ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2010. Т. 16. № 6. С. 51—56.

УДК 519.6

М. Ю. Ракушев

Житомирський військовий інститут імені С. П. Корольова Національного авіаційного університету

СХЕМА ІНТЕГРУВАННЯ РІВНЯННЯ РУХУ КОСМІЧНОГО АПАРАТА НА ОСНОВІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-ТЕЙЛОРІВСЬКОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ЗІ ЗМЕНШЕНИМИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИМИ ВИТРАТАМИ

Пропонується вдосконалений підхід до розробки обчислювальних схем інтегрування диференціального рівняння балістичного руху космічного апарата у гринвіцькій прямокутній системі координат на основі диференціально-тейлорівського перетворення. Запропонований підхід порівняно з відомими на основі диференціально-тейлорівського перетворення, за рахунок удосконалення процедури прямого перетворення, дозволяє досягти зменшення обчислювальних витрат при забезпеченні заданих точнісних характеристик розв'язання задачі прогнозування руху космічних апаратів.

ВСТУП

Однією з основних задач, що розв'язується при оцінюванні космічної обстановки, є прогнозування руху космічного апарата (КА). Безпосередньо розв'язання такої задачі проводиться у вигляді закінченої процедури на ЕОМ, в якій на основі обраного методу інтегрування звичайних диференціальних рівнянь реалізовано обчислювальну схему розв'язку диференціального рівняння руху КА [1, 2]. Вибір конкретної обчислювальної схеми базується насамперед на аналізі її характеристик за узагальненим показником «точність—обчислювальна складність» і обрання схеми, яка забезпечує необхідну точність прогнозу (розрахунків) при мінімальних обчислювальних витратах. Це зумовлено тим, що оцінювання загальної космічної обстановки вимагає відпрацювання у реальному масштабі часу інформації про значну кількість космічних об'єктів (до 10^4) [7] на спеціалізованій ЕОМ продуктивність роботи якої визначає її вартість.

На теперішній час близько 80 % усіх КА є низькоорбітальними (з висотою польоту до 1500 км) [7]. Для прогнозування руху таких КА найчастіше використовують диференціальне рівняння у гринвіцькій прямокутній системі координат (ГСК) [1, 2].

Одним з перспективних підходів до розробки обчислювальних схем інтегрування диференціальних рівнянь для прогнозування руху КА є використання методу диференціально-тейлорівського (ДТ) перетворення [5]. Основною математичною особливістю даного методу є реалізація рекурентного, методично простого (числово-аналітичного) визначення членів ряду Тейлора будь-якого порядку для заданої функції (визначення будь-якої її вищої похідної) за відсутності методичних похибок [3].

Запропоновану для розв'язання задачі прогнозування руху КА у ГСК [5] обчислювальну схему на основі ДТ-перетворення (далі Т-схема) реалізовано таким чином:

- використовується процедура явного припасовування. Схема є явною, оскільки має найменшу (порівняно з іншими Т-схемами) обчислювальну складність;
- розраховані Т-дискрети тотожні членам розкладу у ряд Тейлора функції, яка є розв'язанням диференціального рівняння руху КА, оскільки процедура прямого ДТ-перетворення проводиться канонічно для даного математичного методу [3].

Загальною вимогою до Т-схем прогнозування руху КА є забезпечення необхідної точності прогнозу при мінімальних обчислювальних витратах. Найкраще цій вимозі відповідає явна

Т-схема, при цьому її характеристики визначаються за узагальненим показником «точність-обчислювальна складність”:

• «обчислювальна складність» визначається кількістю арифметичних дій, які необхідні для проведення процедури прямого ДТ-перетворення (на розрахунок необхідної кількості Т-дискрет);

• «точність» визначається величиною похибки апроксимації схеми, яка виникає за рахунок урахування у схемі кінцевої кількості Т-дискрет.

