

УДК 533.951

**Г. Д. Абурджания, Д. Г. Ломинадзе,  
А. Г. Хантадзе, О. А. Харшиладзе**

Тбіліський державний університет, Грузія

Космічне агентство Грузії

E-mail: aburj@mymail.ge, contact@gsa.gov.ge

# Новый механизм усиления и взаимной трансформации волн в ионосфере с неоднородным зональным ветром

*Доповідь на конференції 05.09.05*

Досліджено генерацію та динаміку планетарних замагнічених хвиль Россбі та інерційних хвиль у обертовій дисипативній іоносфері при гладкому неоднорідному зональному вітрі (зсувній течії). Замагнічені хвилі Россбі обумовлені взаємодією із просторово неоднорідним геомагнітним полем і є іоносферними проявами звичайних тропосферних хвиль Россбі. Виявлено ефективний лінійний механізм підсилення і взаємної трансформації хвиль Россбі та інерційних хвиль. Для зсувних течій власні функції задачі є неортогональними, і канонічний модальний підхід мало придатний для вивчення таких рухів. Застосування так званого немодального математичного аналізу, що активно розвивається в останні роки, дає можливість виявити, що трансформація хвильових збурень у зсувних течіях обумовлена неортогональністю власних функцій задачі при лінійній динаміці. У зв'язку з цим появляються новий ступінь свободи системи та новий шлях еволюції збурень у середовищі. Числовим моделюванням ілюструються особливості взаємодії хвиль з с фоновою течією та взаємною трансформацією хвильових збурень у D-, E- і F-областях іоносфери. Встановлено, що наявність в іоносферному середовищі геомагнітного поля, холлівських і педерсенівських струмів поліпшує взаємодію та взаємообмін енергією між хвиліми і зсувною течією.

## ВВЕДЕНИЕ

Крупномасштабные волновые движения играют важную роль в процессах энергетического баланса и циркуляции атмосферы и океана. Простейшим теоретически возможным видом крупномасштабного движения в ионосфере является геострофическое движение, т. е. движение, в динамических уравнениях для которого горизонтальный градиент давления и сила Кориолиса имеют одинаковый порядок, а остальные члены пренебрежимо малы. Как показали исследования классиков этой области, Россби [39], А. М. Обухова [16] и И. А. Кибеля [11], реаль-

ные атмосферные движения больших масштабов характеризуются непрестанным процессом адаптации к геострофическому. Для нижних слоев атмосферы (исключая граничный слой Земли, фронтальные поверхности и струйные течения) геострофическое приближение дает удовлетворительную точность для синоптической практики [3, 22].

Однако в ионосфере, в отличие от низких слоев атмосферы, при изучении динамики крупномасштабных планетарных процессов необходимо учитывать неоднородность, нестационарность ветрового процесса, турбулентное состояние нижней ионосферы и влияние неоднородных

электромагнитных сил. Эти факторы, которые из-за малой плотности среды в ионосфере и сравнительно большой проводимости ионосферного газа особенно сильно выражены, могут вызвать значительные отклонения действительного ветра (обычной планетарной волны Россби) от геострофического. Следовательно, общая циркуляция в ионосфере должна иметь специфические особенности, которых нет в условиях тропосферы.

Впервые стационарная задача о существовании в ионосфере крупномасштабных (планетарных) волн Россби (горизонтальных ветров) для случая прямолинейного равномерного течения среды в геомагнитном поле обсуждалась в работе Докучаева [7]. Выявлено, что при теоретическом изучении и интерпретации динамики ветров выше 100 км необходимо учитывать возможные отклонения от геострофического ветра, связанные с действием электромагнитных сил. В дальнейшем появились и ряд других работ [1, 2, 19, 21, 26, 32], в которых изучены нестационарные эволюции ветровых структур в проводящей ионосферной среде под влиянием пространственно неоднородного геомагнитного поля.

Действие геомагнитного поля приводит, с одной стороны, к индукционному затуханию планетарных волн типа Россби, связанного с педерсеновской или поперечной (по отношению к магнитному полю) проводимостью, а с другой — к гироскопическому эффекту, обусловленному холловской проводимостью ионосферы, который действует на возмущения подобно силе Кориолиса. В результате совместного действия пространственно неоднородных кориолисовой и электродинамической (связанной с геомагнитным полем) сил в ионосфере может существовать новый тип волн, физически отличающихся от обычной волны Россби, которые можно назвать замагниченными волнами Россби или волнами типа Россби.

В цитируемых и других предшествующих работах динамика волны Россби или замагниченной волны Россби изучалась в лучшем случае при наличии постоянного однородного зонального ветра. Поэтому для решения соответствующих динамических уравнений применялся традиционный канонический модальный подход, т. е. спектральное разложение (Фурье или Лапласа) волновых величин во времени.

Однако результаты многолетних наблюдений [6, 10, 20] показывают, что в атмосферно-ионосферных слоях постоянно есть пространственно неоднородные зональные ветры — сдвиговые течения — обусловленные неравномерным нагревом атмосферных слоев солнечной радиацией. В связи с этим актуальной становится задача о генерации и эволюции обычной и замагниченной волн Россби в разных слоях атмосферы при их взаимодействии с неоднородным зональным ветром (сдвиговым течением).

Интерес к сдвиговым течениям вообще обусловлен их повсеместной реализацией как в околосземном пространстве, в галактиках, звездах, струйных выбросах, мировом океане и т. д., так и в лабораторных и технических устройствах (нефтепроводах, газопроводах, в плазменных магнитных ловушках, магнитогидродинамических генераторах и т. д.). Сдвиг скорости в течениях является мощным источником разнообразных энергоемких процессов в сплошной среде, теоретическое осмысление которых, несмотря на многолетнюю историю исследований, даже в линейном приближении затруднено. Каноническое (модальное) исследование линейных волновых процессов — спектральное разложение во времени возмущений с дальнейшим анализом собственных значений — в сдвиговых течениях упускает из поля зрения крайне важный физический процесс — взаимную трансформацию волновых мод [38, 41].

Строгое математическое описание специфики сдвиговых течений выявило [38], что при каноническом модальном анализе линейных процессов фигурирующие в динамических уравнениях операторы являются несамосопряженными [41] и, как следствие этого, собственные функции задачи неортогональны друг к другу — они сильно интерферируют между собой. Одним из результатов этого факта является то обстоятельство, что даже если все собственные функции убывают монотонно (экспоненциально) во времени (т. е. комплексные части всех собственных частот являются отрицательными), частное решение может демонстрировать большое относительное увеличение на конечном интервале времени. Следовательно, с помощью анализа отдельных собственных функций и собственных значений нельзя судить о линейной стадии эволюции возмущений в сдвиговых течениях. Это

обстоятельство делает необходимым точный расчет результатов интерференции собственных функций для корректного описания явлений, что порой представляет собой проблему непреодолимой сложности.

Существует и другой, так называемый немодальный анализ линейных процессов в сдвиговых течениях, который берет свое начало со времен Кельвина [36]. При этом подходе решается модифицированная начальная задача (задача Коши) с помощью прослеживания за эволюцией во времени пространственных фурье-гармоник (ПФГ) возмущений без какого-либо спектрального разложения во времени [23, 28, 31, 33, 34]. Являясь оптимальным «языком», немодальный подход максимально упрощает математическое описание динамики возмущений в сдвиговых течениях и позволяет выявить ключевые явления (обусловленные неортогональностью линейной динамики), которые ускользали из виду при модальном анализе. В рамках этого подхода уже получено много новых, неожиданных результатов, в частности касающихся эволюции звуковых возмущений, обмена энергии между соответствующими ПФГ и горизонтальным сдвиговым течением [23, 28]; открыт новый механизм линейной трансформации волн в сдвиговых течениях [24, 27].

Обычно при исследовании динамики волн типа Россби в диспергирующей среде (атмосфере, ионосфере, океане) в соответствующей замкнутой системе гидро- или магнитогидродинамических уравнений проводят разложение по малому параметру (параметру Россби). А это фактически соответствует усреднению по высокочастотной инерционной ветви колебаний и в результате получается уравнение переноса вихря или уравнение Чарни — Обухова [16, 30], анализу которого и посвящена основная часть работ по динамике волн типа Россби [5, 6, 14, 15, 17, 18, 39]. Такое приближение, конечно, исключает возможность быстрых процессов в системе и оставляет вне поля зрения возможность трансформации волн Россби в высокочастотные гироколические волны при наличии зональных сдвиговых течений и, тем самым, может сильно исказить картину волновых процессов в атмосфере. Итак, такой подход закрывает тот канал переноса, по которому в определенных условиях течет большая часть энергии волн типа Россби.

Ниже мы покажем, что уже в случае простейшего сдвигового течения (гладко-неоднородного ветра) использование в качестве базовой модели уравнения Чарни — Обухова приводит к игнорированию важных процессов обмена энергией между высокочастотными (инерционными) волнами и низкочастотными волнами Россби. Фактически речь идет о трансформации волн из низкочастотной ветви в волны высокочастотной ветви, т. е. существенном изменении временного масштаба волнового процесса. Дело в том, что в сдвиговых течениях волны разных масштабов становятся связанными: в уравнениях, описывающих их эволюцию, при правильной записи появляются связанные члены, которые при определенных значениях параметров системы приводят к интенсивным взаимным трансформациям мод.

В данной работе исследуется линейная эволюция волн типа Россби в сдвиговых зональных течениях в D-, E- и F-областиях ионосферы. В динамических уравнениях возмущенные магнитогидродинамические величины представляются посредством ПФГ, что соответствует немодальному анализу в системе координат, движущихся с фоновым ветром. Подобное пространственное фурье-разложение позволяет в основных уравнениях заменить пространственную неоднородность, связанную с неоднородностью основного зонального течения, неоднородностью во времени и проследить за временной эволюцией ПФГ возмущений.

## 2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ОСНОВА НЕМОДАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Здесь нас будут интересовать в основном крупномасштабные (планетарные) волновые движения в ионосферной среде (состоящей из электронов, ионов и нейтральных частиц), имеющие горизонтальный пространственный масштаб  $L_h$  порядка 1000 км и выше, вертикальный масштаб  $L_v$  порядка шкалы высот  $H_0$  и временной масштаб  $\tau$  порядка полусуток и выше. Именно такие движения связаны с глобальными распределениями структуры ионосферы и ее крупномасштабными вариациями — суточными, сезонными, 27-сут и т. д. Согласно экспериментальным данным [10, 13, 35] в ионосферных крупномасш-

табных движениях отношение характерной вертикальной скорости  $V_v$  к горизонтальной  $V_h$  мало:  $V_v/V_h \leq L_v/L_h < 0.01$ . Из этого соотношения следует, что крупномасштабные движения в ионосфере в основном являются квазигоризонтальными. Причем динамические свойства такой среды и движения определяются нейтральным компонентом, поскольку выполняется условие  $N_{e,i}/N_n \ll 1$  (где  $N_e$ ,  $N_i$ ,  $N_n$  — концентрация электронов, ионов и нейтрального компонента соответственно). Наличие же заряженных частиц обуславливает электропроводность рассматриваемой среды.

