

УДК 629.7.054

В. В. Каракун<sup>1</sup>, Я. Ф. Каюк<sup>2</sup>, В. М. Мельник<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Київ

<sup>2</sup>Інститут механіки Національної академії наук України, Київ

## Хвильові задачі систем інерціальної навігації

*Надійшла до редакції 05.03.07*

Наводяться результати аналізу пружної взаємодії підвісу гіроскопа з акустичним випромінюванням та впливу звукових хвиль на чутливі елементи системи корекції.

### ВСТУП

Незважаючи на стрімкий розвиток альтернативних засобів навігації, зокрема глобальних супутникових радіонавігаційних систем класу «Транзит» та ЦИКАДА з використанням низькоорбітальних штучних супутників Землі, а також середньоорбітальних NAVSTAR і ГЛОНАС, які забезпечують оперативну навігацію наземних, морських та повітряних і космічних апаратів у режимах відкритого (S/A — код) та закритого для військових користувачів (Р-код) каналів, а також створення Глобальної європейської геостаціонарної системи GALILEO, інерціальні навігаційні системи на теперішній час все ж залишаються одними з найважливіших на рухомих об'єктах.

Так, Міжнародна Конвенція SOLAS-74 прийняла рішення щодо обов'язкового укомплектування суден водотоннажністю вище 500 тон гіроскопічним компасом. В системах керування ракетами-носіями широке використання знайшли двостепеневі поплавкові гіроскопи, гіростабілізовані платформи, гіроскопічні інтегратори лінійних прискорень ракети, вільні гіроскопи, гіроскопічні вертикали та ін. Частина з них має подвійне функціонування — як навігаційне, так і пілотажне.

Нарешті, наявність достовірної навігаційної інформації на борту наземних рухомих об'єктів,

зокрема бронетанкової техніки, дозволяє з успіхом вирішувати задачі маршової навігації, топографічної прив'язки, суттєво підвищити ефективність узгоджених дій бойових одиниць різноманітного функціонального призначення — танки, зенітно-мінометні установки, артилерія тощо. У цьому контексті важко переоцінити значення зовнішнього цілевказування, маневрів вогнем і рухом (вздовж фронту та углиб) на базі автономних навігаційних комплексів.

Навігаційній інформації повинні бути притаманні неперервність, точність, повнота даних, перешкодозахищеність, інваріантність до кліматичних умов, добових змін тощо.

На точність інерціальних навігаційних систем здійснюють вплив зовнішні чинники — кутова хітавиця фюзеляжа, вібрація, проникне акустичне випромінювання, тепловий факел та ін. Похиби виведення ракет-носіїв, як відомо, можуть призвести до суттєвого скорочення часу існування космічного апарату та виникнення позаштатних ситуацій, похиби курсовказування на морі — до виникнення небезпеки судноплавства. Похиби систем інерціальної навігації призводять до погіршення тактико-технічних характеристик об'єкту в цілому.

Натурні випробування надають можливість стверджувати, що саме під час старту ракет-носіїв інжектується найвищий рівень акустично-го випромінювання в навколошнє середовище.

Частина його потрапляє всередину фюзеляжа та під головний аеродинамічний обтіч (понад 150 дБ). Таким чином, прилади і системи інерціальної навігації, які разом з корисним вантажем розміщаються саме тут, виявляються під його впливом.

Але це джерело не єдине. Зовнішні прошарки прикордонних шарів рухаються відносно корпуса ракети із надзвуковою швидкістю, внаслідок чого з'являється турбулентність. Це спричиняє виникнення гостронапрямлених та сферичних хвиль Маха, які, взаємодіючи з корпусом, породжують нове джерело шуму. Ці хвилі найбільш небезпечні, бо можуть бути досить інтенсивними [2].

Нарешті зазначимо, що при старті ракети мобільного базування звукове поле має дуже складну структуру внаслідок генерування не тільки прямого випромінювання, але й відбитого акустичного поля, зумовленого ревербераційними ефектами.

