

УДК 551.511

О. К. Черемных, Ю. А. Селиванов, И. В. Захаров

Институт космических исследований Национальной академии наук Украины
та Национального космического агентства Украины, Київ

ВЛИЯНИЕ СЖИМАЕМОСТИ И НЕИЗОТЕРМИЧНОСТИ АТМОСФЕРЫ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКУСТО-ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

Використано рівняння, що описують збурення в стратифікованій стискуваній одновимірній ідеальній атмосфері в стані спокою, але замість застосування певних вимог щодо профілю температури (стратифікації) рівняння записуються відносно двох нових функцій: амплітуди вертикальної швидкості та стискуваності (дивергенції швидкості). В результаті отримано звичайне диференціальне рівняння для амплітуди вертикальної швидкості. Виведено дисперсійне рівняння загального вигляду для стискуваної ідеальної атмосфери. Виконано аналіз його розв'язків для температурних профілів ізотермічної, політропної та MSIS-моделей. В результаті отримано інформацію про поведінку акусто-гравітаційних хвиль в залежності від атмосферних профілів.

ВВЕДЕНИЕ

Акусто-гравитационные волны (АГВ) играют важную роль во многих атмосферных процессах на масштабах от единиц до тысяч километров. Наблюдаясь на всех высотах, они переносят энергию и импульс значительных атмосферных масс, вызывая возмущения равновесных состояний различных областей атмосферы, могут инициировать и модулировать атмосферную конвекцию и связанные с ней гидрологические процессы. АГВ эффективно переносят аэрозольные возмущения из нижних слоев атмосферы вплоть до ионосферного слоя F (на высоту 200—300 км) [8, 18, 28, 14]. Нестационарный поток солнечного ветра в окрестности авроральной области генерирует АГВ, распространяющиеся в направлении экватора [29]. Есть сведения, что такие волны, снижаясь, могут возмущать синоптические системы над океанами и инициировать или усиливать экстратропические циклоны (ураганы) [30]. Двигаясь в атмосфере и достигая критических высот, АГВ разрушаются с образованием атмосферной турбулентности [37], что создает реальные угрозы авиационной безопасности, а также приводит к смешиванию вынесен-

ных из нижней атмосферы химических веществ, химическим реакциям между ними и образованию потенциально вредных соединений [14, 28]. Особо отмечается роль АГВ в осуществлении переноса массы и энергии между слоями «верхняя тропосфера — нижняя стратосфера» (UTLS) и «мезосфера — нижняя термосфера» (MLT) [15, 36], а также в нагревании (охлаждении) верхней атмосферы [15, 23]. АГВ могут также влиять на «космическую погоду» путем генерации нерегулярностей в ионосфере [32].

Спутниковые наблюдения, например, по действующему проекту COSMIC [7], уже дали информацию о глобальном распределении и изменчивости АГВ. В рамках указанного проекта было выполнено численное моделирование возмущений с использованием большого объема данных [7]. Несмотря на это, генерация АГВ конвективными системами или спонтанным нарушением геострофического баланса до сих пор остается задачей, требующей новых подходов и решений [18]. Таким образом, представляет практический интерес изучение поведения АГВ в термосфере, и в частности, в слое «мезосфера — нижняя термосфера» (MLT).

Слой MLT отличается многообразием физических процессов [1, 10]. В нем, в частности, осуществляется переход от области атмосферы

с конвективным перемешиванием к области, в которой соответствующим фактором служит химический состав атмосферы. В этом слое нижняя граница является относительно стабильной и зависит от климатических изменений, тогда как его верхняя граница подвержена всевозможным влияниям «космической погоды» [24, 32].

Учет неізотермичности и сжимаемости атмосферы приводит к повышению реалистичности соответствующих моделей. Так, в работе [6] рассматривалось влияние реального отступления атмосферы от условия адиабатичности на генерацию и диссипацию АГВ по всей высоте атмосферы вплоть до мезопаузы (90 км). В неадиабатической модели атмосферы частоты (корни дисперсионного уравнения) комплексны, причем в некоторых слоях атмосферы волны затухают, другие же слои неустойчивы к раскачке соответствующих мод АГВ. С ростом высоты фазовая скорость как акустической, так и гравитационной ветвей АГВ падает, а диссипация усиливается. В этой же работе показано, что в неадиабатической атмосфере наряду с периодическими возмущениями генерируются также и макроскопические потоки.

В данной работе на основе общих предположений о структуре и свойствах фоновой атмосферы предложен подход к описанию динамики АГВ, использующий представления, принятые в описании волновых процессов в атмосфере Солнца [4]. Этот подход позволяет снять обычные в теории АГВ предположения об ізотермичности и несжимаемости среды [19].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В работе рассматривается распространение АГВ в нейтральной атмосфере от поверхности Земли до высот порядка 150 км. Высотный диапазон включает слой MLT и часть средней термосферы. В этом диапазоне лежат слои D и E нижней ионосферы.

Для анализа распространения волн на указанных высотах выведем уравнения для собственных возмущений в неоднородной атмосфере без учета магнитного поля. Считаем, что в равновес-

ном состоянии атмосферная среда удовлетворяет уравнению гидростатики

$$\frac{\partial p_0}{\partial z} = -\rho_0(z)g. \quad (1)$$

Ось z в выражении (1) направлена против силы тяжести. Нижний индекс «0» обозначает равновесные величины. Подставляя в выражение (1) уравнение состояния идеального газа $p_0 = \rho_0 R T_0$, получаем обычное барометрическое уравнение [5]

$$p_0(z) = p_0(0) \exp\left(-\int_0^z \frac{g dz'}{R T_0(z')}\right), \quad (2)$$

которое полностью описывает равновесие атмосферы.