Из теоретически возможных ионосферных крупномасштабных волновых движений мы выделим класс возмущений, для которых эффективное магнитное число Рейнольдса  $R_{\text{оф}} \approx \approx 4\pi\sigma_{\text{оф}}VLc^{-2} \ll 1$  (где  $\sigma_{\text{оф}}$  есть эффективное значение проводимости для ионосферы,  $c$  — скорость света,  $V$  и  $L$  — характерные скорости и размеры возмущений соответственно), что достаточно хорошо выполняется почти вплоть до F-слоя ионосферы [10, 20]. Вследствие этого для нижней ионосферы можно пренебречь индуцированным магнитным полем  $b \approx R_{\text{оф}}B$  и возникающим при изменении  $b$  вихревым электрическим полем  $E_v \propto R_{\text{оф}}(VB)$ . Следовательно, для рассматриваемого класса волновых возмущений магнитное поле можно считать заданным и равным внешнему, пространственно неоднородному геомагнитному полю  $B_0(B = b + B_0 \approx B_0, E_v \rightarrow 0)$ . Оно удовлетворяет уравнениям  $\text{div}B_0 = 0$ ,  $\text{rot}B_0 = 0$ . В подобном безындукционном приближении достаточно рассматривать лишь возникающие в среде токи  $j$ , пренебрегая создаваемым ими магнитным полем. При этом действие геомагнитного поля  $B_0$  на индукционный ток  $j$  в ионосферной плазме приводит к необходимости учитывать пондеромоторную силу  $[j \times B_0]$  в известных уравнениях динамики ионосферы (помимо сил давления, Кориолиса и вязкого трения). Наличие этой силы не только модифицирует геострофический ветер (из-за холловских токов), но и вызывает отклонение ветра от геострофического вследствие появления индукционного торможения (из-за педерсеновских токов) в ионосфере земли, более значительного, чем вязкое торможение [4, 7], особенно в F-области [20, 35].

Крупномасштабные возмущения типа Россби в ионосфере, казалось бы, должны описываться на базе уравнений мелкой воды. Однако при использовании уравнений мелкой воды для атмосферных длинноволновых процессов атмосфера обычно предполагается баротропной. В действительности, как видно из синоптических карт, это предположение выполняется не всегда. В работе [18] показано, что система уравнений мелкой атмосферы должна учитывать сжимаемость среды.

Исходя из вышесказанного, основные свойства планетарной волны типа Россби в ионосфере целесообразно рассматривать, взяв в качестве исходных: а) уравнение для горизонтальной скорости среды  $V_\perp$  ( $V_x, V_y$ ), в котором принято, что ускорение определяется градиентом давления, силами Кориолиса, объемной электродинамической и вязкого трения [6, 7, 17]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_\perp}{\partial t} + (V_\perp \nabla) V_\perp = - \frac{\nabla P}{\rho} - 2[\Omega_0 \times V_\perp] + \\ + \frac{1}{\rho c} [j \times B_0] + \nu \Delta_\perp V_\perp, \end{aligned} \quad (1)$$

б) уравнение неразрывности [18]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (V_\perp \nabla) \rho + \rho \gamma^{-1} \text{div} V_\perp = 0, \quad (2)$$

в) уравнение состояния

$$\frac{\partial P}{\partial t} + (V_\perp \nabla) P + P \text{div} V_\perp = 0. \quad (3)$$

Здесь  $P$  и  $\rho = N_n M$  — давление и плотность среды,  $M$  — масса иона или нейтральной частицы,  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $\Delta_\perp = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$  — горизонтальный лапласиан. Пондеромоторная сила  $[j \times B_0]$  в значительной степени определяет специфику ионосферных движений [1, 25]. Плотность индукционного тока  $j$  определяется из обобщенного закона Ома для ионосферы [4, 20]:

$$j = \sigma_{\parallel} E_{d\parallel} + \sigma_{\perp} E_{d\perp} + \frac{\sigma_H}{B_0} [B_0 \times E_d], \quad (4)$$

где параллельная проводимость  $\sigma_{\parallel}$  в направлении магнитного поля  $B_0$ , педерсеновская или поперечная проводимость  $\sigma_{\perp}$  (поперек  $B_0$ ) и проводимость Холла  $\sigma_H$  определяются выражениями

$$\begin{aligned}\sigma_{\parallel} &= e^2 N \left( \frac{1}{m v_e} + \frac{1}{M v_{in}} \right), \\ \sigma_{\perp} &= e^2 N \left[ \frac{v_e}{m(v_e^2 + \omega_{Be}^2)} + \frac{v_{in}}{M(v_{in}^2 + \omega_{Bi}^2)} \right], \\ \sigma_H &= e^2 N \left[ \frac{\omega_{Be}}{m(v_e^2 + \omega_{Be}^2)} - \frac{\omega_{Bi}}{M(v_{in}^2 + \omega_{Bi}^2)} \right].\end{aligned}\quad (5)$$

Здесь  $e$ ,  $m$ ,  $v_e = v_{ei} + v_{en}$ ,  $\omega_{Be} = eB_0/m$  — заряд, масса, частота столкновений электронов с ионами и нейтральными молекулами и циклотронная частота электронов,  $v_{in}$  и  $\omega_{Bi} = eB_0/M$  — соответствующие значения для ионов. Считая ионосферу с высокой степенью точности квазинейтральной, мы пренебрегли электростатической ( $E_e = -\nabla\Phi$ ,  $\Phi$  — электростатический потенциал) и вихревой ( $E_v$ ) частями электрического поля. Таким образом, в уравнении (4) напряженность электрического поля при учете движения среды определяется только лишь динамополем  $E_d = [\mathbf{V} \times \mathbf{B}_0]$  [7, 20].

Поскольку длина планетарных волн сравнима с радиусом Земли  $R$ , мы исследуем такие движения в приближении  $\beta$ -плоскости, специально разработанном для анализа крупномасштабных процессов [6, 17], в «стандартной» системе координат [3, 22]. В этой системе ось  $x$  направлена вдоль параллели на восток, ось  $y$  — вдоль меридиана на север, а ось  $z$  — вертикально вверх (локальная декартова система координат). При этом дифференциалы  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  связаны с параметрами сферической системы координат  $\lambda$ ,  $\theta$ ,  $r$  приближенными формулами:  $dx = R \sin \theta d\lambda$ ,  $dy = -R d\theta$ ,  $dz = dr$ . Скорости соответственно равны  $V_x = V_\lambda$ ,  $V_y = -V_\theta$ ,  $V_z = V_r$ . Здесь  $\theta = \pi/2 - \varphi$  — коширота,  $\varphi$  — географическая широта,  $\lambda$  — долгота,  $r$  отсчитывается из центра вдоль радиуса Земли. В дальнейшем примем  $V_z = 0$  (по отмеченным выше причинам) и геомагнитное поле — дипольным  $\mathbf{B}_0$  ( $B_{0x}$ ,  $B_{0y}$ ,  $B_{0z}$ ), которое в выбранной системе координат имеет компоненты [7, 20]

$$B_{0x} = 0, \quad B_{0y} = -B_e \sin \theta', \quad B_{0z} = -2B_e \cos \theta',$$

где  $B_e \approx 35$  мкТл — значение индукции геомагнитного поля на экваторе. При этом полная индукция геомагнитного поля  $B_0 = B_e(1 + 3 \cos^2 \theta')^{1/2}$  и  $\theta' = \pi/2 - \varphi'$ ,  $\varphi'$  — геомагнитная

широта. В этой же системе координат для составных вектора угловой скорости вращения Земли  $\Omega_0$  ( $\Omega_{0x}$ ,  $\Omega_{0y}$ ,  $\Omega_{0z}$ ) можно записать

$$\Omega_{0x} = 0, \quad \Omega_{0y} = \Omega_0 \sin \theta, \quad \Omega_{0z} = \Omega_0 \cos \theta.$$

Предполагается, что географические и геомагнитные широты совпадают ( $\varphi = \varphi'$ ,  $\theta = \theta'$ ), а возмущения располагаются возле широты  $\varphi_0 = \pi/2 - \theta_0$ . Далее линеаризуем систему уравнений (1)–(5) на фоне плоского зонального сдвигового течения  $\mathbf{V}_0$ :  $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}'(x, y)$ ,  $\rho = \rho_0 + \rho'(x, y)$ ,  $P = P_0 + P'(x, y)$ , где величины со штрихом являются возмущенными, а средние (фоновые) значения обозначены индексом «нуль» (для простоты далее штрих у возмущенных величин опускаем). Итак, исходная система уравнений для крупномасштабных малых (линейных) возмущений примет вид

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{V}_\perp}{dt} + (\mathbf{V}_\perp \nabla) \mathbf{V}_0 &= -\frac{\nabla P}{\rho_0} - 2[\Omega \times \mathbf{V}_\perp] - \\ -\frac{\sigma_\perp}{\rho_0 c^2} (B_0^2 \mathbf{V}_\perp - B_{0y} V_y \mathbf{B}_0) + \frac{B_0 \sigma_H}{\rho_0 c^2} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}_0] + \nu \Delta \mathbf{V}_\perp, \\ \gamma \frac{d\rho}{dt} + \gamma(\mathbf{V}_\perp \nabla) \rho_0 + \rho_0 \operatorname{div} \mathbf{V}_\perp &= 0, \\ \frac{dP}{dt} + (\mathbf{V}_\perp \nabla) P_0 + P_0 \operatorname{div} \mathbf{V}_\perp &= 0.\end{aligned}\quad (6)$$

Здесь  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{V}_0 \nabla$ ,  $\mathbf{V}_0$  ( $V_{0x}$ ,  $0$ ,  $0$ ) — скорость фонового зонального ветра, которая для горизонтального сдвигового течения равна

$$\mathbf{V}_0 = a y \mathbf{e}_x,$$

где  $a$  — постоянный параметр ветрового сдвига,  $\mathbf{e}_x$  — единичный вектор, направленный вдоль оси  $x$ .

В выбранной локальной прямоугольной системе координат для составляющих (6) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}\left( \frac{\partial}{\partial t} + a y \frac{\partial}{\partial x} \right) V_x &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\sigma_\perp B_0^2}{\rho_0 c^2} V_x + \\ + \left( 2\Omega_{0z} + \frac{\sigma_H B_0 B_{0z}}{\rho_0 c^2} - a \right) V_y + \nu \Delta_\perp V_x,\end{aligned}\quad (7)$$

$$\begin{aligned}\left( \frac{\partial}{\partial t} + a y \frac{\partial}{\partial x} \right) V_y &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\sigma_\perp B_{0z}^2}{\rho_0 c^2} V_y - \\ - \left( 2\Omega_{0z} + \frac{\sigma_H B_0 B_{0z}}{\rho_0 c^2} \right) V_x + \nu \Delta_\perp V_y,\end{aligned}\quad (8)$$

$$\gamma \left( \frac{\partial}{\partial t} + ay \frac{\partial}{\partial x} \right) \rho + \rho_0 \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) = 0, \quad (9)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + ay \frac{\partial}{\partial x} \right) P + P_0 \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) = 0. \quad (10)$$

Заметим, что в уравнении движения (8) отброшен член  $2\Omega_{0z}V_{0x}\rho/\rho_0$ , так как он намного меньше, чем третий член правой части (8). Действительно, для рассматриваемых нами крупномасштабных малых возмущений  $V_x/V_{0x} \gg \rho/\rho_0$  [5, 6, 17]. В этом случае уравнение (9) становится независимым и определяет возмущенную плотность среды при известных значениях распределения скорости  $V_{x,y}(x, y, t)$ . Таким образом, для нашей задачи мы имеем замкнутую систему трех уравнений (7), (9) и (10).