Аналіз питання шумоутворення був би неповним, якщо не згадати найменш прозорі аспекти явища. До них відноситься вплив потужних ударних хвиль в зоні перемішування струменя, температурна неоднорідність внаслідок неповного згоряння, демпфування турбулентності звуковими хвильами та деякі інші чинники.

Підсумовуючи, зазначимо, що на теперішній час є досить переконливе натурне обґрунтування головної причини шуму ракет-носіїв у вигляді випромінювання з боку квадруполів, які переміщаються із надзвуковою швидкістю. Встановлено, що близько 0.5 % потужності сучасних носіїв випромінюється у вигляді звукової енергії [1].

На теперішній час визначено закономірності виникнення хвильових процесів в елементах підвісу гіроскопа — торсіонах, дротяних підвісах, поплавцях тощо — при дії на них акустичного випромінювання. Але, як з'ясувалося, породжені хвильові процеси за умови хитавиці рухомого об'єкта мають механізм пружної взаємодії, суттєво відмінний від прийнятого. Іншими постають і механічні розрахункові моделі, в основу вибору яких покладено співвідношення між розміром елемента та довжиною півхилі зовнішнього збурення. Такий підхід дозволив суттєво переглянути структуру похибок інерціальних навігаційних систем, а в дея-

ких випадках (наприклад, гіроінтегратора лінійних прискорень) розтлумачити дещо поверхневий погляд на зміст корисної складової вихідного сигналу.

Особливістю акустичного навантаження є його просторовий характер порівняно з кінематичним та силовим (вібрації), які проникають усередину крізь опори. Цей факт зумовлює і принцип побудови розрахункових моделей. У першому випадку слід розглядати підвіс гіроскопа як систему з розподіленими параметрами, в іншому — як систему із зосередженими параметрами. Крім того, при акустичному впливі слід з'ясувати сумірність розміру елемента та півхилі збурення.

Перехід до розрахункових моделей як систем з розподіленими параметрами надав можливість узгодити рух пружної поверхні підвісу (відносний рух) з кутовим рухом основи (переносний рух) шляхом визначення моменту сил інерції Коріоліса і ступеня його внеску у появу хибної кутової швидкості на вхідній осі приладу. Це, до речі, відразу дозволило вже у першому наближенні виявити стала складову похибки двостепеневого гіроскопа при асинхронній хитавиці корпуса, чого не забезпечували існуючі моделі.

З іншого боку, вважаючи підвіс гіроскопа абсолютно твердим тілом, природно визначити вплив антисиметричної складової акустичного тиску, зумовленого парусністю. Аналітичні співвідношення дозволили обчислити похибки двостепеневих гіроскопів (з ненульовою плавучістю) під дією цього чинника, а також триступеневого вільного гіроскопа та гіровертикалі і гіроінтегратора (із штучним статизмом). Це дає можливість розкрити закономірності руху чутливих елементів систем корекції, які в даному випадку стають джерелом можливих нештатних ситуацій. Якщо сам гіроскоп виконує функції чутливого елемента, що має місце, наприклад, у тривісній гіростабілізованій платформі, стало можливим визначити переміщення поплавка під дією пройденної хвилі акустичного тиску.

Проникне акустичне випромінювання найбільш небезпечне для чутливих елементів систем корекції приладів інерціальної навігації. За своїм призначенням вони повинні чутливо реагувати на зміну тих чи інших параметрів, тому пройдена звукова хвилі внесе суттєву похибку у сприйняття приладами дійсної ситуації.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Засоби інерціальної навігації, які виявили себе напрочуд надійними, знайшли широке використання практично на всіх класах рухомих об'єктів, від мікросупутників до бойових машин бронетанкових підрозділів. Разом з тим стрімкий розвиток ракетно-космічної галузі, судноплавства, військової техніки виявив також багато вад систем інерціальної навігації у натурних умовах, природа виникнення і аналітичний опис котрих стали нагальною необхідністю. Мова йде про негативний вплив зовнішніх чинників на точність навігаційних комплексів, а отже, на тактико-технічні характеристики апаратів у цілому.