Явна Т-схема реалізується згідно із канонічним підходом до методу ДТ-перетворень, і це жорстко зв’язує дві зазначених вище частини узагальненого показника «точність-обчислювальна складність»: необхідна «точність» визначає отримувану «обчислювальну складність». Змінити таке жорстке обумовлення можливо лише зміною реалізації процедури проведення прямого ДТ-перетворення.

Метою статті є вдосконалення Т-схеми інтегрування диференціального рівняння руху КА у ГСК шляхом зменшення обчислювальної складності процедури проведення прямого ДТ-перетворення при забезпеченні незмінної похибки апроксимації схеми, що забезпечить покращення характеристик Т-схеми за узагальненим показником «точність-обчислювальна складність».

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

ДТ-перетворенням називають функціональне перетворення вигляду [3]

$$Z(k)=\frac{h^k}{k!}\left[\frac{d^k z(t)}{dt^k}\right]_{t_*}=\frac{h^k}{k!}z^{(k)}(t_*)\,, \qquad (1)$$

$$z(t)=\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{t-t_*}{h}\right)^k Z(k)\,, \qquad (2)$$

де t — аргумент, за яким проводиться перетворення, t_* — значення аргумента, при якому проводиться перетворення, h — відрізок аргумента, на якому розглядається функція $z(t)$, k — цілочисловий аргумент $k=0, 1, 2, \ldots$, $Z(k)$ — дискретна функція за аргументом k.

Вираз (1) визначає пряме ДТ-перетворення, а (2) — обернене. Множину значень $Z(k)$ прийнято називати Т-спектром, а значення функції $Z(k)$ при конкретних значеннях аргумента k — дискретами Т-спектра.

Диференціальне рівняння, що описує рух низкоорбітальних КА у ГСК, є векторним та нелінійним [1, 2, 5]. Не втрачаючи загальності проведення подальших викладок, спростимо це рівняння до однієї координати та запишемо його через прискорення, що діють на КА у польоті:

$$\frac{d^2u}{dt^2}=a_{geo}\left(u\right)+a_{doc}\left(u\right)+a_{kor}\left(u\right)+a_{atm}\left(u\right) \qquad (3)$$

$$t>0\,,\ u\left(t=0\right)=u_0\,,\ \dot{u}\left(t=0\right)=v_{u0}\,,$$

де $u=u(t)$ — шукана функція (траєкторія руху КА), a_{geo}, a_{doc}, a_{kor}, a_{atm} — прискорення вільного падіння, доцентрове, Коріоліса та за рахунок опору атмосфери відповідно, t — незалежна змінна, u_0, v_{u0} — початкові умови.

Традиційна явна Т-схема інтегрування диференціального рівняння (3) у разі рівномірної обчислювальної сітки $\omega_n=\{t_n=t_0+nh,\ n=0,1,2,\ldots\}$ має вигляд [3, 5]:

$$\begin{cases} U_0(0)=u_0, U_0(1)=hv_{u0}, t_n=t_0+nh \\ U_n(k+2)=\dfrac{h^2}{(k+2)(k+1)}\times\big[A_{atmn}(k)+ \\ +A_{geon}(k)+A_{docn}(k)+A_{korn}(k)\big] \\ \text{при } k=0,1,\ldots k_{\max}-2, \end{cases} \qquad (4)$$

$$U_{n+1}(0)=\sum_{k=0}^{k_{\max}}U_n(k)\,,$$
$$U_{n+1}(1)=\sum_{k=0}^{k_{\max}-1}(k+1)U_n(k+1)\,, \qquad (5)$$

де $U_n(k)$ — Т-спектр розв’язку (3) на ω_n; $A_{atmn}(k)$, $A_{geon}(k)$, $A_{docn}(k)$, $A_{korn}(k)$ — Т-спектри функцій a_{atm}, a_{geo}, a_{doc}, a_{kor} на ω_n відповідно, h — крок обчислювальної сітки ω_n за незалежною змінною диференціального рівняння, $k_{\max}$ — максимальний номер враховуваної при відновленні Т-дискрети.