Для дальнейшего анализа особенностей замагниченной волны Россби в ионосфере удобно ввести систему координат со сдвигающимися осями  $X_1O_1Y_1$ , начало отсчета  $O_1$  и  $Y_1$ , ось которой совпадает с теми же характеристиками равновесной локальной системы  $XOY$ , а ось  $X_1$  движется совместно с невозмущенным (фоновым) течением (рис. 1). Для нашей задачи это равносильно замене переменных

$$x_1 = x - ayt, \quad y_1 = y, \quad t_1 = t,$$

или же

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t_1} - ay \frac{\partial}{\partial x_1},$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x_1},$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y_1} - at_1 \frac{\partial}{\partial x_1}.$$

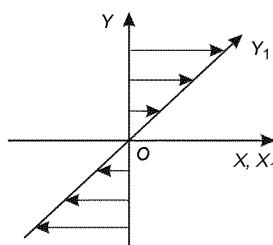


Рис. 1. Локальная декартовская система координат  $XOY$  и система с движущимися осями  $X_1O_1Y_1$ . Стрелками обозначены направления скорости фонового течения  $V_{0x} = ay$ . Ось  $X_1$  движется совместно со сдвиговым течением

С новыми переменными уравнения (7), (8), (10) примут вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_x}{\partial t_1} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x_1} - \frac{\sigma_\perp B_0^2}{\rho_0 c^2} V_x + \\ &+ \left( 2\Omega_{0z} + \frac{\sigma_H B_0 B_{0z}}{\rho_0 c^2} - a \right) V_y + \\ &+ \nu \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left( \frac{\partial}{\partial y_1} - at_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \right)^2 \right] V_x, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_y}{\partial t_1} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x_1} - \frac{\sigma_\perp B_{0z}^2}{\rho_0 c^2} V_y - \\ &- \left( 2\Omega_{0z} + \frac{\sigma_H B_0 B_{0z}}{\rho_0 c^2} \right) V_x + \\ &+ \nu \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left( \frac{\partial}{\partial y_1} - at_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \right)^2 \right] V_y, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t_1} + P_0 \left[ \frac{\partial V_x}{\partial x_1} + \left( \frac{\partial}{\partial y_1} - at_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \right) V_y \right] = 0. \quad (13)$$

Проведенная замена переменных не является физическим переходом к новой системе отсчета, так как в уравнениях (11)–(13) величины  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $P$ , как и в уравнениях (6), имеют смысл составляющих возмущенной скорости и давления волнового возмущения в декартовой системе координат  $XOY$ . Коэффициенты исходной системы линейных уравнений (6) (или (7)–(10)) зависели от пространственной координаты  $y$ . Подобные математические преобразования заменили эту пространственную неоднородность неоднородностью во времени (см. уравнения (11)–(13)). Так что коэффициенты системы (11)–(13) стали независящими от пространственных переменных  $x_1$ ,  $y_1$ , что позволяет провести Fourier-анализ этих уравнений относительно пространственных переменных  $x_1$ ,  $y_1$ , а временную эволюцию этих ПФГ рассматривать независимо:

$$\begin{aligned} \begin{cases} V_x(x_1, y_1, t_1) \\ V_y(x_1, y_1, t_1) \\ P(x_1, y_1, t_1) \end{cases} &= \\ &= \int \int \int_{-\infty}^{\infty} dk_{x_1} dk_{y_1} \begin{cases} \tilde{V}_x(k_{x_1}, k_{y_1}, t_1) \\ \tilde{V}_y(k_{x_1}, k_{y_1}, t_1) \\ \tilde{P}(k_{x_1}, k_{y_1}, t_1) \end{cases} \exp(ik_{x_1}x_1 + ik_{y_1}y_1). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь тильдой обозначены пространственные фурье-гармоники соответствующих физических величин.

С целью выявления деталей мы разбиваем скорость среды на вихревую и потенциальную составляющие и, соответственно, вводим завихренность  $\Omega = \text{rot}_z V_{\perp} = \partial V_y / \partial x - \partial V_x / \partial y$  и дивергенцию  $\xi = \text{div} V_{\perp} = \partial V_x / \partial x + \partial V_y / \partial y$ . С помощью этих новых функций исходные динамические уравнения сводятся к уравнениям, обладающим замечательной особенностью — члены, содержащие производную от времени, для крупномасштабных процессов имеют тот же порядок, что и остальные члены (указанным свойством не обладают уравнения движения ионосферной среды в форме (11), (12)). Другой важной особенностью полученных уравнений является естественный учет эффектов пространственной неоднородности угловой скорости  $\Omega_0$  вращения Земли и геомагнитного поля  $B_0$ . Далее вводим параметр Россби  $\beta = \partial 2\Omega_{0z} / \partial y = 2\Omega_0 \sin \theta_0 / R > 0$ , а также магнитные аналоги параметра Россби

$$\beta_{Hz} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\sigma_H B_0 B_{0z}}{\rho_0 c^2} \right), \quad \beta_{\perp z} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\sigma_{\perp} B_{0z}^2}{\rho_0 c^2} \right),$$

$$b_{Hz} = \frac{\sigma_H B_0 B_{0z}}{\rho_0 c^2}, \quad b_{\perp y} = \frac{\sigma_{\perp} B_{0y}^2}{\rho_0 c^2}, \quad b_{\perp z} = \frac{\sigma_{\perp} B_{0z}^2}{\rho_0 c^2}.$$

Подставляя представление (14) в уравнениях (11)–(13), опуская знак тильды и переходя к безразмерным переменным

$$\begin{aligned} \tau &\Rightarrow 2\Omega_{0z} t_1, \quad \Omega \Rightarrow \Omega \frac{R}{V_0}, \quad \xi \Rightarrow \xi \frac{R}{V_0}, \\ P &\Rightarrow \frac{P}{\rho_0 V_0 \cdot 2\Omega_{0z} \cdot R}, \quad \beta \Rightarrow \beta \frac{R}{2\Omega_{0z}}, \\ \beta_{Hz} &\Rightarrow \beta_{Hz} \frac{R}{2\Omega_{0z}}, \quad \beta_{\perp z} \Rightarrow \beta_{\perp z} \frac{R}{2\Omega_{0z}}, \\ \delta &\Rightarrow \frac{P_0}{\rho_0 (2\Omega_{0z} R)^2}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$b_{Hz} \Rightarrow \frac{b_{Hz}}{2\Omega_{0z}}, \quad b_{\perp y} \Rightarrow \frac{b_{\perp y}}{2\Omega_{0z}}, \quad b_{\perp z} \Rightarrow \frac{b_{\perp z}}{2\Omega_{0z}},$$

$$S \Rightarrow \frac{a}{2\Omega_{0z}}, \quad \nu \Rightarrow \frac{\nu}{2\Omega_{0z} R^2},$$

$$k_x = k_x L, \quad k_y = k_y(0) - k_x S \tau,$$

$$k_y(0) = k_y(0) R, \quad k(\tau) = (k_x^2 + k_y^2(\tau))^{1/2},$$

для каждой ПФГ получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} &= \left[ i \frac{k_x}{k^2(\tau)} (\beta + \beta_{Hz}) - b_{\perp z} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{k_y^2(\tau)}{k^2(\tau)} b_{\perp y} - \nu k^2(\tau) \right] \Omega - \\ &- \left[ 1 - S - i \frac{k_y(\tau)}{k^2(\tau)} (\beta + \beta_{Hz}) + \right. \\ &\quad \left. + b_{Hz} - \frac{k_x k_y(\tau)}{k^2(\tau)} b_{\perp y} \right] \xi, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial \tau} &= - \left[ 2S \frac{k_x k_y(\tau)}{k^2(\tau)} - i \frac{k_x}{k^2(\tau)} (\beta + \beta_{Hz}) - \right. \\ &\quad \left. - i \frac{k_y(\tau)}{k^2(\tau)} \beta_{\perp z} + b_{\perp z} + \frac{k_x^2}{k^2(\tau)} b_{\perp y} + \nu k^2(\tau) \right] \xi + \\ &+ \left[ 1 - 2S \frac{k_x^2}{k^2(\tau)} - i \frac{k_y(\tau)}{k^2(\tau)} (\beta + \beta_{Hz}) + \frac{k_x}{k^2(\tau)} \beta_{\perp z} + \right. \\ &\quad \left. + b_{Hz} + \frac{k_x k_y(\tau)}{k^2(\tau)} b_{\perp y} \right] \Omega + k^2(\tau) P, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = -\delta \xi. \quad (18)$$

Из уравнений (16)–(18) видно, что холловская проводимость (индекс «H») сообщает ионосферной среде дополнительную гирокопичность, подобно силе Кориолиса, но в противоположном направлении, а педерсеновская проводимость (индекс « $\perp$ ») усиливает диссипативное свойство среды (индукционное торможение) [7, 20].

Плотность полной энергии волновых возмущений, пространственные фурье-гармоники которых определяются формулами (16)–(18), в пространстве волновых чисел имеет вид

$$E[k] = \frac{\Omega \Omega^*}{k^2(\tau)} + \frac{\xi \xi^*}{k^2(\tau)} + \frac{P P^*}{\delta}, \quad (19)$$

где звездочка означает комплексную сопряженность.

Таким образом, плотность полной энергии возмущений состоит из трех частей:  $E[k] = E_v + E_c + E_e$ , где первое слагаемое есть энергия вихревой части возмущений  $E_v = \Omega \Omega^* / k^2(\tau)$ , второе — часть энергии сжатия  $E_c = \xi \xi^* / k^2(\tau)$ , третье — потенциальная энергия, обусловленная упругостью возмущения,  $E_e = P P^* / \delta$ . При

отсутствии сдвигового течения ( $S = 0$ ) и диссипативных процессов ( $\nu = 0$ ,  $\sigma_{\perp} = 0$ ) плотность полной энергии рассматриваемых волновых возмущений в ионосфере сохраняется ( $(\partial E(\tau)/\partial \tau) = 0$ ).

### 3. ОБЩИЙ АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ

В данной работе мы хотим обсудить тот просчет, который делается при описании эволюции волн типа Россби при наличии зональных сдвиговых течений. А конкретно, продемонстрируем, что в течениях с умеренным сдвигом низкочастотные волны Россби, являющиеся преимущественно вихревыми, с течением времени трансформируются в высокочастотно-потенциальные инерционные волны. Фактически речь идет о существенном изменении временного масштаба волнового процесса в результате трансформации. Этот новый вид трансформации волн в сдвиговых течениях впервые был описан в работе [29] для случая магнитогидродинамических волн. Физика процесса проста и легко воспринимается на примере системы связанных линейных осцилляторов.

Рассмотрим два маятника, длина каждого из которых изменяется во времени (адиабатически). Это обуславливает зависимость от времени собственных частот этих маятников:  $\omega_1(t)$  и  $\omega_2(t)$ . Предположим, что между ними есть слабая связь. Обозначая коэффициент связи через  $\chi(t)$  (который в общем случае тоже зависит от времени), уравнения колебания таких связанных маятников запишем в виде

$$\frac{\partial^2 X_1}{\partial t^2} + \omega_1^2(t)X_1 = \chi(t)X_2,$$

$$\frac{\partial^2 X_2}{\partial t^2} + \omega_2^2(t)X_2 = \chi(t)X_1,$$

где  $X_1$  и  $X_2$  — осциллирующие переменные, характеризующие движение маятников. Если частоты этих маятников сильно отличаются друг от друга, то несмотря на связь, обмена энергией между ними практически не происходит. Эффективный обмен энергией начинается при сближении частот осцилляторов. Необходимыми условиями эффективного обмена энергией являются условия [12]:

А) существование «области вырождения», в которой

$$|\omega_1^2(t) - \omega_2^2(t)| \lesssim |\chi(t)|;$$

Б) «медленное» прохождение «области вырождения» — за период времени, существенно превышающий

$$\chi(t): |d\omega_1(t)/dt|, |d\omega_2(t)/dt| \ll |\chi(t)|.$$

То есть, если вначале колебался только первый маятник, то из-за изменения его длины может наступить сближение частот  $\omega_1(t)$  и  $\omega_2(t)$ , при котором будут выполняться условия А и Б. При этом существенная (а может и основная) часть колебательной энергии первого маятника передается второму, в результате чего начинаются сильные колебания второго маятника. При этом первый маятник может и вовсе остановиться. Подобный сценарий может реализоваться и для волн типа Россби.

В самом деле, условия А, Б справедливы для произвольных колебательных систем со связями, к которым можно свести описание целого ряда природных физических процессов. Они непосредственно применимы и к анализу линейного взаимодействия волн разных ветвей при сближении их частот друг с другом, в том числе и для волн типа Россби.