Як з'ясувалося, багато з науково-технічних новинок, що дозволяли успішно вирішувати задачі оптимізації функціонування бортової апаратури в акустичних полях низького та середнього рівнів (до 130 дБ), втратили свою актуальність, а в деяких випадках навіть привели до погіршення паспортних характеристик приладів, наприклад в акустичних полях інтенсивністю вище 150 дБ. Саме такі рівні випромінювання мають місце під головним аеродинамічним обтікачем РН.

Отже, актуальнує задача з'ясування природи взаємодії приладів і систем інерціальної навігації з акустичними полями в натурних умовах. Останню тезу звузимо до кутової хитаці фюзеляжу, що має місце на РН внаслідок суттєвої асиметрії корпуса ракети. Узагальнимо отримані на цей час результати для деяких класів приладів — інтеграторів лінійних прискорень, двостепеневих гіроскопів (у поплавковому виконанні та з перехресним пружним підвісом), а також чутливих елементів системи корекції — рідинних маятникових перемикачів. Механізм пружної взаємодії з проникним акустичним випромінюванням тісно чи іншою мірою можна розповсюдити на інші класи інерціальних систем.

Таке обмеження предмету досліджень достатньою мірою оправдане суттю роботи. Гіроінтегратори прискорень — це типова технічна реалізація «сухих» приладів, поплавковий гіроскоп — багатофазного підвісу. Нарешті, збурений стан рідинно-маятникового перемикача надасть змогу переосмислити динаміку коректова-

них приладів, таких як гірогоризонт.

Все наведене має на меті звернути увагу спеціалістів на необхідність аналізу роботи інерціальних систем з огляду на особливості натурних умов.

### ВПЛИВ ПАРУСНОСТІ ПІДВІСУ

Зміст явища розтлумачимо на прикладі гіроінтегратора лінійних прискорень.

Відомо, що для отримання бажаного ефекту в цьому приладі виконується штучне зміщення центра мас гіроскопа відносно точки перетину віссей підвісу. Тоді під дією хвилі надлишкового тиску (наприклад, плоскої) кожух та гіромотор будуть відчувати збурювальну дію двох моментів —  $M_1(P)$  та  $M_2(P)$  (рис. 1).

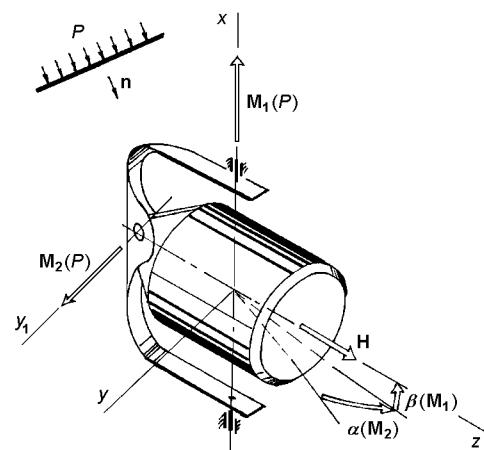


Рис. 1. Вплив звукової хвилі на динаміку гіроінтегратора

Вектор першого моменту направлений уздовж осі зовнішньої рамки і дорівнює:

$$M_1(P) = PS\cos(\mathbf{n}, \hat{\mathbf{O}}y)l_1,$$

де  $P$  — тиск у падаючій хвилі,  $S$  — площа поверхні кожуха,  $l_1$  — відстань від осі обертання кожуха до точки прикладання рівнодійної сил акустичного тиску.

Вектор  $M_2(P)$  направлений уздовж осі обертання внутрішньої рамки:

$$M_2(P) = PS\cos(\mathbf{n}, \hat{\mathbf{O}}x)l_2,$$

де  $l_2$  — відстань до центра прикладання рівнодійної сил акустичного тиску.

