

УДК 629.7.05

А. Н. Калногуз, В. М. Тиховский, В. А. Батаев, М. Н. Рюмин, В. Н. Пильгуй

Науково-виробниче підприємство ХАРТРОН-АРКОС, Харків

НАЧАЛЬНАЯ ВЫСТАВКА БЕСПЛАТФОРМЕННЫХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ РАКЕТ С НАКЛОННЫМ СТАРТОМ

Розв'язується задача початкового виставлення безплатформових інерціальних навігаційних систем (БІНС) ракет з нахиленим стартом. У математичній моделі роботи акселерометрів і датчиків кутових швидкостей в алгоритмах БІНС використовуються кватерніони. Оцінюються дві проекції вектора відхилень датчиків кутових швидкостей на площину меридіану точки старту.

Список сокращений

- АЧХ — амплитудно-частотная характеристика;
 БИНС — бесплатформенная инерциальная навигационная система;
 ВСК — вспомогательные системы координат $Ox_2y_2z_2, Ox_4y_4z_4, Ox_5y_5z_5, Ox_6y_6z_6, Ox_8y_8z_8, Ox_9y_9z_9$;
 ГИ — гироскоп;
 ГСК — географическая система координат $Ox_3y_3z_3$;
 ГцСК — геоцентрическая система координат $Ox_7y_7z_7$;
 ДУС — датчик угловой скорости;
 ИПФ — импульсная передаточная функция;
 ПСК — приборная система координат $Ox_1y_1z_1$;
 РН — ракета-носитель;
 СтСК — стартовая система координат $Ox_0y_0z_0$.

Условные обозначения

- $\mathbf{\varepsilon}_1 = (\varepsilon_{x_1}, \varepsilon_{y_1}, \varepsilon_{z_1})^T$ — трехмерный вектор,
 $\mathbf{\Lambda} = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)^T$ — кватернион,
 $\tilde{\mathbf{\Lambda}} = (\lambda_0, -\lambda_1, -\lambda_2, -\lambda_3)^T$ — сопряженный кватернион,
 $\mathbf{Q} = \mathbf{P} \circ \mathbf{\Lambda}$ — кватернионное произведение [2],
 $\mathbf{\varepsilon}_1 = \tilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{\varepsilon}_0 \circ \mathbf{\Lambda}$ — проектирование вектора $\mathbf{\varepsilon}_0 = (\varepsilon_{x_0}, \varepsilon_{y_0}, \varepsilon_{z_0})^T$ с помощью кватерниона $\mathbf{\Lambda}$,
 $\hat{\mathbf{\varepsilon}}_1 = (\hat{\varepsilon}_{x_1}, \hat{\varepsilon}_{y_1}, \hat{\varepsilon}_{z_1})^T$ — оценка вектора $\mathbf{\varepsilon}_1 = (\varepsilon_{x_1}, \varepsilon_{y_1}, \varepsilon_{z_1})^T$.

ВВЕДЕНИЕ

В 1956—1961 гг. вначале в СКБ «Коммунар» (г. Харьков), а затем на ОАО ХАРТРОН разработа-

валась система управления ракеты «Онега» с наклонным стартом.

Для этой ракеты выдающимися специалистами ОАО ХАРТРОН А. И. Гудименко и И. А. Рубановым был предложен однокоординатный метод наведения, для реализации которого использовался уже в те годы цифровой счетно-решающий прибор (СРП).

В системе навигации и стабилизации ракеты «Онега» в качестве командных приборов использовались гироскоп и гироскопикант. По дискретной информации с выхода гироскопиканта, установленного на внешней рамке гироскопиканта, в СРП вычислялась координата L центра масс ракеты в направлении оси чувствительности ГИ, наклоненная от горизонта точки старта на угол α (рис. 1). При достижении этой координаты заданной величины L_3 в системе наведения начинает формироваться разность $\Delta L = L - L_3$. Система стабилизации регулирует эту разность до момента встречи ракеты с Землей.

При решении этой задачи в настоящее время вместо гироскопиканта и гироскопиканта целесообразно использовать бесплатформенную инерциальную навигационную систему.

Настоящая работа посвящена решению возникающей при этом задачи начальной выставки БИНС.

В научно-технической литературе широко освещен вопрос начальной выставки БИНС для РН с вертикальным стартом [3]. При этом работа акселерометров и ДУС описывается системой

© А. Н. КАЛНОГУЗ, В. М. ТИХОВСКИЙ, В. А. БАТАЕВ, М. Н. РЮМИН, В. Н. ПИЛЬГУЙ, 2010

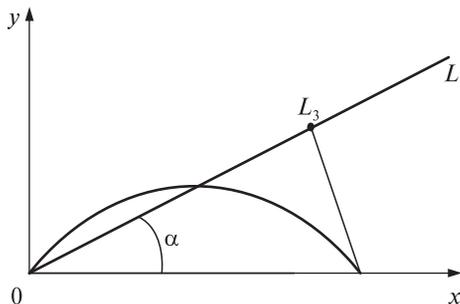


Рис. 1. Однокоординатный метод управления

линейных дифференциальных уравнений. На основе такой математической модели акселерометров и ДУС разрабатываются соответствующие линейные алгоритмы начальной выставки. При наклонном старте углы отклонения продольной оси ракеты от местной вертикали могут достигать 30...45°, поэтому линеаризовать тригонометрические функции в уравнениях работы акселерометров и ДУС не представляется возможным.

В связи с этим в математической модели работы акселерометров и ДУС и в алгоритмах начальной выставки используются кватернионы. Кватернионы легко нормируются, поэтому более предпочтительно использовать кватернионную алгебру вместо алгебры матриц направляющих косинусов.

Одновременно с решением задачи начальной выставки БИНС производится оценка двух проекций вектора уходов датчиков угловой скорости на плоскость меридиана точки старта ракеты.

1. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ И КВАТЕРНИОНЫ

Начало геоцентрической системы координат находится в центре Земли, ось Oy_7 ГцСК направлена вдоль радиуса-вектора точки старта на эллипсоиде Земли (геоцентрическая вертикаль), ось Oz_7 направлена перпендикулярно к плоскости меридиана точки старта на восток, ось Ox_7 направлена так, чтобы ГцСК была правой.

Начало географической системы координат Ox_3, y_3, z_3 находится на поверхности Земли в точке старта РН, ось Oy_3 ГСК направлена вверх по линии местного отвеса, ось Ox_3 направлена по

касательной к меридиану точки старта на север, ось Oz_3 направлена так, чтобы ГСК была правой.

Стартовая система координат (СтСК) Ox_0, y_0, z_0 определяется поворотом вокруг оси Oy_3 ГСК на угол N — азимут пуска РН (угол N положительный при повороте по часовой стрелке, при азимуте $N = 0$ ось Ox_0 направлена на север).