При этом эволюция каждой моды волн зависит от соотношения между четырьмя основными линейными процессами: а) дрейф каждой ПФГ в  $k$ -пространстве; б) обмен энергией между средним течением и пространственной фурье-гармоникой; в) взаимная трансформация мод; г) диссипация энергии возмущений. Процесс а) является универсальным и протекает практически одинаково для всех типов волн. Интенсивность процессов б) и в) в значительной степени зависит от типа волн и от параметров системы. Эффективность процесса г) определяется конкретным видом диссипации.

а) Из выражений (14), (15) видно, что волновые числа каждой ПФГ возмущений вдоль направления, перпендикулярного к скорости фонового течения (вдоль оси  $y$ ) изменяются со временем:  $k_y = k_y(0) - Sk_x\tau$ . Соответственно, каждая ПФГ возмущений «дрейфует» в  $k$ -пространстве в линейном приближении.

б) Значения волновых чисел ( $k_x, k_y(\tau)$ ) в значительной мере определяют интенсивность энер-

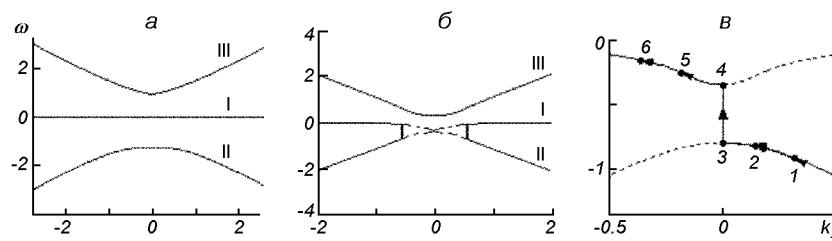


Рис. 2. Дисперсионные кривые при  $\beta = 0.1$ ,  $S = 0$ ,  $\delta = 1$ ,  $\nu = 10^{-1}$ ,  $k_x = 0.5$ ,  $k_y(0) = 10$ ,  $P_1^0 = 1$  в D-области: а —  $S = 0$ , б —  $S = 0.8$ , в — характеристная картина трансформации волн

гообмена между ПФГ и фоновым сдвиговым течением. Следовательно, линейный дрейф приводит к изменению интенсивности этого обмена. Не все ПФГ могут черпать энергию сдвига и усиливаться. Усиливаются только те, которые находятся в определенной области  $k$ -пространства (именуемой в дальнейшем областью усиления). При этом каждая из гармоник усиливается в течение ограниченного промежутка времени, пока она не покинет область усиления в результате линейного дрейфа. К тому же, нахождение ПФГ в этой области в основном предъявляет условие на направление (а не на величину) их волнового вектора. Следовательно, процесс обмена энергией между волновыми возмущениями и сдвиговым течением имеет ярко выраженный анизотропный характер в  $k$ -пространстве. Итак, есть возмущения, которые на линейной стадии эволюции могут черпать энергию сдвигового потока в течение лишь ограниченного промежутка времени, испытывая временный (транзистентный) рост.

в) Трансформация волновых мод является резонансным процессом. Резонансная трансформация волн в течениях ожидается, если:

- в среде возможно наличие хотя бы двух волновых мод;
- частоты волн изменяются со временем;
- вышеотмеченные условия А и Б выполняются.

г) Вязкая диссипация. Это явление становится эффективным, когда волновые числа увеличиваются. В конечном счете, если какое-нибудь нелинейное явление не проявится, этот процесс будет переводить энергию ПФГ в тепло.

Следует особо отметить, что в сдвиговых течениях (при  $S \neq 0$ ) из-за зависимости амплитуды волн от времени, дисперсионное уравнение, ко-

торое можно получить из уравнений (16)–(18), строго говоря, является весьма условным. Тем не менее, оно позволяет качественно правильно понять изменение во времени частотной характеристики волн, а также оценить степень сближения разных ветвей волн, имеющего место при определенных значениях  $k_y(\tau)$ . Как правило [18], при графическом представлении дисперсионных кривых волн Россби и инерционных волн ссылаются на зависимость от широтного волнового вектора  $k_x$ . Но в нашем случае для наглядности описываемого явления трансформации волн удобнее рассматривать зависимость частоты от  $k_y$ .

Для возмущений типа плоских волн, из системы уравнений (16)–(18) следует условное дисперсионное уравнение 3-й степени для частоты  $\omega(k_x, k_y)$  (см., например, уравнение (24)). Решения этого дисперсионного уравнения для различных значений параметра сдвига  $S$  представлены на рис. 2.

На рис. 2, а приведены решения дисперсионного уравнения D-области атмосферы при  $S = 0$ . В этом случае имеются три ветви волн (в размежном виде).

а) Ветвь I с частотами  $\omega \ll 2\Omega_0$  представляет собой волны Россби:

$$\omega_R = -\frac{k_x V_R}{1 + k^2 r_R^2}, \quad (20)$$

где  $V_R = \beta r_R^2$  — скорость Россби,  $r_R = C_a/(2\Omega_{0z})$  — радиус Россби,  $C_a = (P_0/\rho_0)^{1/2}$ . В E-области параметр Россби  $\beta$  заменяется на магнитный параметр Россби:

$$\beta \rightarrow \beta - (1/(\rho_0 c^2)) \partial (\sigma_H B_0 B_{0z}) / \partial y,$$

а для F-области остается  $\beta$ .

б) Ветвь II с частотами  $\omega \sim 2\Omega_0$  — инерционные (гироскопические) волны:

$$\omega_i^2 = (2\Omega_{0z})^2(1 + k^2 r_R^2), \quad (21)$$

в) Ветвь III с частотами  $\omega \gg 2\Omega_0$  — длинные акустические волны:

$$\omega_a^2 = k^2 C_a^2. \quad (22)$$

При больших  $k$  инерционные волны II переходят в длинные акустические волны III, бегущие со скоростью  $C_a$ .

Ветвь I, описывающая волны типа Россби, практически сливается с осью  $k_y$  (рис. 2, а), так как частоты этих волн намного меньше частот двух других волн (II и III). Естественно, что условия А и Б далеки от выполнения. Следовательно, волны Россби не связаны с инерционными волнами, и поэтому при  $S = 0$  взаимная трансформация волн не происходит.

Далее проследим за изменением дисперсионных кривых при  $S \neq 0$  (рис. 2, б). Будем обсуждать взаимосвязь только двух ветвей: I и II, так как только их групповые скорости могут совпадать друг с другом, и только между ними может возникать резонансная связь. Следовательно, можно ожидать взаимной трансформации лишь этих волн. При значениях сдвига  $S = -0.8$  есть диапазон волновых чисел  $k_x, k_y(\tau)$ , при которых низкочастотная и высокочастотная ветви приближаются друг к другу и даже сливаются.

Возникает «область вырождения» (область, обведенная пунктиром на рис. 2, б), в которой выполнение условий трансформации волн (условия А и Б) становится очевидным. Если считать, что в начальный момент времени была возбуждена лишь низкочастотная волна Россби с большим значением волнового вектора  $k_y(0) \gg k_x$  (при этом условии волновые возмущения практически не чувствуют наличия сдвигового течения), то со временем, по мере изменения  $k_y(\tau)$ , ее частота будет увеличиваться, она попадает в область вырождения (ее частота совпадает с частотой инерционной волны II), и определенная часть ее энергии трансформируется в энергию ветви II. Здесь налицо полная аналогия с взаимодействующими маятниками переменной длины, обсужденная выше.

Чем обусловлена временная зависимость частот волн в сдвиговых течениях и каков результат этой временной зависимости?

Частоты рассматриваемых волн (20), (21) являются определенными функциями волнового числа  $k_y(\tau)$ . Изменение  $k_y(\tau)$  со временем приводит к временной вариации частоты ПФГ — волна «скользит» возле дисперсионной кривой рассматриваемых мод. Следовательно, для определенных значений параметров системы дисперсионные кривые взаимодействующих волн в окрестности «особой точки» ( $k_y(\tau) \rightarrow 0$ ) приближаются друг к другу, и частоты волн могут совпадать в течение ограниченного промежутка времени. Этот факт приводит к резонансу волн и взаимной трансформации их энергии даже при малой временной вариации частот волн. Характерная картина эволюции рассмотренного процесса представлена на рис. 2, в.

Предположим, что волновая гармоника II нижней ветви (инерционной волны) с волновым числом  $k_y(0) = 0.4$  изначально возникла в точке 1. Из-за вариации  $k_y(\tau)$  со временем волна скользит вдоль дисперсионной кривой ( $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ ), и ее частота изменяется. В окрестности точки 3 расположена также часть дисперсионной кривой I верхней ветви (волна Россби), т. е. на дисперсионной кривой возникает «область вырождения». Следовательно, частота верхней ветви в точке 4 очень близко подходит к частоте нижней ветви в точке 3. Становится возможным резонансное взаимодействие — трансформация волн (точки 3  $\rightarrow$  4). Далее трансформированная волна (т. е. волна верхней ветви) продолжает «скользить» вдоль верхней дисперсионной кривой (вдоль точек 4  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  6).

Таким образом, появление «области вырождения» на дисперсионной кривой обуславливает обмен энергией между ПФГ волновых возмущений в сдвиговых течениях, и наглядность процесса обеспечивается скольжением ПФГ волн вдоль дисперсионной кривой.

В основе обмена энергии между волновыми возмущениями и сдвиговым течением лежит так называемый «лифт-ап-механизм» [23, 37], когда возмущения переносят жидкость из областей с большой скоростью течения в области с меньшей скоростью и наоборот. Обмен энергией между ПФГ и средним течением происходит тем интенсивнее, чем быстрее перемещается возмущенный элемент жидкости вдоль сдвига, или, иными словами, чем больше проекция скорости ПФГ возмущения вдоль сдвига (в нашем случае

вдоль оси  $Y$ ). Значения этой скорости существенно отличаются для ПФГ несжимаемой и сжимаемой волновых возмущений.

Для ПФГ несжимаемых волн удовлетворяется соотношение  $\mathbf{k} \perp \mathbf{V}$ . Так что при условии  $k_y(\tau) \gg k_x$ , когда волновой вектор практически направлен вдоль оси  $Y$  (вдоль сдвига), скорость ПФГ почти перпендикулярна к этому направлению. В результате проекция скорости вдоль направления сдвига является малой и согласно «лифт-ап-механизму» обмена энергией между ПФГ и средним течением практически не происходит. Хоть какой-то заметный обмен энергией для этих ПФГ возможен лишь в ограниченном временном интервале, когда  $k_y(\tau) \leq k_x$  (транзитный рост возмущений).

Ситуация коренным образом отличается для ПФГ сжимаемых волн. При этом угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{V}$  значительно отличается от  $\pi/2$ , более того,  $\mathbf{V}$  почти параллельна  $\mathbf{k}$ . Ясно, что для такого направления скорости  $\mathbf{V}$  обмен энергией между ПФГ и фоновым течением возможен также и при  $k_y(\tau) \gg k_x$  (см. ниже).

Так, можно заметить, что перемещение элемента жидкости вдоль сдвига не может однозначно обеспечивать обмен энергией между ПФГ волновых возмущений и средним течением. Согласно работам [23, 37] обмен энергией между средним течением и волной возможен, если помимо перемещения вдоль сдвига, волны вызывают также возмущение теплового давления. Таким образом, можно, предполагать, что ПФГ ионосферных волн типа Россби и инерционных волн, обменивающихся своей энергией со средним течением при определенных значениях  $k_y(\tau)$ , создадут также возмущения теплового давления (см. ниже).

