ISSN 1561-8889. *Космічна наука і технологія. 2007. Т 13. № 1. С. 44—48.*

А. П. Манин

ВАТ Науково-виробничий випробувальний центр «Армінт», Москва, Росія
post@armint.ru

Инвариантно-регуляризированная обработка измерений текущих навигационных параметров КА и ракет-носителей

Надійшла до редакції 26.10.06

Досліджується системний підхід до розв'язування задач оцінювання руху космічних апаратів, в основу якого покладено інваріантно-групові властивості моделей рух-спостереження. Використовується та обставина, що більшість математичних моделей «рух-спостереження» характеризуються сукупністю інваріантів, які можна використати при розв'язуванні задач ідентифікації і оцінювання параметрів руху.

Оценивание параметров движения космического аппарата (КА) или ракеты-носителя (РН) обладает следующей спецификой.

Чтобы судить о работоспособности КА или РН, требуется по результатам измерений наблюдаемых параметров оценить не только параметры траектории, но и идентифицировать модели движения. Очень часто в силу уникальности процедуры управления КА или испытания РН статистические характеристики параметров движения и наблюдения отсутствуют. Задаются лишь значения модулей, ограничивающих пределы возможных погрешностей и возмущений. Объект управления (ОУ) часто бывает групповым и требуется решать задачи отождествления и селекции.

Практика летных испытаний летательных аппаратов (ЛА) (космических аппаратов, ракет) показывает, что измерительная обстановка в районе измерительного комплекса имеет большую степень неопределенности: движение совершается по сложным траекториям, отсутствуют статистические характеристики условий проведения уникального эксперимента, отказы измерительных систем и каналов создают структурную неопределенность задачи. Применяемые для обработки измерений классические алгоритмы из-за этого часто отказывают. Все это требует поиска дополнительных мер, повышающих надежность испытаний.

Есть различные подходы к решению подобных задач [1, 2]. Принципиальным вопросом является выбор такого класса моделей, которые отражают физическую сущность движения и вместе с тем обладают набором признаков, обеспечивающих распознавание моделей движения.

Рассмотрим, например, типовое представление модели движения ОУ:

$$\frac{dx}{dt} = Q(x, u, w, t), \quad x(t_0) = x_0, \quad t \in [t_0, T], \quad (1)$$

где $x = x(t) \in R^{n_0}$ — расширенный вектор состояния КА, $u = u(t) \in R^{m_0}$ — вектор известных управляющих воздействий на объект; $w = w(t) \in R^{l_0}$ — вектор неизвестных воздействий на объект (как случайных, так и неслучайных), $Q = Q(\cdot) \in R^{n_0}$ — заданная вектор-функция, обеспечивающая выполнение условий существования и единственности решения уравнения (1).

Уравнение наблюдения в общем случае зададим в виде

$$h(t) = g(x, \varphi, v, t), \quad h(t) = h \in R^{n_1}, \qquad (2)$$

где $g = g(t) \in R^{n_1}$ — известная вектор-функция; $\varphi = \varphi(t) \in R^{m_1}$ — вектор известных воздействий, характеризующих перестройку (адаптацию) канала наблюдения; $v = v(t) \in R^{l_1}$ — вектор неизвестных воздействий (в том числе и случайных помех) на канал наблюдения.

Наиболее сложно выразить функцию $Q = Q(\cdot) \in R^{n_0}$, адекватно представляющую физическую сущность движения. Отклонение ее от реальной модели может привести к потере устойчивости процедуры оценивания и усложнению задачи идентификации.

К вопросу описания модели движение-наблюдение можно подойти иначе. В основу кладется то положение, что большинство математических моделей «движение-наблюдение» характеризуется совокупностью инвариантов, которые можно использовать при решении задач идентификации и оценивания параметров движения. Под инвариантами понимаются функции, не изменяющиеся от действия любого линейного преобразования. Например, баллистическое движение ОУ в поле тяготения Земли, описываемое системой шести дифференциальных уравнений, полностью представляется шестью первыми интегралами-инвариантами, через которые находится аналитическое описание движения. Это позволяет использовать инварианты в качестве признаков принадлежности ОУ к заданной модели. На малых отрезках это позволяет свести решение задачи оценивания координат ОУ к оценке пути прохождения ОУ по известной кривой.

Общее представление проблемы оценивания и идентификации движения.

Дано:

$M = (G, U, \Phi, T)$ — множество моделей движения,

$Z = (Y, H, G, \Theta, T)$ — множество моделей наблюдения,

$\{J\}$ — совокупность критериев,

где G — множество параметров состояния, U — множество входных воздействий, Φ — множество операторов перехода, T — множество моментов времени, Y — множество наблюдаемых параметров, H — множество операторов преобразования G в Y, Θ — множество погрешностей измерения; U и Θ ограничены по норме $\|\bullet\| = \{\|\bullet\|_{(k)}, k = 1, 2, ..., \Lambda\}$.

