

УДК 629.78

В. В. Авдєєв

Дніпропетровський національний університет

Маневр обходу небезпечної зони супутником з рушійною установкою малої тяги радіального напрямку

Надійшла до редакції 02.06.06

Для одновиткового маневру ухилення отримано залежність відстані у прогнозований момент часу між супутником на майже коловій орбіті та центром небезпечної зони від величини прискорення, яке створюється рушійною установкою.

Зростання тривалості експлуатації і обсягу задач супутників зумовлює необхідність оптимізації їхнього маневрування, яке може проводитися з метою підтримання орбіти, обходу небезпечних зон та зміни траси.

Дослідженню руху космічного апарата (КА) з рушійною установкою (РУ) малої тяги присвячені десятки робіт [1—5, 7, 8, 10]. Запропоновано багато математичних моделей та алгоритмів розрахунку маневру при різних варіантах постановки задачі та припущеннях щодо величини і напрямку прискорення, створюваного РУ. У більшості робіт досліджується маневр корекції орбіти і приймається припущення, що для його виконання постійна за величиною сила тяги РУ направлена вздовж трансверсали.

Радіальний напрям сили тяги РУ має переваги з огляду простоти його визначення на борту КА. Результати досліджень руху КА з малим постійним за величиною прискоренням цього напрямку найповніше описані в роботі [9]. Вони отримані з використанням припущень про центральне гравітаційне поле, відсутність аеродинамічного опору та інших збурень. Математична модель спрощується до системи двох нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку, для якої визначено перший інтеграл, що встановлює за-

лежність у вигляді нескладного кінцевого співвідношення між радіусом орбіти та радіальною складовою швидкості. Для широкого діапазону значень радіального прискорення з використанням відомого методу фазової площини визначено можливі види станів рівноваги та їхні властивості. Встановлена залежність між поточним ексцентриситетом орбіти, її радіусом, аргументом перицентра і величиною прискорення. Наведені приклади маневрів підтримання в заданому діапазоні середнього радіуса орбіти та зміни ексцентриситету.

Зростання рівня засмічення навколоземного простору і тривалості активного існування КА дає підстави передбачати можливу необхідність його маневрування з метою уникнути зіткнення з іншим космічним об'єктом (КО).

В роботі ставиться задача встановлення залежності відстані між КА і розташованим в певний момент часу на майже коловій орбіті (ексцентриситетом $e \leq 0.05$) центром небезпечної зони, визначеної прогнозом руху КО, від величини малого постійного прискорення радіального напрямку, що створюється РУ при проведеному одновитковому маневру ухилення.

Якщо шляхом аналізу поточної космічної обстановки встановлюється можливість появи зо-

ни, небезпечної зіткненням із КО через інтервал часу t_d , не менший від періоду обертання T , то одним із шляхів її обходу може бути маневр ухилення, в результаті якого відстань l між КА і центром зони у момент часу t_d , який визначено прогнозом її появи, забезпечувала б зниження ймовірності зіткнення до заданого значення. Як відомо, при русі КА у центральному полі прискорення S радіального напрямку, що створюється РУ малої тяги протягом одного витка, змінює величину T за рахунок приросту довжини великої півосі орбіти і підсумкового прискорення, що діє на КА. Переваги включення РУ на один виток у тому, що після закінчення такого маневру, як показують результати моделювання при різних вхідних даних, мають місце найменші зміни форми орбіти і напрямку осі аспид.

Якщо прогнозоване положення центра небезпечної зони визначається істинною аномалією θ , то для проведення маневру обходу зони РУ створює радіальне прискорення S в інтервалі часу від $t_d - T$ до t_d . Наближена аналітична оцінка відстані l між КА і центром зони в момент часу t_d в результаті такого маневру може бути визначена з використанням співвідношення

$$l(\bar{S}, e, \theta) = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot (1 + e \cos \theta) \Delta T(\bar{S}, e, \theta), \quad (1)$$

де \bar{S} — безрозмірне прискорення, яке створюється РУ ($\bar{S} = S \cdot p^2 / \mu$), μ — гравітаційна стала, p — фокальний параметр орбіти, ΔT — приріст періоду обертання на витку маневру.

Середнє підсумкове значення радіального прискорення для майже колових орбіт, очевидно, дорівнює $\mu(1 - \bar{S})/p^2$, тоді

$$\Delta T(\bar{S}, e, \theta) = 2\pi \left[\sqrt{\frac{a^3(\bar{S}, e, \theta)}{\mu(1 - \bar{S})}} - \sqrt{\frac{a_0^3}{\mu}} \right], \quad (2)$$

де a — довжина великої півосі орбіти на витку маневру, $a_0 = p/(1 - e^2)$.