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

С целью проследить за эволюцией ПФГ замагниченной волны Россби и инерционной волны в ионосферных сдвиговых течениях (в зональных ветрах), мы провели численное решение уравнений (16)–(19). Решалась начальная задача Коши для системы, состоящей из трех линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первой степени с комплексными коэффициентами. Более точно решалась следующая система

из шести уравнений, но с действительными коэффициентами:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Omega_1}{\partial \tau} &= -a_2 \Omega_1 - a_1 \Omega_2 - a_3 \xi_1 - a_4 \xi_2, \\ \frac{\partial \Omega_2}{\partial \tau} &= -a_2 \Omega_2 + a_1 \Omega_1 - a_3 \xi_2 + a_4 \xi_1, \\ \frac{\partial \xi_1}{\partial \tau} &= -b_1 \xi_1 - b_2 \xi_2 + b_3 \Omega_1 + b_4 \Omega_2 + k^2(\tau) P_1, \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial \tau} &= -b_1 \xi_2 + b_2 \xi_1 + b_3 \Omega_2 - b_4 \Omega_1 + k^2(\tau) P_2, \\ \frac{\partial P_1}{\partial \tau} &= -\delta \xi_1, \quad \frac{\partial P_2}{\partial \tau} = -\delta \xi_2.\end{aligned}\quad (23)$$

Здесь введены новые переменные  $\Omega = \Omega_1 + i\Omega_2$ ,  $\xi = \xi_1 + i\xi_2$ ,  $P = P_1 + iP_2$ ,  $i$  — мнимая единица, а действительные коэффициенты  $a_1, a_2, \dots, b_1, b_2, \dots, \eta$  связаны с коэффициентами уравнений (16)–(18) и имеют различные значения для разных слоев ионосферы (D, E, F). Выражения для них будут приведены ниже.

Вычисления проводились для различных значений параметров среды и волновых возмущений. Анализ численного решения продемонстрировал обмен энергией между различными ветвями волн и между волнами и фоновым течением.

**Выбор начальных значений физических величин.** Для выделения отдельного вида волны в начальном состоянии в чистом виде значения физических волновых величин подбирались так, чтобы вначале возбуждалась одна волна (типа Россби или инерционная) без каких-нибудь заметных примесей других мод.

В связи с этим начальные данные для физических величин в уравнениях (16)–(19) можно подобрать из тех же уравнений при условии  $k_y(0) \gg k_x$  и, соответственно,  $S \approx 0$ . Действительно, при  $|k_y(0)/k_x| \gg 1$  в формуле для меридионального волнового числа  $k_y(\tau) = k_y(0) - k_x S t$  в течение умеренного промежутка времени  $S t \lesssim 1$  можно предположить, что  $k_y(\tau) \approx k_y(0)$ . Заметим, что выбор значения  $k_y(0)/k_x \gg 1$  в качестве начального, никак не ограничивает область изменения параметра  $k_y(\tau)/k_x$ , так как со временем  $|k_y(\tau)/k_x|$  монотонно уменьшается до нуля, а затем увеличивается и принимает все реальные значения. Поэтому влиянием сдвигового течения на начальное распределение физических

величин в системе можно пренебречь, т. е. для начального момента времени в правых частях уравнений (16)–(18) можно предположить, что  $S \rightarrow 0$ . Тогда в системе уравнений (16)–(18) все коэффициенты будут постоянными, и для определения начальных значений физических величин можно использовать представление  $\partial A(\tau)/\partial \tau \approx -i\omega A(\tau)$ , где  $\omega$  — частота начального возмущения. При этом система (16)–(18), или (23), превратится в однородную систему из шести алгебраических уравнений для шести неизвестных (для действительной и мнимой части физических величин:  $\Omega^0 = \Omega_1^0 + i\Omega_2^0$ ,  $\xi^0 = \xi_1^0 + i\xi_2^0$ ,  $P^0 = P_1^0 + iP_2^0$ ). Следовательно, в выражения для начальных значений физических величин  $\Omega_1^0$ ,  $\Omega_2^0$ , ...  $P_1^0$ ,  $P_2^0$  (явные выражения для которых очень громоздки) войдет в качестве параметра частота рассматриваемого волнового возмущения  $\omega^{I,II} = \omega_1^{I,II} + i\omega_2^{I,II}$ . Далее подбираем для  $\omega^I$  или  $\omega^{II}$  результаты соответствующего численного решения условного дисперсионного уравнения третьей степени, получающиеся на основе уравнений (16)–(19) (см. также п. 3),

$$\begin{aligned} & \omega^3 + [a_1 + b_2 + i(b_1 + a_2)]\omega^2 + \\ & + [a_1 b_2 + a_4 b_4 - a_2 b_1 - a_3 b_3 - \eta k^2 + \\ & + i(a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_4 + b_3 a_4)]\omega - \\ & - \eta k^2(a_1 + ia_2) = 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Подставляя соответствующий корень уравнения (24) в выражения для  $\Omega_1^0$ ,  $\Omega_2^0$ , ...  $P_1^0$ ,  $P_2^0$ , можно изначально обеспечить возбуждение отдельной моды (с учетом  $S \neq 0$ ), замагниченной волны Россби, или инерционной волны. Далее с помощью этих начальных данных на основе численного решения системы уравнений (23) можно проследить за эволюцией первоначально выделенного (возбужденного) волнового возмущения в диссипативной ионосфере.

Помимо физических величин в исходные уравнения (23) в качестве коэффициентов входят параметры, характеризующие равновесное состояние среды. Так как вдоль толщины ионосферы значения равновесных параметров изменяются в широком диапазоне, характеристики волновых возмущений будут существенно изменяться в пределах разных слоев. Поэтому целесообразно привести значения коэффициентов

исходных уравнений (23), (24) для разных слоев ионосферы.

*D-слой.* В этом слое, охватывающем высоты до 80 км, характерные частоты среды удовлетворяют соотношениям  $\nu_{en} \gg \nu_{ei}$ ,  $\nu_{in}\nu_{ei} \gg \omega_{Be}\omega_{Bi}$ ,  $\nu_{in} \gg \omega_{Bi}$  и  $\omega_{Be} \gg \nu_{en}$ . При этом с помощью соотношений (5) можно выявить, что члены, содержащие  $\sigma_H$  и  $\sigma_\perp$  в правой части уравнений (23), намного меньше, чем члены с  $\beta$  и  $\Omega_{0z}$ , и соответствующие коэффициенты определяются выражениями

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{k_x}{k^2(\tau)}\beta, \quad a_2 = \nu k^2(\tau), \\ a_3 &= 1 - S, \quad a_4 = \frac{k_y(\tau)}{k^2(\tau)}\beta, \\ b_1 &= \nu k^2(\tau) + 2S \frac{k_x k_y(\tau)}{k^2(\tau)}, \quad b_2 = \frac{k_x}{k^2(\tau)}\beta, \\ b_3 &= 1 - 2S \frac{k_x^2}{k^2(\tau)}, \quad b_4 = \frac{k_y(\tau)}{k^2(\tau)}\beta. \end{aligned}$$

Таким образом, в исходных уравнениях (23), (24) остаются лишь члены, характеризующие нейтральную атмосферу и, соответственно, они описывают эволюцию обыкновенной волны Россби (20), инерционной волны (21), а также длинной гравитационной волны (22).

*E-слой.* Для ионосферного Е-слоя, охватывающего высоты от 80 до 150 км, можно предполагать, что  $\nu_e \approx \nu_{en}$ ,  $\omega_{Be}\omega_{Bi} \gg \nu_{in}\nu_{en}$ ,  $\nu_{in}^2 \gg \omega_{Bi}^2$ . При этом холловская проводимость  $\sigma_H \approx eN/B_0$ ; она доминирует над поперечной проводимостью:  $\sigma_H \gg \sigma_\perp \approx \sigma_H \omega_{Bi}/\nu_{in}$ . В соответствующих уравнениях (23) члены с  $\sigma_H$  становятся сравнимыми по порядку с членами с коэффициентом  $\Omega_{0z}$ . Поэтому для Е-слоя коэффициенты в правых частях уравнений (23) принимают вид

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{k_x}{k^2(\tau)}\beta_{Hz}, \quad a_2 = \nu k^2(\tau), \\ a_3 &= 1 - S - b_{Hz}, \quad a_4 = \frac{k_y(\tau)}{k^2(\tau)}\beta_{Hz}, \\ b_1 &= \nu k^2(\tau) + 2S \frac{k_x k_y(\tau)}{k^2(\tau)}, \quad b_2 = \frac{k_x}{k^2(\tau)}\beta_{Hz}, \\ b_3 &= 1 - 2S \frac{k_x^2}{k^2(\tau)} - b_{Hz}, \quad b_4 = \frac{k_y(\tau)}{k^2(\tau)}\beta_{Hz}, \end{aligned}$$

$$b_{Hz} = \frac{N}{N_n} \frac{\omega_{ie}}{\Omega_{0z}} \cos \theta_0,$$

$$\beta_{Hz} = \beta - \frac{N}{N_n} \frac{\omega_{ie}}{\Omega_{0z}} \sin \theta_0, \quad \omega_{ie} = \frac{eB_e}{M}.$$

Влияние равновесного геомагнитного поля описывается параметрами  $\beta_{Hz}$ ,  $b_{Hz}$  и обусловлено наличием в Е-области ионосферы холловских токов.

*F-слой.* В пределах F-слоя (примерно 150—500 км) удовлетворяются соотношения  $\omega_{Be}\omega_{Bi} \gg \nu_e\nu_{in}$  и  $\omega_{Bi} \gg \nu_{in}$ . При этом согласно (5) в F-слое доминирует поперечная проводимость:  $\sigma_H/\sigma_{\perp} \approx \approx (M\omega_{Bi} - m\omega_{Be})/(m\nu_e) \rightarrow 0$ . Поэтому для коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $\beta$  имеем

$$a_1 = \frac{k_x}{k^2(\tau)} \beta, \quad a_2 = \nu k^2(\tau) + \frac{k_y^2(\tau)}{k^2(\tau)} b_{\perp y} + b_{\perp z},$$

$$a_3 = 1 - S - \frac{k_x k_y(\tau)}{k^2(\tau)} b_{\perp y}, \quad a_4 = \frac{k_y(\tau)}{k^2(\tau)} \beta,$$

$$b_1 = \nu k^2(\tau) + 2S \frac{k_x k_y(\tau)}{k^2(\tau)} + \frac{k_x^2}{k^2(\tau)} b_{\perp y} + b_{\perp z},$$

$$b_2 = \frac{1}{k^2(\tau)} [k_x \beta + k_y \beta_{\perp z}],$$

$$b_3 = 1 - 2S \frac{k_x^2}{k^2(\tau)} + \frac{k_x k_y(\tau)}{k^2(\tau)} b_{\perp y},$$

$$b_4 = \frac{1}{k^2(\tau)} [k_y(\tau) \beta - k_x \beta_{\perp z}],$$

$$\beta_{\perp z} = \frac{N}{N_n} \frac{\nu_{in}}{\Omega_{0z}} \frac{2 \sin 2\theta_0}{(1 + 3 \cos^2 \theta_0)^2},$$

$$b_{\perp y} = \frac{N}{N_n} \frac{\nu_{in}}{\Omega_{0z}} \frac{\sin^2 \theta_0}{2(1 + 3 \cos^2 \theta_0)},$$

$$b_{\perp z} = \frac{N}{N_n} \frac{\nu_{in}}{\Omega_{0z}} \frac{2 \cos^2 \theta_0}{1 + 3 \cos^2 \theta_0}.$$

Наличие равновесного неоднородного геомагнитного поля в среде отражено в выражениях для параметров  $b_{\perp yz}$ ,  $\beta_{\perp z}$ ; взаимодействие этого поля со средой обусловлено педерсеновскими токами.

**Обмен энергией с фоновым течением и трансформация замагниченной волны Россби в инерционные волны.** Анализ результатов численных экспериментов начнем со случая воз-

буждения волн типа Россби в D-области ионосферы.