Требуется:

определить множество операторов $A : Z \to M$, удовлетворяющих J.

МОРФОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ

1. Сложная пространственно-временная, в общем случае нелинейная интегро-дифференциальная модель движения-наблюдения представляется совокупностью (полем) инвариантов. Между исходной моделью и указанным полем есть взаимооднозначное соответствие.

2. Инварианты представляют собой простейшие малоразмерные алгебраические функции от переменных, входящих в состав расширенного вектора состояния ЛА.

3. Инварианты должны иметь ясный физико-геометрический смысл и отражать отдельные частные стороны всей задачи (обобщенной модели движения-наблюдения) многопозиционного сопровождения ЛА.

4. Основное свойство инвариантов состоит в том, что при подстановке в них точных решений исходной модели движения-наблюдения они сохраняют постоянное значение на всем интервале наблюдения.

5. С учетом свойств, перечисленных в пунктах 1—4, найденные инварианты предлагается использовать в качестве признаков обобщенной классификации множества моделей движения-наблюдения.

6. На основе проведенной классификации производится сужение множества решений основной задачи оценивания движения ЛА путем последовательного решения частных целевых задач типа отождествления данных, селекции истинных и ложных точек пересечения пеленгов, компенсации постоянных, медленно изменяющихся и сингулярных ошибок измерений и т. д.

7. Последовательное сужение множества решений с использованием отдельных инвариантов минимальной размерности приводит к построению устойчивых алгоритмов решения целевых задач, и как следствие, — к регуляризации основной задачи оценивания движения ЛА (в соответствии с классической теорией регуляризации инварианты играют роль стабилизирующих функционалов).

8. В условиях структурно-параметрической неопределенности задачи оценивания (нештатные ситуации, сбои, отказы и т. д.) в поле инвариантов-признаков выделяются признаки подкласса устойчивых измерительных структур, позволяющих обеспечивать инвариантно-регуляризованное решение основной задачи оценивания движения ОИ. В связи с этим при решении задач оценивания движения целесообразно выявлять инвариантно-групповые свойства модели движения-наблюдения.

Сущность инвариантно-группового подхода заключается в следующем. Обычно при описании движения объекта применяются пространственно-временные модели, имеющие не менее шести степеней свободы. Реально инерционные объекты малочувствительны к боковым возмущениям, и реакция на них проявляется через относительно большие промежутки времени. Это можно использовать для повышения устойчивости алгоритмов обработки.

В этих целях для описания сложного пространственно-временного движения объекта используется относительно простая модель, обладающая совокупностью инвариантов (независимых констант), присущих движению. Эта модель путем группового преобразования «подгоняется» к реальному движению. Для этих целей используется групповое преобразование Ли.

Под семейством преобразований Ли понимается преобразование реальных пространственных координат и параметра времени некоторой выбранной модели-измерения в другое координатно-временное пространство, такое, при котором модель движения-измерения существенно упрощается при сохранении инвариантов (независимых постоянных) исходной модели и возможности обратного преобразования. В результате, например, движение объекта в трехмерном пространстве с тремя степенями свободы преобразуется в движение объекта на линии, определенной в трехмерном пространстве. При этом положение объекта на линии зависит от группового параметра преобразования, и задача определения параметров траектории объекта распадается на две задачи: определение по признакам-инвариантам модели движения-измерения и определение параметров траектории по упрощенной процедуре. Такая технология в неблагоприятных условиях дает устойчивые оценки движения в сравнении с классическими, так как она оперирует признаками-инвариантами. При благоприятных условиях классические методы дают более точные результаты.

Такими приемами в усеченном виде пользовались и ранее. Известно, что баллистическое движение характеризуется шестью инвариантами — тремя интегралами Лапласа и тремя интегралами площадей. По априорным данным и измерениям определяются приближенно эти инварианты. Полученную эллиптическую модель можно путем группового преобразования (вращения, смещения, растяжения и т. д.) по результатам измерения моментов времени нахождения объекта на эллиптической линии с достаточной точностью вписать в реальное движение. Такие групповые преобразования, отвечающие условиям сохранения инвариантов, т. е. тождественности, замкнутости и обратимости, присущи семейству преобразования Ли.

Часто для решения задачи требуется оценивать только групповой параметр, например смещение по времени или смещение истинной аномалии.