Вектор измеряемого ускорения от силы тяжести и вектор угловой скорости Земли в СтСК определяются формулами [1]

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_0 &= (0, g, 0)^T, \\ g &= g_e^T (1 + \beta \sin^2 \varphi), \\ \Omega_{x_7} &= \Omega \cos \varphi, \\ \Omega_{y_7} &= \Omega \sin \varphi, \\ \Omega_{z_7} &= 0, \\ \Omega_7 &= (\Omega_{x_7}, \Omega_{y_7}, \Omega_{z_7})^T, \\ \mathbf{S}_N &= \left(\cos \frac{N}{2}, 0, -\sin \frac{N}{2}, 0 \right)^T, \\ \mathbf{S}_\mu &= \left(\cos \frac{\mu}{2}, 0, 0, \sin \frac{\mu}{2} \right)^T, \\ \Omega_0 &= \tilde{\mathbf{S}}_{N\mu} \circ \Omega_7 \circ \mathbf{S}_{N\mu}, \\ \Omega_0 &= (\Omega_{x_0}, \Omega_{y_0}, \Omega_{z_0})^T, \\ \mathbf{S}_{N\mu} &= \tilde{\mathbf{S}}_N \circ \mathbf{S}_\mu, \\ \mu &= 0.5e^2 \sin 2\varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

где $g_e^T = 9.780318 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения на экваторе, φ — геоцентрическая широта, N — азимут пуска РН в ГСК, $\Omega = 7.292 \times 10^{-5} \text{ рад/с}$ — угловая скорость вращения Земли, $\beta = 0.0053024$ — стандартизованная константа гравитационного поля Земли, $e^2 = 0.0066937$ — квадрат эксцентриситета эллипсоида вращения для Земли.

2. ФОРМИРОВАНИЕ И ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ С ВЫХОДА АКСЕЛЕРОМЕТРОВ И ДАТЧИКОВ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ

Статические части сигналов на выходе акселерометров и ДУС \mathbf{a}_{1S} , Ω_{1S} определяются из (1) соотношениями [2]:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\alpha_x} &= \left(\cos \frac{\alpha_x(0)}{2}, \sin \frac{\alpha_x(0)}{2}, 0, 0 \right), \\ \mathbf{S}_{\alpha_z} &= \left(\cos \frac{\alpha_z(0)}{2}, 0, 0, \sin \frac{\alpha_z(0)}{2} \right), \\ \mathbf{S}_{\alpha_y} &= \left(\cos \frac{\alpha_y(0)}{2}, 0, \sin \frac{\alpha_y(0)}{2}, 0 \right), \\ \mathbf{S}_\alpha &= \mathbf{S}_{\alpha_x} \circ \mathbf{S}_{\alpha_z} \circ \mathbf{S}_{\alpha_y}, \\ \mathbf{a}_{1S} &= \tilde{\mathbf{S}}_\alpha \circ \mathbf{a}_0 \circ \mathbf{S}_\alpha + \Delta \mathbf{a}_1, \\ \mathbf{\Omega}_{1S} &= \tilde{\mathbf{S}}_\alpha \circ \mathbf{\Omega}_0 \circ \mathbf{S}_\alpha + \boldsymbol{\varepsilon}_1, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\alpha}(0) = (\alpha_x(0), \alpha_y(0), \alpha_z(0))$ — вектор ориентации ПСК в СтСК, $\boldsymbol{\varepsilon}_1 = (\varepsilon_{x_1}, \varepsilon_{y_1}, \varepsilon_{z_1})^T$ — вектор уходов ДУС, $\Delta \mathbf{a}_1 = (\Delta a_{x_1}, \Delta a_{y_1}, \Delta a_{z_1})^T$ — вектор погрешностей акселерометров типа «смещения нуля».

Учет помех на выходе акселерометров и ДУС производится выражениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= \mathbf{a}_{1S} + \mathbf{A} \sin(2\pi ft + \Phi), \\ \mathbf{\Omega}_1 &= \mathbf{\Omega}_{1S} + \mathbf{B} \sin(2\pi ft + \Phi), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$, $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$ — векторы амплитуд гармонических помех, f — частота помех, $\Phi = (\Phi_x, \Phi_y, \Phi_z)$ — вектор начальных фаз.

Вектор уходов ДУС и вектор погрешностей акселерометров на оси СтСК и ГСК определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_0 &= \mathbf{S}_\alpha \circ \boldsymbol{\varepsilon}_1 \circ \tilde{\mathbf{S}}_\alpha, \\ \Delta \mathbf{a}_0 &= \mathbf{S}_\alpha \circ \Delta \mathbf{a}_1 \circ \tilde{\mathbf{S}}_\alpha, \\ \boldsymbol{\varepsilon}_3 &= \tilde{\mathbf{S}}_N \circ \boldsymbol{\varepsilon}_0 \circ \mathbf{S}_N, \\ \Delta \mathbf{a}_3 &= \tilde{\mathbf{S}}_N \circ \Delta \mathbf{a}_0 \circ \mathbf{S}_N. \end{aligned} \quad (4)$$

С выхода ДУС и акселерометров поступает информация соответственно в виде вектора $\boldsymbol{\phi}_1 = (\phi_{x_1}, \phi_{y_1}, \phi_{z_1})^T$ и вектора кажущихся скоростей $\mathbf{W}_1 = (W_{x_1}, W_{y_1}, W_{z_1})^T$, определяемых дифференциальными уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\phi}}_1 &= \mathbf{\Omega}_1, \\ \dot{\mathbf{W}}_1 &= \mathbf{a}_1 \end{aligned}$$

Вектор $\boldsymbol{\phi}_1$ и вектор кажущейся скорости \mathbf{W}_1 используются в дальнейшем в дискретные моменты времени $n = 1, 2, 3, \dots$ с тактом $T = 0.05$ с и $n_1 = 1, 2, 3, \dots$ с тактом $T_1 = 0.001$ с:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\phi}_1[n_1] &= (\phi_{x_1}[n_1], \phi_{y_1}[n_1], \phi_{z_1}[n_1])^T, \\ \mathbf{W}_1[n_1] &= (W_{x_1}[n_1], W_{y_1}[n_1], W_{z_1}[n_1])^T. \end{aligned}$$

Дискретность информации на выходе ДУС и акселерометров учитываются соотношениями

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\phi}_1^*[n_1] &= \mathbf{E} \left\{ \frac{\phi_{x_1}[n_1]}{\Delta \phi_{x_1}}, \frac{\phi_{y_1}[n_1]}{\Delta \phi_{y_1}}, \frac{\phi_{z_1}[n_1]}{\Delta \phi_{z_1}} \right\} \Delta \phi_{H1}, \\ \mathbf{W}_1^*[n_1] &= \mathbf{E} \left\{ \frac{W_{x_1}[n_1]}{\Delta W_{x_1}}, \frac{W_{y_1}[n_1]}{\Delta W_{y_1}}, \frac{W_{z_1}[n_1]}{\Delta W_{z_1}} \right\} \Delta W_{H1}, \\ \Delta \phi_1 &= ((1, 1, 1)^T + \delta \mathbf{K}_m^\phi) \Delta \phi_{H1}, \\ \Delta \mathbf{W}_1 &= ((1, 1, 1)^T + \delta \mathbf{K}_m^W) \Delta W_{H1}, \\ \delta \mathbf{K}_m^\phi &= (\delta K_{mx}^\phi, \delta K_{my}^\phi, \delta K_{mz}^\phi)^T, \\ \delta \mathbf{K}_m^W &= (\delta K_{mx}^W, \delta K_{my}^W, \delta K_{mz}^W)^T, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\Delta \phi_{H1}$, ΔW_{H1} , $\delta \mathbf{K}_m^\phi$, $\delta \mathbf{K}_m^W$ — константы, $\mathbf{E} \{ \dots \}$ — операция выделения целой части числа.