*Усиление.* В начальный момент времени была возбуждена лишь низкочастотная планетарная волна Россби с большим значением меридиального волнового вектора  $k_y(0)$ ,  $k_y(0)/k_x = 50 \gg 1$  и  $\beta = 0.1$ ,  $S = 0.8$ ,  $\delta = 1$ ,  $\nu = 0$ ,  $k_x = 2$ ,  $k_y(0) = 100$ ,  $P_1^0 = 1$ . Часть результатов численного решения уравнений (23) и (19) представлена на рис. 3. При условии  $k_y(0)/k_x \gg 1$  волна Россби является в основном вихревой (см. рис. 3, *д*) и практически неожиданной (рис. 3, *е*, *ж*). Как уже отмечалось в конце п. 3, в неожиданном случае волновые возмущения могут черпать энергию фонового течения лишь при условии  $k_y(\tau) \approx k_x$ . Действительно, как видно из рис. 3, *а*—*г*, из-за линейного дрейфа со временем  $k_y(\tau)$  начинает уменьшаться, но пока  $k_y(\tau) \gg k_x$ , энергообмен между фоновым течением и ПФГ волны Россби несущественен. Для времен, когда  $k_y(\tau) \approx k_x$ , ПФГ волны Россби начинает интенсивно черпать энергию сдвига и усиливаться (рис. 3, *г*), т. е. ПФГ попадает в «область усиления» (см. также п. 3). Усиление ПФГ прекращается в момент времени, когда  $k_y(\tau^*) = 0$  (см. рис. 3, *г*, когда  $\tau = \tau^* = k_y(\tau^*)/(Sk_x) \approx 62.5$ ). А затем, при  $k_y(\tau)/k_x < 0$  или в промежутке времени  $\tau^* < \tau \leq \tau_1$  они начинают обратно отдавать часть энергии среднему течению.

Несмотря на то, что в течение начального промежутка времени  $0 \leq \tau < \tau^*$  в среде обязательно есть волна типа Россби (см. рис. 3, *д*), на рис. 3, *а*—*в* ее практически не заметно (почти прямая линия) из-за ее большого временного масштаба по сравнению с инерционной волной.

По рис. 3, *а* видно, что волна типа Россби в ионосферных сдвиговых течениях сильно возмущает тепловое давление среды  $P$  и, согласно п. 3, происходит интенсивный обмен энергией между фоновым течением и этой волной.

*Трансформация.* Как видно из рис. 3, *г*, *д*, по мере эволюции начального возмущения доля вихревого компонента в полной энергии падает, пока не становится ничтожно малой (при  $\tau_2 \sim 80$ ), основная часть энергии волн Россби перекачивается в энергию инерционных волн. Так что имеет место интенсивная трансформация волны Россби в инерционные волны (у полной энергии, рис. 3, *г*, и у ПФГ, рис. 3, *а*—*в*, появляются

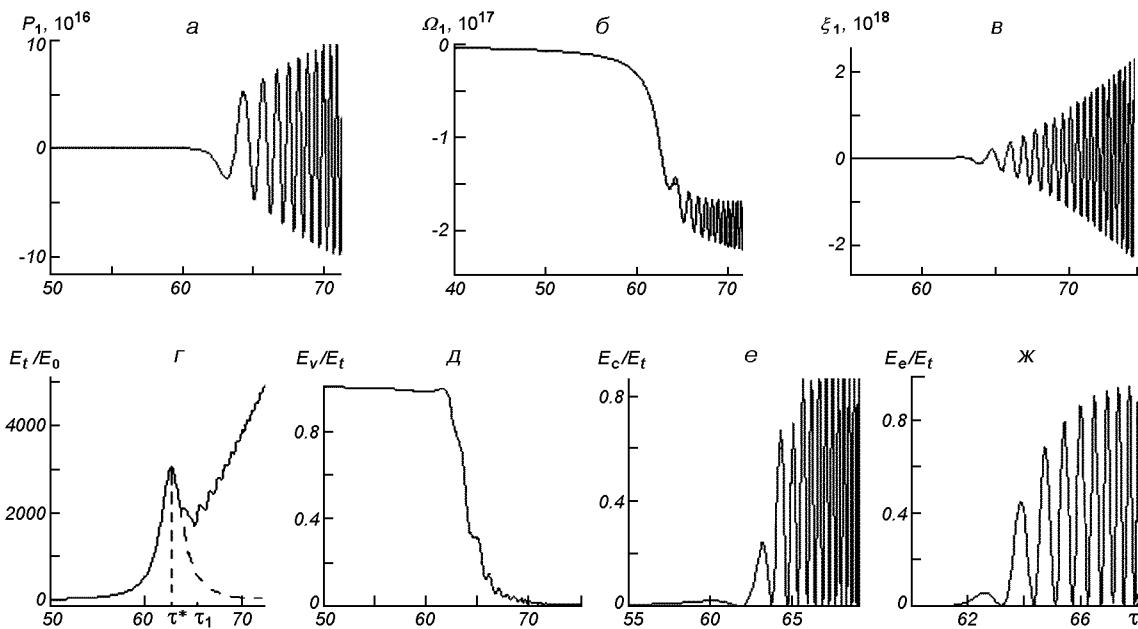


Рис. 3. Временная эволюция некоторых расчетных параметров волн в D-области, когда в начальный момент времени возбуждается лишь волна типа Россби (при  $\beta = 0.1$ ,  $S = 0.8$ ,  $\delta = 1$ ,  $\nu = 0$ ,  $k_x = 2$ ,  $k_y(0) = 100$ ,  $P_1^0 = 1$ ):  $a$  — ПФГ  $P_1 = \text{Re}P$ ,  $b$  — ПФГ  $\Omega_1 = \text{Re}\Omega$ ,  $v$  — ПФГ  $\xi_1 = \text{Re}\xi$ ,  $g$  — полной энергии  $E_t$  ПФГ,  $d$  — отношения вихревой энергии  $E_v$  к полной энергии  $E_t$ ,  $e$  — отношения энергии сжатия  $E_c$  к полной энергии  $E_t$ ,  $x$  — отношения энергии упругости  $E_e$  к полной энергии  $E_t$ .

высокочастотные осцилляции). Итак, если при  $\tau = 0$  энергия была сосредоточена в вихревых низкочастотных модах (волнах Россби), то при  $\tau \gg \tau^*$  вся энергия сосредоточена в потенциальных высокочастотных возмущениях — инерционных волнах (рис. 3,  $e$ ,  $x$ ). Трансформация волн типа Россби в инерционные происходит, начиная с момента  $\tau = \tau^*$ , в течение ограниченного промежутка времени, в котором выполняются условия А, Б, и эти две ветви оказываются связанными. Следует отметить, что волны ветвей I и II связаны не только между собой, но и (как уже отмечалось выше) со средним течением, и обмениваются с ним энергией. При этом трансформируется существенная часть энергии волн Россби. Можно сказать, что к моменту времени  $\tau = \tau_1$  (рис. 3,  $g$ ) в течении остается только волна ветви II (инерционная). Последняя уже нарастает с течением времени, черпая энергию сдвига (см. участок графика при  $\tau > \tau_1$  на рис. 3,  $g$ ). Рис. 3 хорошо показывает, насколько

изменяется процесс эволюции волны Россби из-за трансформации в инерционную волну: если бы последний процесс не имел места, то энергия волны Россби ослабла бы по закону, отмеченному штриховой линией на рис. 3,  $g$ , и отдала бы свою энергию фоновому течению.

Результаты расчета показывают также, что на тех уровнях Е-области, где  $\beta_{Hz} = 0$  (днем на высоте 115 км и ночью на высоте 150 км) [2], планетарные волны типа Россби практически не возбуждаются, но на этих высотах могут появляться инерционные волны.

С увеличением параметра  $b_{Hz}$  (при  $\beta_{Hz} \neq 0$ ) взаимодействие холловских токов с ионосферным Е-слоем и геомагнитным полем  $B_0$  становится существенным, и динамика эволюции первоначально возбужденной замагниченной волны Россби заметно изменяется. Волновые возмущения сначала черпают энергию сдвига, и полная энергия ПФГ возмущений увеличивается до момента времени  $\tau = \tau^* = k_y(0)/(Sk_x)$ . Далее возму-

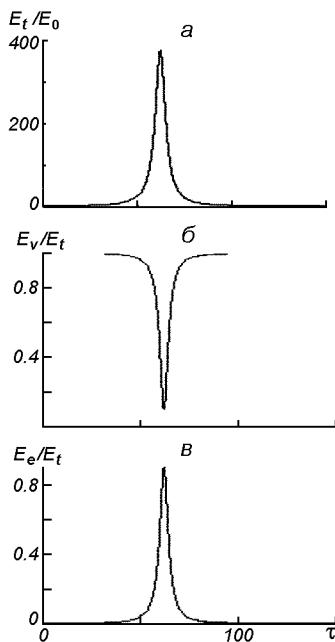


Рис. 4. Временная эволюция энергий ПФГ в Е-области, когда в начальный момент времени возбуждается лишь замагнченная волна Россби (при  $\beta = 0.1$ ,  $S = 0.8$ ,  $\delta \approx 2$ ,  $\nu = 0$ ,  $k_x = 2$ ,  $k_y(0) = 100$ ,  $P_1^0 = 1$ ,  $b_{1z} = 5$ ): а — полной энергии  $E_t$ , б — отношения вихревой части энергии  $E_v$  к полной энергии  $E_t$ , в — отношения упругой части энергии  $E_e$  к полной энергии  $E_t$

щения (при  $\tau > \tau^*$ ,  $k_y(\tau)/k_x < 0$ ) возвращают свою энергию фоновому течению (рис. 4, а). При этом первоначально возбужденная волна типа Россби (с  $k_y(0)/k_x = 50 \gg 1$ ) в момент  $\tau$ , когда уже становится  $k_y(\tau) \approx k_x$ , начинает трансформироваться в инерционную волну, передавая ей основную часть своей энергии до момента времени  $\tau^* = 6.25$  (рис. 4, б). Особо следует отметить, что далее при  $\tau > \tau^* = 62.5$  происходит также обратный процесс: инерционная волна возвращает основную часть своей энергии волне типа Россби (рис. 4, б, в). Наконец, смесь инерционная волна — волна типа Россби при  $\tau \geq \tau^*$  и  $k_y(\tau)/k_x < 0$  возвращает свою энергию среде даже при отсутствии диссипативных процессов (ср. рис. 4, где  $\nu = 0$  и рис. 3, г—е). Обмен энергией со сдвиговым течением и здесь обусловлен «лифт-ап-механизмом» (см. п. 3).

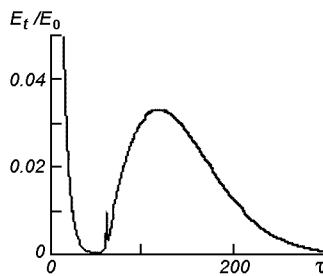


Рис. 5. Временная эволюция полной энергии ПФГ  $E_t/E_0$  при  $\beta = 0.1$ ,  $S = 0.8$ ,  $\delta \approx 2$ ,  $\nu = 0$ ,  $k_x = 2$ ,  $k_y(0) = 100$ ,  $P_1^0 = 1$ ,  $\beta_{1z} = 5$ ,  $b_{1y} = 0.01$ ,  $b_{1z} = 0.01$ , в F-области, когда в начальный момент времени возбуждается лишь замагнченная волна Россби

В F-области ионосферы динамика возбуждения замагнченной волны Россби и ее дальнейшая эволюция определяются взаимодействием педерсеновских токов со средой и геомагнитным полем. Это взаимодействие в конечном счете сводится к радиационному затуханию волновых возмущений. С увеличением параметра  $\beta_{\perp z}$  (при малых значениях параметров  $b_{\perp y}$ ,  $b_{\perp z} \ll 1$ ) эволюция первоначально возбужденной волны типа Россби (генерация, усиление и трансформация в инерционные волны) качественно протекает так же, как и в области D, лишь улучшается эффективность взаимодействия с фоновым течением и, соответственно, более заметно увеличивается амплитуда ПФГ возмущений. С увеличением параметров  $b_{\perp y}$ ,  $b_{\perp z}$  увеличивается интенсивность радиационного затухания возмущений (волны типа Россби и инерционной волны) и превращение волновой энергии в тепловую энергию (рис. 5).