Для знаходження $a(\bar{S}, e, \theta)$, що входить до виразу (2), використаємо диференційні рівняння руху КА при дії малого ($\bar{S} \leq 0.05$) постійного радіального прискорення [9]. Для майже колових орбіт за базову величину зручно прийняти фокальний параметр p , тоді рівняння спрощуються:

$$\frac{dw}{du} = -\bar{V}_r, \quad \frac{d\bar{V}_r}{du} = \frac{\bar{S}}{w^2} - 1 + w, \quad (3)$$

де $w = p/r$, $\bar{V}_r = V_r \sqrt{p/\mu}$, r — поточний радіус орбіти, V_r — радіальна складова швидкості КА, u — аргумент широти.

Особливість рівнянь (3) в тому, що один їхній інтеграл можна записати у вигляді кінцевого співвідношення між змінними w та \bar{V}_r [9]:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{V}_r^2}{2} - \frac{\bar{S}}{w} - w + \frac{w^2}{2} = \\ = \frac{\bar{V}_{r0}^2}{2} - \frac{\bar{S}}{w_0} - w_0 + \frac{w_0^2}{2} = A = \text{const}, \end{aligned} \quad (4)$$

де w_0 , \bar{V}_{r0} — величини на початку маневру. Спираючись на рівняння (3), (4), можна скласти рівняння для визначення екстремальних значень радіуса орбіти і, як наслідок, залежності $a(\bar{S}, e, \theta)$, що входить до виразу (2):

$$F(w) = w^3 - 2w^2 - 2A \cdot w - 2\bar{S} = 0, \quad (5)$$

де

$$A(\bar{S}, e, \theta) = - \left(\frac{\bar{S}}{1 + e \cos \theta} + \frac{1 - e^2}{2} \right).$$

Коли $\bar{S} = 0$ (РУ вимкнена), корені рівняння (5) дорівнюють 0, $1 - e$ та $1 + e$. Нульовий корінь у даній задачі не має фізичного смислу, решта коренів w_1 та w_2 визначає радіуси апогею та перигею незбуреної орбіти (3).

При проведенні одновиткового маневру з використанням РУ малої тяги ($|\bar{S}| \leq 0.05$) корені w_1 та w_2 будуть розташовані в околі $1 \pm e$ і визначатимуть довжину великої півосі орбіти на витку маневру:

$$a(\bar{S}, e, \theta) = p \left(\frac{1}{w_1(\bar{S}, e, \theta)} + \frac{1}{w_2(\bar{S}, e, \theta)} \right) / 2. \quad (6)$$

Для випадку, коли маневр розпочинається у перигеї ($\theta = 0$), легко переконатися, що корінь w_2 не залежить від \bar{S} і дорівнює $1 + e$, при цьому $w_1(\bar{S}, e)$ визначається шляхом розв'язування квадратного рівняння. Коли маневр розпочинається в апогеї ($\theta = \pi$), то від \bar{S} не залежить корінь w_1 , який дорівнює $1 - e$, а $w_2(\bar{S}, e)$ визначається аналогічно.

Якщо маневр розпочинається при довільному значенні істинної аномалії θ , то рівняння (5) може бути розв'язане тільки чисельним шляхом.

Один з коренів з похибкою порядку e^2 можна прийняти у вигляді

$$w_k(e, \theta) = 1 + e \cos \theta. \quad (7)$$

В цьому можна переконатися шляхом ділення полінома $F(w)$ на $w - w_k$, після чого елементарні операції дають інший корінь, що має фізичний зміст:

$$w_n = (z + \sqrt{z^2 - 8\bar{S}/w_k})/2, \quad (8)$$

де $z = 1 - e \cos \theta$. Індеси k, n у виразах (7), (8) приймають значення 1 або 2. Згідно з виразами (6)–(8), необхідна для розрахунку відстані l між КА і центром небезпечної зони в прогнозований момент часу (1), (2) велика піввісь орбіти на витку маневру дорівнює

$$a(\bar{S}, e, \theta) \approx a_0 z(e, \theta) \left[\frac{w_k(e, \theta)}{z(e, \theta) + \sqrt{z^2(e, \theta) - 8\bar{S}/w_k(e, \theta)} + 0.5} \right]. \quad (9)$$

В інтервалах $e = 0 \dots 0.1$, $|\bar{S}| \leq 0.5$, $\theta = 0 \dots 180^\circ$ відхилення виразу (9) від величини, отриманої шляхом чисельного визначення коренів w_1, w_2 , не перевищує 1 %.