У наведеній Т-схемі процедура прямого ДТ-перетворення (3) реалізована канонічно [3], тобто вона реалізує рекурентне визначення членів ряду Тейлора для шуканої функції (якою є траєкторія руху КА $u(t_n)$) за відсутності будь-яких методичних похибок. Результатом цього є те, що розраховані Т-дискрети $U_n(k)$ тотожні членам ряду Тейлора функції, яка є розв'язком рівняння (3). Виходячи із зазначеного та з врахуванням того, що у наведеній Т-схемі при проведенні оберненого перетворення (5) враховується скінченна кількість Т-дискрет, у точне значення шуканої функції $u(t_n)$ вноситься похибка, яка дорівнює першому неврахованому члену ряду Тейлора, або, що те ж саме, яка дорівнює першій неврахованій Т-дискреті $U_n(k_{\max}+1)$.

У цілому явна Т-схема (4), (5) реалізує класичну обчислювальну схему інтегрування диференціального рівняння за допомогою рядів Тейлора, як це і зазначено у літературі з методу ДТ-перетворень [3]. Тобто використання (4), (5) дозволяє послідовно (починаючи з $n=0$) знайти розв'язок (3) – визначити на ω_n значення сіткової функції, яка береться за наближення шуканої функції:

$$u(t_n)=u_n\approx U_n(0)\,. \tag{6}$$

Подібно до підходу для числових кінцево-різницевих методів інтегрування диференціальних рівнянь (наприклад Адамса та Рунге-Кутта) [6] визначимо похибку апроксимації Т-схеми (4), (5) [4]. Для цього попередньо приведемо її до канонічного вигляду обчислювальної схеми інтегрування диференціального рівняння числовим методом [6]

$$U_{n+1}(0)=\sum_{k=0}^{k_{\max}}U_n(k)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{U_{n+1}(0)-U_n(0)}{h}=\frac{1}{h}\sum_{k=1}^{k_{\max}}U_n(k)\,. \tag{7}$$

Підставимо у (7) замість отримуваного наближеного розв'язку $U_n(0)$ (відповідно до (6)) точний розв'язок задачі (3) ($u_n=u(t_n)$) у вигляді розкладу

$$u_{n+1}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)} \tag{8}$$

та з врахуванням прямого перетворення із (1) запишемо

$$\psi_{n+1}=\frac{1}{h}\left(-u_{n+1}+u_n+\sum_{k=1}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\psi_{n+1}=\frac{1}{h}\left(-\sum_{k=0}^{\infty}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}+\sum_{k=0}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\psi_{n+1}=\frac{1}{h}\left(-\sum_{k=0}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}+\sum_{k=0}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}\right)-$$

$$-\frac{1}{h}\sum_{k=k_{\max}+1}^{\infty}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\psi_{n+1}=-\frac{1}{h}\sum_{k=k_{\max}+1}^{\infty}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}\,, \tag{9}$$

де ψ_n – похибка апроксимації Т-схеми на ω_n.

Для оцінки значення похибки апроксимації в (9) виділимо з суми перший член [6] та з врахуванням прямого ДТ-перетворення із (1) отримаємо

$$\psi_{n+1}\approx-\frac{h^{k_{\max}}}{(k_{\max}+1)!}u_n^{(k_{\max}+1)}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\psi_{n+1}\approx-\frac{1}{h}U_n(k_{\max}+1)\,. \tag{10}$$

Однією з особливостей диференціального рівняння (3) є те, що прискорення, які входять у нього, мають різні порядки. Так, у ГСК для низкоорбітальних КА з висотами 500 км $\le h\le$ $\le$ 1500 км щодо зазначених прискорень виконуються умови [1, 2]

