ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2009. Т. 15. № 1. С. 71–74.

УДК 681.51

О. В. Збруцький, В. В. Гавриленко, Т. В. Стеценко

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

УПРАВЛІННЯ АВТОКОЛИВАЛЬНИМ КОНТУРОМ МІКРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ

Розглянуто вплив нестабільності коефіцієнта демпфування на функцію перетворення вимірювача. Виключити або зменшити цей вплив можна організацією автоколивального режиму по збуджувальній координаті. Для цього необхідно ввести спеціальний закон управління в контурі збудження. Вибором величини керованого впливу можна зменшити вплив сил в'язкого опору на амплітуду стаціонарних коливань. Тоді вплив сил в'язкого тертя, що діють на систему ззовні, удасться виключити, що підвищує стабільність коефіцієнта перетворення вимірювача.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

У системах управління роботами, наземним і повітряним транспортом, системах навігації останнім часом знаходять застосування мікромеханічні вимірювачі кінематичних параметрів. У вимірювачах кутових швидкостей використовується ефект Коріоліса, для виникнення якого в системі по одній із координат примусово збуджують коливання. Останнє є необхідною умовою виникнення реакції системи на переносний обертальний рух. Оскільки параметри збуджуваних коливань визначають коефіцієнт перетворення вимірювача, до їхньої стабільності пред'являють високі вимоги. Ми аналізуємо кілька можливих законів управління контуром збудження коливань з погляду мінімізації впливу нестабільних параметрів системи.

РІВНЯННЯ РУХУ ТА ОСНОВНІ СПІВВІДНОШЕННЯ ВИМІРЮВАЧА КУТОВИХ ШВИДКОСТЕЙ

Мікромеханічні вимірювачі кутових швидкостей (МВКШ) можуть бути побудовані за різними конструктивними і кінематичними схемами, проте їхній рух по основних координатах можна описати загальною системою диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} &\ddot{x} + 2h_1\dot{x} + 2m_0\Omega\dot{y} + k_1^2 x = F_x \sin\lambda t, \\ &\ddot{y} + 2h_2\dot{y} - 2\Omega\dot{x} + k_2^2 y = 0, \end{aligned} \qquad (1)$$

де x, y — координати, що описують переміщення чутливого елемента, Ω — кутова швидкість, що вимірюється, F_x — амплітуда впливу, що вимірюється, m_o — параметр, що відбиває несиметричність інерційних параметрів чутливого елемента по осях x, y, h — відносний коефіцієнт демпфування.

Власні частоти ω_j коливальної системи (1) зв'язані з парціальними частотами k_j при $\Omega << k_j$ співвідношеннями [1]

$$\omega_j \approx k_j + (-1)^j \Omega, \quad j = 1, 2. \qquad (2)$$

Формуючи збуджувальний вплив по координаті x, отримаємо, що при Ω = const рух чутливого елемента буде відбуватися за законом

$$x = \frac{\sqrt{(k_2^2-\lambda^2)+4h_2^2\lambda^2}}{\sqrt{(\omega_1^2-\lambda^2)^2+4h_1^2\lambda^2}\sqrt{(\omega_2^2-\lambda^2)^2+4h_2^2\lambda^2}} \times$$
$$\times F_x \sin(\lambda t + \varphi - \varphi_1 - \varphi_2) \approx$$
$$\approx \frac{F_{xo}}{\sqrt{(\omega_1^2-\lambda^2)^2+4h_1^2\lambda^2}} \sin(\lambda t + \varphi - \varphi_1 - \varphi_2),$$

$$y = \frac{2\lambda\Omega}{\sqrt{(\omega_1^2-\lambda^2)^2+4h_1^2\lambda^2}\sqrt{(\omega_2^2-\lambda^2)^2+4h_2^2\lambda^2}} \times$$
$$\times F_x \cos(\lambda t - \varphi_1 - \varphi_2) =$$
$$= \frac{2\lambda\Omega a_x}{\sqrt{(\omega_2^2-\lambda^2)^2+4h_2^2\lambda^2}} \cos(\lambda t - \varphi_1 - \varphi_2),$$

