

УДК 629.19

В. В. Авдєєв

Дніпропетровський національний університет

ЗБІЛЬШЕННЯ ВИСОТИ ОРБИТИ КОСМІЧНОГО АПАРАТА МАЛОЮ ТЯГОЮ ТРАНСВЕРСАЛЬНОГО НАПРЯМУ

Встановлено залежності тривалості досягнення космічним апаратом заданого значення середнього радіуса майже колової орбіти, необхідного приросту швидкості, числа витків активної ділянки та витрат палива від тягоозброєності космічного апарата, початкового радіуса і питомої тяги рушійної установки.

Згідно з рівняннями збуреного руху космічного апарата (КА) [5] найбільша швидкість зростання фокального параметра, який характеризує розміри орбіти, має місце, коли рушійна установка (РУ) створює прискорення вповодж трансверсали. Для цього випадку були розроблені наближені моделі руху [1–4, 6, 7], орієнтовані на конкретні задачі, і показано, що на активних ділянках траєкторія КА має форму спіралі. Для керування орбітою при наявності аеродинамічного опору розроблено кроковий алгоритм [3], який виконується з використанням виміряного поточного швидкісного натиску і прогнозованих на кінець кроку кінематичних параметрів. У випадку, коли сила тяги трансверсального напрямку стала за величиною, для побудови програми керування РУ отримано нескладні аналітичні вирази; оптимальна з погляду швидкодії програма задає на кожному витку одну розгінну та одну гальмівну ділянки, розташування і тривалість яких визначається граничними умовами та вимогами до тривалості пасивних ділянок. З використанням припущення, яке обмежує знизу ексцентриситет орбіти, визначено структуру оптимального керування у межах витка, і отримано наближені аналітичні оцінки місць розташування активних ділянок [7], але особливості розв'язку крайової задачі не описані.

Якщо прискорення, яке створюється РУ, постійне і суттєво менше за гравітаційне на висоті,

вибраній за базову, то для обмеженої тривалості активної ділянки отримано наближені аналітичні залежності радіуса та ексцентриситету орбіти від аргументу широти, а також радіальної складової швидкості [6]. Коли тривалість активної ділянки зростає до десяти і більше діб, похибка цих оцінок стає неприпустимою. Точніші залежності названих величин представлені у вигляді ряду з невизначеним числом доданків [1].

В результаті порівняльного аналізу ефективності РУ з постійною і регульованою малою тягою встановлено, що коли КА виконує одноманітні транспортні операції з відносно великим корисним навантаженням, використання РУ з постійною за величиною силою тяги є більш доцільним. Для цього випадку знайдено розв'язок методом усереднення задачі оптимізації багатовиткового переходу від початкового до кінцевого набору п'яти параметрів орбіти, в якому напрям дії тяги та інтервали включення РУ визначаються залежно від поточних значень кінематичних параметрів [4].

В даній роботі ставиться задача оцінки тривалості досягнення заданого середнього радіуса майже колової орбіти, необхідної величини приросту швидкості, числа витків і витрат палива залежно від тягоозброєності КА і питомої тяги РУ. Доцільність її вирішення викликана поширеним використанням електроракетних двигунів для міжорбітальних переходів, зокрема для виведення КА на геостаціонарну орбіту.

Сила тяги РУ постійна; тягоозброєність в межах 10^{-5} — 10^{-4} ; питома тяга 700—5000 с; ексцент-

риситет 0.001—0.1; висота перигею не менша за 600 км; одна активна ділянка; гравітаційне поле центральне, аеродинамічний опір та інші збурення не беруться до уваги.

