

УДК 523.9

А. А. Логинов<sup>1</sup>, О. К. Черемных<sup>1</sup>, В. Н. Криводубский<sup>2</sup>, Н. Н. Сальников<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Інститут космічних досліджень Національної академії наук України та Державного космічного агентства України, Київ

<sup>2</sup> Астрономічна обсерваторія Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТОРСИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ СОЛНЦА

---

*На основі порівняння результатів проведеного нами чисельного моделювання глобальної течії в сонячній конвективній зоні з даними спостережень торсійних коливань Сонця обґрунтовано гідродинамічну природу цих коливань, які є тороїдальною складовою глобальної тривимірної асиметричної коливальної течії, асиметричної відносно екватора. Фізичним механізмом виникнення торсійних коливань служить втрата стійкості диференціального обертання Сонця.*

---

### ВВЕДЕНИЕ

Затянувшийся во времени 23-й цикл солнечной активности был аномальным по многим параметрам (см. <http://www.swpc.noaa.gov/Solar Cycle>), что поставило перед исследователями ряд вопросов, требующих объяснения. Важной характеристикой солнечных циклов служат торсионные (крутильные) колебания угловой скорости (дифференциального вращения), открытые Ховардом и Лабонтом [15] в результате анализа доплеровских спектроскопических измерений поверхностных скоростей всего солнечного диска. Внешне по наблюдениям торсионные колебания представляют собой зоны быстрого и медленного вращения, чередующиеся по широте и мигрирующие от высоких широт к низким по мере развития цикла (рис. 1). Позднее с помощью методов глобальной [17, 25, 26] и локальной [13] гелиосейсмологии торсионные колебания были идентифицированы в подфотосферных слоях. Есть также указания на то, что эти колебания могут простираться вглубь вплоть до дна солнечной конвективной зоны (СКЗ) [12, 29].

Актуальность изучения торсионных колебаний состоит в том, что активные магнитные области возникают преимущественно на границе

между зонами быстрого и медленного вращения поверхностных слоев [23]. Другими словами, из анализа наблюдений стало ясно, что зональные полосы торсионных колебаний связаны с широтными зонами пятнообразования, которые мигрируют от средних широт к экватору в течение 11-летнего цикла [25, 26]. В результате гелиосейсмических экспериментов установлено, что вблизи максимума 23-го цикла произошла смена режима торсионных колебаний ниже дна СКЗ в тахоклине: период колебаний 1.3 года, выявленный в начале цикла [16], после 2001 г. исчез и больше не проявлялся [19, 21]. Кроме того, согласно последним наблюдениям [20, 21] обнаружена синхронизация начала нового 24-го цикла с повышенными скоростями мигрирующих к экватору полос торсионных колебаний, что чрезвычайно важно с точки зрения прогнозирования начала новых циклов. Таким образом, изучение механизмов торсионных колебаний насущно в аспекте объяснения наблюдаемых флюктуаций солнечной активности и их прогнозов. В настоящей работе представлены результаты проведенных нами численных расчетов пространственных и временных вариаций тороидального глобального течения (торсионных колебаний) в СКЗ на основе механизма, который базируется на концепции чисто гидродинамической неустойчивости вращающейся жидкости.

**ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЗНИКНОВЕНИЯ И ВОЗМУЩЕНИЯ ГЛОБАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ СОЛНЦА**

Ранее нами был обоснован механизм генерации на Солнце глобального полоидального течения в виде вихрей Тейлора, возникающего при потере устойчивости дифференциального вращения [8]. В рамках предложенного механизма в работе [9] рассмотрена простая математическая модель для расчета пространственного вида и эволюции во времени полоидального гидродинамического течения, учитывающая гелиосейсмические данные [28] о внутреннем вращении СКЗ. Здесь мы делаем следующий шаг: рассчитываем вторую — тороидальную (азимутальную) составляющую глобального течения.

Математическая модель [9] состоит из уравнения движения вязкой жидкости

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right] =$$

$$= -\nabla P - \rho \nabla U + \eta \Delta \mathbf{V} + (\xi + \eta/3) \text{grad div}(\mathbf{V}) \quad (1)$$