Линейные возмущения (величина без нижнего индекса «0») для рассматриваемого равновесия (1) удовлетворяют системе гидродинамических уравнений

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho_0 \mathbf{v}) = 0, \quad (3)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p + \rho g \mathbf{e}_z, \quad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v_z \frac{\partial p_0}{\partial z} = C_s^2 \left(\frac{\partial p}{\partial t} + v_z \frac{\partial p_0}{\partial z} \right). \quad (5)$$

Здесь ρ — плотность, p — давление, T — температура, $R = R_0/\mu$, R_0 — универсальная газовая постоянная, μ — молекулярная масса атмосферного газа, g — ускорение свободного падения, \mathbf{v} — скорость, C_s — скорость звука. Будем искать решения системы (3)—(5) в декартовой системе координат (x, y, z) в виде волн, распространяющихся вдоль оси \mathbf{e}_x и однородных вдоль оси \mathbf{e}_y . В таких волнах все величины не зависят от координаты y . В направлении \mathbf{e}_z возмущенные величины считаем произвольными функциями z . Фигурирующие в (3)—(5) компоненты скорости представим в виде

$$\mathbf{v} = (v_x(z)\mathbf{e}_x + v_z(z)\mathbf{e}_z) \exp(-i\omega t + ik_x x), [k_x > 0],$$

где ω — циклическая частота, а k_x — волновой вектор волны вдоль \mathbf{e}_x . Удобными переменными для анализа системы (3)—(5), как отмечено в [4], являются величины v_z и $V = \text{div} \mathbf{v}$. Поскольку последняя величина описывает сжимаемость среды, то выбирая ее как функцию, подлежащую

нахождению, мы уходим от излишнего произвола в задании свойств среды. После простых, но громоздких вычислений приводим систему (3)–(5) к двум уравнениям

$$\frac{dv_z}{dz} - g \frac{k_x^2}{\omega^2} v_z = \left(1 - \frac{k_x^2 C_s^2}{\omega^2}\right) V, \quad (6)$$

$$C_s^2 \frac{dV}{dz} - g \left(\gamma - \frac{k_x^2 C_s^2}{\omega^2}\right) V = \left(\frac{k_x^2 g^2}{\omega^2} - \omega^2\right) v_z, \quad (7)$$

где γ — показатель адиабаты.

Уравнения (6) и (7) описывают звуковые и «зацепленные» с ними «внутренние» гравитационные волны (связанные с подъёмной силой) в стратифицированной атмосферной среде. Наряду с этими волнами уравнения (6) и (7) включают в себя еще одну гравитационную волну, которая описывает несжимаемое возмущение среды ($V = 0, v_z \neq 0$). Указанная волна с дисперсионным уравнением вида

$$\omega^2 = k_x g \quad (8)$$

следует из (6) и (7) и является поверхностной. Возмущенные величины в этой волне связаны между собой соотношениями

$$\begin{aligned} v_x &= i v_z, & (9) \\ v_z &= v_{z0} \exp(k_x z) \exp(-i\omega t + i k_x x), \\ \rho &= -\frac{i v_z}{\omega} \frac{\partial \rho_0}{\partial z}, \\ p &= \frac{i v_z}{\omega} \rho_0 g. \end{aligned}$$

Видно, что частота такой поверхностной гравитационной моды *не зависит* от стратификации (т. е. от вида зависимости $C_s(z)$). В солнечной физике такая поверхностная волна также имеет место [4].

Рассмотрим случай $v_z = 0, V \neq 0$. При этом из (6) и (7) получается дисперсионное уравнение для волн Лэмба [5]

$$\omega^2 = k_x^2 c_s^2. \quad (10)$$

Последние представляют собой поверхностные волны, распространяющиеся со звуковой скоростью. В таких волнах частицы, как и в звуковых волнах, движутся вдоль направления движения. Возмущения в этих волнах максималь-

ны на уровне Земли и являются исключительно анизотропными, что обусловлено вертикальной стратификацией плотности. Возмущенные величины в этих волнах связаны между собой соотношениями

$$\begin{aligned} V &= \text{const} \left(\frac{p_0(0)}{p_0(z)} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \\ V &= i k_x v_x, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{-i\gamma}{\omega} V,$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{-i}{\omega} V.$$

Легко видеть, что горизонтальная составная возмущенной скорости v_x может быть представлена в виде

$$v_x = \frac{k_x}{\omega} \frac{p}{\rho_0},$$

что совпадает с результатом Лэмба [5].

Исключая дивергенцию скорости V из уравнений (6) и (7), получаем

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v_z(z)}{dz^2} + \left(\frac{k_x^2 (C_s^2(z))'_z}{\omega^2 - k_x^2 C_s^2(z)} - \frac{g\gamma}{C_s^2(z)} \right) \frac{dv_z(z)}{dz} + \\ + \left(\frac{\omega^2 - k_x^2 C_s^2(z)}{C_s^2(z)} + \frac{g^2 k_x^2 (\gamma-1)}{\omega^2 C_s^2(z)} - \frac{g k_x^4 (C_s^2(z))'_z}{\omega^2 \cdot (\omega^2 - k_x^2 C_s^2(z))} \right) \times \\ \times v_z(z) = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где $(\dots)' = \frac{\partial}{\partial z}(\dots)$. Уравнение (12) может быть представлено в виде

$$\frac{d^2 F(z)}{dz^2} + K^2(z) F(z) = 0, \quad (13)$$

где

$$F(z) = v_z(z) \sqrt{\frac{\omega^2 - k_x^2 C_s^2(0)}{\omega^2 - k_x^2 C_s^2(z)}} \sqrt{\frac{p_0(z)}{p_0(0)}}, \quad (14)$$

$$K^2 = \frac{\omega^2 - \omega_1^2(z)}{C_s^2(z)} + k_x^2 \left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2(z)} - 1 \right), \quad (15)$$

$$\omega_1^2(z) = -\frac{1}{2} \gamma g \frac{\rho_0'(z)}{\rho_0(z)} - \frac{1}{4} \frac{\gamma^2 g^2}{C_s^2(z)},$$

$$\begin{aligned} \omega_2^2(z) = & \left(\frac{\omega^2}{\omega^2 - k_x^2 C_s^2(z)} \right) \left[\frac{g^2(\gamma-1)}{C_s^2(z)} - \frac{1}{2} \frac{\gamma^2 g^2}{C_s^2(z)} + \right. \\ & + g^2 k_x^2 \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{3}{4} \frac{\gamma^2}{\omega^2 - k_x^2 C_s^2(z)} \right) + \frac{C_s^2(z)}{2} \frac{(\rho_0(z))''}{\rho_0(z)} - \\ & - \left(\frac{(\rho_0(z))'_z}{\rho_0(z)} \right)^2 \left(C_s^2 + \frac{3}{4} \frac{k_x^2 C_s^4}{\omega^2 - k_x^2 C_s^2(z)} \right) - \left(\frac{(\rho_0(z))'_z}{\rho_0(z)} \right) \times \\ & \left. \times \left\{ \gamma g \left(1 + \frac{3}{2} \frac{k_x^2 C_s^2}{\omega^2 - k_x^2 C_s^2(z)} \right) - \frac{g k_x^2 C_s^2(z)}{\omega^2} \right\} \right]. \end{aligned}$$

Уравнения вида (13) было получено в работах Тейлора и Голдстейна [2] в приближении Буссинеска.