Фильтрация помех на выходе акселерометров и ДУС в диапазоне частот $f = 2 \dots 500$ Гц производится с помощью фильтра Чебышева с тактом работы $T_1 = 0.001$ с:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\phi}_1^\Phi[n_1] &= \sum_{j=0}^2 d_{1j} \boldsymbol{\phi}_1^*[n_1 - j] + \sum_{i=1}^4 b_{1i} \boldsymbol{\phi}_1^\Phi[n_1 - i], \\ \mathbf{W}_1^\Phi[n_1] &= \sum_{j=0}^2 d_{1j} \mathbf{W}_1^*[n_1 - j] + \sum_{i=1}^4 b_{1i} \mathbf{W}_1^\Phi[n_1 - i], \end{aligned} \quad (6)$$

где d_{1j} ($j = 0, 1, 2$), b_{1i} ($i = 1, 2, 3, 4$) — константы.

Импульсная передаточная функция фильтра Чебышева (6) имеет вид:

$$Q(z) = \frac{d_{10} + d_{11}z^{-1} + d_{12}z^{-2}}{1 - b_{11}z^{-1} - b_{12}z^{-2} - b_{13}z^{-3} - b_{14}z^{-4}}, \quad (7)$$

где $z = e^{T_1 s}$, $s = i\omega$.

Амплитудно-частотная характеристика, соответствующая функции (7), приведена на рис. 2.

Вектор угловой скорости и вектор кажущегося ускорения определяются выражениями

$$\begin{aligned} \mathbf{\Omega}_1^{\Pi\Phi}[n] &= (\boldsymbol{\phi}_1^\Phi[n] - \boldsymbol{\phi}_1^\Phi[n-1]) / T, \\ \mathbf{a}_1^{\Pi\Phi}[n] &= (\mathbf{W}_1^\Phi[n] - \mathbf{W}_1^\Phi[n-1]) / T. \end{aligned} \quad (8)$$

Предусмотрена фильтрация сигналов (8) с помощью фильтра Чебышева:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1^\Phi[n] &= \sum_{j=0}^2 d_j \mathbf{a}_1^{\Pi\Phi}[n-j] + \sum_{i=1}^4 b_i \mathbf{a}_1^\Phi[n-i], \\ \mathbf{\Omega}_1^\Phi[n] &= \sum_{j=0}^2 d_j \mathbf{\Omega}_1^{\Pi\Phi}[n-j] + \sum_{i=1}^4 b_i \mathbf{\Omega}_1^\Phi[n-i], \end{aligned} \quad (9)$$

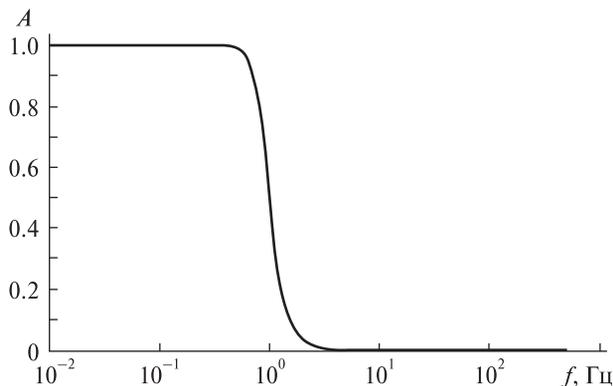


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика фильтра Чебышева с передаточной функцией (7)

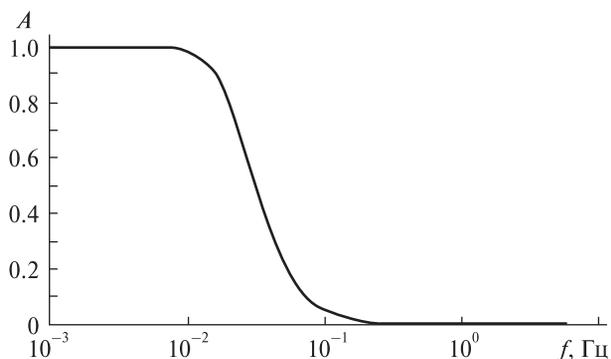


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика фильтра Чебышева с передаточной функцией (10)

где d_{1j} ($j = 0, 1, 2$), b_{1i} ($i = 1, 2$) — константы.

Импульсная передаточная функция фильтра Чебышева (9) с тактом работы $T = 0.05$ с имеет вид:

$$Q(z) = \frac{d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}}{1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2}}, \quad (10)$$

где $z = e^{Ts}$, $s = i\omega$.

Амплитудно-частотная характеристика, соответствующая функции (10), приведена на рис. 3.

3. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Оценки вектора углов отклонения ПСК относительно СтСК $\alpha(0)$, проекции вектора погрешностей акселерометров на ось Oy_0 СтСК и проекций вектора уходов ДУС на плоскость меридиана точки старта $\varepsilon_{y3}, \varepsilon_{x3}$ при отсутствии помех на выходах акселерометров и ДУС можно опреде-

лить решением системы двух векторных уравнений, где $\Delta \mathbf{a}_1^\Sigma, \varepsilon_1^\Sigma$ определяются ниже в (13):

$$\mathbf{a}_1^c = \mathbf{a}_{1n}^c + \Delta \mathbf{a}_1^\Sigma, \quad \Omega_1^c = \Omega_{1n}^c + \varepsilon_1^\Sigma \quad (11)$$

с девятью неизвестными координатами трех векторов $\alpha(0)$, $\Delta \mathbf{a}_1^\Sigma, \varepsilon_1^\Sigma$ где