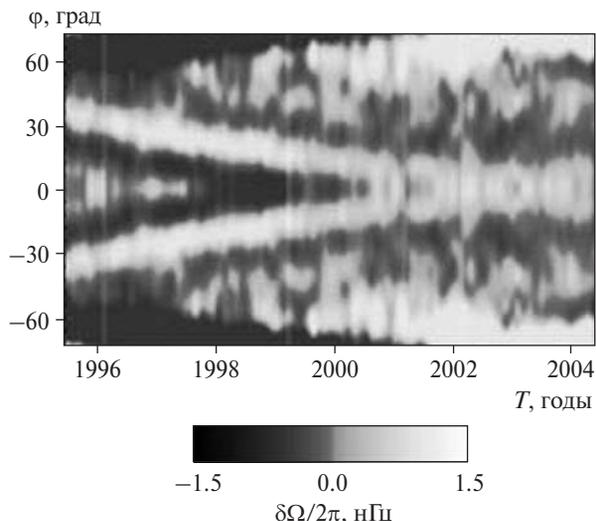
и уравнения неразрывности в форме неупругости

$$\text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (2)$$

где  $P$  — давление,  $U$  — гравитационный потенциал,  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости жидкости,  $\xi$  — коэффициент второй вязкости,  $\mathbf{V}$  — вектор скорости течения солнечной плазмы,  $\rho$  — плотность плазмы. Вследствие предположения неупругости плотность в уравнениях (1) и (2) является функцией только пространственных координат. Уравнения (1) и (2) анализировались в сферической системе координат  $(R, \theta, \varphi)$ , начало которой находится в центре солнечной сферы с радиусом  $R_0$ , а полярная ось совпадает с осью вращения Солнца. Решение искалось в виде суммы стационарной скорости большой амплитуды (описывающей дифференциальное вращение) и малой добавки к ней (описывающей гидродинамические течения значительно меньшей амплитуды скорости):

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_\varphi + \mathbf{v}, \quad |\mathbf{V}_\varphi| \gg |\mathbf{v}|, \quad (3)$$

в предположении осевой симметрии течения ( $\partial/\partial\varphi = 0$ ). Здесь:  $\mathbf{V}_\varphi$  — заданная стационарная азимутальная скорость вращения в СКЗ, опре-



**Рис. 1.** Торсионные колебания: зависимость вариаций частоты вращения Солнца  $\delta\Omega/2\pi$  от солнечной широты  $\varphi$  и времени (ось абсцисс) для относительного радиуса  $r = R/R_0 = 0.99$  ( $R_0$  — радиус Солнца). Рисунок взят из работы [18]

деленная методами гелиосейсмологии,  $\mathbf{v} = \{v_R, v_\theta, v_\varphi\}$  — искомая малая поправка ( $v_R, v_\theta, v_\varphi$  — радиальная, меридиональная (широтная) и азимутальная (тороидальная) составляющие скорости  $\mathbf{v}$ ). Как показано в работе [9], скорость  $\mathbf{v}$  описывает течение малой амплитуды, возникающее вследствие потери устойчивости дифференциального вращения. Уравнения (1) и (2) дополняются граничными условиями обращения в ноль нормальной к граничным поверхностям радиальной составляющей скорости  $v_R$  на внешней границе фотосферы ( $R/R_0 = 1$ ) и на дне СКЗ ( $r = R/R_0 = 0.68$ ):

$$v_R|_{R/R_0=1} = 0, \quad v_R|_{R/R_0=0.68} = 0. \quad (4)$$

Следует отметить, что приведенные граничные условия (4), известные также как условия непротекания [2], являются достаточно точным приближением к строгим граничным условиям равенства тензоров напряжений на границе раздела двух сред.

После линеаризации системы уравнений (1) и (2) относительно  $\mathbf{v}$  и применения операции  $\text{rot}$  к обеим частям линеаризованного уравнения (1) получаем уравнения

$$\text{rot} \left\{ \rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{V}_\varphi \cdot \nabla) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{V}_\varphi \right] \right\} = 0, \quad (5)$$

$$\text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (6)$$

где в правой части уравнения (5) мы пренебрегли силами вязкости на том основании, что они значительно меньше динамических сил. Система уравнений (5), (6) с граничными условиями (4) описывает в нашем случае глобальные течения в СКЗ, возникающие при потере устойчивости вращения сферического слоя жидкости (сферическое течение Куэтта) [6, 14]. Радиальная зависимость глобальной стационарной угловой скорости  $\mathbf{V}_\varphi$  в уравнении (5) соответствует ее профилю в СКЗ, полученному из расшифровки гелиосейсмических данных [28].

Общая форма решения для скорости  $\mathbf{v}$  (см. [5, 9]) имеет следующий вид:

$$\rho \mathbf{v} = \text{rot}(\mathbf{A}) + \mathbf{e}_\varphi v_\varphi, \quad (7)$$

где векторный потенциал

$$\mathbf{A} = A(R, \theta, t) \cdot \mathbf{e}_\varphi \quad (8)$$

в силу осевой симметрии ( $\partial/\partial\varphi = 0$ ) имеет ненулевую только  $\varphi$ -ю составляющую ( $\mathbf{e}_\varphi$  — единичный азимутальный вектор).

При условии (7) уравнение (6) удовлетворяется автоматически, а для скорости  $\mathbf{v}$  солнечной среды получаем выражение

$$\mathbf{v} = \left( \frac{1}{\rho R^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (AR \sin \theta), -\frac{1}{\rho R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial R} (AR \sin \theta), v_\varphi \right). \quad (9)$$

Отсюда следует, что радиальная ( $v_R$ ) и меридиональная ( $v_\theta$ ) составляющие полоидального течения полностью определяются значением скалярной функции  $A(R, \theta, t)$ .