Из уравнений (3)–(5) получаем следующие выражения для величин, характеризующих распространение волновых возмущений в стратифицированной атмосфере:

$$\begin{aligned} V &= \frac{\omega^2}{\omega^2 - k_x^2 C_s^2} \left(\frac{dv_z}{dz} - g \frac{k_x^2}{\omega^2} v_z \right), \\ v_x &= \frac{ik_x}{\omega^2 - k_x^2 C_s^2} \left(C_s^2 \frac{dv_z}{dz} - gv_z \right), \quad (16) \\ \frac{p}{\rho_0} &= \frac{i\gamma\omega}{C_s^2(\omega^2 - k_x^2 C_s^2)} \left(gv_z - C_s^2 \frac{dv_z}{dz} \right), \end{aligned}$$

$$\frac{p}{\rho_0} = \frac{-i}{\omega h_0 (\omega^2 - k_x^2 C_s^2)} \left[v_z (\omega^2 - k_x^2 (C_s^2 + h_0 g)) + \omega^2 h_0 \frac{dv_z}{dz} \right],$$

где $h_0 = \frac{\rho_0}{\rho'_0}$, $(\dots)' = \frac{\partial}{\partial z}(\dots)$. Видно, что характеристики возмущений (16) полностью определяются из решения уравнения (13) с соответствующими граничными условиями.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Уравнение (13) отличается от уравнений Тейлора и Голдстейна существенно более сложным видом коэффициента K^2 . По аналогии с этим уравнением, представим величину K^2 в виде $K^2(z) = L^2(z) - k_x^2$, где $L^2(z)$ описывает вертикальную (по z) структуру решения. Тогда при

$L^2(z) > k_x^2$ имеем $K^2(z) > 0$, и K — действительная функция, а уравнение (13) имеет колебательные решения. Последнее также вытекает из условий применимости метода ВКБ: когда K^2 слабо зависит от z , то уравнение описывает почти гармонические колебания по z с пространственной частотой K . То есть величина K играет роль вертикального волнового вектора. При $L^2(z) < k_x^2$ получаем $K^2(z) < 0$, и величина K является чисто мнимой. Это соответствует решениям, быстро убывающим (или нарастающим) по z . Соответственно, случай $L^2(z) = k_x^2$, или $K^2(z) = 0$, определяет сепаратрисы, разделяющие области колебательных и убывающих решений.

Ниже исследование поведения АГВ проводилось по двум направлениям. Во-первых, на плоскости (z, ω) для заданных k_x вычислялись значения величины $K^2(z, \omega)$ и определялись области ее положительных и отрицательных значений, тем самым находились области распространения и нераспространения волн. Во-вторых, на плоскости (ω, k_x) определялись указанные выше сепаратрисы.

Из выражений (15) видно, что при определенном профиле температуры для заданной высоты z каждому значению k_x в уравнении $K^2(z) = 0$ соответствует конечное число значений ω , действительных или попарно комплексно сопряженных. Разрешая уравнение $K^2(z) = 0$, определяем зависимость ω от k_x и параметров атмосферы

$$\omega(k_x, K^2 = 0; C_s(z), \rho'_0(z), \rho''_0(z)) = 0. \quad (18)$$

Выражения (15) имеют достаточно общий вид. Их можно упростить для случаев изотермической и политропной моделей атмосферы, которые можно считать стандартными ввиду их широкого использования в научном сообществе.

В случае изотермического равновесия атмосферы ($T_0(z) = \text{const}$)

$$\frac{\rho_0(z)}{\rho_0(0)} = e^{-z/h_0}, \quad h_0 = \frac{C_s^2}{\gamma g}, \quad C_s = \text{const}, \quad (19)$$

из (15) получаем хорошо известный результат

$$\omega_1^2 = \frac{C_s^2}{4h_0^2}, \quad \omega_2^2 = \frac{g(\gamma-1)}{h_0\gamma}, \quad (20)$$

который соответствует стандартным выражениям для частоты акустической отсечки ω_a и частоты

ты Брента — Вайсяля ω_{BV} . Зависимости (18) для $T(z) = 273 \text{ К}$ представлены на рис. 1.

Для политропной модели атмосферы

$$T_0(z) = T_0(0) \left(1 - \frac{z}{z_0}\right),$$

$$\rho_0(z) = \rho_0(0) \left(1 - \frac{z}{z_0}\right)^{\frac{1}{n-1}},$$

$$C_s^2(z) = C_s^2(0) \left(1 - \frac{z}{z_0}\right),$$

где $z_0 = \frac{C_s^2(0)}{g(n-1)}$ — высота политропной атмосферы, n — показатель политропы, из (15) получаем

$$\omega_1^2 = \frac{1}{4} \frac{C_s^2(0)}{z_0(z_0 - z)(\gamma - 1)} \left(\frac{2}{n-1} - \frac{\gamma}{\gamma-1} \right), \quad (21)$$

$$\omega_2^2 = \frac{\omega^2}{\omega^2 - k_x^2 C_s^2} \left[\frac{k_x^2 g^2}{\omega^2} \frac{n - \gamma}{n - 1} - \frac{3}{4} \frac{k_x^2 g^2}{\omega^2 - k_x^2 C_s^2} \left(\gamma^2 + \frac{(\gamma - 1)^2}{(n - 1)^2} - \frac{2\gamma(\gamma - 1)}{(n - 1)} \right) + \frac{g}{2(z - z_0)} \left(2 - \frac{\gamma^2}{(\gamma - 1)} - \frac{2\gamma - n(\gamma + 1)}{(n - 1)^2} \right) \right].$$

При выборе параметров $n = 1.3$, $\gamma = 1.4$, $z = 0$, $T(0) = 273 \text{ К}$ получаем $\omega_1 \approx 0.05 \text{ с}^{-1}$, что сравнимо со значением $\omega_a \approx 0.02 \text{ с}^{-1}$ для изотермической модели при той же температуре. Зависимости (18) для $n = 1.3$, $T(0) = 273 \text{ К}$, $z = 10000 \text{ м}$, $z_0 = 27964 \text{ м}$ представлены на рис. 2.