© О. В. ЗБРУЦЬКИЙ, В. В. ГАВРИЛЕНКО, Т. В. СТЕЦЕНКО, 2009

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{2h_2\lambda}{k_2^2-\lambda^2},\ \mathrm{tg}\varphi_j = \frac{2h_j\lambda}{\omega_j^2-\lambda^2},\ j=1,2. \qquad (3)$$

Підвищення чутливості вимірювача досягається збільшенням амплітуди a_y коливань по вихідній (спостережній) координаті y. Для цього в системі реалізують резонансний режим роботи. З огляду на те, що власні частоти (2) системи змінються у процесі роботи вимірювача, та використовуючи властивості амплітудно-частотних характеристик коливальних систем [3, 4], у МВКШ потрібно забезпечити вибір параметрів, при яких $\omega_1 < \omega_2$, $\omega_1 \approx \omega_2$, а частоту λ збуджувального впливу «настроїти» на власну частоту ω_1 ($\lambda = \omega_1$). Таким чином, резонансний режим коливань реалізується по збуджуваній координаті x. Це досягається відповідним чином сформованим управлінням у контурі збудження.

У цьому випадку з виразів (3) отримаємо

$$\varphi \approx \varphi_2 \approx 0,\ \varphi_1 \approx \frac{\pi}{2},$$

$$x = -\frac{F_x}{2h_1\lambda}\cos\lambda t = -a_x\cos\lambda t,$$

$$y = \frac{\Omega F_x}{h_1\sqrt{(\omega_2^2-\lambda^2)^2+4h_2^2\lambda^2}}\sin\lambda t = a_y\sin\lambda t, \qquad (4)$$

$$a_y = \frac{2\Omega\nu}{h_1\sqrt{(\omega_2^2-\nu^2)^2+4h_2^2\lambda^2}}a_x.$$

Амплітуда коливань a_y (4) вихідної координати вимірювача у випадку лінійної системи (1) обмежується силами в’язкого опору, пропорційними першому степеню швидкості переміщення чутливого елемента. Забезпечення дешевизни вимірювача для масового застосування вимагає максимального спрощення технології виготовлення, у тому числі відсутності спеціального газонаповнення та температурної стабілізації. Це, у свою чергу, породжує нестабільність коефіцієнта в’язких втрат (коефіцієнта демпфування). Тому виникає проблема зменшення впливу цієї нестабільності на МВКШ без технологічних ускладнень конструкції.

СИНХРОНІЗАЦІЯ АВТОКОЛИВАНЬ

Виключити або зменшити вплив нестабільності коефіцієнта демпфування на функцію перетворення вимірювача (амплітуду a_y) можливо організацією автоколивального режиму роботи системи (1) по збуджуваній координаті x. У цьому випадку необхідно ввести спеціальний закон управління в контурі збудження. Позаяк автоколивання будуть відбуватися з власною частотою ω_1 системи (1), а частота λ збуджуючого впливу вибирається рівною частоті ω_1, в системі буде мати місце синхронізація автоколивань. Вибір законів управління автоколиваннями в числі інших має на меті подавити вплив у системі в’язкого тертя, принаймні у стаціонарному режимі.

Оскільки в системі (1) рух по збуджуваній координаті x (3) визначається збуджувальним впливом, перше рівняння системи можна розглядати незалежним від другого, нехтуючи елементом з $\dot{y}$. Вводячи функцію управління коливаннями $f(x,\dot{x})$, що включає для компактності запису демпфування системи, перше рівняння системи (1) представимо у вигляді

$$\ddot{x} + k_1^2 x = f(x,\dot{x}) + F_{xo}\sin\lambda t, \qquad (5)$$

де функція $f(x,\dot{x})$ — в загальному випадку нелінійна. Таким чином, автоколивання описуються нелінійним диференціальним рівнянням (5). Вважаючи праву частину в (5) малою, для дослідження коливань скористаємося одним з асимптотичних методів [2].