После подстановки (9) в (5) и проведения преобразований, описанных в работе [9], приходим к двум линейным дифференциальным уравнениям в частных производных для определения скалярных функций  $A$  и  $v_\varphi$

$$\frac{\partial^2 (\Delta \mathbf{A})_\varphi}{\partial t^2} - \frac{1}{R} \left\{ \ln(R^2 \sin^2 \theta) \right\}, \frac{V_\varphi}{R^3 \sin^2 \theta} \left\{ AR \sin \theta, V_\varphi R \sin \theta \right\} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + \frac{1}{\rho R^3 \sin^2 \theta} \left\{ V_\varphi R \sin \theta, AR \sin \theta \right\} = 0, \quad (11)$$

где  $\Delta \mathbf{A}$  — лапласиан от функции  $\mathbf{A}$ ,  $\{f, g\}$  — скобки Пуассона, которые для любых двух функций  $f$  и  $g$  в сферической системе координат имеют вид:

$$\{f, g\} = \left\{ \frac{\partial f}{\partial R} \frac{\partial g}{\partial \theta} - \frac{\partial f}{\partial \theta} \frac{\partial g}{\partial R} \right\}.$$

Поскольку коэффициенты уравнений (10) и (11) не зависят от времени, то решение для векторного потенциала  $\mathbf{A}$  и тороидальной скорости  $v_\varphi$  ищем в виде

$$A(R, \theta, t) = \tilde{A}(R, \theta) e^{\gamma t}, \quad v_\varphi(R, \theta, t) = \tilde{v}_\varphi(R, \theta) e^{\gamma t}, \quad (12)$$

где инкремент  $\gamma$  определяет поведение во времени векторного потенциала и скорости.

Из вида (10) и (11) следует, что для нахождения всех трех составляющих скорости  $\mathbf{v}$  (см. выражение (9)) необходимо решить однородное линейное дифференциальное уравнение (10) в частных производных относительно функций  $A(R, \theta, t)$ .

Заметим, что в уравнение (10) не входит плотность  $\rho$ . Она появляется только на заключительном этапе вычисления составляющих скорости  $\mathbf{v}$  по формулам (9), (11), и поэтому может быть любой функцией радиуса. В частности, распределение плотности по радиусу нами взято из стандартной модели Солнца [1].

Решение уравнения (10) с использованием указанной подстановки проводилось численно методом Галеркина и описано в работах [8, 9]. Здесь кратко представлены полученные нами результаты.

Для численного анализа гидродинамического течения мы использовали 18 базисных функций в разложении функции  $\tilde{A}(R, \theta)$ . В результате моделирования было получено девять антисимметричных и девять симметричных (относительно плоскости экватора Солнца) решений  $\tilde{A}(R, \theta)$  со сложной пространственной структурой. Им соответствуют 18 показателей  $\gamma^2$ , описывающих колебательные и нарастающие по времени решения  $A(R, \theta, t)$ . Ввиду линейности рассматриваемой модели можно говорить только о частотах колебаний и времени нарастания для каждой моды и зависимости только относительной ам-

плитуды скорости от полярного угла  $\theta$  и относительного радиуса  $r = R/R_0$  в СКЗ. Численные расчеты показали, что меридиональная составляющая антисимметричных течений обнуляется на экваторе, в то время как симметричная составляющая может иметь на экваторе отличную от нуля скорость  $v_0$ . В результате численного моделирования получены колебательные решения: два антисимметричных с периодами колебаний около 130 и 35 лет и одно симметричное с периодом около 20 лет. Заметим, что рассчитанные периоды выявляются при интерпретации различных наблюдаемых индексов солнечной активности. Так, например, период магнитного цикла Хейла [3, 4, 10] и время миграции торсионных колебаний от полюсов к экватору [15] близки к 20 годам. Шов [27] при анализе данных Вольфа об временных изменениях относительного числа солнечных пятен обнаружил 30-летние группы «более длинных» 11-летних циклов (см. также монографии Ю. И. Витинского [3] и Б. М. Рубашева [11] и ссылки в них). Величина 130 лет близка к вековому циклу (верхний предел которого составляет около 120 лет) изменения мощности явлений пятнообразования [4].

Отметим, что поскольку уравнение (10) линейное, то сумма всех полученных решений также является решением, и следовательно, все описываемые ими течения могут одновременно наблюдаться на Солнце.

### ТОРСИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СОЛНЦА

Переходим к рассмотрению тороидальной составляющей гидродинамического течения малой амплитуды. Согласно условию (3) крутильные колебания можно представить в виде малых по величине периодических изменений скорости  $v_\varphi$  на фоне тороидальной скорости большой амплитуды  $V_\varphi$ . Покажем, что этот процесс можно описать с помощью тороидальной составляющей рассчитанных нами ранее колебательных мод. Анализ колебаний проведем на примере антисимметричной моды с периодом, близким к 35 годам, и симметричной — с периодом около 20 лет.

Все три составляющие скорости указанных выше мод задаются выражением (9), в которое входит азимутальная составляющая векторного

потенциала  $A$ , определяемая выражением (12). При решении уравнения (10) методом Галеркина в общем случае получаются комплексные значения  $\gamma$ , а также комплексные коэффициенты при базисных функциях в разложении для функции  $\tilde{A}(R, \theta)$ . В результате решения, соответствующие различным значениям  $\gamma$ , определяются формулой

$$\begin{aligned} A(R, \theta, t) &= \tilde{A}(R, \theta) e^{\gamma t} = e^{\lambda t + i\omega t} \tilde{A}(R, \theta) = \\ &= e^{\lambda t + i\omega t} (A_r(R, \theta) + iA_i(R, \theta)) = \\ &= e^{\lambda t} \{A_r(R, \theta) \cos \omega t - A_i(R, \theta) \sin \omega t + \\ &+ i[A_r(R, \theta) \sin \omega t + A_i(R, \theta) \cos \omega t]\}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\lambda = \text{Re } \gamma$ ,  $\omega = \text{Im } \gamma$ ,  $A_r(R, \theta) = \text{Re}(\tilde{A}(R, \theta))$ ,  $A_i(R, \theta) = \text{Im}(\tilde{A}(R, \theta))$ .

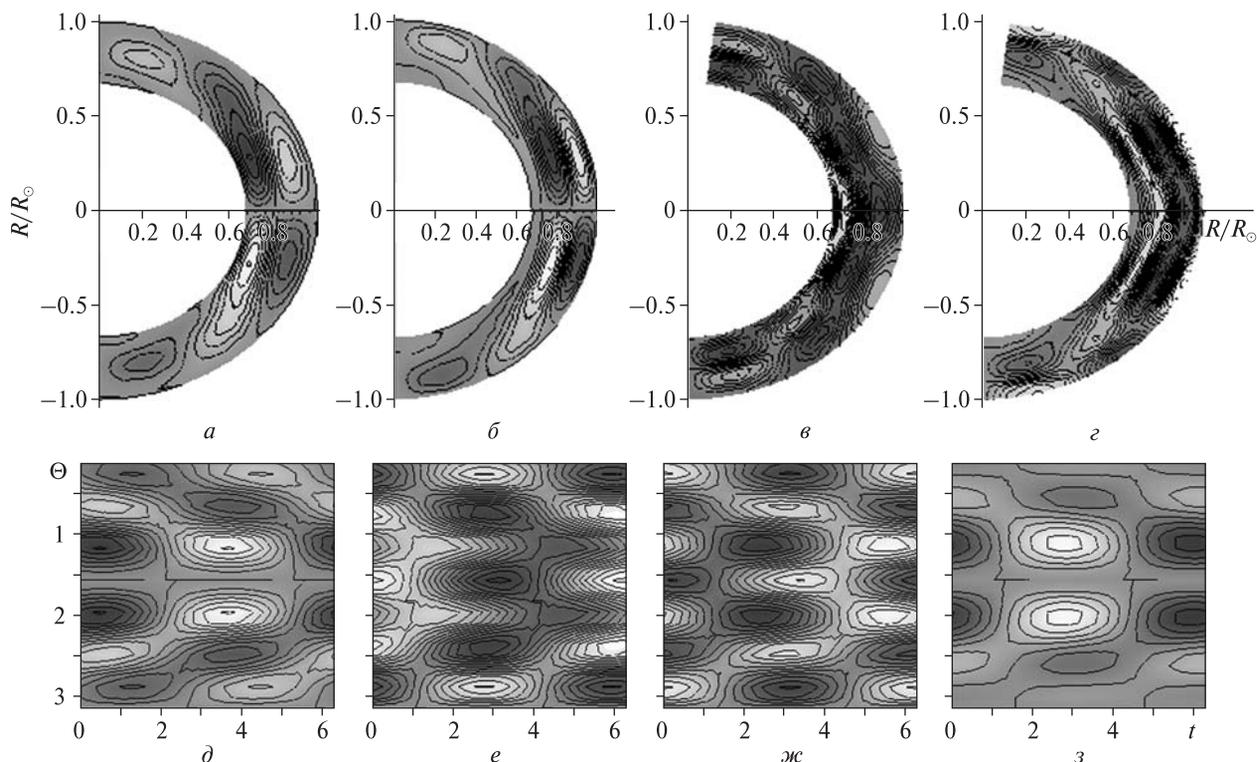
Ввиду линейности уравнения (10) мнимая и действительная части выражения (13) являются решениями (10), и следовательно, любая их линейная комбинация, в частности сумма

$$\begin{aligned} A_\Sigma(R, \theta, t) &= e^{\lambda t} \{[A_r(R, \theta) + A_i(R, \theta)] \cos \omega t + \\ &+ [A_r(R, \theta) - A_i(R, \theta)] \sin \omega t\} \end{aligned} \quad (14)$$