Теперь рассмотрим зависимость (18) в общем случае. Собирая слагаемые при одинаковых степенях ω , получаем уравнение

$$\omega^8 + (-3C_s^2 k_x^2 - \omega_1^2) \omega^6 + (3C_s^4 k_x^4 + 2C_s^2 k_x^2 \omega_1^2 + a_1 C_s^2 k_x^2) \omega^4 + (-C_s^6 k_x^6 - C_s^4 k_x^4 \omega_1^2 - a_1 C_s^4 k_x^4 + a_2 C_s^2 k_x^4 + a_3 C_s^2 k_x^4) \omega^2 + (-a_2 C_s^4 k_x^6) = 0, \quad (22)$$

где

$$a_1 = \left[\frac{(\gamma - 1)g^2}{C_s^2} - \frac{\gamma^2 g^2}{2C_s^2} + C_s^2 \left(\frac{1}{2} \rho_{02} - \rho_{01}^2 \right) - \gamma g \rho_{01} \right],$$

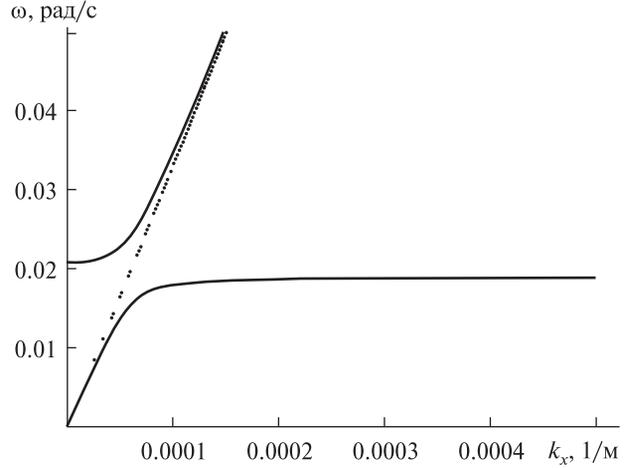


Рис. 1. Решения дисперсионного уравнения, редуцированного к изотермической атмосфере при $T(z) = 273 \text{ К}$

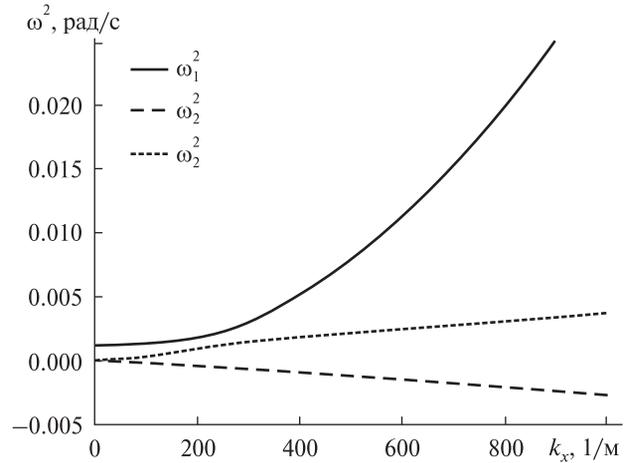


Рис. 2. Решения дисперсионного уравнения, редуцированного к политропной атмосфере. Показатель политропы $n = 1.3$, температура на нижней границе атмосферы $T(0) = 273 \text{ К}$, высота верхней границы $z_0 = 27964 \text{ м}$, расчетная высота $z = 10000 \text{ м}$

$$a_2 = g(g + C_s^2 \rho_{01}), \quad a_3 = -\frac{3}{4} (\gamma g + C_s^2 \rho_{01})^2, \quad (23)$$

$$\rho_{01} = \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz}, \quad \rho_{02} = \frac{1}{\rho_0} \frac{d^2\rho_0}{dz^2}.$$

Для решения уравнения (22) достаточно задавать высотный профиль температуры $T_0(z)$. Действительно, учитывая уравнение состояния идеального газа, из (2) получаем

$$C_s^2(z) = \gamma \frac{R_0}{\mu_0(z)} T_0(z),$$

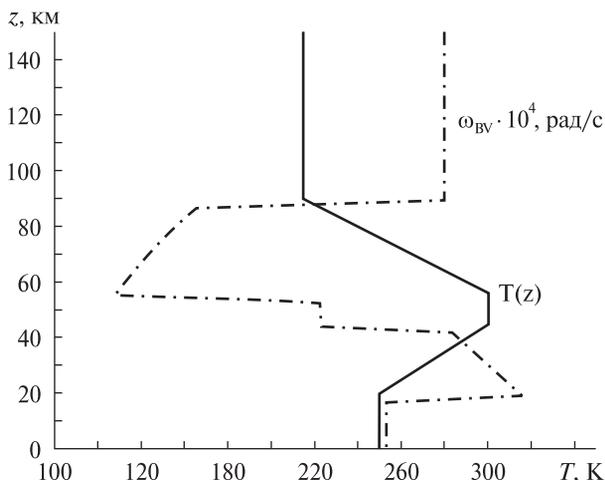


Рис. 3. Исходные данные для расчетной модели с полным уравнением: высотный профиль температуры $T(z)$. Для сравнения приведен профиль частоты Брента — Вайсяля $\omega_{BV}(z)$ (значения умножены на 10^4)

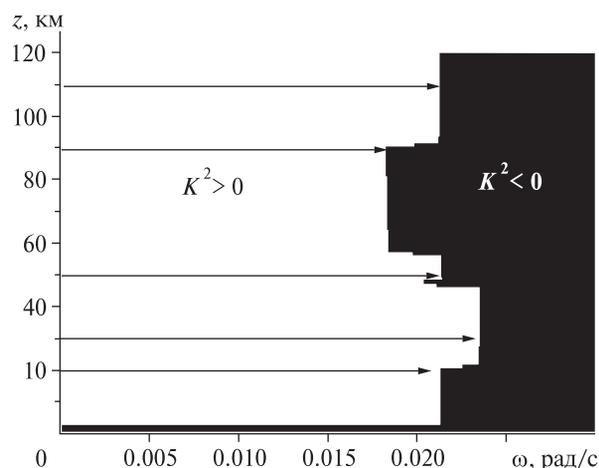


Рис. 4. Вычисленные для расчетной модели области положительных и отрицательных значений функции $K^2(z, \omega, k_x)$ в плоскости (z, ω) при $k_x = 0.0004 \text{ м}^{-1}$ (горизонтальная длина волны $\lambda_x \approx 16 \text{ км}$) для температурного профиля рис. 3. Стрелками отмечены уровни высот, на которых затем вычислялись решения дисперсионного уравнения (уровень $z = 70 \text{ км}$ не отмечен)

$$\rho_0(z) = \rho_0(0) \frac{\mu_0(0)T(0)}{\mu_0(z)T(z)} \exp\left(-\frac{g}{R_0} \int_0^z \frac{\mu_0(z')dz'}{T_0(z')}\right), \quad (24)$$

где $\mu_0(z)$ — молярная масса атмосферного газа, зависящая от высоты, которая может быть построена на основе данных из [20] с помощью кубической сплайн-интерполяции. Частота Брента —

Вайсяля в этом случае также выражается через $T_0(z)$:

$$\omega_{BV}^2(z) = (\gamma - 1) \frac{g^2}{C_S^2(z)} + \frac{g}{T_0(z)} \frac{dT_0(z)}{dz}. \quad (25)$$

В частности, отсюда следует, что при выполнении условий (для политропной атмосферы)

$$\frac{dT(z)}{dz} < 0,$$

$$\left| \frac{dT(z)}{dz} \right| > \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{g}{(R/\mu)} \approx 10 \text{ К/км}$$

будем иметь $\omega_{BV}^2 < 0$, и гравитационные колебания невозможны.