$$|a_{atm}|\le 10^{-8}\ \text{км/с}^2,$$

$$|a_{geo}|+|a_{doc}|+|a_{kor}|\le 10^{-2}\ \text{км/с}^2. \tag{11}$$

Т-схема (4), (5) реалізує процедуру прямого ДТ-перетворення (4) таким чином, що в ній враховується у кожному з прискорень, які діють на КА (a_{atm}, a_{geo}, a_{doc}, a_{kor}), однакова кількість Т-дискрет ($k_{\max}-2$). Це приводить до того, що при оберненому перетворенні (5) всі прискорення (a_{atm}, a_{geo}, a_{doc}, a_{kor}) враховуються як відрізки рядів Тейлора однакової довжини. Зважаючи на (11), можна вдосконалити Т-схему (4), (5) наступним чином: врахувати у прискоренні від опору атмосфери (a_{atm}) тільки ($\tilde{k}_{\max}-2$) Т-дискрет, причому

$$\tilde{k}_{\max}\le k_{\max}\,. \tag{12}$$

Таким чином, вдосконалена Т-схема запишеться у вигляді

$$\begin{cases} U_0(0)=u_0,\, U_0(1)=hv_{u0},\, t_n=t_0+nh \\ U_n(k+2)=\dfrac{h^2}{(k+2)(k+1)}\left[A_{atmn}(k)+\right. \\ \left.+A_{geon}(k)+A_{docn}(k)+A_{korn}(k)\right] \\ \text{при } k=0,1,\ldots,\tilde{k}_{\max}-2, \\ \tilde{U}_n(k+2)=\dfrac{h^2}{(k+2)(k+1)}\times \\ \times\left[A_{geon}(k)+A_{docn}(k)+A_{korn}(k)\right] \\ \text{при } k=\tilde{k}_{\max}-2,\ldots,k_{\max}-2, \end{cases} \tag{13}$$

$$U_{n+1}(0)=\sum_{k=0}^{\tilde{k}_{\max}}U_n(k)+\sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\tilde{U}_n(k),$$

$$U_{n+1}(1)=\sum_{k=0}^{\tilde{k}_{\max}}(k+1)U_n(k)+\sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}(k+1)\tilde{U}_n(k). \tag{14}$$

Тут $\tilde{U}_n(k)$ — Т-спектр розв'язку рівняння (3) без врахування опору атмосфери на ω_n.

Наведене вдосконалення при прямому ДТ-перетворенні (13) внесе додаткові методичні похибки, тому розв'язок, отриманий із запропонованої Т-схеми (13), (15), не буде тотожним з розв'язком, що отриманий із традиційної схеми (4), (5). Визначимо умови, за яких зазначені методичні похибки не зменшать точності розв'язку запропонованої Т-схеми порівняно з традиційною Т-схемою.

У запропонований Т-схемі (13), (14) Т-дискрети $U_n(k)$ до номера $\tilde{k}_{\max}$ включно розраховуються як і у традиційній схемі (4), (5), тому їхні значення збігаються. Решта Т-дискрет розраховані з деякими методичними похибками, тобто

$$\begin{gathered} \tilde{U}_n(k)=U_n(k)+\Delta_n(k) \\ \text{при } k=\tilde{k}_{\max}+1,\ldots,k_{\max}, \end{gathered} \tag{15}$$

$$\begin{gathered} \Delta_n(k)=\frac{h^k}{k!}\delta_n^{(k)} \\ \text{при } k=\tilde{k}_{\max}+1,\ldots,k_{\max}, \end{gathered} \tag{16}$$

де $\Delta_n(k)$, δ_n — Т-спектр похибки та методична похибка, внесена через неповне врахування опору атмосфери відповідно на ω_n.

Визначимо похибку апроксимації Т-схеми (13), (14):

$$\frac{U_{n+1}(0)-U_n(0)}{h}=\frac{1}{h}\left(\sum_{k=1}^{\tilde{k}_{\max}}U_n(k)+\sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\tilde{U}_n(k)\right),$$

з урахуванням співвідношення (15) запишемо

$$\frac{U_{n+1}(0)-U_n(0)}{h}=\frac{1}{h}\sum_{k=1}^{k_{\max}}U_n(k)+\frac{1}{h}\sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\Delta_n(k), \tag{17}$$