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{1n}^h &= \tilde{\mathbf{S}}_\alpha \circ \mathbf{a}_0 \circ \mathbf{S}_\alpha, \quad \Omega_{1n}^h = \tilde{\mathbf{S}}_\alpha \circ \Omega_0 \circ \mathbf{S}_\alpha, \\ \Delta \mathbf{a}_1^c &= \delta \mathbf{K}_{\delta W} \cdot \mathbf{a}_{1n}^h, \quad \Delta \Omega_1^c = \delta \mathbf{K}_{\delta \Phi} \cdot \Omega_{1n}^h, \\ \mathbf{a}_0^c &= \mathbf{S}_\alpha \circ \mathbf{a}_1^c \circ \tilde{\mathbf{S}}_\alpha, \quad \Delta \mathbf{a}_0^c = \mathbf{a}_0^c - \mathbf{a}_0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\Omega_0^c = \mathbf{S}_\alpha \circ \Omega_1^c \circ \tilde{\mathbf{S}}_\alpha, \quad \varepsilon_0^c = \Omega_0^c - \Omega_0,$$

$$\Delta \mathbf{a}_3^c = \tilde{\mathbf{S}}_N \circ \Delta \mathbf{a}_0^c \circ \mathbf{S}_N, \quad \varepsilon_3^c = \tilde{\mathbf{S}}_N \circ \varepsilon_0^c \circ \mathbf{S}_N.$$

$$\Delta \mathbf{a}_1^\Sigma = \Delta \mathbf{a}_1^c + \Delta \mathbf{a}_1, \quad \varepsilon_1^\Sigma = \Delta \Omega_1^c + \varepsilon_1. \quad (13)$$

$$\delta \mathbf{K}_{\delta W} = \text{diag} \{ \delta K_{0x}^W, \delta K_{0y}^W, \delta K_{0z}^W \},$$

$$\delta \mathbf{K}_{\delta \Phi} = \text{diag} \{ \delta K_{0x}^\Phi, \delta K_{0y}^\Phi, \delta K_{0z}^\Phi \}$$

— диагональные матрицы, где

$$\delta K_{0x(y,z)}^W = \frac{\delta K_{mx(y,z)}^W}{1 + \delta K_{mx(y,z)}^W},$$

$$\delta K_{0x(y,z)}^\Phi = \frac{\delta K_{mx(y,z)}^\Phi}{1 + \delta K_{mx(y,z)}^\Phi}.$$

Переменные $\mathbf{a}_1^c, \Omega_1^c$ отличаются от параметров $\mathbf{a}_{1s}, \Omega_{1s}$ тем, что в $\mathbf{a}_1^c, \Omega_1^c$ учитывается погрешность масштабных коэффициентов, а в параметрах $\mathbf{a}_{1s}, \Omega_{1s}$ — нет.

При учете малости $\Delta \mathbf{a}_0^c, \alpha_y(0)$ получим приближенные уравнения:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{a}_0^c &\cong \mathbf{S}_{\alpha y} \circ \Delta \mathbf{a}_0^c \circ \tilde{\mathbf{S}}_{\alpha y}, \\ \mathbf{a}_1^c &\cong \tilde{\mathbf{B}}_\alpha \circ (\mathbf{a}_0 + \Delta \mathbf{a}_0^\Sigma) \circ \mathbf{B}_\alpha, \\ \mathbf{B}_\alpha &= \mathbf{S}_{\alpha x} \circ \mathbf{S}_{\alpha z}. \end{aligned} \quad (14)$$

Приведем дополнительные уравнения связи:

$$\begin{aligned} a_x &= \sqrt{(\Delta a_{x0}^c)^2 + (g + \Delta a_{y0}^c)^2 + (\Delta a_{z0}^c)^2} = \\ &= \sqrt{(a_{x1}^c)^2 + (a_{y1}^c)^2 + (a_{z1}^c)^2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Второму уравнению (14) соответствуют два скалярных уравнения с четырьмя неизвестными $\alpha_x(0), \alpha_z(0), \Delta a_{x0}^c, \Delta a_{z0}^c$:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha_x(0) - \beta_x) &= \frac{\Delta a_{z0}^c}{\sqrt{(a_{z1}^c)^2 + (a_{y1}^c)^2}}, \\ \sin(\alpha_z(0) - \beta_z) &= -\frac{\Delta a_{x0}^c}{\sqrt{(a_{x1}^c \cos \beta_x)^2 + (a_{y1}^c)^2}}, \end{aligned} \quad (16)$$

где углы β_x, β_z определяются соотношениями

$$\begin{aligned}\sin \beta_x &= -\frac{a_{z1}^c}{\sqrt{(a_{z1}^c)^2 + (a_{y1}^c)^2}}, \\ \cos \beta_x &= \frac{a_{y1}^c}{\sqrt{(a_{z1}^c)^2 + (a_{y1}^c)^2}}, \\ \sin \beta_z &= \frac{a_{x1}^c \cos \beta_x}{\sqrt{(a_{x1}^c \cos \beta_x)^2 + (a_{y1}^c)^2}}, \\ \cos \beta_z &= \frac{a_{y1}^c}{\sqrt{(a_{x1}^c \cos \beta_x)^2 + (a_{y1}^c)^2}}.\end{aligned}\quad (17)$$

Уравнениям (16) удовлетворяют оценки

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}_x(0) &= \beta_x, \quad \hat{\alpha}_z(0) = \beta_z, \\ \Delta \hat{a}_{x0} &= 0, \quad \Delta \hat{a}_{z0} = 0.\end{aligned}\quad (18)$$

Из уравнения связи (15) и оценок (18) следует оценка вектора:

$$\begin{aligned}\Delta \hat{\mathbf{a}}_0 &= (0, \Delta \hat{a}_{y0}, 0)^T, \\ \Delta \hat{a}_{y0} &\cong a_n - g.\end{aligned}\quad (19)$$

Погрешность этой оценки $\Delta \hat{a}_{y0}$ второго порядка малости.

Из уравнений (16) можно определить методическую погрешность оценок углов (17), (18):

$$\begin{aligned}\delta \hat{\alpha}_x(0) &= \alpha_x(0) - \beta_x = \\ &= \arcsin \frac{\Delta a_{z0}^c}{\sqrt{(a_{z1}^c)^2 + (a_{y1}^c)^2}}, \\ \delta \hat{\alpha}_z(0) &= \alpha_z(0) - \beta_z = \\ &= \arcsin \frac{\Delta a_{x0}^c}{\sqrt{(a_{x1}^c \cdot \cos \beta_x)^2 + (a_{y1}^c)^2}}.\end{aligned}\quad (20)$$

Введем в рассмотрение кватернион

$$\mathbf{B}_{\beta N} = \mathbf{S}_{\beta x} \circ \mathbf{S}_{\beta z} \circ \tilde{\mathbf{S}}_N, \quad (21)$$

где кватернионы $\mathbf{S}_{\beta x}, \mathbf{S}_{\beta z}$ получаются из кватернионов $\mathbf{S}_{\alpha x}, \mathbf{S}_{\alpha z}$ после замены $\alpha_x(0), \alpha_z(0)$ на β_x, β_z соответственно.