Коливання в системі (5) відповідають головному резонансу $\lambda \approx k$ (індекс «1» будемо опускати). Тоді розв’язок рівняння (5) у першому наближенні будемо шукати у вигляді [2]

$$x = a\cos(\nu t + \vartheta) = a\cos\psi, \qquad (6)$$

де a і ϑ визначаються з рівнянь

$$\frac{da}{dt} = -\delta_e a - \frac{F_x}{k+\nu}\cos\vartheta,$$
$$\frac{d\vartheta}{dt} = k_e - \nu + \frac{F_x}{a(k+\nu)}\sin\vartheta. \qquad (7)$$

Величини δ_e і k_e — відповідно еквівалентний декремент загасання та еквівалентна частота нелінійних власних коливань системи (5), що визначаються співвідношеннями

$$\delta_e = \frac{1}{2\pi ak}\int_0^{2\pi} f(x,\dot{x})\sin\psi d\psi,$$
$$k_e = k - \frac{1}{2\pi ak}\int_0^{2\pi} f(x,\dot{x})\cos\psi d\psi. \qquad (8)$$

Для стаціонарних коливань, які представляють найбільший інтерес, виключивши у (7) фазу ϑ, знайдемо залежність між амплітудою a і частотою ν зовнішньої сили:

$$a^2[(k_e^2-\nu^2)^2+4\nu^2\delta_e^2]=F_x^2. \qquad (9)$$

Рівняння (9) збігається за формою з аналогічним рівнянням для амплітуди коливань лінійної системи. Як бачимо, для зменшення впливу на амплітуду стаціонарних коливань в'язкого опору нелінійна функція управління коливаннями $f(x,\dot{x})$ повинна у першу чергу формувати структуру еквівалентного декремента загасання δ_e (8).

З можливих варіантів вигляду функцій управління зупинимося на найцікавіших. Використовуючи вирази (8), визначимо для них еквівалентні декременти загасання:

1. $f(x,\dot{x}) = -2h\dot{x}+u\dot{x}^3,\ \delta_e = h-\frac{3}{8}u\nu^2a^2,\ k_e=k,$

2. $f(x,\dot{x}) = -2h\dot{x}+u\dot{x}x^2,\ \delta_e = h-\frac{1}{16}ua^2, k_e=k,$ (10)

3. $f(x,\dot{x}) = -2h\dot{x}+u\,\mathrm{sign}\dot{x},\ \delta_e = h-\frac{2u}{\pi a\nu},\ k_e=k.$

У цих випадках вибором величини u керуючого впливу можна зменшувати вплив сил в'язкого опору h в системі на амплітуду стаціонарних коливань.

Використаємо рівняння (9) для знаходження амплітуди автоколивань у системі (5) при нелінійних функціях управління (10). Вважаючи в (9) $F_x = 0$ і з огляду на те, що частота автоколивань $\nu = k$, одержимо для амплітуди автоколивань

1. $a^2 = \frac{8h}{3\nu^2u} = \frac{8\xi}{3\nu u},\ h=k,$

2. $a^2 = \frac{16h}{u} = \frac{16\xi}{ku},$

3. $a = \frac{2u}{\pi kh}.$

При дії на автоколивальну систему гармонійної сили (5) буде відбуватися синхронізація автоколивань. З рівняння (9) у цьому випадку визначимо рівняння амплітудно-частотних кривих, які з точністю до величин більш високого порядку малості мають вигляд

1. $\nu_0 = \sqrt{1 \pm \sqrt{\frac{F_x^2}{k^4a^2} - 4(\xi - \frac{3}{8}uka^2)^2}},$ (11)

2. $\nu_0 = \sqrt{1 \pm \sqrt{\frac{F_x^2}{k^4a^2} - 4(\xi - \frac{1}{16k}a^2)^2}},$ (12)

3. $\nu_0 = \frac{2u\xi \pm \sqrt{[(1-\nu_0^2)^2+\xi^2]\pi^2k^4F_x^2 - 4(1-\nu_0^2)^2u^2}}{\pi k^2[(1-\nu_0^2)^2+\xi^2]},$
$\nu_0 = \frac{\nu}{k}.$ (13)

Амплітудно-частотні характеристики (11) і (12) коливальної системи схожі на відповідні для лінійної моделі. Дослідження стійкості стаціонарних коливань не виявляє в них яких-небудь особливостей. Амплітудно-частотні характеристики (13) досліджені в роботі [3].