підставимо у (17) точний розв'язок задачі (3) у вигляді (8) та позначення (16)

$$\tilde{\psi}_{n+1}=\frac{1}{h}\left(-u_{n+1}+u_n+\sum_{k=1}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}+\sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}\delta_n^{(k)}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\tilde{\psi}_{n+1}=\frac{1}{h}\left(-\sum_{k=0}^{\infty}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}+\sum_{k=0}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}+\sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}\delta_n^{(k)}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\tilde{\psi}_{n+1}=-\frac{1}{h}\sum_{k=k_{\max}+1}^{\infty}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}+\frac{1}{h}\sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}\delta_n^{(k)}, \tag{18}$$

де $\tilde{\psi}_{n+1}$ — похибка апроксимації вдосконаленої Т-схеми на ω_n.

Якщо з першої суми у (18) виділити два перших члени

$$\tilde{\psi}_{n+1}\approx-\frac{1}{h}\frac{h^{k_{\max}+1}}{(k_{\max}+1)!}u_n^{(k_{\max}+1)}-$$

$$-\frac{1}{h}\frac{h^{k_{\max}+2}}{(k_{\max}+2)!}u_n^{(k_{\max}+2)}+\frac{1}{h}\sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}\delta_n^{(k)},$$

то при виконанні умови

$$\left|\frac{h^{k_{\max}+2}}{(k_{\max}+2)!}u_n^{(k_{\max}+2)}\right|\geq\left|\sum_{k-\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}\delta_n^{(k)}\right| \tag{19}$$

значення похибки апроксимації вдосконаленої Т-схеми (13), (14) можна оцінити у вигляді, еквівалентному виразу (10), тобто

$$\tilde{\psi}_{n+1}\approx-\frac{h^{k_{\max}}}{(k_{\max}+1)!}u_n^{(k_{\max}+1)}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \tilde{\psi}_{n+1}\approx\frac{1}{h}U_n(k_{\max}+1). \tag{20}$$

Таким чином, при виконанні умови (19) значення (величини) похибок апроксимації запропонованої та традиційної Т-схем будуть збігатися.Визначимо мінімальне значення максимального номера Т-дискрети ($\tilde{k}_{\max\min}$), у якій достатньо враховувати вплив прискорення від опору атмосфери для виконання умови (19), для зручності подальших викладок запишемо даний вираз через Т-спектри:

$$\tilde{k}_{\max\min} = \min_{\tilde{k}_{\max} \le k_{\max}} \arg\left\{ \left| U_n(k_{\max}+2) \right| \ge \left| \sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}} \Delta_n(k) \right| \right\}. \quad (21)$$

Для розв’язування (21) спростимо його до вигляду

$$\tilde{k}_{\max\min} = \min_{\tilde{k}_{\max} \le k_{\max}} \arg\{ \left| U_n(k_{\max}+2) \right| \ge$$
$$\ge \left| \Delta_n(\tilde{k}_{\max}+1) \right| + \left| \Delta_n(\tilde{k}_{\max}+2) \right| \}. \quad (22)$$

З розгляду Т-схем (3), (4) та (13), (14) можна показати, що мають місце співвідношення

$$U_n(k_{\max}+2) = \frac{h^2}{(k+2)(k+1)} \times$$
$$\times \left[A_{atmn}(k_{\max}) + A_{geon}(k_{\max}) + \right.$$
$$\left. + A_{docn}(k_{\max}) + A_{korn}(k_{\max}) \right], \quad (23)$$

$$\left| \Delta_n(\tilde{k}_{\max}+1) \right| = \frac{h^2}{(\tilde{k}_{\max}+1)\tilde{k}_{\max}} A_{atmn}(\tilde{k}_{\max}-1), \quad (24)$$

$$\left| \Delta_n(\tilde{k}_{\max}+2) \right| = \frac{h^2}{(\tilde{k}_{\max}+2)(\tilde{k}_{\max}+1)} A_{atmn}(\tilde{k}_{\max}), \quad (25)$$

використання яких дозволяє реалізувати (22).

