Ю. Л. Колесник, Б. О. Шахов

Головна астрономічна обсерваторія НАН України, Київ

Поширення космічних променів у просторово-неоднорідному міжпланетному розсіювальному середовищі

Представлено 25.06.07

Розглядається випадок, коли міжпланетне стохастичне магнітне поле моделюється як просторово-неоднорідне розсіювальне середовище з коефіцієнтом дифузії, пропорційним відстані до Сонця. Задача поширення галактичних космічних променів (КП) в такому середовищі розв'язується аналітичним ітераційним методом. Метод базується на мализні ступеня анізотропії КП. Ітераційний розв'язок порівнюється з точним аналітичним розв'язком для неоднорідного середовища, а також з ітераційними розв'язками, що описують різні ефекти поширення КП у геліосфері при залежності параметрів розсіювання від енергії частинок. Показується, що двох ітерацій достатньо для опису інтенсивності КП. Показано також, що в такій моделі інтенсивність КП значно менша біля Сонця, ніж у моделі із сталим у просторі коефіцієнтом дифузії КП.

ВСТУП

Моделювання комплексу явищ так званої «космічної погоди» вимагає наявності точних аналітичних або наближених (з високим ступенем збіжності) аналітичних розв'язків рівнянь переносу (як дифузійних, так і кінетичних) для того, аби мати змогу проводити тестування на цих відносно простих випадках при розрахунках складніших, тому й реалістичніших. Середня за період величина одинадцятирічної варіації галактичних космічних променів (КП) може бути отримана розв'язуванням (при різних розсіювальних властивостях стохастичного міжпланетного магнітного поля) стаціонарної граничної задачі для конвекційно-дифузійного рівняння переносу. Проте можливості отримати такі аналітичні розв'язки дуже обмежені. Чисельні розрахунки не вирішують проблеми, тому що рівняння описуються трьома і більше змінними [8]. Крім того, часто треба мати якісні характеристики процесу і можливість вільно оперувати змінними в аналітичних формулах — велика перевага перед чисельним розрахунком.

Відомі на цей час точні аналітичні методи розв'язку конвекційно-дифузійного рівняння можуть бути застосовані до дуже вузького кола задач, а саме сталого коефіцієнту дифузії космічних променів і сталої швидкості сонячного вітру [2—5, 9]. Спроби розв'язати ці рівняння аналітично не тільки для сталих значень цих параметрів наштовхуються на серйозні математичні труднощі. Тому розвиток нових аналітичних методів рішення дифузійно-конвекційного рівнянь вкрай потрібен.

ПОРІВНЯННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ КОСМІЧНИХ ПРОМЕНІВ, ОТРИМАНОЇ ЗА ДОПОМОГОЮ ТОЧНОГО АНАЛІТИЧНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ГРАНИЧНОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПОШИРЕННЯ КОСМІЧНИХ ПРОМЕНІВ, З АНАЛІТИЧНИМ ІТЕРАЦІЙНИМ РОЗВ'ЯЗКОМ

У стаціонарному випадку фізика процесу така: сонячний вітер «виносить» із геліосфери галактичні КП, які через дифузію приходять із міжзоряного середовища у міжпланетний простір. Крім того, відбувається зміна енергії часток, обумовлена балансом зустрічних і доганяючих зіткнень часток із рухомими неоднорідностями. В цьому випадку рівняння може бути записане як рівняння нерозривності у фазовому просторі для змінних r, p. Оскільки ми обмежуємось випадком просторової сферичної симетрії і дифузії (ми не цікавимся напрямком імпульсу частки), нам достатньо буде радіальної складової дивергенції, просторової і в імпульсному просторі відповідно.

Отже, рівняння переносу можна подати у вигляді

$$\mathrm{div}j = -\mathrm{div}j_p, \tag{1}$$

де

$$j = -\chi\frac{\partial N}{\partial r} - \frac{p}{3}\frac{\partial N}{\partial p}u$$

— потік КП,

$$j_p = \frac{u\cdot p}{3}\frac{\partial N}{\partial r}$$

— потік у просторі імпульсів.

За розв'язком рівнянь аналітичним ітераційним методом [6] рівняння (1) можна подати у вигляді

$$\mathrm{div}j_n = -\,\mathrm{div}j_{p_{n-1}}.$$

Метод базується на мализні ступеня анізотропії КП: радіальний потік КП для сферично-симетричного сонячного вітру у всьому об'ємі майже дорівнює нулю, тому розв'язок у першому наближенні знайдеться із умови, що $j_0 = 0$, а перша поправка — із рівняння $\mathrm{div}j_1 = -\mathrm{div}j_{p_0}$. Тоді загальний розв'язок буде мати вигляд $N = N_0 + N_1$, де N_0, N_1 — перша і друга поправка концентрації КП відповідно. На границі спектр подається у вигляді степеневого закону за повною енергією, що описує як високо- так і низькоенергетичні частинки, а в імпульсних змінних він має вигляд

$$N(r_0, p) = \eta^{-1}(1+\eta^2)^{-(\gamma+1)/2},$$

де $\eta = p/(m_0 c)$, $\gamma = 2.5$ — показник степеня, r_0 — радіус геліосфери.