С помощью кватерниона (21) вначале получим вектор в ВСК $Ox_8 y_8 z_8$:

$$\Omega_8^c = \mathbf{B}_{\beta N} \circ \Omega_1^c \circ \tilde{\mathbf{B}}_{\beta N},$$

и затем — векторное уравнение

$$\Omega_8^c = \tilde{\mathbf{S}}_{\alpha y} \circ (\Omega_3 + \boldsymbol{\varepsilon}_3^c) \circ \mathbf{S}_{\alpha y} \quad (22)$$

с неизвестным углом $\alpha_y(0)$ и вектором уходов ДУС $\boldsymbol{\varepsilon}_3^c$.

Векторному уравнению (22) соответствует одно скалярное уравнение:

$$\sin(\alpha_y(0) - \beta_y) = -\frac{\varepsilon_{z3}^c}{\sqrt{(\Omega_{x8}^c)^2 + (\Omega_{z8}^c)^2}} \quad (23)$$

с двумя неизвестными — углом $\alpha_y(0)$ и проекцией вектора уходов ДУС на восточное направление ε_{z3}^c .

В уравнении (23) β_y определяется тригонометрическими функциями

$$\cos \beta_y = \frac{\Omega_{x8}^c}{\sqrt{(\Omega_{x8}^c)^2 + (\Omega_{z8}^c)^2}}, \quad (24)$$

$$\sin \beta_y = \frac{\Omega_{z8}^c}{\sqrt{(\Omega_{x8}^c)^2 + (\Omega_{z8}^c)^2}}.$$

Уравнению (23) удовлетворяют оценки

$$\hat{\alpha}_y(0) = \beta_y, \quad \hat{\varepsilon}_{z3} = 0. \quad (25)$$

Из уравнения (23) можно определить методическую погрешность оценки азимута в (24), (25):

$$\begin{aligned}\delta \hat{\alpha}_y(0) &= \alpha_y(0) - \beta_y = \\ &= \arcsin \frac{\varepsilon_{z3}^c}{\sqrt{(\Omega_{x8}^c)^2 + (\Omega_{z8}^c)^2}}.\end{aligned}\quad (26)$$

Две проекции вектора уходов ДУС на плоскость меридиана точки старта ракеты в ВСК $Ox_9 y_9 z_9$ с учетом оценки $\hat{\varepsilon}_{z3} = 0$ в (25) определяются формулами

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{x3} &= \Omega_{x9}^c - \Omega \cos(\varphi + \mu), \\ \hat{\varepsilon}_{y3} &= \Omega_{y9}^c - \Omega \sin(\varphi + \mu),\end{aligned}\quad (27)$$

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 = (\hat{\varepsilon}_{x3}, \hat{\varepsilon}_{y3}, 0)^T,$$

$$\Omega_9^c = \mathbf{S}_{\beta y} \circ \Omega_8^c \circ \tilde{\mathbf{S}}_{\beta y}.$$

Методические погрешности оценок уходов ДУС (27) определяются ошибками проектирования векторов по уравнениям

$$\begin{aligned}\delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 &= \tilde{\mathbf{S}}_e \circ \Omega_3^H \circ \mathbf{S}_e - \Omega_3^H; \\ \mathbf{S}_e &= \mathbf{S}_N \circ \tilde{\mathbf{S}}_\beta \circ \mathbf{S}_\alpha \circ \tilde{\mathbf{S}}_N; \\ \mathbf{S}_\beta &= \mathbf{S}_{\beta x} \circ \mathbf{S}_{\beta z} \circ \mathbf{S}_{\beta y};\end{aligned}\quad (28)$$

$$\Omega_3^H = (\Omega \cos(\varphi + \mu), \Omega \sin(\varphi + \mu), 0)^T.$$

Из (28) получим конечные формулы для методических погрешностей оценок проекций век-

тора уходов ДУС на плоскость меридиана точки старта ракеты:

$$\begin{aligned} \delta \hat{\varepsilon}_{x3}^c &= \varepsilon_{x3}^c - \hat{\varepsilon}_{x3}^c = \Omega \sin(\varphi + \mu) \delta \hat{\alpha}_{z3}, \\ \delta \hat{\varepsilon}_{y3}^c &= \varepsilon_{y3}^c - \hat{\varepsilon}_{y3}^c = -\Omega \cos(\varphi + \mu) \delta \hat{\alpha}_{z3}, \\ \delta \hat{\alpha}_{z3} &= \delta \hat{\alpha}_x \cos N - \delta \hat{\alpha}_z \sin N, \\ \delta \hat{\alpha}_{y3} &= \delta \hat{\alpha}_y, \\ \delta \hat{\alpha}_{z3} &= \delta \hat{\alpha}_x \sin N + \delta \hat{\alpha}_z \cos N. \end{aligned} \quad (29)$$

Методические погрешности оценок вектора уходов типа «смещения нуля» ε_1 в (12) определяются еще разбросами масштабных коэффициентов ДУС, которые при согласованных разбросах масштабных коэффициентов $|\delta K_{mx(y,z)}^\varphi| \leq 2 \cdot 10^{-4}$ не превышает значений 0.003 град/ч и которыми можно пренебречь.

4. ФИЛЬТРЫ ЛЬЮИНБЕРГЕРА ДЛЯ ОЦЕНКИ УГЛОВ ОТКЛОНЕНИЯ ПРОДОЛЬНОЙ ОСИ ПРИБОРНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ ОТНОСИТЕЛЬНО МЕСТНОЙ ВЕРТИКАЛИ И ДЛЯ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОГО УСКОРЕНИЯ

Оценки параметров, полученные в предыдущем разделе решением систем нелинейных уравнений без учета помех, являются предельно возможными по точности для оценок тех же параметров, полученных в настоящем и следующих разделах с помощью фильтров Льюинбергера с учетом помех и дискретности информации на выходе акселерометров и ДУС.

Таким образом, разности между оценками, полученными указанными двумя способами, характеризуют качество работы фильтров Льюинбергера.

Вначале определяется вектор угловой скорости $\eta = (\eta_x, \eta_y, \eta_z)^T$ уравнением

$$\dot{\eta} = -Q_2 - Q_1 - Q, \quad (30)$$

где Q_2, Q_1, Q будут определены ниже.

Определим кватернион P решением дифференциального уравнения

$$\dot{P} = \frac{1}{2} P \circ \eta.$$

Определяемое по показаниям акселерометров абсолютное ускорение РН \dot{V}_0^a найдем по соотношениям

$$\begin{aligned} \dot{V}_0^a &= a_2 + g_0, \quad a_2 = \tilde{P} \circ a_1^\Phi [n] \circ P - \Delta \hat{a}_0, \quad g_0 = -a_0 + a_0^{II}, \\ a_0^{II} &= \tilde{S}_{N\mu} \circ a_7^{II} \circ S_{N\mu}, \quad a_7^{II} = \Omega_7 \times (\Omega_7 \times R_7), \\ R_7 &= (0, R_3, 0)^T, \quad R_3 = a \cdot (1 - \mu), \end{aligned} \quad (31)$$

где a — большая полуось эллипсоида вращения Земли.