также является его решением. Для тороидальной скорости  $v_{\Sigma\varphi}$ , соответствующей выражению (14), из уравнения (11) получаем

$$\begin{aligned} v_{\Sigma\varphi}(R, \theta, t) &= e^{\lambda t} \{[(v_{r\varphi}(R, \theta) + v_{i\varphi}(R, \theta)) \cos \omega t + \\ &+ [(v_{r\varphi}(R, \theta) - v_{i\varphi}(R, \theta)) \sin \omega t]\}. \end{aligned} \quad (15)$$

На рис. 2 и 3 для значений  $\gamma^2$ , равных  $114710.97 + i 621.12$  и  $38454.71 + i 630.77$ , для антисимметричной и симметричной мод соответственно, показан вид функций, которые являются амплитудами при  $\cos \omega t$  и  $\sin \omega t$  в (14) для  $A_\Sigma(R, \theta, t)$  и в (15) для  $v_{\Sigma\varphi}$ , а также скорости  $v_{\Sigma\varphi}$  на различных глубинах СКЗ. На рис. 2,  $a-g$  и рис. 3,  $a-g$  по оси абсцисс и ординат отложен относительный радиус Солнца  $r = R/R_0$ , при этом ось абсцисс лежит в плоскости экватора, а ось ординат совпадает с осью вращения Солнца. Северный полюс находится в точке  $+1$  по оси ординат. На рис. 2,  $d-z$  и рис. 3,  $d-z$  по оси абсцисс отложена фаза колебаний  $T = \omega t$  в радианах, а по оси ординат — полярный угол  $\theta$  (экватору соответствует значение угла  $\theta = \pi/2$ ). На рис. 2 и 3 белому цвету соответствует максимальное положительное значение, а темно-серому — максимальное по модулю отрицательное значение.



**Рис. 2.** Антисимметричная 35-летняя колебательная мода: *а, б* — линии уровня функции  $A_r(R,\theta)+A_i(R,\theta)$  и  $A_r(R,\theta)-A_i(R,\theta)$  векторного потенциала  $A_\Sigma(R,\theta,t)$  (см. (12)); *в, г* — линии уровня функции  $v_{r\phi}(R,\theta)+v_{i\phi}(R,\theta)$  и  $v_{r\phi}(R,\theta)-v_{i\phi}(R,\theta)$  тороидальной скорости  $v_{\Sigma\phi}(R,\theta,t)$  (см. (13)); *д* — линии уровня относительных значений тороидальной скорости  $v_{\Sigma\phi}(R,\theta,t)$  при  $R/R_\odot = 1$  (цвета от темносерого до белого соответствуют значениям  $-60\dots60$ ); *е* — *з* — то же для  $R/R_\odot = 0.89$ , интервал  $(-3\dots+3)\cdot 10^{-4}$ ,  $R/R_\odot = 0.78$ , интервал  $-10^{-4}\dots+10^{-4}$ ,  $R/R_\odot = 0.67$ , интервал  $(-8\dots+8)\cdot 10^{-5}$  соответственно