Если априорные сведения не точны, то можно сформировать сетку инвариантов и выбрать по опытным данным ту совокупность, которая наиболее точно отражает движение объекта испытания. В аналитическом плане суть инвариантно-группового анализа модели (1) заключена в следующем. Соотношения

$$T_a : \begin{cases} \tilde{t} = h(\lambda, t, a), \\ \tilde{\lambda}_i = g_i(\lambda, t, a), \ i = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \tag{3}$$

где $a \in \Delta_a \subset R^1$, определяют в пространстве R^{n+1} однопараметрическую непрерывную локальную группу преобразований Ли $G^1_{\text{Ли}}$, если функции $h(\lambda, t, a)$, $g_i(\lambda, t, a)$ трижды непрерывно дифференцируемы по совокупности своих аргументов, и в некоторой окрестности «нулевого» значения a_0 группового параметра a выполняется условие

$$\begin{gathered} h[g(\lambda, t, a),\ h(\lambda, t, a), b] = h[\lambda, t, \tilde{\varphi}(a, b)], \\ g_i[g(\lambda, t, a),\ h(\lambda, t, a), b] = \\ = g_i[\lambda, t, \tilde{\varphi}(a, b)], \qquad i = 1, \dots, n, \\ h(\lambda, t, a_0) = t, \qquad g_i(\lambda, t, a_0) = \lambda_i, \\ i = 1, 2, \dots, n, \end{gathered} \tag{4}$$

где

$$g(\lambda, t, a) = [g_i(\lambda, t, a),\ i = 1, 2, ..., n]^T.$$

Особенность семейства преобразований (3) состоит в том, что естественное координатно-временное пространство (λ, t), в котором определено движение ЛА, преобразуется в некоторое виртуальное координатно-временное пространство $(\tilde{\lambda}, \tilde{t})$, в котором исходная модель движения существенно упрощается. Все операции и в том, и в другом пространствах эквивалентны.

К числу простейших групп $G^1_{\text{Ли}}$ можно отнести группы сдвига, вращения, растяжения и группу проективных (дробно-линейных) преобразований.

Группу $G^1_{\text{Ли}}$ вполне характеризует ее инфинитезимальный оператор

$$X = \xi \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{i=1}^{n} \eta_i \frac{\partial}{\partial \lambda_i}, \tag{5}$$

координаты которого $\xi = \xi(\lambda, t)$, $\eta_i = \eta_i(\lambda, t)$, $i = 1, 2, ..., n$ связаны с конечными преобразованиями (3) группы $G^1_{\text{Ли}}$ следующим образом:

$$\begin{gathered} \xi = \frac{\partial h(\lambda, t, a)}{\partial a}\bigg|_{a=0}, \\ \eta_i = \frac{\partial g_i(\lambda, t, a)}{\partial a}\bigg|_{a=0}, \qquad i = 1, 2, ..., n. \end{gathered} \tag{6}$$

В свою очередь, конечные преобразования (4) группы $G^1_{\text{Ли}}$ можно восстановить по известному оператору (5), решив систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{gathered} \frac{d\tilde{t}}{da} = \xi(\tilde{\lambda}, \tilde{t}), \\ \frac{d\tilde{\lambda}_i}{da} = \eta_i(\tilde{\lambda}, \tilde{t}), \qquad i = 1, 2, ..., n \end{gathered} \tag{7}$$

при начальных условиях $\tilde{t}(0) = t$, $\tilde{\lambda}_i(0) = \lambda_i$.

Функция $F(\lambda, t)$ называется инвариантом группы $G^1_{\text{Ли}}$, если для любых значений λ, t, a выполнено условие

$$F[h(\lambda, t, a), g(\lambda, t, a)] = F(\lambda, t). \tag{8}$$

Известно, что функция $F(\lambda, t)$ есть инвариант группы $G^1_{\text{Ли}}$ в том и только в том случае, если справедливо равенство

$$XF = 0. \tag{9}$$

На основе применения групп преобразований Ли сравнительно легко решается вопрос о количественном и качественном составе независимых инвариантов. Использование в качестве составляющих вектора фильтруемых параметров независимых инвариантов позволяет уменьшить размерность задачи фильтрации и свести ее по существу к сдаче идентификации некоторой конечно-аналитической модели, заданной группой преобразований Ли. Применение простейших базисных групп сдвига, вращения, растяжения и т. д. позволяет строить сколь угодно сложные групповые модели, обладающие требуемой «гибкостью» (необходимым числом степеней свободы) и имеющие ясный физический смысл.