Оцінимо обчислювальні складності Т-схем (3), (4) та (13), (14) через порівняння кількості елементарних арифметичних дій (множень, ділень, додавань, віднімань) в одному вузлі обчислювальної сітки ω_n. Для диференціального рівняння руху КА у ГСК зазначена кількість арифметичних дій буде визначатися насамперед їхньою кількістю для проведення прямого ДТ-перетворення [5], тобто для розрахунку Т-спектру правої частини вихідного диференціального рівняння. Даний підхід подібний до визначення обчислювальної складності числових кінцево-різницевих методів інтегрування диференціальних рівнянь шляхом підрахунку кількості обчислень правої частини диференціального рівняння, необхідної для реалізації відповідного методу [1]. При цьому кількість елементарних арифметичних дій, які витрачаються на проведення прямого ДТ-перетворення, прямо залежить від максимального номера Т-дискрети, яка враховується у кожному з прискорень

$$N_{ad} \approx N_{atm}(k_{\max}) + N_{geo}(k_{\max}) +$$
$$+ N_{doc}(k_{\max}) + N_{kor}(k_{\max}), \quad (26)$$
$$\tilde{N}_{ad} \approx N_{atm}(\tilde{k}_{\max\min}) + N_{geo}(k_{\max}) +$$
$$+ N_{doc}(k_{\max}) + N_{kor}(k_{\max}), \quad (27)$$

де N_{ad}, $\tilde{N}_{ad}$ — загальна кількість арифметичних дій Т-схеми (3), (4) та Т-схеми (13), (14) в одному вузлі ω_n відповідно, N_{atm}, N_{geo}, N_{doc}, N_{kor} — кількість арифметичних дій на розрахунок Т-дискрет для a_{atm}, a_{geo}, a_{doc}, a_{kor} в одному вузлі ω_n відповідно.

Характер залежностей (26) та (27) такий: що більше враховується у Т-схемі Т-дискрет від кожного з прискорень, то більшою є обчислювальна складність і навпаки. Зазначене показує, що за умови (12) буде виконуватися співвідношення

$$N_{ad} \ge \tilde{N}_{ad},$$

яке гарантує, що запропонована Т-схема буде мати не більшу за традиційну Т-схему обчислювальну складність.

Визначимо варіанти реалізації запропонованої Т-схеми при забезпеченні однакових точнісних характеристик з традиційною Т-схемою, розробленою у [5]. Так, результати розв’язку (22) на основі (23)–(25) для Т-схеми (13), (14) прогнозування руху КА з параметрами орбіти, близькими до вітчизняного КА «Січ-1» ($h_{ka} \approx$ 600 км, $e \le$ 0.01, $S_b = 0.06$), при врахуванні в моделі руху КА

Таблиця 1. **Характеристики Т-схеми (13)–(14)**

$k_{\max}$	4	8	12	20
h, с	40	400	700	800
$\tilde{k}_{\max\min}$	2	3	5	6

Таблиця 2. **Зменшення обчислювальної складності Т-схеми (13), (14) при забезпеченні однакової точності прогнозування руху КА з традиційною Т-схемою (3), (4)**

Модель розкладу геопотенціалу Землі в ряд за сферичними функціями	2 × 2	4 × 4	8 × 8
$\frac{N_{ad} - \tilde{N}_{ad}}{N_{ad}} 100\,\%$	12—16	5—7	1—3

у ГСК [5] поля до 8×8 гармонік розкладу геопотенціалу Землі в ряд за сферичними функціями та статичної моделі атмосфери (ГОСТ-4401-64), наведено у табл. 1. Тут k_{max} — максимальний номер Т-дискрети, що враховується при відновленні, h — крок обчислювальної сітки, $\tilde{k}_{\max\ \min}$ — мінімальне значення максимального номера Т-дискрети, у якій достатньо враховувати вплив прискорення від опору атмосфери.

Результати оцінки обчислювальної ефективності запропонованої Т-схеми з характеристиками, наведеними у табл. 1, порівняно з традиційною Т-схемою для прогнозування руху КА з параметрами орбіти, близькими до КА «Січ-1», наведено у табл. 2. Тут N_{ad}, $\tilde{N}_{ad}$ — кількість арифметичних дій, яка розраховується за (26) та (27) відповідно.