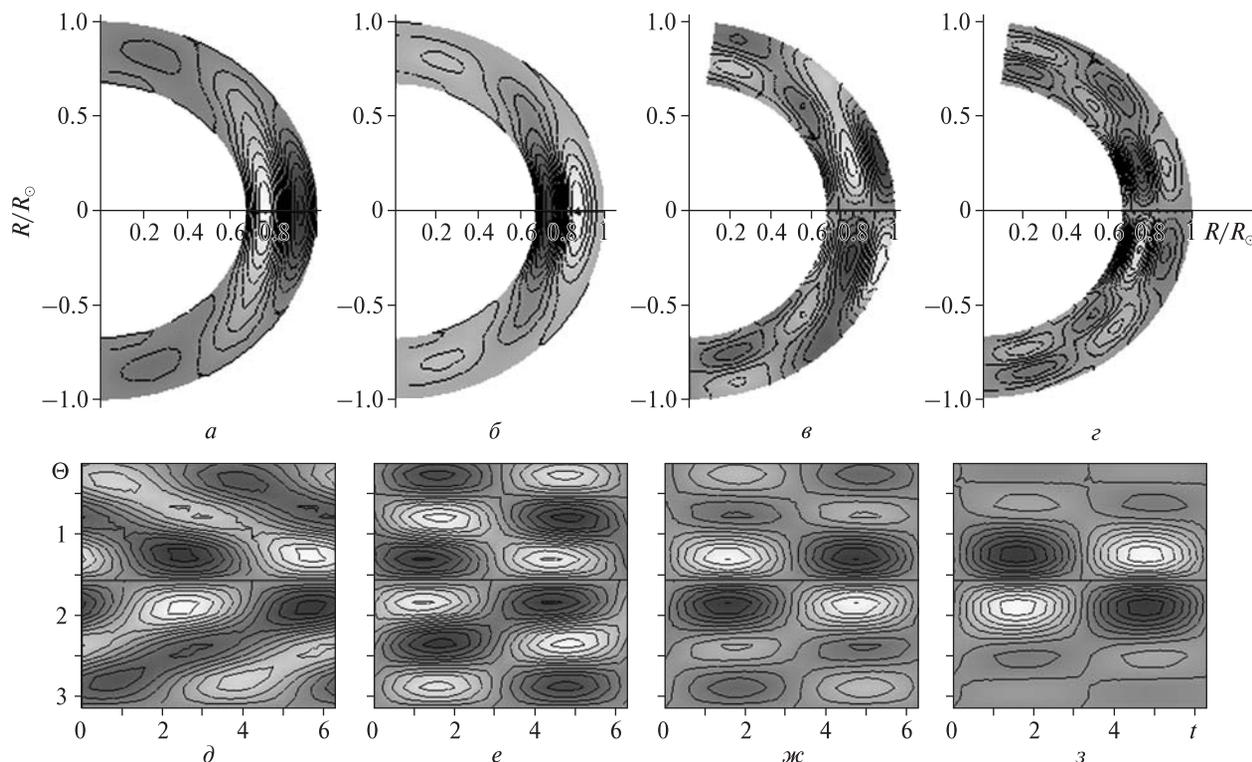
Полученные в результате решения уравнения (9) функции  $A_r(R,\theta)+A_i(R,\theta)$  и  $A_r(R,\theta)-A_i(R,\theta)$  векторного потенциала  $A_\Sigma(R,\theta,t)$  35-летней колебательной моды принадлежат к классу *антисимметричных* решений относительно экватора (рис. 2, *а, б*). Поэтому найденный нами векторный потенциал  $A_\Sigma(R,\theta,t)$  определяет полоидальную и тороидальную скорости через (9) и (11) таким образом, что тороидальная скорость получается *симметричной* относительно экватора (рис. 2, *в–з*).

И наоборот, *симметричный* векторный потенциал 20-летней колебательной моды определяет *антисимметричную* тороидальную скорость (см. рис. 3).

Заметим, что найденные нами функции  $A(R,\theta,t) = \tilde{A}(R,\theta)e^{\gamma t}$  являются частными реше-

ниями уравнения (10), обеспечивающими выполнение граничных условий (4). Они определяют форму отдельных мод решения (10) и характер их изменения со временем. Для нахождения конкретного решения, т. е. значений начальных коэффициентов, стоящих при этих функциях, необходимо задать начальные условия во всей области решения задачи, которых у нас нет. Поэтому в описании рис. 2, *а–г* и рис. 3, *а–г* отсутствуют численные значения представленных на них функций, однако изображенные на них линии уровней дают информацию о положениях особых точек, градиентах, нулях и т. д. функций во всей СКЗ.

Численные значения интервалов изменения скорости, приведенные в подписях рис. 2, *д–з* (рис. 3, *д–з*), также относительны. Они имеют



**Рис. 3.** Симметричная 20-летняя колебательная мода: *а, б* — линии уровня функции  $A_r(R, \theta) + A_i(R, \theta)$  и  $A_r(R, \theta) - A_i(R, \theta)$  векторного потенциала  $A_r(R, \theta, t)$  (см. (12)); *в, г* — линии уровня функции  $v_{r\phi}(R, \theta) + v_{i\phi}(R, \theta)$  и  $v_{r\phi}(R, \theta) - v_{i\phi}(R, \theta)$  тороидальной скорости  $v_{z\phi}(R, \theta, t)$  (см. (13)); *д* — линии уровня относительных значений тороидальной скорости  $v_{z\phi}(R, \theta, t)$  при  $R/R_0 = 1$  (цвета от темносерого до белого соответствуют значениям  $-10 \dots +10$ ); *е — з* — то же для  $R/R_0 = 0.89$ , интервал  $-10^{-4} \dots +10^{-4}$ ,  $R/R_0 = 0.78$ , интервал  $(-6 \dots +6) \cdot 10^{-5}$ ,  $R/R_0 = 0.67$ , интервал  $(-3 \dots +3) \cdot 10^{-5}$  соответственно

смысл только в сравнении друг с другом, что позволяет понять характер зависимости величины скорости от радиуса.