Рассмотрим простейший пример. Пусть некоторое сложное движение в двумерном пространстве достаточно хорошо на непродолжительных отрезках времени T аппроксимируется эллиптической траекторией

$$\begin{gathered} x_1 = \cos a x_0 \cos\Omega t + \sin a y_0 \sin\Omega t, \\ y_1 = -\sin a x_0 \cos\Omega t + \cos a y_0 \sin\Omega t. \end{gathered} \tag{10}$$

Качество аппроксимации определяется расстоянием между истинной траекторией $g_{1\text{И}}$ и эллиптической траекторией g_1:

$$\rho(g_{1\text{И}}, g_1) = \left\{ \int_t^{t+T} (x_{1\text{И}} - x_1)^2 dt + \int_t^{t+T} (y_{1\text{И}} - y_1)^2 dt \right\}^{1/2}. \tag{11}$$

Заметим, что $\rho(g_{1\text{И}}, g_1)$ зависит от параметра a, определяющего ориентацию эллипса в пространстве. Параметр a является углом поворота эллипса. Можно найти такое значение a, при котором $\rho(g_{1\text{И}}, g_1)$ минимально. Для того чтобы аппроксимировать реальную функцию эллиптической кривой на больших отрезках времени, необходимо изменять параметр a, т. е. определять a как функцию времени $a = a(t)$.

Здесь применено семейство операторов преобразования

$$T_a : \begin{cases} t = t, \\ x_1 = x\cos a - y\sin a, \\ y_1 = x\sin a + y\cos a. \end{cases} \tag{12}$$

Рассматривая ЛА как точку трехмерного евклидова пространства $R^3(x, y, z) = R^3$, введем в нем локальную однопараметрическую непрерывную группу преобразований $G^{1}_{\text{Ли}}$

$$T_a:\begin{cases} x = f_x(x_0, y_0, z_0, v, a) = f_x, \\ y = f_y(x_0, y_0, z_0, v, a) = f_y, \\ z = f_z(x_0, y_0, z_0, v, a) = f_z, \end{cases} \quad (13)$$

$$a \in \Delta_a \subset R^1,$$

где f_x, f_y, f_z — непрерывно дифференцируемые (требуемое число раз) по совокупности аргументов и локально обратимые функции, известные с точностью до вектора параметров $v = [v_i, i = 1, ..., J_v]^T$, $a = a(t, w)$ — вещественный групповой параметр, принимающий значения из интервала Δ_a и являющийся известной с точностью до вектора параметров $w = [w_i, i = 1, ..., J_w]^T$, дифференцируемой по t функцией времени ($a(t_0, w) = a_0$) — «единичное» значение группового параметра a.

При выборе функций f_x, f_y, f_z должны выполняться следующие необходимые условия:

$$T_a:\begin{cases} x|_{a=a_0} = f_x(x_0, y_0, z_0, v, a_0) = x_0, \\ y|_{a=a_0} = f_y(x_0, y_0, z_0, v, a_0) = y_0, \\ z|_{a=a_0} = f_z(x_0, y_0, z_0, v, a_0) = z_0, \end{cases} \quad (14)$$

где x_0, y_0, z_0 — координаты начального положения ЛА в момент времени $t = t_0$.

Предполагается, что семейство преобразований $\{T_a\}$, определенное на интервале Δ_a, обладает всеми необходимыми групповыми свойствами.

Геометрический смысл формулы (14) состоит в том, что семейство $\{T_a\}$ при соответствующем задании функций f_x, f_y, f_z, $a(t, w)$ и значений параметров v, w позволяет описать возможную кинематику ЛА в R^3, т. е. (14) можно рассматривать в качестве приближенной (а в ряде случаев и точной) модели движения ЛА. Если предположить, что групповой параметр a не является функцией времени ($da/dt = 0$), то выражение (14) задает (с точностью до вектора параметров v) модель пространственной «трубки», по которой может двигаться ЛА. В противном случае формула (14) задает с точностью до вектора v и w возможный временной закон, в соответствии с которым происходит движение ЛА по указанной «трубке».

ВЫВОДЫ

Для повышения устойчивости решения задач оценивания движения целесообразно применять инвариантно-групповой подход, который позволяет представить на некотором временном интервале сложное стохастическое движение в форме регулярного аналитического выражения с переменным одномерным групповым параметром. Для такого представления необходимо определить в исходной модели движения совокупность инвариантов, которой должна соответствовать новая форма представления движения.

1. Булычев Ю. Г., Манин А. П. Метод марковско-групповой фильтрации параметров движения объектов // Радиотехника и электроника.—1991.—**36**, № 5.—С. 927—934.
2. Булычев Ю. Г., Манин А. П. Математические аспекты определения движения летательных аппаратов. Монография. — М.: Машиностроение, 2000.—252 с.
3. Манин А. П. Теория и практика инвариантно-регуляризированного оценивания параметров движения ЛА в условиях структурно-параметрической неопределенности. Монография. — М.: Министерство обороны РФ, 2005.—236 с.

THE INVARIANT-REGULAR PROCESSING OF MEASUREMENTS OF CURRENT NAVIGATING PARAMETERS OF SPACE VEHICLES AND ROCKETS-CARRIERS

A. P. Manin

We consider the system approach to the estimation of movement of objects which is based on invariant-group properties of movement-supervision models. The fact is used that the majority of mathematical movement-supervision models is characterized by a set of the invariants which can be applied in identification and estimation of movement parameters.