Похибка оцінки (1) із врахуванням (2), (9) визначалася шляхом інтегрування системи (3), яка не враховує збурень, і розширеної системи рівнянь руху КА, яка бере до уваги відхилення фігури Землі від сфери і її гравітаційного поля від центрального, а також опір атмосфери [7]. Середня відносна похибка розрахунку відстані $l(\bar{S}, e, \theta)$ на значеннях істинної аномалії θ в межах $0 \dots 270^\circ$, висоти перигею 600...2000 км, ексцентриситету незбуреної орбіти $e = 0.002 \dots 0.1$ і $|\bar{S}| = 0.05$, коли похибка максимальна, становить близько 9 %, найбільша похибка (при $\theta = 90^\circ$) не перевищує 30 %.

Проведений аналіз і моделювання показують, що ефективність вибраного маневру, яку можна кількісно оцінювати відношенням l/\bar{S} , вища при позитивних значеннях \bar{S} (рис. 1), але при цьому більше змінюється форма орбіти і напрямок осі апсид (рис. 2). Від значення істинної аномалії θ , коли починається маневр, його ефективність залежить несуттєво (рис. 3).

У багатьох випадках РУ малої тяги створюють прискорення $|\bar{S}| \leq 0.01$. При такому обмеженні з похибкою до 20 % із (1), (2), (9) можна

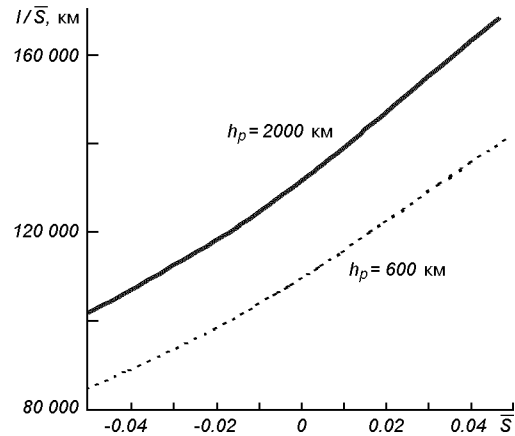


Рис. 1. Відносна відстань між КА і небезпечною точкою орбіти в залежності від безрозмірного радіального прискорення (h_p — висота перигею)

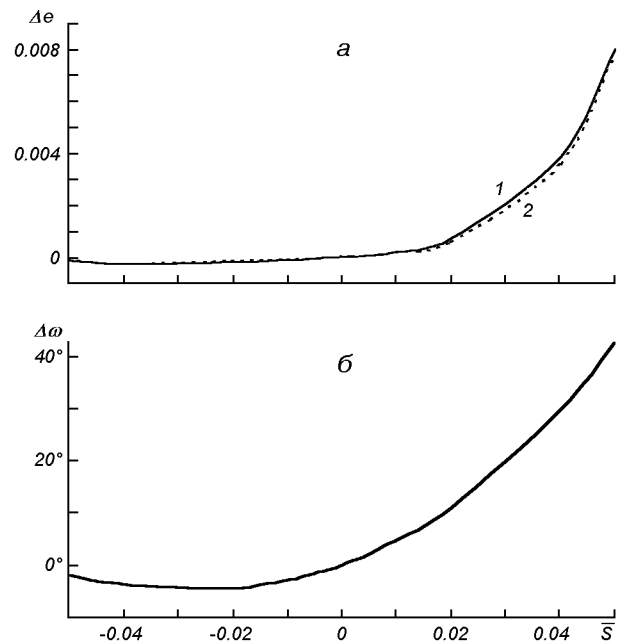


Рис. 2. Приріст ексцентриситету орбіти (а) для $\theta = 0$, $h_p = 600$ км (1), $h_p = 2000$ км (2) та приріст аргументу перигею (б) для $h_p = 600 \dots 2000$ км в кінці маневру в залежності від величини радіального прискорення

отримати лінійну оцінку:

$$l(\bar{S}, e, \theta) = \frac{\pi a_0(e) w_k(e, \theta)}{\sqrt{1 - e^2}} \left(\frac{3}{z^2(e, \theta)} + 1 \right) \bar{S}. \quad (10)$$