Для наглядности рис. 2, в, г и рис. 3, в, г были построены по формуле (10) при плотности  $\rho = 1$ . Поскольку реально плотность в области определения функций  $v_{r\phi}(R, \theta) + v_{i\phi}(R, \theta)$  и  $v_{r\phi}(R, \theta) - v_{i\phi}(R, \theta)$  изменяется на шесть порядков, то учет этого изменения приводил бы к существенной потере наглядности информации, отображаемой на графиках. В тоже время для понимания относительного изменения масштабов амплитуд торсионных колебаний по глубине (радиусу) при расчете линий уровня относительных значений тороидальной скорости (рис. 2, д—з и рис. 3, д—з) зависимость плотности  $\rho$  от радиуса в уравнении (10) учитывалась.

### СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ С ДАННЫМИ НАБЛЮДЕНИЙ

Рассчитанные нами распределения относительных значений тороидальной скорости по времени и широте (рис. 2, д—з и рис. 3, д—з) качественно похожи на картину торсионных колебаний, полученную путем расшифровки данных гелиосейсмических экспериментов для фиксированного относительного радиуса  $r = R/R_0 = 0.99$  (рис. 1) [18]. А именно, в рамках нашей концепции чисто гидродинамической природы вариаций тороидальных течений в результате численного моделирования были выявлены зоны быстрого и медленного вращения, чередующиеся по широте и мигрирующие от высоких широт к низким в течение периода колебаний. Как и в случае полученного из гелиосейсмических данных

распределения торсионных колебаний по глубине [23], на рисунках ясно видны изменения формы колебаний по радиусу и их наличие вплоть до дна тахоклина. Уменьшение амплитуды колебаний с глубиной происходит в основном, как следует из уравнения (10), вследствие увеличения с глубиной плотности плазмы Солнца.

Полосы с одинаковыми направлениями тороидальной скорости в течение цикла смещаются от средних широт в сторону меньших широт и сходятся на экваторе (рис. 2,  $d-z$ ), что качественно совпадает с наблюдаемой картиной торсионных колебаний. В силу этого становится ясно, что рассчитанная нами антисимметричная 35-летняя колебательная мода векторного потенциала соответствует *характерному динамическому свойству* наблюдаемых торсионных колебаний. В то же время из рис. 3,  $d-z$  следует, что полосы с противоположными направлениями тороидальных скоростей симметричной 20-летней колебательной моды векторного потенциала также сходятся к экватору. И это согласуется со временным свойством глобальных магнитных полей: циклом Хейла и временем миграции торсионных колебаний от полюсов к экватору.

Таким образом, первая — антисимметричная — колебательная мода векторного потенциала проявляется в динамике поведения торсионных колебаний, тогда как вторая — симметричная мода — близка ко времени смещения полос торсионных колебаний к экватору. Обе колебательные моды векторного потенциала  $\mathbf{A}$  являются решениями уравнения (10) и в зависимости от начальных условий, которых, к сожалению, у нас нет, в принципе могут реализоваться на Солнце. Согласно проведенным численным расчетам в пространственной динамике процесса предпочтительнее выглядит антисимметричная мода. Однако, на наш взгляд, в торсионных колебаниях могут быть задействованы обе моды, которые по-разному проявляются в наблюдениях. Хотя бы малая добавка симметричной моды должна приводить к тому, что *суммарное колебание* будет обладать *смешанной симметричностью* колебательных мод векторного потенциала  $\mathbf{A}$  (т. е. оно будет *асимметричным* по четности мод).

## ВЫВОДЫ

Из сравнительного анализа результатов проведенного нами численного моделирования и данных о наблюдаемых торсионных колебаниях Солнца можно сделать следующие выводы:

- торсионные колебания Солнца могут иметь чисто гидродинамическую природу, физической причиной реализации которых служит потеря устойчивости дифференциального вращения Солнца;
- торсионные колебания в основном имеют антисимметричный характер (по векторному потенциалу  $\mathbf{A}$ ), хотя на Солнце в ряде случаев могут реализоваться и симметричные колебания;
- торсионные колебания представляют собой азимутальную составляющую суперпозиции двух трехмерных стоячих гармонических колебаний, сдвиг фаз между которыми составляет  $90^\circ$ , со сложными пространственными функциями их амплитуд (вопреки кажущемуся наблюдательному впечатлению, что мы имеем дело с одномерной волной, распространяющейся от высоких широт Солнца к экватору).