Наявність збурювального моменту  $M_1(P)$  призводить до девіації головної осі на кут  $\beta(M)$  і тим самим порушує вимогу щодо перпендикулярності осей фігури та зовнішньої рамки. Це, у свою чергу, вплине на вхідний сигнал приладу

$$M(W) = -mlW\cos\beta(M_1)$$

і на появу похибки приладу. Тут  $W$  — прискорення об'єкту.

Момент  $M_2(P)$  призведе до прецесії рухомої частини на кут  $\alpha(M_2)$  і, отже, внесе корективи у вихідний сигнал, котрі постають як похибки вимірювань.

По суті справи штучне переміщення центра мас відносно центра підвісу перетворило рухому частину на фізичний маятник. В даному випадку найбільш небезпечною постає антисиметрична складова збурювальної хвилі

$$P_a = \frac{1}{2} (P_{10} + P_{20} - P_{30}) \exp i(\omega t - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}),$$

яка призводить до «розгойдування» відносно осей. Тут  $P_{10}$ ,  $P_{20}$ ,  $P_{30}$  — відповідно падаюча, відбита та пройдешня хвилі,  $\mathbf{k}_0$  — хвильовий вектор.

Очевидно, що симетрична складова не така небезпечна.

#### ПРУЖНА ДЕФОРМАЦІЯ ПОПЛАВЦЯ ГРОСКОПА

Зважаючи на те, що в напрямку довжини поплавець мас достатню жорсткість, обмежимося двовимірною задачею. Прийнявши механізм пружної взаємодії за схемою, зображену на рис. 2, переміщення поверхні обчислимо за формулами

$$V(z, \beta, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ -im \frac{F_{mn}}{\Delta_{mn}} \exp(im\beta) \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \right],$$

$$W(z, \beta, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[ \omega^2 \rho - m^2 - \frac{1-\sigma}{2} \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 \right] \times \right. \\ \left. \times \left[ \frac{F_{mn}}{\Delta_{mn}} \exp(im\beta) \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \right] \right\},$$

де  $V$ ,  $W$  — переміщення вздовж паралелі та радіальні переміщення,  $L$  — довжина поплавця,  $m$ ,  $n$  — півхвилі,  $z$  — поздовжня координата,  $F_{mn}$  — коефіцієнти Фур'є,  $\Delta_{mn}$  — визначник

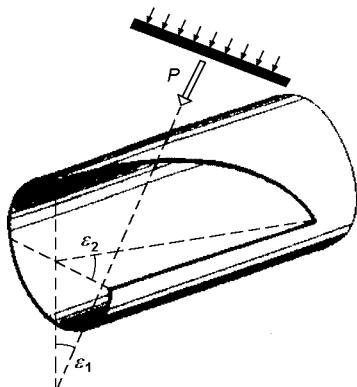


Рис. 2. Схема дії звукової хвилі на поплавець

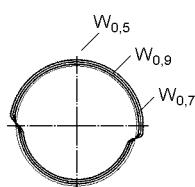
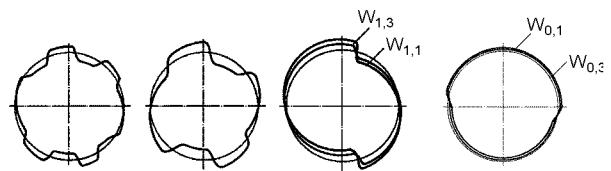
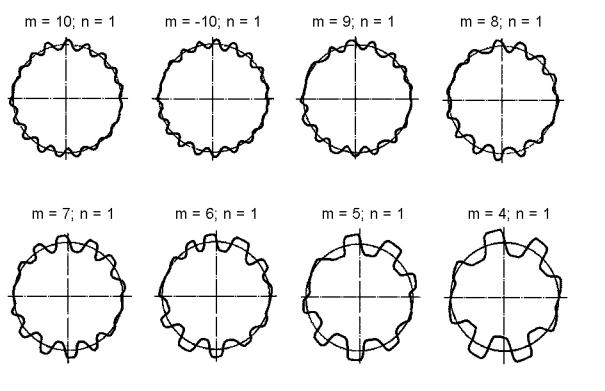