Після багатьох перетворень отримаємо ітераційний розв'язок для неоднорідної геліосфери:

$$N_1 = \frac{5}{3}N_0\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)\eta\right]\left(\frac{r}{r_0} - 1\right) + \\ + \frac{10}{3}\int\limits_{\frac{r}{r_0}}^{1}\frac{1}{\psi^2}\int\limits_0^{\psi} N_0\left[\left(\frac{r\xi}{\psi r_0}\right)^{-1}\eta\right]\xi\, d\xi\, d\psi,$$

де

$$N_0 = \eta^{-1}\left(\frac{r}{r_0}\right)\left[1 + \eta^2\left(\frac{r_0}{r}\right)^2\right]^{-(\gamma+1)/2}.$$

Ефективність даного ітераційного методу можна перевірити з точним аналітичним розв'язком для випадку неоднорідної геліосфери, який можна отримати за допомогою перетворень Меліна [7], для однорідної геліосфери ефективність методу перевірялась в роботі [6] для порівняння з отриманими в статті результатами приведені нижче на графіках результати роботи [6]:

— для високоенергетичних частинок ($\eta \geq 1$):

$$N = \sum_{n=0}^{\infty} C^n_{-\frac{(\gamma+1)}{2}}\,\eta^{-\gamma-2-2n}\left(\frac{r}{r_0}\right)^{1/2+\sqrt{1/4+2(\gamma+2+2n)}};$$

— для низькоенергетичних частинок ($\eta < 1$)

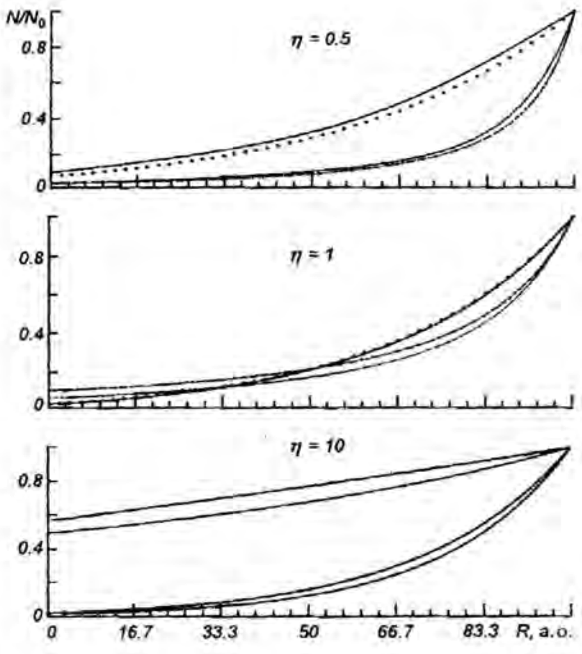
$$N = \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty} C^n_{-\frac{(\gamma+1)}{2}}\,\eta^{2n-1}\left[\left(\frac{r}{r_0}\right)^{1/2-\sqrt{1/4+2(1-2n)}}\times\right. \\ \times\mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{\ln(\eta^{-1})}{2}}\sqrt{\frac{1}{4}+2(1-2n)} - \right. \\ \left.\sqrt{\frac{1}{2\ln(\eta^{-1})}}\ln\left(\frac{r_0}{r}\right)\right) - \left(\frac{r}{r_0}\right)^{1/2+\sqrt{1/4+2(1-2n)}}\times \\ \times\mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{\ln(\eta^{-1})}{2}}\sqrt{\frac{1}{4}+2(1-2n)} + \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{1}{2\ln(\eta^{-1})}}\ln\left(\frac{r_0}{r}\right)\right) + \left(\frac{r}{r_0}\right)^{1/2+\sqrt{1/4+2(1-2n)}} + \\ \left. + \left(\frac{r}{r_0}\right)^{1/2-\sqrt{1/4+2(1-2n)}}\right] + \\ + \frac{1}{2}\sum_{m=0}^{\infty} C^m_{-\frac{(\gamma+1)}{2}}\,\eta^{-\gamma-2-2m}\left[-\left(\frac{r}{r_0}\right)^{1/2+\sqrt{1/4+2(\gamma+2+2m)}}\times\right. \\ \times\mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{\ln(\eta^{-1})}{2}}\sqrt{\frac{1}{4}+2(\gamma+2+2m)} - \right. \\ \left. -\sqrt{\frac{1}{2\ln(\eta^{-1})}}\ln\left(\frac{r_0}{r}\right)\right) + \left(\frac{r}{r_0}\right)^{1/2-\sqrt{1/4+2(\gamma+2+2m)}}\times \\ \times\mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{\ln(\eta^{-1})}{2}}\sqrt{\frac{1}{4}+2(\gamma+2+2m)} + \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{1}{2\ln(\eta^{-1})}}\ln\left(\frac{r_0}{r}\right)\right) + \left(\frac{r}{r_0}\right)^{1/2+\sqrt{1/4+2(\gamma+2+2m)}} - \\ \left. - \left(\frac{r}{r_0}\right)^{1/2-\sqrt{1/4+2(\gamma+2+2m)}}\right].$$