Вектор номинальной скорости точки старта РН при движении вместе с вращающейся Землей представляется в СтСК вектором

$$\begin{aligned} V_0^H &= \tilde{S}_{N\mu} \circ V_7^{II} \circ S_{N\mu}, \\ V_7^H &= (0, 0, V_{z7}^H)^T, \quad V_{z7}^H = \Omega R_3 \cos \varphi. \end{aligned}$$

Вектор скорости движения РН вместе с вращающейся Землей в СтСК определяется по показаниям акселерометров интегралом

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &= \dot{V}_0^a - \Omega_0 \times V_0, \\ V_0 &= V_0^H + \int_0^t \dot{V}_0 dt. \end{aligned}$$

Погрешность вычисления вектора скорости из-за невыставки и погрешностей акселерометров определяется уравнением

$$\Delta V_0 = V_0 - V_0^H.$$

Теперь определим векторы Q_2, Q_1, Q в (30) соотношениями

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= (-\dot{V}_{z0}, 0, \dot{V}_{x0})^T, \quad \dot{q} = (-\Delta V_{z0}, d_{31}, \Delta V_{x0})^T, \\ d_{31} &= 2(p_1 p_3 + p_0 p_2), \quad q = \int_0^t \dot{q} dt, \quad q(0) = 0, \\ Q_2 &= L_{\dot{q}} \ddot{q}, \quad Q_1 = L_{\dot{q}} \dot{q}, \quad Q = L_q q, \end{aligned} \quad (32)$$

$$L_{\dot{q}} = \text{diag}\{L_{\dot{q}x}, L_{\dot{q}y}, L_{\dot{q}z}\},$$

$$L_q = \text{diag}\{L_{qx}, L_{qy}, L_{qz}\},$$

$$L_{\dot{q}} = \text{diag}\{L_{\dot{q}x}, L_{\dot{q}y}, L_{\dot{q}z}\},$$

где $L_{\dot{q}}, L_q, L_{\dot{q}}$ — диагональные матрицы коэффициентов усиления.

Оценки углов отклонения продольной оси ПСК от местной вертикали определяются с помощью обратных тригонометрических функций по соответствующим элементам матрицы направляющих косинусов $\|d_{ij}(p_0, p_1, p_2, p_3)\|$, $i, j = 1, 2, 3$:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_z(0) &= \arcsin d_{21}, \quad \hat{\alpha}_x(0) = \arcsin d_{32}, \\ d_{21} &= 2(p_1 p_2 - p_0 p_3), \quad d_{32} = 2(p_1 p_2 - p_0 p_1). \end{aligned} \quad (33)$$

Оценка погрешности измерения акселерометрами вертикального ускорения в (31) СтСК во время начальной выставки БИНС производится с помощью еще одного фильтра Льюинбергера:

$$\frac{d\Delta\hat{\alpha}_{y0}}{dt} = K_V \dot{V}_{y0} + K_V \Delta V_{y0}, \quad (34)$$

$$\Delta\hat{\mathbf{a}}_0 = (0, \Delta\hat{\alpha}_{y0}, 0)^T, \Delta\hat{\mathbf{a}}_3 = \tilde{\mathbf{S}}_N \circ \Delta\hat{\mathbf{a}}_0 \circ \mathbf{S}_N,$$

где K_V, K_V — коэффициенты усиления.

5. ФИЛЬТРЫ ЛЬЮИНБЕРГЕРА ДЛЯ ОЦЕНКИ АЗИМУТА УСТАНОВКИ ПРИБОРНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ В СТАРТОВОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ И ДЛЯ ОЦЕНКИ УХОДОВ ДАТЧИКОВ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ

Вначале вычисляется вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$:

$$\boldsymbol{\omega} = -\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}, \quad (35)$$

где \mathbf{S}_1, \mathbf{S} определяются ниже соотношениями (36).

Определим кватернион Λ решением дифференциального уравнения:

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2} \Lambda \circ \boldsymbol{\omega}.$$

Векторы \mathbf{S}_1, \mathbf{S} для (35) определяются по формулам

$$\mathbf{\Omega}_2 = \tilde{\mathbf{P}} \circ \mathbf{\Omega}_1^{\Phi} [n] \circ \mathbf{P},$$

$$\mathbf{\Omega}_4 = \tilde{\mathbf{S}}_N \circ \mathbf{\Omega}_2 \circ \mathbf{S}_N,$$

$$\mathbf{\Omega}_5 = \tilde{\Lambda} \circ \mathbf{\Omega}_4 \circ \Lambda - \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_5,$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \left(-a_{32}, \frac{\Omega_{z5}}{\Omega}, -a_{21} \right),$$

$$a_{32} = 2(\lambda_2 \lambda_3 - \lambda_0 \lambda_1),$$

$$a_{21} = 2(\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_0 \lambda_3),$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \int_0^t \dot{\boldsymbol{\sigma}} dt, \boldsymbol{\sigma}(0) = 0,$$

$$\mathbf{S}_1 = K_{\dot{\alpha}} \dot{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{S} = K_{\alpha} \boldsymbol{\sigma}, \quad (36)$$

$$K_{\dot{\alpha}} = \text{diag}\{K_{\dot{\alpha}_x}, K_{\dot{\alpha}_y}, K_{\dot{\alpha}_z}\},$$

$$K_{\alpha} = \text{diag}\{K_{\alpha_x}, K_{\alpha_y}, K_{\alpha_z}\},$$

где $K_{\dot{\alpha}}, K_{\alpha}$ — диагональные матрицы коэффициентов усиления.

Оценка азимута ПСК в СтСК определяется формулами

$$\hat{\alpha}_y(0) = \arcsin a_{13}, a_{13} = 2(\lambda_1 \lambda_3 - \lambda_0 \lambda_2). \quad (37)$$

Оценка двух проекций вектора уходов ДУС на плоскость меридиана точки старта производится с помощью фильтра Льюинбергера:

$$\Delta\Omega_{x5} = \Omega_{x5} - \Omega \cos(\varphi + \mu),$$

$$\Delta\Omega_{y5} = \Omega_{y5} - \Omega \sin(\varphi + \mu),$$

$$\frac{d\theta_x}{dt} = \Delta\Omega_{x5}, \frac{d\theta_y}{dt} = \Delta\Omega_{y5}, \quad (38)$$

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{x5}}{dt} = K_{\Omega} \Delta\Omega_x + K_{\theta} \theta_x,$$

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{y5}}{dt} = K_{\Omega} \Delta\Omega_y + K_{\theta} \theta_y,$$

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_5 = (\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{x5}, \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{y5}, 0)^T.$$

6. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ НАЧАЛЬНОЙ ВЫСТАВКИ И ОЦЕНКИ УХОДОВ ДАТЧИКОВ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ В АЛГОРИТМАХ БИНС

Из оценок углов отклонения осей ПСК в СтСК (33), (37) и из оценок уходов ДУС (38) оформим 5-мерный вектор

$$\boldsymbol{\chi} = (\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4, \chi_5)^T = (\hat{\alpha}_x(0), \hat{\alpha}_y(0), \hat{\alpha}_z(0), \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{x5}, \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{y5})^T. \quad (39)$$

Все пять координат вектора (39) преобразуются с помощью фильтра Чебышева:

$$\boldsymbol{\chi}^{\Phi} [n] = \sum_{j=0}^2 d_{1j} \chi[n-j] + \sum_{i=1}^4 b_{ii} \boldsymbol{\chi}^{\Phi} [n-i], \quad (40)$$

где d_{1j} ($j = 0, 1, 2$), b_{ii} ($i = 1, 2, 3, 4$) — константы.