При численном моделировании мы задаем высотный профиль в виде $T_{0i} = T_0(z_i)$. После выполнения численного интегрирования в (24) и использования (23) находим корни ω уравнения (22) в зависимости от горизонтального волнового числа k_x для различных высот.

Поскольку определение областей знакопостоянства K^2 в изотермическом случае проводилось в целом ряде работ (например, [2]), мы приступили к моделированию поведения АГВ в изотермической атмосфере со включением слоев с температурой, убывающей (политропный слой) и растущей (инверсный слой) с высотой (см. рис. 3). Там же приведен для сравнения высотный профиль частоты Брента — Вайсяля, вычисленный по формуле (25). Такую модель мы называем расчетной. Вычисление областей знакопостоянства K^2 выполнялось по специально разработанному алгоритму на основе индикаторной функции. Поскольку из немонотонности $\omega_{BV}(z)$ можно было предполагать наличие в рассматриваемой стратификации атмосферных волноводов [11, 13, 16, 17] (в данном случае — термических дактов), то величина горизонтальной длины волны выбиралась из соображений близости к одному из резонансов (высота дакта кратна целому числу длин полуволн), в данном случае — около 16 км ($k_x = 0.0004$). Результаты вычисления приведены на рис. 4, где (как и на последующих рисунках) черным цветом закрашены области с $K^2 < 0$, а белым — $K^2 > 0$. На рисунке стрелками отмечены уровни высоты z , соответствующие особенностям профиля области $K^2 < 0$.

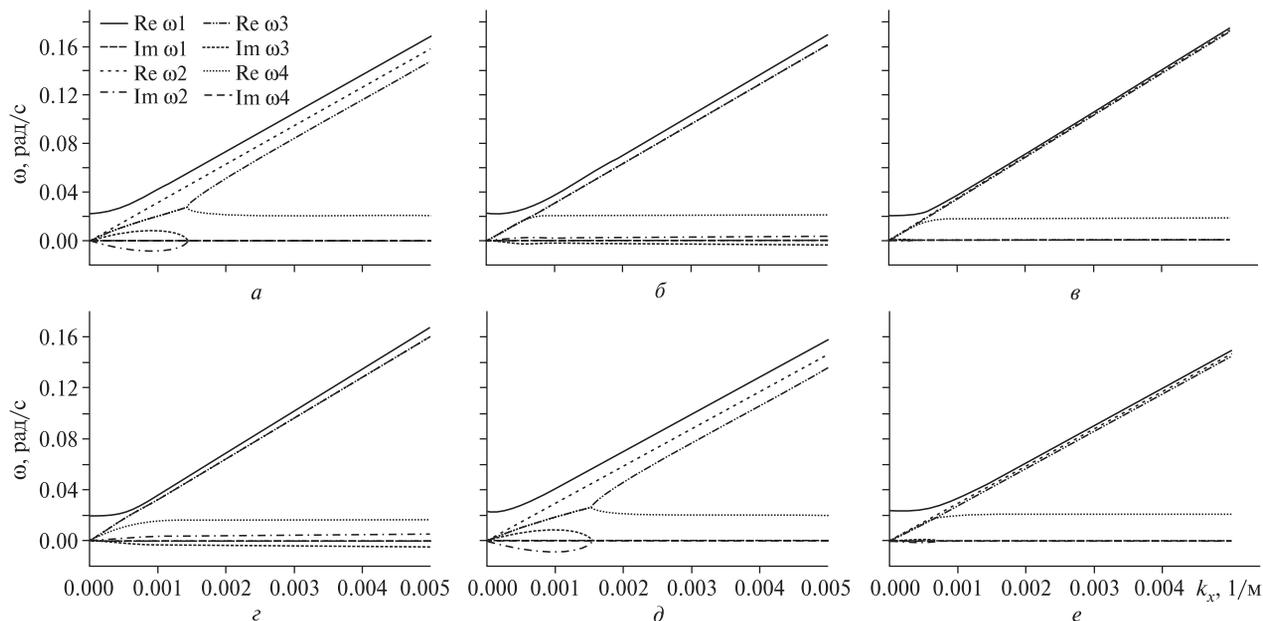


Рис. 5. Вычисленные решения дисперсионного уравнения для температурного профиля рис. 3 и высот, указанных на рис. 4: *a* — $z = 20$ км, *б* — $z = 30$ км, *в* — $z = 50$ км, *г* — $z = 70$ км, *д* — $z = 90$ км, *е* — $z = 110$ км

При этих z были решены дисперсионные уравнения и найдены зависимости $\omega(k_x)$, представленные на рис. 5. Как и следовало ожидать, в изотермических, политропном и инверсном слоях решения ведут себя подобно рис. 1, 2. Однако вблизи точек сопряжения слоев поведение решений усложняется. Появляются и усиливаются мнимые компоненты, происходит смешивание различных ветвей решений. Эти явления происходят для горизонтальных длин волн от 40 км и выше. Видим, что локализованные комплексные ветви решений дисперсионного уравнения служат индикаторами сопряжения слоев с различающимися термическими свойствами. Следует отметить еще одну особенность поведения решений с высотой. При переходе от рис. 5, *д* к рис. 5, *е* перемешивание ветвей исчезает, на рис. 5, *е* наблюдаем типичный изотермический случай, но с одним отличием. На оси абсцисс в интервале $0 - 0.00007 \text{ м}^{-1}$ (длина волны больше 83 км) видна короткая мнимая ветвь. Она отсутствует ниже точки сопряжения слоев, но при этом ее наличие прослеживалось вплоть до верхнего предела наших расчетов (300 км).