Максимальне значення амплітуди синхронних автоколивань досягається при частоті впливу $\nu = k$ ($\nu_0 = 1$), оскільки еквівалентна власна частота k_e (10) нелінійної системи збігається з відповідною частотою k лінійної системи. Це значення амплітуди при різних функціях управління буде визначатись з рівнянь

1. $2a_{\max}k^2\left|\xi - \frac{3}{8}uka_{\max}^2\right| = F_x,$ (14)

2. $2a_{\max}\left|\xi - \frac{u}{16k}a_{\max}^2\right| = F_x,$ (15)

3. $a_{\max} = \frac{1}{\xi}\left(\frac{2u}{\pi k^2}+F_x\right).$ (16)

Як бачимо з виразу (16), максимальне значення амплітуди коливань у випадку релейного закону функції управління (10), як і у випадку лінійної коливальної системи (4), визначається силами в'язкого тертя ($h = k\xi$). Отже, для досягнення поставленої мети необхідно обмежитися першими двома функціями управління (10). У цих випадках можна значно зменшити вплив сил опору середовища, якщо виконати умову відповідно для (14) і (15)

$$\xi_e = \frac{3}{8} uka_{\max}^2 >> \xi, \ \xi_e = \frac{u}{16k} a_{\max}^2 >> \xi. \quad (17)$$

Тоді максимальне значення амплітуд приблизно буде визначатися виразами відповідно

$$a_{\max}^3 = \frac{4F_x}{3uk^3}, \quad a_{\max}^3 = \frac{8\nu F_x}{uk}. \quad (18)$$

або

$$a_{\max} = \frac{F_x}{2k^2\xi_e} = \frac{F_x}{2kh_e}. \quad (19)$$

Амплітуди коливань (18), (19) є амплітудами збуджуваних коливань по координаті x системи (5): $a_{max} = a_x$. Тоді амплітуда вихідних коливань, як і амплітуда збуджуваних коливань (18), (19), у першому наближенні не залежать від впливу в'язкого опору в системі.

ВИСНОВОК

Сформувавши закони управління автоколивальним контуром відповідно до перших двох функцій (10), можна синхронізувати автоколивання, амплітуда яких буде визначатися переважно параметрами системи і функції управління. Тоді вплив сил в'язкого тертя, що діють на систему ззовні, удасться виключити, що підвищує стабільність коефіцієнта перетворення вимірювача.

1. *Апостолюк В. О., Апостолюк О. В., Збруцький О. В.* Метод синтезу датчика кутової швидкості на динамічно настроюваному гіроскопі // Наук. вісті. Нац. техн. ун-та України «Київський політехнічний інститут». — 2000. — № 5. — С. 103—109.
2. *Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Наука, 1974. — 501 с.
3. *Ден-Гартог Дж.* Механические колебания. — М.: Физматгиз, 1960. — 580 с.
4. *Пановко Я. Г.* Введение в теорию механических колебаний. — М.: Наука,1971. — 239 с.

Надійшла до редакції 05.10.07

O. V. Zbrutsky, V. V. Havrylenko, T. V. Stetsenko

MANAGEMENT OF OSCILLATORY CONTOUR OF MICROMECHANICAL SYSTEM

The influence of instability of the factor of demphironing on the function of transformation of a measuring instrument was considered. It is possible to exclude or reduce this influence by organizing the self-oscillatory mode on exciting co-ordinate. For this purpose it is necessary to introduce the special law of management of excitation contour. By choosing the size of operating influence, it is possible to reduce the influence of forces of viscous resistance on amplitude of stationary fluctuations. Then, it is possible to exclude the influence of forces acting on the system from outside, what raises the stability of the factor of transformation of a measuring instrument.