Взаимодействие инерционных волн с фоновым течением и трансформация в волны типа Россби. Если в D-области ионосферы изначально возбуждается лишь инерционная волна (21), то эволюция соответствующей ПФГ в сдвиговом течении коренным образом отличается от вышеотмеченного случая волны типа Россби.

На рис. 6 представлена часть результатов численного решения уравнений (23) и (19), когда в начальный момент времени возбуждается лишь инерционная волна при  $\beta = 0.1$ ,  $S = 0.8$ ,  $\delta = 1$ ,  $\nu = 0$ ,  $k_x = 2$ ,  $k_y(0) = 100$ ,  $P_1^0 = 1$ . Как уже

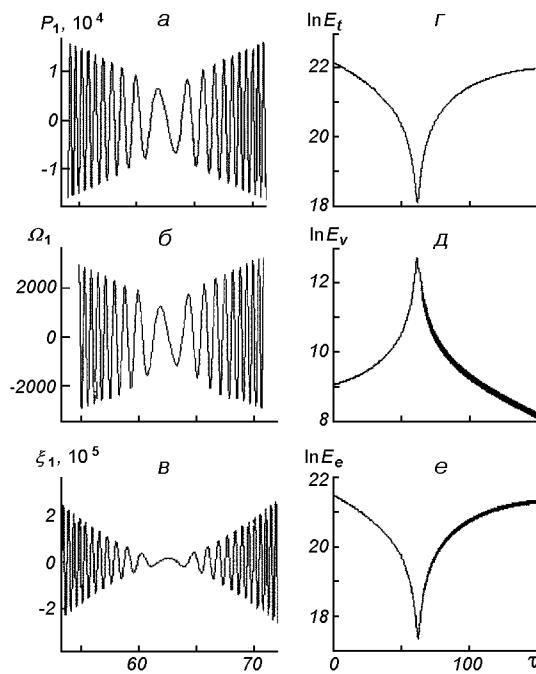


Рис. 6. Временная эволюция ПФГ волн в D-области, когда в начальный момент времени возбуждается лишь инерционная волна (для  $a, \delta = 0.1, S = 0.8, \delta \approx 1, \nu = 0, k_x = 2, k_y(0) = 100, P_1^0 = 1$ ; для  $b, \nu = 0, k_x = 2.5, k_y(0) = 50, P_1^0 = 1$ ):  $a — P_1 = \text{Re}P, b — \Omega_1 = \text{Re}\Omega, c — \xi_1 = \text{Re}\xi, d —$  полной энергии  $E_t, e —$  «упругой» части энергии  $E_e$

отмечалось в п. 3, инерционная (потенциальная) волна принадлежит к классу сжимаемых, поэтому она интенсивно обменивается энергией с фоновым течением при произвольном соотношении между  $k_y(0)$  и  $k_x$  (в отличие от волны Россби, которая с фоновым течением заметно взаимодействует лишь при  $k_y(0) \sim k_x$ ).

Видно, что с течением времени (при  $0 < \tau \leq \tau^* = k_y(0)/(Sk_x) \approx 62.5$ ) амплитуды ПФГ инерционной волны (а также их частоты) уменьшаются: часть энергии ПФГ передается фоновому течению (рис. 6,  $a—c$ ). Со временем меридиальный волновой вектор уменьшается ( $k_y(\tau^*) \rightarrow 0$ ), и в окрестности времени  $\tau^* = k_y(0)/(Sk_x) \approx 62.5$  частота инерционных волн приближается к частоте волны типа Россби, образуется область вырождения (см. п. 3), и часть энергии начальной инерционной волны

(рис. 6,  $c—e$ ) ( $\approx 20\%$ , как это видно из рис. 6,  $c—e$ ) трансформируется в энергию волны типа Россби. Так что генерируется волна типа Россби (рис. 6,  $d$ ). Далее ПФГ попадает в область усиления, где  $k_y(0)/k_x < 0$  (при  $\tau > \tau^*$ ), и смесь инерционная волна — волна Россби начинает черпать энергию из фонового течения: увеличиваются амплитуды ПФГ  $P_1$ ,  $\Omega_1$ ,  $\xi_1$ , а также их частоты (рис. 6,  $a—c$ ) и энергии ПФГ (рис. 6,  $c—e$ ).

Если инерционная волна первоначально возбуждена в E-области ионосферы, то ее дальнейшая эволюция происходит несколько иным образом. Из-за холловской проводимости инерционная волна сначала передает часть своей энергии фоновому течению, а часть энергии одновременно трансформируется в энергию волны типа Россби. Трансформация волн происходит, когда ПФГ возмущений попадают в область вырождения при  $\tau \approx \tau^* = k_y(0)/k_x$ . Далее при  $\tau > \tau^*$  смесь инерционная волна-замагниченная волна Россби черпает энергию сдвига и усиливается. Окончательно при  $\tau \gg \tau^*$  смесь волн возвращает энергию фоновому течению даже при отсутствии диссипативных процессов ( $\nu = 0$ ). С увеличением параметра  $b_{Hz}$  (т. е. с увеличением амплитуды тока Холла) увеличивается эффективность генерации замагниченной волны Россби.

В F-области эволюция первоначальной инерционной волны, в основном, определяется проводимостью Педерсена (обуславливающей интенсивное затухание возмущений, см. например, рис. 5) и качественно совпадает с эволюцией замагниченной волны Россби, отмеченной выше.

**Затухание крупномасштабных волновых возмущений в сдвиговом течении.** Как уже отмечалось, в сдвиговом течении имеет место дрейф ПФГ в пространстве волновых чисел. Так что со временем происходит увеличение радиальной составной волнового вектора ПФГ,  $k_y(\tau) = k_y(0) - Sk_x\tau$ , т. е. уменьшается длина возмущений вдоль меридиана (при  $\tau \rightarrow \infty, l_y = 2\pi/|k_y(\tau)| \rightarrow 0$ ). Обычно дробление масштабов в сплошной среде происходит за счет нелинейных процессов [9]. Однако в нашем случае монотонное уменьшение масштабов возмущений происходит в линейном режиме. Для коротковолновых возмущений влияние диссипативных процессов (в нашем

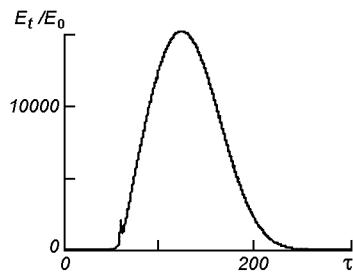


Рис. 7. Затухание полной энергии ПФГ  $E_t/E_0$  со временем при  $\beta = 0.1$ ,  $S = 0.8$ ,  $\delta \approx 1$ ,  $\nu = 10^{-6}$ ,  $k_x = 2$ ,  $k_y(0) = 100$ ,  $P_1^0 = 1$ ,  $b_H = 5$ , в Е-области, когда в начальный момент времени возбуждается лишь замагниченная волна Россби

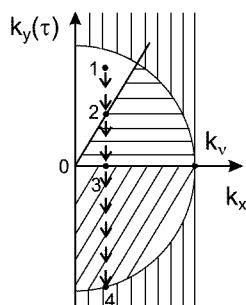


Рис. 8. Качественное представление эволюции волновых возмущений в плоскости  $k_x \times k_y$ . В области, заштрихованной горизонтальными и наклонными линиями, возмущения усиливаются и взаимно трансформируются (рис. 3, 2, 6, 2). Во внешней области, заштрихованной вертикальными линиями, энергия возмущений термализуется из-за диссипативных процессов в среде

случае вязкости) становится существенным (см. рис. 7, начиная с  $\tau > 120$ ). За счет диссипации энергия возмущений передается среде в виде тепла, и в конечном счете происходит практически полное затухание волновых возмущений (при  $\tau \approx 300$ ).

Данный процесс можно схематически описать в  $k_x \times k_y$ -плоскости (см. рис. 8). Мы здесь рассмотрим только плоскость  $k_x > 0$ , так как результаты легко можно перенести и на плоскость  $k_x < 0$ . Без учета нелинейных процессов динамика рассмотренных волновых возмущений (волны типа Россби, инерционные волны) определяется следующими основными процессами: первый — дрейф ПФГ в  $k$ -пространстве, второй — черпа-

ние энергии фонового течения пространственными фурье-гармониками, третий — взаимная трансформация мод, четвертый — вязкостное и радиационное затухания. Каждый из этих процессов реализуется для разных значений волнового вектора  $k$ . Поэтому для ясного понимания и анализа происходящего область развития процессов в  $k$ -пространстве можно рассмотреть дифференциальную. Предположим, что диссипация становится существенной для ПФГ с волновым числом, удовлетворяющим неравенству  $|k| > k_\nu$  (на рис. 8 эта область показана вертикальными линиями кнаружи полуплоскости с радиусом  $|k| = k_\nu$ ), где  $k_\nu$  зависит от конкретного вида диссипации. Считаем также, что обмен энергией между сдвиговым течением и волновыми возмущениями происходит в пределах области, нарисованной горизонтальными и наклонными линиями на рис. 8 (область усиления — трансформации). Из-за тепловой флуктуации в ионосферной среде всегда могут возбуждаться возмущения типа волн Россби или инерционной волны с произвольной  $k$ .

Каков путь эволюции ПФГ, которая в начальный момент времени находится в точке 1 на рис. 8. Волновое число вдоль оси  $Y$ ,  $k_y(\tau)$  этой гармоники изменяется со временем, и это приводит к ее дрейфу вдоль направления, помеченного стрелками. В определенный момент, когда гармоника достигает точки 2, начнется аномальное увеличение ее энергии (за счет энергии сдвига) и это продлится, пока она не трансформируется в другую ветвь волны (точка 3 на рис. 8). Далее смесь исходной и трансформированной волн продолжает черпать энергию сдвига и усиливаться (область, заштрихованная наклонными линиями). Затем ПФГ, продолжая свой дрейф, достигает точки 4, где включаются диссипативные процессы, которые превращают энергию ПФГ в тепло. Другие фурье-гармоники, которые соответствуют другим точкам  $k$ -пространства, эволюционируют аналогично. После ухода фурье-гармоники от точки 1 эта точка не остается свободной, так как из-за термальных эффектов новые флуктуации занимают эту точку и эволюционируют таким же образом.

Следовательно, перекачка энергии сдвигового течения в энергию волновых возмущений и взаимная трансформация мод с последующей их диссипацией в среде являются перманентными.

Это может привести к сильному нагреву среды. Ясно, что интенсивность нагрева зависит от уровня начального возмущения и параметра сдвигового течения  $S$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучена линейная стадия эволюции ПФГ возмущений замагнченной волны Россби и инерционной волны в диссипативной ионосфере при наличии сдвигового течения (гладко-неоднородного зонального ветра). На основе численного решения и теоретического анализа соответствующей системы динамических уравнений выявлены новые механизмы перекачки энергии сдвигового течения в энергию волновых возмущений, экстремального усиления волн (на несколько порядков), взаимной трансформации собственных мод и превращения энергии возмущений в тепло.

Усиление замагнченной волны Россби и инерционной волны становится возможным для определенных значений параметров среды, сдвига и волн, которые образуют необыкновенный путь нагрева сдвигового течения в ионосфере: волны черпают энергию сдвигового течения, и через взаимную линейную трансформацию и линейный дрейф ПФГ в пространстве волновых чисел (дробление масштабов возмущений) перекачивают энергию в область затухания. Вязкость и радиационное затухание преобразуют эту энергию в тепло. Процесс является перманентным и может привести к сильному нагреву среды. Интенсивность нагрева определяется уровнем начального возмущения и параметров сдвигового течения.

Замечательной особенностью сдвигового течения является уменьшение масштабов волновых возмущений в линейном режиме, обусловленное линейным дрейфом ПФГ возмущений в пространстве волновых чисел и, соответственно, перекачка энергии в короткие масштабы — в область диссипации.

