-1000008-8050.

1. Баренблатт Г. И. Турбулентные пограничные слои при очень больших числах Рейнольдса // Успехи мат. наук. — 2004. — **59**, № 1 (355). — С. 45—62.
2. Закс Л. Статистическое оценивание. — М.: Статистика, 1976. — 598 с.
3. Заславский Г. М., Сагдеев Р. З. Введение в нелинейную физику от маятника до турбулентности и хаоса. — М.: Наука, 1988. — 368 с.
4. Ирошников П. С. Турбулентность проводящей жидкости в сильном магнитном поле // Астрон. журн. — 1963. — **40**. — С. 742—745.
5. Кадомцев Б. Б. Турбулентность плазмы // Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. — М.: Атомиздат, 1964. — С. 188—335.
6. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. — М.: Наука, 1988. — 303 с.
7. Козак Л. В. Статистичний розгляд турбулентних процесів у магнітосфері Землі за вимірами супутника «Інтербол» // Космічна наука і технологія. — 2010. — **16**, № 1. — С. 28—39.
8. Козак Л. В., Пилипенко В. А., Чугунова О. М., Козак П. Н. Статистический анализ турбулентности форшоковой области и магнитослоя Земли // Космич. исслед. — 2011. — **49**, № 3. — С. 202—212.
9. Колмогоров А. Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. АН СССР. — 1941. — **30**, № 4. — С. 299—303.
10. Космическая геогеофизика / Под ред. Л. М. Зеленого, И. С. Веселовского. — М.: Физматлит, 2008. — Т. 1. — 624 с.
11. Новиков Е. А., Стюарт Р. У. Переменяемость турбулентности и спектр флуктуаций диссипации энергии // Изв. АН СССР. Сер. Геофиз. — 1964. — № 3. — С. 408—413.
12. Савин С. П., Зеленый Л. М., Амата Э. и др. Динамическое взаимодействие потока плазмы с горячим пограничным слоем геомагнитной ловушки // Письма в ЖЭТФ. — 2004. — **79**, № 8. — С. 452—456.
13. Фриш У. Турбулентность: Наследие А. Н. Колмогорова. — М.: Фазис, 1998. — 343 с.
14. Benzi R., Ciliberto S., Tripiccion R., et al. Extended self-similarity in turbulent flows // Phys. Rev. E. — 1993. — **48**. — P. R29—R32.
15. Chechkin A. V., Gorenflo R., Sokolov I. M. Generalized fractional diffusion equations for accelerating subdiffusion and truncated Lévy flights // Phys. Rev. — 2002. — **66**, 046129. — P. 13.
16. Consolini G., Kretschmar M., Lui A. T. Y., et al. On the magnetic field fluctuations during magnetospheric tail current disruption: A statistical approach // J. Geophys. Res. — 2005. — **110**. — P. A07202. — doi:10.1029/2004JA010947.
17. Dubrulle B. Intermittency in fully developed turbulence: Log-Poisson statistics and generalized scale covariance // Phys. Rev. Lett. — 1994. — **73**. — P. 959—962.
18. Kraichnan R. H. The structure of isotropic turbulence at very high Reynolds numbers // J. Fluid Mech. — 1959. — **5**. — P. 497—543.
19. Kraichnan R. H. Lagrangian — history closure approximation for turbulence // Phys. Fluids. — 1965. — **8**. — P. 575—598.
20. Kraichnan R. H. Convergents to turbulence functions // J. Fluid Mech. — 1970. — **41**. — P. 189—217.
21. Lovejoy S., Schertzer D., Silas P. Diffusion in One Dimensional Multifractal Porous Media // Water Resour. Res. — 1998. — **34**. — P. 3283—3291
22. Savin S., Amata E., Zelenyi L., et al. High kinetic energy jets in the Earth's magnetosheath: Implications for plasma dynamics and anomalous transport // JETP Lett. — 2008. — **87**. — P. 593—599.
23. Shevyrev N. N., Zastenker G. N. Some features of the plasma flow in the magnetosheath behind quasi-parallel and quasi-perpendicular bow shocks // Planet. and Space Sci. — 2005. — **53**. — P. 95—102.
24. She Z., Leveque E. Universal scaling laws in fully developed turbulence // Phys. Rev. Lett. — 1994. — **72**. — P. 336—339.
25. Treumann R. A. Theory of super-diffusion for the magnetopause // Geophys. Res. Lett. — 1997. — **24**. — P. 1727—1730.

Надійшла до редакції 01.10.11

L.V. Kozak, S. P. Savyn, A. T. Lui, O. O. Tsupko

#### SOME FEATURES OF TURBULENT PROCESSES IN THE EARTH'S MAGNETOSPHERE FROM CLUSTER MISSION MEASUREMENTS

Statistical features of magnetic field fluctuations in bound regions of the Earth's magnetosphere are investigated on different time scales. The Cluster-2 mission measurements made during 2004—2009 are used for our analysis. Changes in the shape and parameters of probability density function for the magnetic field fluctuations are studied for the time intervals when the satellite was within the magneto-layer, solar plasma wind and magnetopause region. The evolution of the change of the probability density function maximum and kurtosis values are considered and structure functions of different orders are investigated as characteristics of turbulent processes for different time scales. Two asymptotic modes of the change in the maximum height for the probability density function are found which can be described with the use of different power laws. On the basis of the investigation of structure functions of high orders (up to the ninth order), the character of turbulent processes is determined and diffusion in the regions under consideration is studied. It is found that the type of the turbulent processes in the solar wind plasma differ greatly from one in the magneto-layer. Besides, super-diffusion is revealed in transitional regions of the Earth's magnetosphere.