Импульсная передаточная функция фильтра Чебышева (40) с тактом работы $T = 0.05$ с имеет вид

$$Q(z) = \frac{d_{10} + d_{11}z^{-1} + d_{12}z^{-2}}{1 - b_{11}z^{-1} - b_{12}z^{-2} - b_{13}z^{-3} - b_{14}z^{-4}}, \quad (41)$$

$z = e^{Ts}, s = i\omega$.

Соответствующая функции (41) амплитудно-частотная характеристика приведена на рис. 4.

Далее с помощью рекуррентной формулы определяются математические ожидания координат вектора (40) $\boldsymbol{\chi}^{\Phi} [n]$ на конечном интервале времени (9000...12000 тактов $T = 0.05$ с) при 10-мин общей продолжительности начальной выставки:

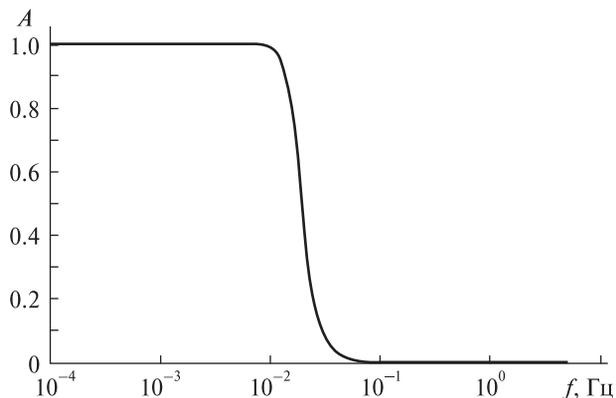


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика фильтра Чебышева с передаточной функцией (41)

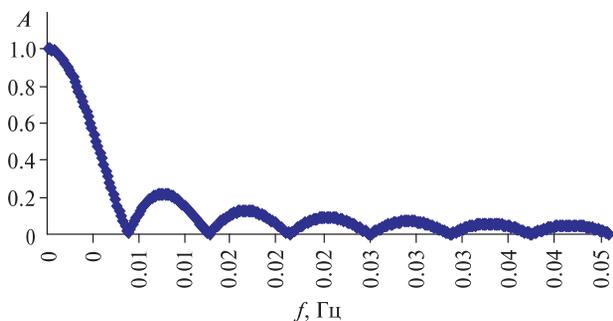


Рис. 5. Амплитудно-частотная характеристика рекуррентной формулы математического ожидания с передаточной функцией (43)

$$\begin{aligned}
 \mathbf{m}_\chi &= 0, 0 < n \leq n_H, n_H = 9000; \\
 \mathbf{m}_\chi &= \mathbf{m}_\chi[n-1] \cdot \frac{n-n_H-1}{n-n_H} + \\
 &+ \chi^\Phi[n] \cdot \frac{1}{n-n_H}, 9000 < n \leq 12000; \\
 \mathbf{m}_\chi &= (m_{\chi_1}, m_{\chi_2}, m_{\chi_3}, m_{\chi_4}, m_{\chi_5})^T.
 \end{aligned} \tag{42}$$

Импульсная передаточная функция рекуррентного алгоритма (42) имеет вид

$$Q(z) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} z^{-k}, \tag{43}$$

$z = e^{Ts}, s = i\omega, n = 3000$.

Соответствующая функции (43) амплитудно-частотная характеристика приведена на рис. 5.

Результат начальной выставки представляется кватернионами

$$\begin{aligned}
 \hat{\alpha}_x(0) &= m_{\chi_1}, \hat{\alpha}_y(0) = m_{\chi_2}, \hat{\alpha}_z(0) = m_{\chi_3}, \\
 \mathbf{M}_{\alpha x} &= \left(\cos \frac{\hat{\alpha}_x(0)}{2}, \sin \frac{\hat{\alpha}_x(0)}{2}, 0, 0 \right)^T, \\
 \mathbf{M}_{\alpha y} &= \left(\cos \frac{\hat{\alpha}_y(0)}{2}, 0, \sin \frac{\hat{\alpha}_y(0)}{2}, 0 \right)^T, \\
 \mathbf{M}_{\alpha z} &= \left(\cos \frac{\hat{\alpha}_z(0)}{2}, 0, 0, \sin \frac{\hat{\alpha}_z(0)}{2} \right)^T, \\
 \mathbf{M}_\alpha &= \mathbf{M}_{\alpha x} \circ \mathbf{M}_{\alpha z} \circ \mathbf{M}_{\alpha y}.
 \end{aligned} \tag{44}$$

Далее вычисляются оценки вектора уходов ДУС в ГСК и СтСК:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 = (m_{\chi_4}, m_{\chi_5}, 0)^T, \boldsymbol{\varepsilon}_0 = \mathbf{S}_N \circ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 \circ \tilde{\mathbf{S}}_N. \tag{45}$$

Вектора оценки уходов ДУС в ПСК определяются кватернионным произведением

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 = \tilde{\mathbf{M}}_\alpha \circ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_0 \circ \mathbf{M}_\alpha.$$

Параметры ориентации БИНС вычисляются в инерциальной начальной стартовой системе координат, которая получается фиксацией в момент окончания начальной выставки определенной в разд. 1 стартовой системы координат.

Учет результатов начальной выставки БИНС и оценки уходов ДУС в показаниях датчиков угловой скорости и акселерометров производится соотношением

$$\boldsymbol{\omega}_1 = \mathbf{M}_\alpha \circ (\boldsymbol{\omega}_1^a - \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_1) \circ \tilde{\mathbf{M}}_\alpha, \dot{\mathbf{V}}_1 = \mathbf{M}_\alpha \circ \dot{\mathbf{V}}_1^a \circ \tilde{\mathbf{M}}_\alpha,$$

где $\boldsymbol{\omega}_1^a, \dot{\mathbf{V}}_1^a$ — показания ДУС и акселерометров в полете.