1. Аллен К. У. Астрофизические величины. — М., 1977. — 448 с.
2. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкостей. — М., 1973. — 760 с.
3. Витинский Ю. И. Цикличность и прогнозы солнечной активности. — М., 1973. — 260 с.
4. Витинский Ю. И., Копецкий М., Куклин Г. В. Статистика пятнообразовательной деятельности Солнца. — М., 1986. — 296 с.
5. Гледзер Е. Б., Должанский Ф. В., Обухов А. М. Системы гидродинамического типа и их применение. — М., 1981. — 368 с.
6. Джозеф Д. Устойчивость движения жидкости. — М., 1981. — 638 с.
7. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. — М., 1963. — Ч. 1. — 584 с.
8. Логинов А. А., Сальников Н. Н., Черемных О. К. и др. О гидродинамическом механизме генерации глобального полоидального течения на Солнце // Кинематика и физика небес. тел. — 2011. — 27, № 5. — С. 3—11.
9. Логинов А. А., Сальников Н. Н., Черемных О. К. и др. Гидродинамическая модель генерации глобального полоидального течения Солнца // Космічна наука і технологія. — 2011. — 17, № 1. — С. 29—35.
10. Прист Э. Р. Солнечная магнитогидродинамика. — М., 1985. — 592 с.

11. Рубашев Б. М. Проблемы солнечной активности. — Москва—Ленинград, 1964. — 364 с.
12. Antia H. H., Basu S. // ESA SP-259: SOHO 14: Helio- and asteroseismology: towards a golden future. — 2004. — P. 305—308.
13. Braun D. C., Birc A. C. Prospects for the detection of the deep solar meridional circulation // *Astrophys. J. Lett.* — 2008. — **689**. — P. L161—L165.
14. Couette M. Etudes sur le frottement des liquides // *Ann. Chem. Phys.* — 1890. — **21**. — P. 433.
15. Howard R., LaBonte B. J. The Sun is observed to be a torsional oscillator with a period of 11 years // *Astrophys. J.* — 1980. — **239**. — P. L33—L36.
16. Howe R., Christensen-Dalsgaard J., Hill F., et al. Dynamics variations at the base of the solar convection zone // *Science*. — 2000. — **287**. — P. 2456—2460.
17. Howe R., Christensen-Dalsgaard J., Hill F., et al. Deeply penetrating banded zonal flow in the solar convection zone // *Astrophys. J.* — 2000. — 533. — P. L163—166.
18. Howe R., Christensen-Dalsgaard J., Hill F., et al. Solar convection-zone dynamics, 1995—2004 // *Astrophys. J.* — 2005. — **634**. — P. 1405—1415.
19. Howe R., Christensen-Dalsgaard J., Hill F., et al. Temporal variations in solar rotation at the bottom of the convection zone: The current status // *Adv. Space Res.* — 2007. — **40**, N 7. — P. 915—918.
20. Howe R., Christensen-Dalsgaard J., Hill F., et al. A note on the torsional oscillation at solar minimum // *Astrophys. J. Lett.* — 2009. — **702**. — P. L87—L89.
21. Howe R., Komm R., Hill F., et al. Rotation-rate variations at tachocline: An update // *J. Phys: Conf. Ser.* — 2011. — **271**, N 1. — P. 012075.
22. Komm R., Howe R., Hill F., et al. Solar-cycle variation of zonal and meridional flow // *J. Phys: Conf. Ser.* — 2011. — **271**, N 1. — P. 012077.
23. Kosovichev A.G. Probing solar and stellar interior dynamics and dynamo // *Adv. Space Res.* — 2008. — **41**. — P. 830—837.
24. Kosovichev A. G., Schou J. Detection of zonal shear flows beneath the Sun's surface from f-mode frequency splitting // *Astrophys. J.* — 1997. — **482**. — P. L207.
25. Maunder E. W. Note on the distribution of Sun-spots in heliographic latitude, 1874 to 1902 // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* — 1904. — **64**. — P. 747—761;
26. Maunder E. W. Distribution of sunspots in heliographic latitude, 1874—1913 // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* — 1913. — **74**. — P. 112—116.
27. Schöve D. J. The Sunspot Cycle, 649 B.C. to A.D. 2000 // *J. Geophys. Res.* — 1955. — **60**. — P. 127—146.
28. Thompson M. J., Christensen-Dalsgaard J., Miesch M. S., Toomre J. The internal rotation of the Sun // *Annu. Rev. Astron. and Astrophys.* — 2003. — **41**. — P. 599—643.
29. Vorontsov S. V., Christensen-Dalsgaard J., Schou J., et al. Helioseismic measurement of solar torsional oscillations // *Science*. — 2002. — **296**. — P. 101—103.

Надійшла до редакції 01.11.11

A. A. Loginov, O. K. Cheremnykh,  
V. N. Krivodubskij, N. N. Salnikov

#### HYDRODYNAMIC MODEL OF TORSIONAL OSCILLATIONS OF THE SUN

Hydrodynamic nature of solar torsional oscillations is justified on the basis of comparison of observational results with some results of our numerical simulations of global flows in the solar convection zone. These oscillations are shown to be a toroidal component of the global three-dimensional oscillatory flow which is equator asymmetric. Physical mechanism of torsional oscillations is the loss of stability of the solar differential rotation.