Встановлені залежності (1), (2), (9), (10)

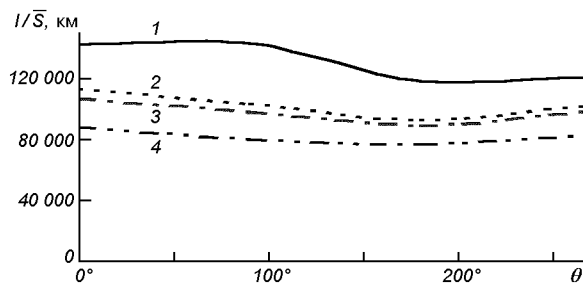


Рис. 3. Відносна відстань між КА і центром небезпечної зони в залежності від його істинної аномалії для значень $\bar{S} = 0.05, 0.005, -0.005, -0.05$ (криві 1—4 відповідно)

відстані між КА і центром небезпечної зони, знаходження якого на орбіті КА в певний момент часу визначено прогнозом, від величини радіального прискорення, ексцентриситету небезпечної орбіти та істинної аномалії початку маневру можуть бути використані для прийняття рішення про спосіб маневрування з метою зменшення імовірності зіткнення з іншим космічним об'єктом.

Як було зазначено, особливість маневру з радіальним напрямом малої постійної тяги полягає у тому, що фокальний параметр залишається постійним, і форма орбіти змінюється несуттєво. Аналогічний маневр з використанням трансверсального напрямку тяги, як показали модельні розрахунки із врахуванням основних збурень, приблизно вчетверо ефективніший. Тобто, енергетичні витрати на ухилення від небезпечної зони значно менші, але при цьому відносний приріст фокального параметра буде більшим у 50 разів, а приріст ексцентриситету — у 20 разів. Аргумент перицентра отримує зміни такого ж порядку, як і при радіальному напрямі тяги.

Подальші дослідження доцільно провадити у напрямку оптимізації маневру та ускладнення моделі утворення небезпечної зони.

1. Авдєєв В. В., Курінний В. В. Корекція майже колової орбіти космічного апарату одноразовим включенням рушійної установки малої тяги // Вісник Дніпропетровського ун-ту «Ракетно-космічна техніка».—2004.— Вип. 7.—С. 3—7.
2. Васильєв В. В. Оптимальная коррекция эллиптической орбиты аппарата с малой тягой с учетом сопротивления атмосферы и нецентральности гравитационного поля Земли // Тр. XIV чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К. Э. Циолковского. — М.: ИИЕТ АН СССР, 1980.—110 с.
3. Васильєв В. В. Оптимальное управление эллиптической орбитой спутника Земли с двигателем малой тяги // Космич. исслед.—1980.—18, вып. 5.—С. 707—714.
4. Васильєв В. В., Салмин В. В. Многошаговые алгоритмы коррекции орбиты спутника Земли двигателем малой тяги // Космич. исслед.—1984.—22, вып. 4.—С. 507—519.
5. Гродзовский Г. Л., Иванов Ю. Н., Токарев В. В. Механика космического полета (проблемы оптимизации). — М.: Наука, 1975.—704 с.
6. Ильин В. А., Кузмак Г. Е. Оптимальные перелеты космических аппаратов с двигателями большой тяги. — М.: Машиностроение, 1976.—744 с.
7. Основы теории полета и элементы проектирования искусственных спутников Земли / Под ред. М. К. Тихонравова. — М.: Машиностроение, 1974.—332 с.
8. Салмин В. В., Соколов В. О. Приближенный расчет маневров формирования орбиты спутника Земли с двигателем малой тяги // Космич. исслед.—1991.—29, вып. 6.—С. 872—888.
9. Титов Г. С., Иванов В. А., Горьков В. Л. Межорбитальные и локальные маневры космических аппаратов. — М.: Машиностроение, 1982.—245 с.
10. Юрин В. В. Оптимальная коррекция параметров орбиты космического аппарата с двигателем малой тяги // Космич. исслед.—1983.—21, вып. 5.—С. 666—674.

MANOEUVER TO BYPASS A DANGEROUS ZONE BY A SATELLITE WITH THRUSTER OF LOW TRACTIVE FORCE AND RADIAL DIRECTION

V. V. Avdeev

For the single-turn evasive manoeuvre, we obtained the dependence of distance in a predictable time point between a satellite on a near-circle orbit and the centre of a dangerous zone on the value of radial acceleration created by the propulsion system.