Аналіз даних, наведених у табл. 2, показує, що при реалізації Т-схеми відповідно до табл. 1 досягається зменшення обчислювальної складності прогнозування руху КА залежно від використовуваної моделі гравітаційного поля Землі на 1—16 %.

ВИСНОВКИ

Розроблена обчислювальна Т-схема інтегрування диференціального рівняння руху КА порівняно з традиційною Т-схемою має такі особливості:

- у запропонованій Т-схемі вдосконалено процедуру прямого ДТ-перетворення шляхом зменшення кількості враховуваних Т-дискрет, які визначають вплив опору атмосфери;
- значення похибки апроксимації запропонованої Т-схеми є однаковою з похибкою для традиційної Т-схеми, що забезпечує однакову точність прогнозування руху КА;
- через вдосконалення процедури прямого ДТ-перетворення запропонована Т-схема потребує менших обчислювальних витрат на проведення розрахунку Т-спектра, і тому дозволяє досягти зменшення обчислювальної складності на прогнозування руху КА.

Отже, в роботі пропонується удосконалений підхід до розробки обчислювальних схем інтегрування диференціального рівняння балістичного руху КА у ГСК на основі ДТ-перетворення. Цей підхід за рахунок зменшення кількості Т-дискрет для прискорення від опору атмосфери, дозволяє залежно від прийнятої моделі гравітаційного поля Землі зменшити на 1–16 % обчислювальні витрати при забезпеченні заданих точнісних характеристик розв’язку задачі прогнозування руху низькоорбітальних КА.

Слід зазначити, що запропонований підхід може бути використаний не тільки для зменшення обчислювальної складності прогнозування руху низькоорбітальних КА при врахуванні особливостей диференціального рівняння руху КА щодо впливу сили аеродинамічного опору атмосфери, але й при прогнозуванні руху високоорбітальних КА щодо впливу сили притягання Місяця та Сонця.

1. *Жданюк Б. Ф.* Основы статистической обработки траекторных измерений. — М.: Сов. радио, 1978. — 384 с.
2. *Мамон В. А., Половников В. И., Слезкинский С. К.* Баллистическое обеспечение космических полетов. — Л.: ВИКК им. А. Ф. Можайского, 1990.
3. *Пухов Г. Е.* Дифференциальные спектры и модели. — К.: Наук. думка, 1990. — 184 с.
4. *Ракушев М. Ю.* Апроксимація та стійкість методу зміщених диференціально-тейлорівських перетворень для рішення задачі Коші // Вісник ЖДТУ. — 2007. — **3** (42). — С. 128—132.
5. *Ракушев М. Ю., Завада А. А., Ковбасюк С. В., Болотніков В. Й.* Прогнозування руху КА у гринвіцькій прямокутній системі координат методом диференціально-тейлорівських перетворень // Системи озброєння і військова техніка. — 2009. — № 2 (18). — С. 109—114.
6. *Самарский А. А., Гулин А. В.* Численные методы: Учеб. пособие для вузов. — М.: Наука, 1989. — 432 с.
7. *Хуторовский З. Н.* Ведение каталога космических объектов // Космич. исслед. — 1993. — **31**, № 4. — С. 101—114.

Надійшла до редакції 16.08.10

M. Yu. Rakushev

INTEGRATION CIRCUIT FOR MOTION EQUATION OF A SPACE VEHICLE ON THE BASIS OF DIFFERENTIAL-TAYLOR TRANSFORMATION WITH REDUCED COMPUTING

We propose an improved approach to the elaboration of the computing circuit of integration of differential equation of the ballistic motion of a space vehicle in the Greenwich rectangular coordinate system on the basis of the differential-taylor transformation. Compared to the known approaches using the differential-taylor transformation, our approach allows one to reduce computing providing specified accuracy of the solution for the problem of space vehicle motion prediction due to an improvement of the direct transformation procedure.