Рис. 3. Згинні коливання поверхні в середньому шпангоуті при  $\omega = 1000 \text{ c}^{-1}$

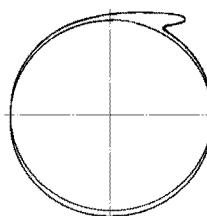


Рис. 4. Переміщення поверхні поплавця у напрямку паралелі  $V = \sum_{-150}^{150} \sum_{1}^{10} V_{mn}$ ,  $z = 0.01 \text{ м}$ ,  $\omega = 1000 \text{ c}^{-1}$

системи рівнянь динаміки поверхні оболонкової частини поплавця.

Тоді для масогабаритних характеристик промислового зразка приладу класу ДУСУ коливання матимуть форму, зображену на рис. 3, 4.

У своїй сукупності коливальні процеси поплавця призводять до появи збурювальних моментів сил інерції Коріоліса, які прилад сприйме як «хибну» кутову швидкість і певним чином зреагує на неї.

#### ПЕРЕХРЕСНИЙ ПРУЖНИЙ ШАРНІР

Взаємодію пружного перехресного шарніру з проникним акустичним випромінюванням розглянемо за допомогою механічної моделі, зображені на рис. 5. Тут позначено: I, 2, 3 — відповідно падаюча, відбита та пройдешня хвилі на першій, а  $1'$ ,  $2'$ ,  $3'$  — на другій пластині.

Найбільш безпечними для приладу, як показує аналіз, постають сполучення першої форми коливань однієї пластини з парними формами другої (рис. 6, a). У цьому випадку переміщення

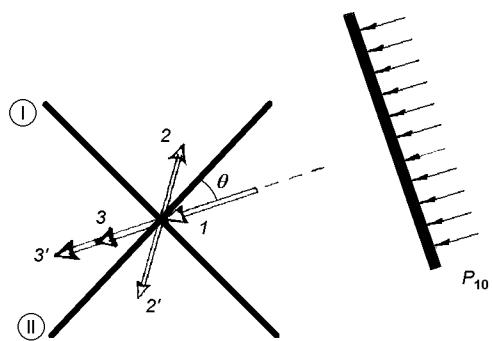


Рис. 5. Дифракція звукових хвиль на пружному підвісі

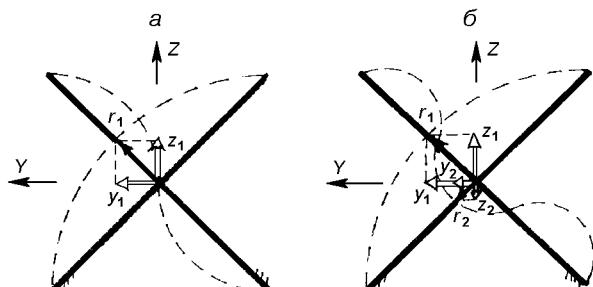


Рис. 6. Взаємний вплив форм коливань пластин підвісу в акустичному полі (див. текст)

вихідної осі в напрямку осі  $Y$  обумовлене тільки коливаннями першої пластини  $r_1$ , а переміщення у напрямку осі  $Z$  немає. Якщо ж сполучаються перша форма однієї та непарні форми другої пластини, тоді має місце складний рух підвісу гіроскопа у напрямку обох осей,  $Y$  та  $Z$  генерується поступальна і кутова акустична вібрація (рис. 6, б).