Усиление ПФГ волновых возмущений и взаимная трансформация мод происходит в ограниченный промежуток времени (транзиентно), пока выполняются соответствующие условия усиления и достаточно сильной взаимосвязи мод.

Взаимная трансформация собственных мод

(волн Россби и инерционных волн) возможна даже в пространственно-однородной ионосфере ( $\rho_0 = \text{const}$ ), когда скорость фонового ветра является неоднородной. Следует подчеркнуть, что выявление этого механизма трансформации стало возможным в рамках немодального математического анализа (эти процессы упускались из виду при более традиционном модальном подходе). Тем самым немодальный подход, учитывающий неортогональность собственных функций задач линейной волновой динамики, оказался более адекватным математическим языком для исследования волновых процессов в сдвиговых течениях.

Природа рассмотренного здесь механизма трансформации волн существенно отличается от ранее известного линейного механизма трансформации волн в неоднородной плазме [8]. Трансформация волн на неоднородностях плотности среды проявляется в ограниченном пространстве (вопреки неоднородности плотности), пока есть эта неоднородность, тогда как в нашем случае трансформация линейных волн проявляется во всем объеме, охватываемом сдвиговым течением, но в ограниченный интервал времени (транзиентно). Ясно, что для возникновения этого явления необходимо существование в среде хотя бы двух волновых мод. Реализация механизма рассмотренной трансформации волн возможна при выполнении условий А и Б, приведенных в п. 3.

Выявленный в данной работе эффект взаимной трансформации волн типа Россби и инерционных волн в ионосфере с неоднородным зональным ветром заставляет пересмотреть некоторые представления в динамической метеорологии и в моделях общей циркуляции атмосферы, океана, ионосферы, магнитосферы с участием планетарных волн типа Россби, особенно при интерпретации наблюдательных данных. При этом необходим учет возможности взаимной трансформации волн разных временных и пространственных масштабов в сдвиговых течениях.

Таким образом, использование уравнения Чарни — Обухова или уравнения переноса вихря (в которых практически проведены усреднения по высоким частотам) в качестве математической модели, описывающей динамику крупномасштабных волн типа Россби в атмосфере или в океане, является, мягко говоря, необоснован-

ным, так как в атмосфере и океане постоянно есть сдвиговые течения. Альтернативным и более адекватным является математическая модель, учитывающая наличие в ионосферной среде, кроме волн типа Россби, также других волновых мод, пусть даже сильно отличающихся от волн Россби временным масштабом.

Наличие электромагнитной пондеромоторной силы, т. е. неоднородного геомагнитного поля, токов Холла и Педерсена в разных слоях ионосферной среды улучшает эффективность взаимодействия и взаимообмен энергией между волновыми возмущениями и фоновым сдвиговым течением.

Наконец отметим, что данный анализ выполнен при однородном сдвиге течения (линейной зависимости скорости фонового течения от координаты). Однако полученные результаты в основном будут теми же для неоднородного (нелинейного) профиля сдвига фоновой скорости, если характерный поперечный размер волны меньше характерного размера нелинейного профиля скорости ( $l_y \ll L_y$ ), или когда профиль фонового ветра аппроксимируется линейным членом в разложении Тейлора [42].

1. Абурджания Г. Д., Хантадзе А. Г. Крупномасштабные электромагнитные волновые структуры в Е-области ионосферы // Геомагн. аэрон.—2002.—42, № 2.—С. 245—251.
2. Абурджания Г. Д., Хантадзе А. Г., Гвелесиани А. И. Физика возникновения новых ветвей планетарных электромагнитных волн в ионосфере // Геомагн. аэрон.—2003.—43, № 2.—С. 193—203.
3. Гандин А. С., Лаштман Д. Л., Матвеев Л. Т., Юдин М. И. Основы динамической метеорологии. — Л.: Гидрометиздат, 1955.
4. Гершман Б. Н., Ерухимов А. Н., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. — М.: Наука, 1984.
5. Гилл А. Динамика атмосферы и океана. — М.: Мир, 1986.—Т. 1.
6. Госкард Э., Хук У. Волны в атмосфере. — М.: Мир, 1975.
7. Докучаев В. П. О влиянии магнитного поля Земли на ветры в ионосфере // Изв. АН СССР. Сер. Геофизическая.—1959.—№ 5.—С. 783—787.
8. Ерохин Н. С., Моисеев С. С. Волновые процессы в неоднородной плазме // Вопросы теории плазмы. — М.: Атомиздат, 1973.—7.—С. 146—204.
9. Заславский Г. М., Сагдеев Р. З. Введение в нелинейную физику. — М: Наука, 1988.
10. Казимировский Э. С., Кокоуров В. Д. Движения в ионосфере. — Новосибирск: Наука, 1979.
11. Кибель И. А. О приспособлении движения воздуха к геострофическому // ДАН СССР.—1955, № 1.—С. 104—107.
12. Комкин Г. Л., Сербо В. Г. Сборник задач по классической механике. — М.: Наука, 1969.
13. Митра С. К. Верхняя атмосфера. — М.: Иностр. лит., 1965.
14. Монин А. С. (Ред.). Физика океана. — М.: Наука, 1978.—Т. 2. Гидродинамика океана..
15. Незлин М. В., Снежкин Е. Н. Вихри Россби и спиральные структуры. — М.: Наука, 1990.
16. Обухов А. М. К вопросу о геострофическом ветре // Изв. АН СССР. Сер. географ.геофиз.—1949.—13, № 4.—С. 281—306.
17. Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика. — М.: Мир, 1984.—Т. 1.
18. Петвиашвили В. И., Похотелов О. А. Уединенные волны в плазме и атмосфере. — М. Энергоатомиздат, 1989.
19. Хантадзе А. Г. Об изменении скорости и направления ветра с высотой в турбулентной электропроводной атмосфере // Геомагн. аэрон.—1968.—8, № 2.—С. 236—249.
20. Хантадзе А. Г. Некоторые вопросы динамики проводящей атмосферы. — Тбилиси: Наука, 1973.
21. Хантадзе А. Г., Шарикадзе Д. В. О двумерном нестационарном ветровом поле в ионосфере // Изв. АН СССР. Физика атм. океана.—1969.—5, № 9.—С. 957—960.
22. Холтон Дж. Р. Динамическая метеорология атмосферы и мезосферы. — Л.: Гидрометиздат, 1976.
23. Чагелишвили Г. Д., Чанишвили Р. Г., Ломинадзе Д. Г. Физика усиления вихревых возмущений в сдвиговых течениях // Письма в ЖЭТФ.—1996.—63, Вып. 7.—С. 517—522.
24. Чагелишвили Г. Д., Чхетиани О. Г. Линейная трансформация волн Россби в сдвиговых течениях // Письма в ЖЭТФ.—1995.—62, Вып. 4. С 294—300.
25. Aburjania G. D., Chargazia Kh. Z., Khantadze A. G., Kharshiladze O. A. On the new modes of planetary-scale electromagnetic waves in the ionosphere // Ann. Geophys. 2004.—22, N 4.—P. 525—534.
26. Bramley E. N. The effects of ion drag and of plasma forces on neutral air winds in F-region // J. Atmos. Terr. Phys.—1967.—29, N 10.—P. 1317—1321.
27. Chagelishvili G. D., Chanishvili R. G., Lominadze J. G., Tevzadze A. G. Magnetohydrodynamic waves linear evolution in parallel shear flows: amplification and mutual transformations // Phys. Plasmas.—1997.—4, N 2.—P. 259—271.
28. Chagelishvili G. D., Rogava A. D., Segal I. N. Hydrodynamic stability of compressible plane Couette flow // Phys. Rev. E.—1994.—50., N 6.—P. 4283—4285.
29. Chagelishvili G. D., Rogava A. D., Tsiklauri D. G. Effect coupling and linear transformation of Waves in shear flow // Phys. Rev. E.—1996.—53, N 6.—P. 6028—6031.
30. Charney T. G. On the scale of atmospheric motions // Geophys. Publ.—1947.—17, N 2.—P. 17—20.
31. Farrell B. F., Ioannou P. J. Transient development of perturbations in stratified shear flow // J. Atmos. Sci.—1993.—50, N 14.—P. 2201—2214.
32. Geisler J. E. A numerical study of the wind system in the

- middle thermosphere // J. Atmos. Terr. Phys.—1967.—**29**, N 12.—P. 1469—1482.
33. Graik A. D. D., Criminale W. O. Evolution of wavelike disturbances in shear flow: a class of exact solutions of the Navier-Stokes equations // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A.—1986.—**406**.—P. 13—21.
34. Kalashnik M. V., Mamatsashvili G. R., Chagelishvili G. D., Lominadze J. G. Linear dynamics of non-symmetric perturbations in geostrophic horizontal shear flows // Q. J. R. Meteorol. Soc.—2004.—N 1.—P. 1—17.
35. Kamide Y. Electrodynamical processes in the Earth's ionosphere and magnetosphere. — Kyoto: Kyoto Sangyo University Press, 1980.
36. Kelvin Lord (W. Thomson). Stability of fluid motion: Rectilinear motion of viscous fluid between two parallel plates // Phil. Mag.—1887.—**24**, N 5.—P. 188—196.
37. Landahl M. T. Wave breakdown and turbulence // SIAM J. Appl. Math.—1975.—**28**.—P. 735—747.
38. Reddy S. C., Schmid P. J., Hennigsson D. S. Pseudospectra of the Orr-Sommerfeld operator // SIAM. J. Appl. Math.—1993.—**53**.—P. 15—23.
39. Rossby C. G. On the mutual adjustment of pressure and velocity distributions in certain simple current systems // J. Mar. Res.—1938, N 2.—P. 239—263.
40. Rossby C. G. On the dispersion of planetary waves in a barotropic atmosphere // Tellus.—1949.—**1**.—P. 1—11.
41. Trefethen L. N., Trefethen A. E., Reddy S. C., Driscoll T. A. Hydrodynamic stability without eigenvalues // Science.—1993.—**261**.—P. 578—584.
42. Volponi F., Mahajan S. M., Yoshida Z. Asymptotic analysis and renormalized perturbation theory of the non-Hermitian dynamics of an inviscid vortex // Phys. Rev. E.—2001.—**64**, N 2.—P. 6312—6318.

**NEW MECHANISM FOR WAVY AMPLIFICATION  
AND MUTUAL TRANSFORMATION  
IN THE IONOSPHERE WITH INHOMOGENEOUS  
ZONAL WINDS**

G. D. Aburjania, J. G. Lominadze,  
A. G. Khantadze, O. A. Kharshiladze

The generation and further dynamics of planetary magnetized Rossby waves and inertia waves are investigated in a rotating dissipative ionosphere in the presence of a smooth inhomogeneous zonal wind (shear flow). Magnetized Rossby waves appear as a result of the interaction of the medium with the spatially inhomogeneous geomagnetic field and are an ionospheric manifestation of usual tropospheric Rossby waves. An effective linear mechanism responsible for the intensification and mutual transformation of Rossby and inertia waves is found. In the case of shear flows, the eigen functions of the problem are non-orthogonal and can hardly be studied by the canonical modal approach. Hence it becomes necessary to use the so-called non-modal mathematical analysis which has been actively developed in recent years. The non-modal approach shows that the transformation of wave disturbances in shear flows is due to the nonorthogonality of eigen functions of the problem in the conditions of linear dynamics. Thus there arise a new degree of freedom and a new way for the evolution of disturbances in the medium. Using the numerical modeling, we illustrate the peculiar features of the interaction of waves with the background flow, as well as the mutual transformation of wave disturbances in the *D*-, *E*- and *F*-regions of the ionosphere. It is established that the presence of a geomagnetic field, Hall and Pedersen currents in the ionospheric medium improves the interaction and mutual energy exchange between waves and a shear flow.