Реальная атмосфера характеризуется наличием целого ряда слоев, свойства которых могут меняться со временем [2, 22, 25–27]. Чтобы понять закономерности движения АГВ в реальной атмосфере, мы воспользовались результатами модели MSIS-E для географической точки в средних широтах северного полушария. Момент времени соответствовал утру по местному времени 7 июля. Атмосферные условия — спокойные. Исходные данные для расчетов представлены на рис. 6. Согласно рис. 6, *б* следует ожидать волноводных свойств по крайней мере в слоях 0–6, 10–50, 80–140, 90–110 км. Вычисление областей знакопостоянства K^2 при трех длинах волн (600, 126 и 16 км) подтвердило эти выводы. При этом обнаружили две особенности. На диаграмме рис. 7, *а* видны три включения областей с $K^2 > 0$ в массивные области с $K^2 < 0$. Была более подробно рассмотрена область на высоте около 75 км с допустимыми частотами 0.003 рад/с. Результаты решения дисперсионного уравнения ниже включения ($z = 70$ км), на высоте включения ($z = 75$ км), выше включения ($z = 80$ км) представлены соответственно на

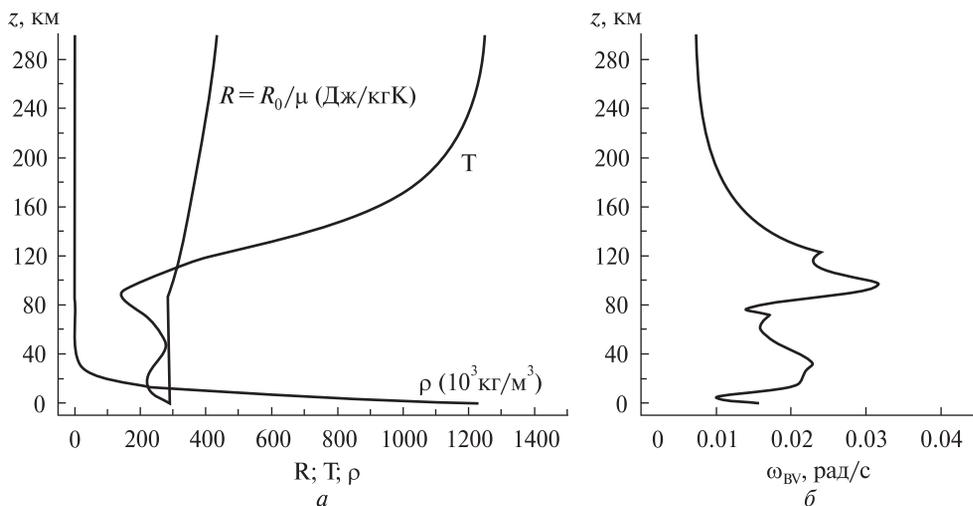


Рис. 6. Исходные данные для реалистичной модели атмосферы: *a* — температура $T(z)$, газовая постоянная R , скорректированная на высотную зависимость молярной массы $\mu(z)$, плотность $\rho(z)$ (значения умножены на 10^3), *б* — частота Брента — Вайсяля $\omega_{BV}(z)$

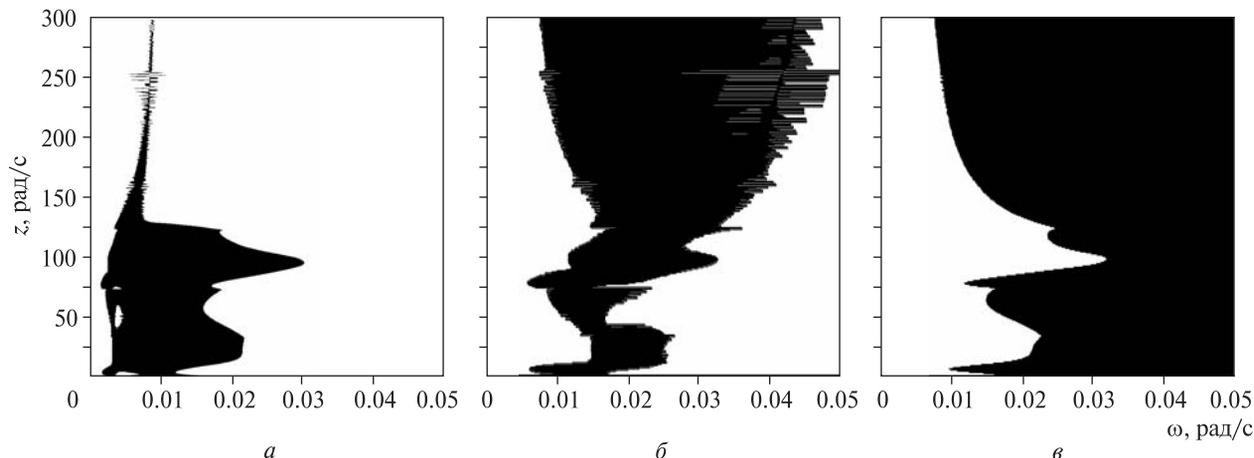


Рис. 7. Вычисленные для реалистичной модели атмосферы области положительных и отрицательных значений функции $K^2(z, \omega, k_x)$ в плоскости (z, ω) при следующих значениях k_x : *a* — $k_x = 0.00001$ м⁻¹ ($\lambda_x \approx 628$ км), *б* — $k_x = 0.00005$ м⁻¹ ($\lambda_x \approx 126$ км), *в* — $k_x = 0.00040$ м⁻¹ ($\lambda_x \approx 16$ км)

рис. 8, *a–в*. Рис. 8, *a* и *в*, как видно из сравнения с рис. 1, 2 и 5, соответствуют политропному и инверсному случаю, тогда как рис. 8, *б* демонстрирует рост мнимых ветвей и перемешивание их с действительными, которое происходит для длин волн около 80 км и более.

ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

В настоящей работе с целью изучения динамики АГВ в атмосфере были получены уравнения гидродинамики для движения волновых возмущений установившейся фоновой атмосферы с

уравнением состояния идеального газа при явном учете сжимаемости. Это дало возможность использовать высотные профили температуры достаточно общего вида, варьировать их в процессе моделирования, непосредственно использовать параметры реальной атмосферы в достаточно широком диапазоне высот. При этом оказалось полезным использование подходов, разработанных для описания волновых процессов в атмосфере Солнца [4, 9].

Введение сжимаемости $V = \text{div } v$ в качестве решения уравнения системы (6)–(7) позволи-

ло получить важнейшие предельные случаи без привлечения сложных преобразований. Решение для поверхностной волны Лэмба получается в случае $v_z = 0, V \neq 0$, а при $v_z \neq 0, V = 0$ получаем решение для еще одной поверхностной волны, амплитуда которой, в отличие от волны Лэмба, растет с высотой и не зависит от стратификации. Обе волны распространяются горизонтально, но с различными фазовыми скоростями.