#### РІДИННИЙ МАЯТНИКОВИЙ ПЕРЕМІКАЧ СИСТЕМИ КОРЕНКІЇ ГІРОГОРИЗОНТУ

Найбільш широке розповсюдження серед гірогоризонтів із змішаною корекцією знайшли прилади з рідинним маятниковим перемікачем (РМП). Це невеликий мідний резервуар, наповнений спеціальною струмопровідною рідиною, що заповнює балон лише частково, залишаючи бульбашку інертного газу. У положенні рівноваги, при вертикальній орієнтації осі фігури гіроскопа, бульбашка порівну перекриває всі чотири контакти, і струми через них однакові. Під дією проникного звукового випромінювання бульбашка буде рухатись у напрямку розповсюдження хвилі надлишкового тиску і врешті-решт замкне ту чи іншу пару контактів. Це призведе до хибного включення системи корекції і появи похиби побудови вертикалі (рис. 7).

Обмежуючись лінійною задачею, інтегро-диференціальні рівняння руху бульбашки (при відсутності взаємодії із внутрішньою поверхнею) РПМ можна записати у вигляді [3]

$$\begin{aligned} M\ddot{U} + \sum_k \int_0^t F(t-\tau)\ddot{U}(\tau) = \\ = \sum_n M^\Phi \ddot{U}^\Phi + \sum_k \int_0^t F(t-\tau)\ddot{U}\Phi(\tau)dt. \end{aligned}$$

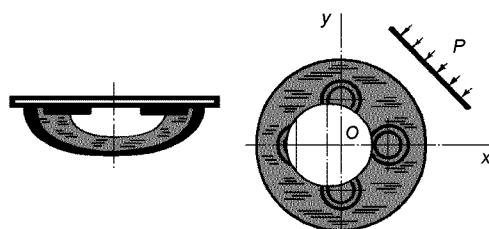


Рис. 7. Рідинний маятниковий перемікач

Якщо функції, що визначають переміщення рідини і її взаємодію з бульбашкою, прийняти у вигляді

$$\begin{aligned} F &= m\delta_1(t) + \alpha, \\ \dot{U}^\Phi &= \delta_0(t) - \delta_0(t-1), \end{aligned}$$

де  $m$  — додана маса,  $\alpha$  — коефіцієнт в'язкого тертя бульбашки об рідину,  $\delta_1(t)$  — дельта-функція Дірака, яка характеризує миттєве значення імпульса збурення,  $\delta_0(t)$  — одинична функція Хевісайда, тоді рівняння руху бульбашки можна належним чином змінити:

$$\begin{aligned} M\ddot{U}(t) + \int_0^t [m\delta_1(t-\tau) + \alpha]\ddot{U}(\tau)d\tau &= \\ &= M^o[\delta_1(t) - \delta_1(t-1)] + \\ &+ \int_0^t [m\delta_1(t-\tau) + \alpha][\delta_1(\tau) - \delta_1(\tau-1)]d\tau \end{aligned}$$

( $M^o$  — маса витісненої бульбашкою рідини). Звідси визначається закон руху бульбашки:

$$\begin{aligned} U(t) &= \left\{ t - \frac{M - M^o}{\alpha} [1 - \exp(-\nu_1 t)] \right\} \delta_0(t) - \\ &- \left\{ t - 1 - \frac{M - M^o}{\alpha} [1 - \exp(-\nu_1(t-1))] \right\} \delta_0(t-1). \end{aligned}$$

Вираз можна трохи спростити, якщо величини в квадратних дужках навести у вигляді ряду при  $t \geq 1$ . Отже, маємо

$$\begin{aligned} U(t) &= \left[ \frac{M^o + m}{M + m} t + \right. \\ &+ \frac{M - M^o}{M + m} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \nu_1^n \frac{t^{n+1}}{(n+1)!} \left. \right] \delta_0(t) - \\ &- \left[ \frac{M^o + m}{M + m} t - \frac{M^o + m}{M + m} + \right. \\ &+ \left. \frac{M - M^o}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \nu_1^n \frac{t^{n+1}}{(n+1)!} \right] \delta_0(t-1), \end{aligned}$$