С момента окончания начальной выставки в системах ориентации и навигации вычисляется кватернион ориентации РН в начальной стартовой системе координат \mathbf{L} , вектор скорости центра масс \mathbf{V}_1 — в приборной системе координат:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{L} \circ \boldsymbol{\omega}_1,$$

$$\frac{d\mathbf{V}_1}{dt} = \dot{\mathbf{V}}_1 + \mathbf{g}_1 - \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{V}_1,$$

где \mathbf{g}_1 — вектор ускорения свободного падения в ПСК, $\mathbf{L} = (l_0, l_1, l_2, l_3)^T$ — кватернион ориентации ПСК в начальной стартовой системе координат, $\mathbf{V}_1 = (V_{x1}, V_{y1}, V_{z1})^T$ — скорость центра масс РН в ПСК.

7. РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НАЧАЛЬНОЙ ВЫСТАВКИ БИНС

Математическое моделирование начальной выставки производится с помощью вычислительной программы, включающей в свой состав следующие подпрограммы:

- подпрограмму математической модели акселерометров и ДУС,
- подпрограмму алгоритмов начальной выставки и оценки уходов ДУС,
- подпрограмму решения систем нелинейных уравнений.

Результаты одного варианта моделирования и номера формул, которыми определяются соответствующие векторы или параметры, приведены в таблице.

Из анализа результатов расчета в таблице следуют выводы:

Результаты моделирования

$\varphi = 45^\circ, N = 45^\circ$	(1)
$f = 0.25 \text{ Гц}$	(3)
$\Delta \mathbf{a}_1 = (0.001, 0.001, 0.001)^T \text{ м/с}^2$	(2)
$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = (0.134, 0.134, 0.134)^T \text{ град/ч}$	(2)
$\mathbf{A} = (2.934, 2.934, 2.934)^T \text{ м/с}^2$	(3)
$\mathbf{B} = (4.512, 4.512, 4.512)^T \text{ град/ч}$	(3)
$\delta \mathbf{K}_m^W = (0.0002, 0.0002, 0.0002)^T$	(5)
$\delta \mathbf{K}_m^\varphi = (0.0002, 0.0002, 0.0002)^T$	(5)
$\boldsymbol{\alpha}(0) = (360, 540, 2820)^T \text{ угл. мин}$	(2)
$\boldsymbol{\beta} = (359.4, 579.9, 2820)^T \text{ угл. мин}$	(17), (24)
$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = (359.4, 579.9, 2820)^T \text{ угл. мин}$	(44)
$\delta \boldsymbol{\alpha}_3(0) = (-0.39, 39.84, -0.39)^T \text{ угл. мин}$	(29)
$\Delta \mathbf{a}_0^\Sigma = (2.03 \cdot 10^{-4}, -6.23 \cdot 10^{-4}, 1.08 \cdot 10^{-3})^T \text{ м/с}^2$	(12)
$\Delta \mathbf{a}_3^\Sigma = (-6.21 \cdot 10^{-4}, -6.23 \cdot 10^{-4}, 9.07 \cdot 10^{-4})^T \text{ м/с}^2$	(12)
$\Delta \hat{\mathbf{a}}_0^c = (0.0, -6.224679 \cdot 10^{-4}, 0.0)^T \text{ м/с}^2$	(19)
$\Delta \hat{\mathbf{a}}_0 = (0.0, -6.294913 \cdot 10^{-4}, 0.0)^T \text{ м/с}^2$	(34)
$\boldsymbol{\varepsilon}_3 = (-8.32 \cdot 10^{-2}, 0.18, 0.12)^T \text{ град/ч}$	(4)
$\boldsymbol{\varepsilon}_3^\Sigma = (-8.54 \cdot 10^{-2}, 0.18, 0.12)^T \text{ град/ч}$	(12)
$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_3^c = (-8.39 \cdot 10^{-2}, 0.18, 0.0)^T \text{ град/ч}$	(27)
$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_3^\Sigma = (-8.39 \cdot 10^{-2}, 0.18, 0.0)^T \text{ град/ч}$	(45)

— практическое совпадение оценок с помощью фильтров Льюинбергера $\hat{\boldsymbol{\alpha}}(0), \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_3^\Sigma$ с результатами решения системы нелинейных уравнений (соответственно $\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varepsilon}_3$);

— незначительная разность оценок $\Delta \hat{a}_{y0}^c - \Delta \hat{a}_{y0} = 0.702 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}^2$ объясняется дискретностью информации на выходе акселерометров;

— погрешности оценок углов отклонения продольной оси приборной системы координат от местной вертикали $\delta \hat{\alpha}_x(0) = \alpha_x(0) - \hat{\alpha}_x(0) = 0.5649 \text{ угл. мин}$, $\delta \hat{\alpha}_z(0) = \alpha_z(0) - \hat{\alpha}_z(0) = 0.003 \text{ угл. мин}$ определяются в соответствии с (20) погрешностями измерения проекций вектора ускорения;

— погрешность оценки азимута приборной системы координат $\delta \hat{\alpha}_y(0) = \alpha_y(0) - \hat{\alpha}_y(0) = -39.86 \text{ угл. мин}$ определяется в соответствии с (26) проекцией вектора уходов ДУС на восточное направление $\boldsymbol{\varepsilon}_{z3}^c = 0.1217 \text{ град/ч}$;

— погрешности оценок проекций вектора уходов ДУС на плоскость меридиана точки старта $\delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{x3}^c = \boldsymbol{\varepsilon}_{x3}^c - \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{x3}^c = -0.138 \cdot 10^{-2} \text{ град/ч}$, $\delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{y3}^c = \boldsymbol{\varepsilon}_{y3}^c - \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{y3}^c = -0.068 \cdot 10^{-2} \text{ град/ч}$ в соответствии с (29) определяется проекцией погрешности оценки вектора углов на восточное направление $\delta \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{z3} = -0.39 \text{ угл. мин}$.

1. Бабич О. А. Обработка информации в навигационных комплексах. — М.: Машиностроение, 1991. — 512 с.
2. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. — М.: Наука, 1978. — 320 с.
3. Златкин О. Ю., Иванов А. А., Тиховский В. М. Компенсационный метод начальной выставки бесплатформенной инерционной навигационной системы // Механіка та машинобудування. — 2007. — № 2. — С. 42—64.

Надійшла до редакції 28.09.09

A. N. Kalnoguz, V. M. Tykhovskiy,
V. A. Bataev, M. N. Ryumin, V. N. Pilguy

STRAPDOWN INITIAL EXHIBITION OF ROCKETS WITH INCLINED START

We consider the strapdown initial exhibition of rockets with inclined start. Quaternions are used in a mathematical model of the accelerometer operation and angular velocity sensors in strapdown algorithms. Two projections of the vector of angular velocity sensors drift on the start point meridian plane are estimated.