В результате моделирования исследована модификация комплексных решений дисперсионного уравнения достаточно общего вида в зависимости от особенностей температурного профиля. Были обнаружены области свободного распространения внутри области связанных колебаний. Показано, что такие включения модифицируют структуру комплексных корней уравнения даже для волн с большими горизонтальными длинами.

В настоящее время интересным аспектом проблемы АГВ есть определение их информационного содержания. Рядом исследователей [3, 12, 21, 29, 31] выдвигались и обосновывались предположения об АГВ как предвестниках мощных процессов в пограничном слое, тропосфере или верхней коре, переносящих энергию (сигнал) в ионосферу и вызывающих в ней измеримые возмущения. На основании этих исследований можно заключить, что в указанных задачах важно учитывать свойства распространения АГВ через различные атмосферные структуры, прежде всего волноводные. В численном моделировании мы наблюдали модификацию АГВ с горизонтальной длиной волны порядка 600 км в тонком (порядка 20 км) слое, прозрачном в достаточно узком диапазоне частот. Возможно, речь идет о фазовых сдвигах в проходящей волне. Следующими шагами в нашем исследовании станут: учет теплопроводности и вязкости в описании динамики АГВ, изучение пространственной конфигурации и собственной динамики дактов, тщательное изучение особенностей явления смешивания мод, проявившегося в нашем моделировании, его влияния на модификацию АГВ. Отметим, что само явление должно быть связано с резонансом Экарта [16]. В связи с указанными задачами представляет значение задачи

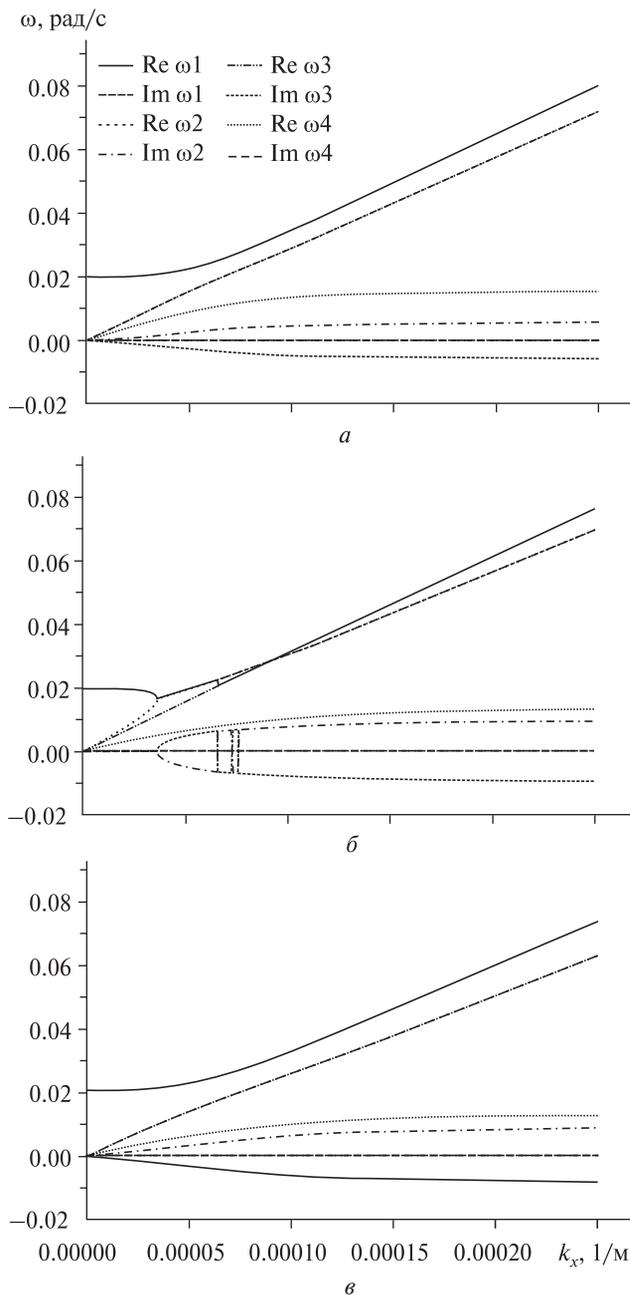


Рис. 8. Вычисленные решения дисперсионного уравнения для исходных данных рис. 6, $k_x = 0.00001 \text{ м}^{-1}$ ($\lambda_x \approx 628 \text{ км}$) и следующих высот: $a - z = 70 \text{ км}$, $b - z = 75 \text{ км}$, $v - z = 80 \text{ км}$

туннелирования АГВ через системы дактов [34], переизлучения АГВ на дактах [33] и поведения аномального слоя ($\omega_a < \omega_{BV}$) [35].