Тут $\mathrm{erf}(x)$ — інтеграл ймовірностей [1].

Коли $r \to 0$, то і інтенсивність також прямує до нуля,на відміну від випадку просторово-однорідного середовища [3, 6]. Як видно, аналітичний розв'язок для випадку просторово-неоднорідного розсіювального середовища є досить громіздким, особливо для випадку концентрації КП для низькоенергетичних частинок. Порівняння даного аналітичного ітераційного розв'язку з точним аналітичним розв'язком для неоднорідного середовища, а також з ітераційними розв'язками, що описують ефекти поширення КП у геліосфері при наявності залежності коефіцієнта дифузії від енергії, проілюстровано на рисунку.

ВИСНОВКИ

Концентрація КП, отримана за допомогою ітераційного методу, де враховано всього дві поправки



Залежність концентрації КП нормованої до концентрації на межі геліосфери (N/N_0) від геліоцентричної відстані R (для випадків $p/(m_0c)$ = 0.5, 1, 10)

розв'язку дифузійно-конвекційного рівняння, майже не відрізняється від концентрації КП, отриманої аналітично. Розв'язок, отримананий цим методом може бути застосований замість точного розв'язку для неоднорідної геліосфери.

Ітераційний метод можна застосувати для більш складних задач, там де аналітичний розв'язок отримати неможливо.

В моделі просторово-неоднорідного розсіювального середовища передбачається значне зниження інтенсивності КП, на відміну від моделі з просторово-однорідним коефіцієнтом дифузії.

1. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. — М.: Наука, 1979.—830 с.
2. Долгинов А. З., Топтыгин И. Н. О диффузии космических частиц в межпланетной среде // Геомагнетизм и аэрономия.—1967.—7, № 6.—С. 967—973.
3. Долгинов А. З., Топтыгин И. Н. Теория движения космических частиц в межпланетных магнитных полях // Труды пятой Всесоюзной школы по космофизике. — Апатиты: Изд-во Кольского филиала АН СССР, 1968.—С. 167—182.
4. Дорман Л. И. Экспериментальные и теоретические основы астрофизики космических лучей. — М.: Наука, 1975.—462 с.
5. Топтыгин И. Н. Космические лучи в межпланетных магнитных полях. — М.: Наука, 1983.—302 с.
6. Шахов Б. А., Колесник Ю. Л. Итерационный метод решения краевых задач теории распространения космических лучей // Кинематика и физика небес. тел.—2006.—22, № 2.—С. 101—108.
7. Dorman L. I., Fedorov Yu. I., Katz M. E., et al. Variations of the cosmic rays' energy in the interplanetary space // Astrophys. and Space Sci.—1983.—94.—P. 43—95.
8. Goldstein M. L., Fisk L. A., Ramaty R. Energy loss of cosmic rays in the interplanetary medium // Phys. Rev. Lett.—1970.—25, N 12.—P. 832—838.
9. Webb G. M. Monoenergetic-sourse solutions of the steady-state cosmic ray equation of transport // Astrophys. and Space Sci.—1977.—50.—P. 349—360.

COSMIC RAY PROPAGATION IN THE SPATIALLY INHOMOGENEOUS INTERPLANETARY SCATTERING MEDIUM

Yu. L. Kolesnyk, B. A. Shakhov

The case when the interplanetary stochastic magnetic field is modeled as a spatially inhomogeneous scattering medium with the diffusion coefficient proportional to distance to the Sun. Galactic cosmic ray (CR) propagation problem in a medium of this sort is solved by the iteration method. The iteration solution is compared with exact analytical solution for inhomogeneous medium and also with iteration solutions to describe the different CR propagation effects in heliosphere when the scattering parameters depend on the particle energy. It is demonstrated that two iterations are sufficient to describe CR intensity. It is shown that CR intensity near the Sun is significantly smaller for this model than for the model with CR diffusion coefficient constant in space.