Для визначення точності отриманих нижче оцінок використаємо систему із шести нелінійних диференційних рівнянь збуреного руху супутника в оскулюючих елементах [5], у якій відхилення гравітаційного поля Землі від центрального (враховані два найсуттєвіші доданки), аеродинамічний опір та сила тяги РУ спричиняють збурювальні прискорення КА в радіальному (S), трансверсальному (T) та бінормальному (W) напрямках:

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{\varepsilon}{r^4} \cdot (3 \sin^2 i \cdot \sin^2 u - 1) - \rho \cdot b \cdot V \cdot \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot e \cdot \sin \vartheta, \\ T &= -\frac{\varepsilon}{r^4} \cdot \sin^2 i \cdot \sin 2u - \rho \cdot b \cdot V \cdot \sqrt{\frac{\mu}{p}} \times \\ &\quad \times (1 + e \cdot \cos \vartheta) + n \cdot G_0 \cdot g / G, \\ W &= -\frac{\varepsilon}{r^4} \cdot \sin 2i \cdot \sin u, \end{aligned} \right\} (1)$$

де ε , μ — коефіцієнти в потенціалі гравітаційного поля Землі ($\varepsilon = 2.64796 \cdot 10^{25} \text{ м}^5/\text{с}^2$, $\mu = 3.986004 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$); r , i , u — змінний радіус, нахилення орбіти та аргумент широти; b , ρ — балістичний коефіцієнт і щільність атмосфери; G_0 , G , n , V — початкова і поточна вага КА, його тягоозброєність і швидкість; p , e , ϑ — фокальний параметр, ексцентриситет орбіти та істинна аномалія; g — прискорення вільного падіння на рівні моря.

Коли радіус орбіти r збільшується, то всі складові прискорень (1) суттєво зменшуються, за винятком прискорення, яке створюється РУ, і з урахуванням зменшення ваги КА через витрати палива може бути записане у вигляді

$$T \approx \frac{n \cdot g}{1 - n \cdot t / I}, \quad (2)$$

де t — поточний час, що відраховується з моменту включення РУ, а I — її питома тяга.

З метою отримати аналітичні оцінки відрізка часу t_* , необхідного для досягнення заданого радіуса орбіти r_* , необхідного приросту швидкості ΔV , кількості витків переходу n_r і витрат палива G_f залежно від значення r_1 середнього

радіуса початкової орбіти, тягоозброєності КА n і питомої тяги РУ I , відповідно до припущення про обмеження зверху ексцентриситету приймемо, що фокальний параметр дорівнює поточному радіусу r . Тоді рівняння, яке описує його зміну в результаті включення РУ, матиме вигляд

$$\frac{dr}{dt} = 2 \sqrt{\frac{r^3}{\mu}} \cdot T. \quad (3)$$

Інтеграл рівняння (3) з урахуванням (2) можна отримати шляхом розділення змінних:

$$\int_{r_1}^{r_*} \frac{dr}{\sqrt{r^3}} = \int_0^{t_*} \frac{2n \cdot g}{1 - n \cdot t / I} \cdot dt. \quad (4)$$

Після нескладних перетворень співвідношення (4) отримаємо оцінку тривалості досягнення заданого радіуса орбіти r_* :

$$t_* = \frac{I}{n} \cdot \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{\sqrt{\mu / r_1}}{I \cdot g} \cdot (1 - \sqrt{\rho}) \right] \right\}, \quad (5)$$

де $\rho = r_1 / r_*$.

В межах прийнятих припущень похибка оцінки (5), що збільшується при збільшенні ексцентриситету, не перевищує 10 %. Вона визначена шляхом порівняння з результатами інтегрування системи рівнянь збуреного руху [5] КА з прискореннями (1). Як видно з (5), основні чинники, що визначають t_* , це тягоозброєність КА n , питома тяга РУ I та відношення радіусів ρ (рис. 1).

З виразу (5) можна отримати залежність змінного середнього радіуса орбіти від часу роботи РУ:

$$r = \frac{r_1}{[1 + I \cdot g \cdot \sqrt{r_1 / \mu} \cdot \ln(1 - n \cdot t / I)]^2}.$$

Отримаємо оцінку необхідного приросту швидкості ΔV , який повинна забезпечити РУ для збільшення середнього радіуса орбіти від значення r_1 до r_* . Елементарні перетворення з використанням (2), (5) дають вираз

$$\begin{aligned} \Delta V &= n \cdot g \cdot \int_0^{t_*} \frac{dt}{1 - n \cdot t / I} = \\ &= -g \cdot I \cdot \ln(1 - n \cdot t_* / I) = \sqrt{\mu / r_1} \cdot (1 - \sqrt{\rho}), \quad (6) \end{aligned}$$

тобто ΔV дорівнює різниці швидкостей КА на колових орбітах радіусом r_1 та r_* . Слід зазначити, що результат (6) — це оцінка знизу, тому що в ній не враховані втрати швидкості на подолання аеродинамічного опору в інтервалі висоти до 1500 км.