1. *Атмосфера*. Справочник. — Л.: Гидрометеиздат, 1991. — 532 с.
2. *Госсард Э. Э., Хук У. Х.* Волны в атмосфере. — М.: Мир, 1978. — 532 с.
3. *Ерохин Н. С., Зольникова Н. Н., Михайловская Л. А. и др.* Оптимальные условия для эффективного прохождения волн плавучести от интенсивных атмосферных вихрей в ионосферу // Шестая всероссийская открытая ежегодная конф. «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса»: Сб. тез. конф. — М.: ИКИ РАН, 2008. — С. 284.
4. *Космическая магнитная гидродинамика*: Пер. с англ. / Под ред. Э. Приста, А. Худа. — М.: Мир, 1995. — 439 с.
5. *Ламб Г.* Гидродинамика: Пер. 6-го англ. изд. — М.: ОГИЗ, 1947. — 928 с.
6. *Ляхов В. В.* Акустико-гравитационные волны в неадиабатической атмосфере // Изв. Рос. АН. Сер. Физ. атмосферы и океана. — 2007. — **43**, № 3. — С. 342—350.
7. *Anthes R. A., Rocken C., Ying-Hwa Kuo.* Applications of COSMIC to meteorology and climate // *Terrestrial Atmospheric and Oceanic Sci.* — 2000. — **11**, Part 1. — P. 115—156.
8. *Bolunova A. D.* Role of the «fountain effect» in the equatorial ionosphere in the prolonged retention of radioactive products of the «Starfish» explosion at F-region altitudes // *Cosmic Res.* — 1976. — **13**, N 5. — P. 646—650.
9. *Campos L. M. B. C.* On waves in non-isothermal, compressible, ionized and viscous atmospheres // *Solar Phys.* — 1983. — **82**. — P. 355—368.
10. *Clemesha B. R.* A review of recent MLT studies at low latitudes // *Ann. geophys.* — 2004. — **22**. — P. 3261—3275.
11. *Einaudi F., Hines C. O.* WKB approximation in application to acoustic-gravity waves // *Can. J. Phys.* — 1970. — **48**, N 12. — P. 1458—1471.
12. *Fedorenko A. K., Lizunov G. V., Rothkaehl H.* Space observations of the quasiwave perturbations of the atmosphere caused by powerful earthquakes at the altitudes of region F // *Geomagn. Aeron.* — 2005. — **45**, N 3. — P. 403—410 (in Russian).
13. *Francis H. S.* Acoustic-gravity models and large-scale traveling ionosphere disturbances of a realistic, dissipative atmosphere // *J. Geophys. Res.* — 1973. — **78**. — P. 2278—2301.
14. *Friedrich M., Torkar K. M., Singer W., et al.* Signatures of mesospheric particles in ionospheric data // *Ann. geophys.* — 2009. — **27**. — P. 823—829.
15. *Fritts D. C., Alexander M. J.* Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere // *Rev. Geophys.* — 2003. — **41**, N 1. 1003, doi:10.1029/2001RG000106.
16. *Fritts D. C., Yuan L.* An analysis of gravity wave ducting in the atmosphere: Eckart's resonances in thermal and Doppler ducts // *J. Geophys. Res.* — 1989. — **94D**, N 15. — P. 18.455—18.466.
17. *Gille J. C.* Acoustic-gravity waves in the Earth's atmosphere. I. The general nature of acoustic-gravity waves. II. Acoustic-gravity wave ducting in the atmosphere by vertical temperature structure // Florida State University, Department of Meteorology, Technical Note No. 66-7, 1966. — 77 p.
18. *Gravity waves in weather, climate, and atmospheric chemistry: Issues and challenges for the community* / TIIMES - NCAR, 2006 / Gravity Wave Retreat, 2006. — 19 p.
19. *Hines C.* Internal atmospheric gravity waves at ionospheric heights // *Can. J. Phys.* — 1960. — **38**. — P. 1441—1481.
20. *Kelley M. C.* The Earth's ionosphere // *Plasma Physics and Electrodynamics.* — Academic Press, Inc., 1989. — P. 487.
21. *Korepanov V., Hayakawa M., Yampolski Yu., Lizunov G.* AGW as a seismo-ionospheric coupling responsible agent // *Phys. and Chem. Earth.* — 2009. — **34**. — P. 485—495.
22. *Lindzen R. S., Tung K.-K.* Banded convective activity and ducted gravity waves // *Mon. Weather Rev.* — 1976. — **104**. — P. 1602—1617.
23. *Liu H.-L., Hagan M. E.* Local heating/cooling of the mesosphere due to gravity wave and tidal coupling // *Geophys. Res. Lett.* — 1999. — **25**. — P. 2941—2944.
24. *Marcos F. A., Burke W. J., Lai S. T.* Thermospheric space weather modeling // Reprint from Proceedings, 38th AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference 25—28 June 2007. — Miami, FL, 2007. — 12 p.
25. *Mityakov S. N., Nakaryakov V. M., Trakhtengerts V. Y.* Reflection of internal gravity waves from the mesospheric waveguide // *Geomagnetism and Aeronomy, English Translation, June 1996.* — **35**, N 6.
26. *Nappo C. J.* An introduction to atmospheric gravity waves. Elsevier Science, 2002. — 260 p.
27. *Petrukhin N. S.* Waveguide properties of an atmosphere with a monotonically varying temperature // *Sov. Astron.* — July-August 1983. — **27**, N 4. — P. 408—410.
28. *Pokhotelov O. A., Liperovskii V. A., Fomichev Iu. P., et al.* Modification of the ionosphere during military actions in the Persian Gulf region // *Doklady Akademiia Nauk SSSR.* — 1991. — **321**, N 6. — P. 1168—1172 (In Russian).
29. *Prikryl P., Muldrew D. B., Sofko, et al.* Solar wind Alfvén waves: a source of pulsed ionospheric convection and atmospheric gravity waves // *Ann. geophys.* — 2005. — **23**, N 2. — P. 401—417.
30. *Prikryl P., Rusin V., Rybansky M.* The influence of solar wind on extratropical cyclones. Part I. Wilcox effect revisited // *Ann. geophys.* — 2009. — **27**. — P. 1—30.
31. *Rapoport Yu. G., Hayakawa M., Gotynyan O. E., et al. A.* Stable and unstable plasma perturbations in the ionospheric F region, caused by spatial packet of atmospheric gravity waves // *Phys. and Chem. Earth.* — 2009. — **34**. — P. 508—515.
32. *Schunk R. W., Sojka J. J.* Ionosphere-thermosphere space weather issues // *J. Atmospheric and Terrestrial Phys.* — October 1996. — **58**, N 14. — P. 1527—1574.

33. *Snively J. B., Pasko V. P.* Breaking of thunderstorm-generated gravity waves as a source of short-period ducted waves at mesopause altitudes // *Geophys. Res. Lett.* — 2003. — **30**, N 24. — P. 2254. doi: 10.1029/2003GL018436.
34. *Sutherland B. R., Yewchuk K.* Internal Wave Tunnelling // *J. Fluid Mechanics.* — 2004. — **511**. — P. 125–134.
35. *Tolstoy I., Pan P.* Simplified atmospheric models and the properties of long-period internal and surface gravity waves // *J. Atmos. Sci.* — 1970. — **27**. — P. 31–48.
36. *Vadas S. L., Fritts D. C.* Thermospheric responses to gravity waves arising from mesoscale convective complexes // *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* — 2004. — **66**. — P. 781–804.
37. *Walterscheid R. L., Schubert G.* Nonlinear evolution of an upward propagating gravity wave: Overturning, convection, transience and turbulence // *J. Atmos. Sci.* — 1990. — **47**, N 1. — P. 101–125.

Надійшла до редакції 01.10.09

O. K. Cheremnykh, Yu. A. Selivanov, I. V. Zakharov

THE INFLUENCE OF COMPRESSIBILITY AND NONISOTHERMALITY OF THE ATMOSPHERE ON THE PROPAGATION OF ACOUSTO-GRAVITY WAVES

Using the equations for disturbances in a stratified compressible one-dimensional steady state atmosphere with the ideal gas equation of state we did not impose any requirements on temperature and stratification height profiles but use two main variables: amplitude of vertical velocity of wave disturbances on steady background and compressibility (velocity divergence). As a result, the second order ODE for vertical velocity was deduced. General dispersion relation for compressible stratified ideal atmosphere was obtained and analyzed for isothermal, polytropic and MSIS model cases of temperature height profile. The information on acousto-gravity waves behaviour in relation to a chosen profile of the atmosphere was derived.