де

$$\nu_1 = \frac{\alpha}{M+m}.$$

В остаточному вигляді отримуємо

$$\begin{aligned} U(t) &= \frac{M^o + m}{M + m} + \\ &+ \frac{M - M^o}{M + m} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \nu_1^n \frac{t^{n+1} - (t-1)^{n+1}}{(n+1)!}, \\ t &\geq 1. \end{aligned}$$

Видно, що при досить незначному терпі та великому  $T$  ( $\nu_1 T \ll 1$ ) у період часу  $1 \ll t \ll T$  переміщення бульбашки в РМП під дією хвилі акустичного тиску буде визначатися тільки першим доданком, тобто

$$U(t) \approx \frac{M^o + m}{M + m}.$$

Надалі, із збільшенням  $t$ , переміщення бульбашки зменшується, якщо  $M < M^o$ , або збільшується, якщо  $M > M^o$ .

Для обчислення граничного переміщення  $U_\infty$  слід прийняти  $t \rightarrow \infty$ . Тоді

$$U_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} U(t) = \frac{M^o + m}{M + m},$$

якщо  $\nu_1 T \ll 1$ .

Таким чином, чутливий елемент корекції під дією акустичного випромінювання формує хибний сигнал корекції, і прилад буде хибну вертикаль.

## висновки

Узагальнюючи поодинокі дослідження пружної взаємодії проникного акустичного випромінювання з механічними системами приладів інерціальної навігації та результати натурних і напівнатурних випробувань гіроскопічних приладів, можна стверджувати, що акустичні поля з інтенсивністю вище 150 дБ чинять вплив на навігаційне обладнання РН і в сукупності з іншими збурюючими чинниками, зокрема кінематичним, призводять до похибок вимірювань. Рівні акустичного тиску нижче 130 дБ цього впливу не чинять, що відповідає паспортним вимогам на авіаційну апаратуру.

Аналітичний опис хвильових процесів в інерціальних системах, що у своїй сукупності призводять до похибок бортової апаратури, дозволяє на майбутнє:

- створити алгоритми для систем корекції навігаційного обладнання з метою досягнення інваріантної (або частково інваріантної) до зовнішніх збурень структури;
- визначити ефективні методи та засоби підвищення точності навігаційного обладнання у натурних умовах, в тому числі автокомпенсаційні;

- розв'язувати локальні задачі керування ма- невром літальних апаратів і наземних рухомих об'єктів (бойових машин) із застосуванням ін- тегрованих навігаційних комплексів — автономних і глобальних супутниковых засобів;
- вирішувати проблеми пружної взаємодії ім- педансних механічних систем навігаційного обладнання із зовнішніми збуджувальними по- лями різної фізичної природи на підґрунті нелінійних явищ резонансного типу — хвильо- вий збіг, частотно-просторовий резонанс.

1. Гладкий В. Ф. Динамика конструкции летательного аппарата. — М.: Наука, 1969.—496 с.
2. Фокс Вильямс Д. Е. Шум высокоскоростных ракет //

Случайные колебания / Под. ред. С. Крендела. — М.: Мир, 1967.—С. 45—49.

3. Koshljakov V. N., Karachun V. V., Mel'nik V. N., et al. The some aspects of flight safety in conditions penetrate acoustic radiation // «Aviation in the XXI-st Century»: World Congress, Kyiv, 14—16 September, 2003. — Kyiv: National Aviation University, 2003.—P. 2.37—2.40.

---

#### WAVE TASKS OF INERTIAL NAVIGATION SYSTEMS

*V. V. Karachun, Ya. F. Kayuk, V. N. Mel'nick*

We present our results of the analysis of elastic interaction of suspend gyroscope with penetrating acoustic radiation and influence of sound waves on sensitive elements of system of correction.