Кількість витків n_r для збільшення середнього радіуса орбіти на величину $r_* - r_1$ визначимо спочатку без врахування зменшення ваги КА в результаті роботи РУ, тобто, на відміну від (2), прискорення, яке створюється РУ, $T_0 = ng$. Використаємо диференційні рівняння збуреного руху КА для фокального параметра, який згідно із прийнятими припущеннями наближено дорівнює середньому радіусу орбіти, і для аргументу широти:

$$\frac{dr}{dt} = 2\sqrt{\frac{r^3}{\mu}} \cdot T_0, \quad \frac{du}{dt} = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}. \quad (7)$$

З цих співвідношень отримаємо оцінку зверху величини n_r :

$$n_{r \max} = \frac{u}{2\pi} = \frac{\mu}{8\pi n g r_1^2} \cdot (1 - \rho^2). \quad (8)$$

Похибка (8) зростає разом з ексцентриситетом початкової орбіти в діапазоні від 15 до 45 %. Для покращення точності оцінки числа витків переходу з початкової орбіти середнього радіуса r_1 на орбіту радіусом r_* прийmemo до уваги зменшення маси КА внаслідок роботи РУ. З урахуванням прийнятих припущень кутову швидкість радіуса-вектора поточного положення КА дає друге рівняння (7), а визначений з (5) диференціал поточного часу — вираз

$$dt = \frac{I\beta}{2n\sqrt{r^3}} \cdot \exp[-\beta/\sqrt{r_1} \cdot (1 - \sqrt{r/r_1})] \cdot dr,$$

де $\beta = \sqrt{\mu}/(Ig)$. З цих співвідношень оцінка кількості витків переходу

$$n_r = \frac{u}{2\pi} = \frac{\mu}{4\pi g n} \cdot \exp(-\beta/\sqrt{r_1}) \cdot \int_{r_1}^{r_*} \frac{\exp(\beta/\sqrt{r}) \cdot dr}{r^3}. \quad (9)$$

Коли ексцентриситет e_0 початкової орбіти дорівнює 0.001, то інтегрування диференціальних рівнянь збуреного руху КА з прискореннями (1) дає число витків, яке відрізняється від (9) не

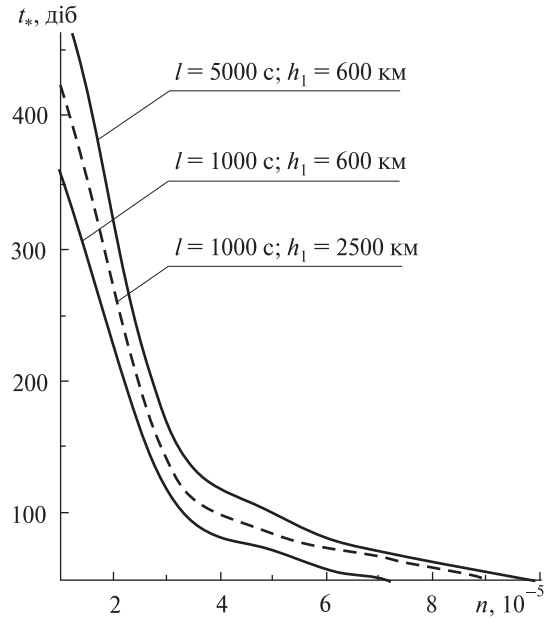


Рис. 1. Тривалість підйому висоти орбіти до значення на геостационарній (h_1 — середня висота початкової орбіти)

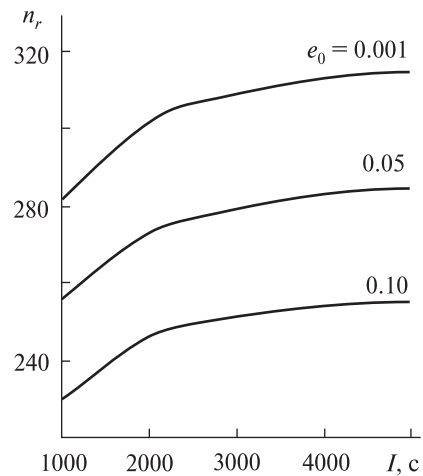


Рис. 2. Кількість витків переходу на висоту геостационарної орбіти ($n = 10^{-4}$, $h_1 = 600$ км)

більше, ніж на десяти долі процента, тоді як збільшення e_0 призводить до зростання похибки оцінки (9), але в межах прийнятих припущень вона не перевищує 25 % (рис. 2).

Визначимо віднесені до початкової ваги КА G_0 витрати палива G_f на збільшення радіуса орбіти від значення r_1 до r_* . Витрати палива за

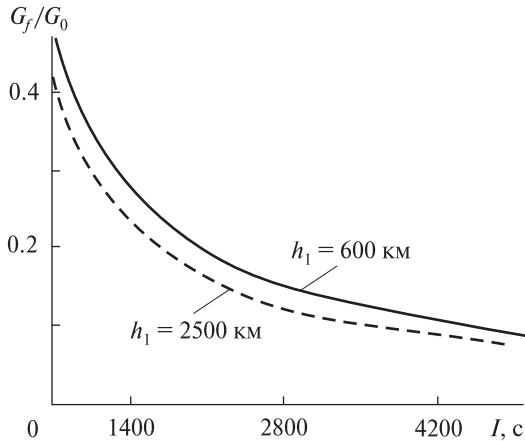


Рис. 3. Витрати палива на підйом висоти орбіти до значення на геостационарній

одиночку часу, як відомо, дорівнюють відношенню сили тяги $n \cdot G_0$ до питомої тяги РУ I , тому, спираючись на отриману вище оцінку (5), знаходимо

$$\frac{G_f}{G_0} = \frac{n \cdot t_*}{I} = 1 - \exp \left[-\beta / \sqrt{r_1} \cdot (1 - \sqrt{\rho}) \right]. \quad (10)$$

Згідно з (10) віднесені до початкової ваги КА витрати палива не залежать від його тягоозброєності, а визначаються різницею радіусів орбіт і питомою тягою (рис. 3).

Результати роботи можуть бути використані для прийняття рішення про спосіб маневрування з метою збільшення середнього радіусу майже колової орбіти КА з РУ малої тяги, а також для оцінки ефективності ускладнення алгоритму управління РУ.

1. Гродзовский Г. Л., Иванов Ю. Н., Токарев В. В. Механика космического полета (проблемы оптимизации). — М.: Наука, 1975. — 704 с.
2. Васильев В. В. Оптимальное управление эллиптической орбитой спутника Земли с двигателем малой тяги // Космич. исслед. — 1980. — **18**, вып. 5. — С. 707—714.
3. Васильев В. В., Салмин В. В. Многошаговые алгоритмы коррекции орбиты спутника Земли двигателем малой тяги // Космич. исслед. — 1984. — **22**, вып. 4. — С. 507—519.
4. Васильев И. Ю., Кифоренко Б. Н., Пасечник З. В. Сравнение эффективности двигателей постоянной и регулируемой по величине тяги при многооборотных межорбитальных переходах // Проблемы управления и информатики. — 2005. — № 6. — С. 98—105.
5. Основы теории полета и элементы проектирования искусственных спутников Земли / Под ред. М. К. Тихонравова. — М.: Машиностроение, 1974. — 332 с.
6. Титов Г. С., Иванов В. А., Горьков В. Л. Межорбитальные и локальные маневры космических аппаратов. — М.: Машиностроение, 1982. — 248 с.
7. Юрин В. В. Оптимальная коррекция параметров орбиты космического аппарата с двигателем малой тяги // Космич. исслед. — 1983. — **21**, вып. 5 — С. 666—674.

Надійшла до редакції 25.04.08

V. V. Avdeev

ORBIT HEIGHT INCREASE BY LOW THRUST IN TRANSVERSAL DIRECTION

We found the dependencies of the duration to reach the required value of the average radius of a near circular orbit, necessary velocity increase and fuel consumption on thrust-to-weight ratio of a space vehicle, an initial radius and specific thrust of a thruster.