

© Д. А. Забарко, В. П. Котенев

ФДУП НВО машинобудування, м. Реутов Московської обл.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОГО ХИМИЧЕСКИ РЕАГИРУЮЩЕГО ГАЗА ОКОЛО ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ В РАМКАХ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ — СТОКСА

Розроблено числовий метод інтегрування повних чи параболізованих рівнянь Нав'є — Стокса, що дозволяє розраховувати гіперзвукові нерівноважні течії навколо затуплених тіл на основі методу встановлення розв'язку по часу.

ВВЕДЕНИЕ

При гиперзвуковых скоростях полета реальные свойства газа, и в частности, неравновесные процессы, вследствие высоких температур в ударном слое оказывают влияние на структуру и характеристики поля течения около летательных аппаратов. Моделирование реальных свойств воздуха в гиперзвуковых экспериментальных установках зачастую оказывается практически невозможным. Поэтому актуальной задачей является теоретическое исследование неравновесных гиперзвуковых течений.

Классический подход к решению задач обтекания состоит в разделении течения на внешнюю невязкую область и вязкий пограничный слой. При этом возникают проблемы, связанные с нахождением условий на внешней границе пограничного слоя. В рамках уравнений Навье — Стокса расчет проводится для всей области течения сразу, и указанные трудности не возникают.

Изучение структуры течений вязкого газа около затупленных тел проводится на основе численных решений. Для получения стационарного решения при обтекании тела равномерным сверхзвуковым потоком используется метод установления для нестационарной системы уравнений Навье — Стокса:

$$\rho \frac{dV}{dt} = -\text{grad}P - \frac{2}{3}\text{grad}(\mu \text{div}V) + 2\text{Div}(\mu \dot{S}).$$

Уравнение неразрывности для смеси и уравнение энергии имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho V) = 0,$$

$$\rho \frac{d}{dt} \left(h + \frac{V^2}{2} \right) = \frac{\partial P}{\partial t} + \text{div} \left[2\mu \left(\text{grad} \frac{V^2}{2} - \frac{1}{2} V \times \text{rot} V \right) - \frac{2}{3} \mu V \text{div} V - q \right].$$

Здесь h — энтальпия газа, T — температура, P — давление, ρ — плотность, V — вектор скорости, μ — динамическая вязкость, q — тепловой поток, $\dot{S}_{i,j} = 1/2(\nabla_i v_j + \nabla_j v_i)$ — компоненты тензора скоростей деформации, Div — дивергенция тензора.

Набегающий сверхзвуковой поток рассматривается как смесь 23.3 % O_2 и 76.7 % N_2 . Обтекающее тело газ состоит из семи компонентов (O , N , NO , O_2 , N_2 , NO^+ , e^-), а в качестве возможных химических реакций, протекающих в ударном слое при высоких температурах, принимаются реакции

1. $O_2 + M \rightleftharpoons 2O + M$,
2. $N_2 + M \rightleftharpoons 2N + M$,
3. $NO + M \rightleftharpoons N + O + M$,
4. $NO + O \rightleftharpoons O_2 + N$,
5. $N_2 + O \rightleftharpoons NO + N$,
6. $N + O \rightleftharpoons NO^+ + e^-$.

Здесь M означает любой из шести рассматриваемых компонентов, e^- — электронный компонент. Введем величину $\eta_i = c_i m_\infty / m_i$, где c_i — массовая концентрация i -го компонента, m_i — его молекулярный вес, m_∞ — молекулярный вес набегающего потока.

Будем ассоциировать индекс $i = 1-6$ с компонентами O , N , NO , O_2 , N_2 , NO^+ соответственно. Тогда условие сохранения атомарного состава и квазинейтральности смеси запишутся в виде

$$\eta_4 = 0.21 - 0.5(\eta_1 + \eta_3 + \eta_6),$$

$$\eta_5 = 0.79 - 0.5(\eta_2 + \eta_3 + \eta_6),$$

$$\eta_6 = \eta_7,$$

где η_7 — концентрация электронного компонента.

Коэффициент вязкости неравновесной смеси рас-

считывается по формуле Буденберга — Уилки [1]:

$$\mu = \sum_i \mu_i x_i \left(x_i + \sum_{k \neq i} G_{ik} x_k \right)^{-1},$$

где $x_i = c_i m / m_i$ — мольные концентрации, m — молекулярный вес смеси.

Коэффициенты вязкости чистых (однокомпонентных) газов μ_i имеют вид

$$\mu_i = 2.6693 \cdot 10^{-6} \frac{\sqrt{m_i T}}{\sigma_i^2 \Omega_i^{(2,2)*}},$$

где

$$G_{ik} = \frac{[1 + (\mu_i / \mu_k)^{1/2} (m_k / m_i)^{1/4}]^2}{2\sqrt{2}(1 + m_i / m_k)}.$$

Для вычисления интегралов столкновений $\Omega_i^{(2,2)*}$ применяется формула

$$\Omega_i^{(2,2)*} = 1.157 (kT / \varepsilon_i)^{-0.1472}.$$

Здесь $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, σ_i — диаметры столкновений, ε_i — характеристические потенциалы столкновений. Данные о параметрах σ_i и ε_i приведены в табл. 1.

Для многокомпонентной смеси тепловой поток обусловлен теплопроводностью и переносом энергии диффундирующими компонентами, поэтому

$$q = -\lambda \text{grad } T - \sum_i \frac{\mu}{Sc_i} h_i \text{grad } \gamma_i,$$

где $\gamma_i = \eta_i / m_\infty$, h_i — энтальпия i -го компонента, $Sc_i = \mu / \rho D_i$ — числа Шмидта (для нейтральных компонентов принимают равными 0.5, а для заряженных — 0.25 в соответствии с моделью амбиполярной диффузии), λ — коэффициент теплопроводности, D_i — эффективный коэффициент диффузии.

С учетом сделанных предположений

$$-q = \frac{\mu}{Pr} \text{grad } h + \frac{\mu}{Pr} \sum_i (Le_i - 1) h_i \text{grad } \gamma_i - \frac{\mu}{Pr} \sum_i \gamma_i \text{grad } e_{vi},$$

где $Pr = \mu C_p / \lambda = 0.72$ — число Прандтля, C_p — удельная теплоемкость смеси при постоянном давлении, $Le_i = Pr / Sc_i$ — числа Льюиса, e_{vi} — колебательная релаксация молекул,

Таблица 1. Характеристические потенциалы и диаметры столкновений

Параметр	O	N	NO, NO ⁺	O ₂	N ₂
ε_i / k , К	106.7	71.4	116.7	106.7	71.4
σ_i , нм	0.3050	0.3298	0.3492	0.3467	0.3798

$$h = \sum_{i=1}^7 h_i \eta_i = \frac{\gamma^*}{\gamma^* - 1} \frac{p}{\rho} = C_p T + e_{vi} + h_i^0$$

— статическая энтальпия, h_i^0 — энтальпия образования i -го компонента, γ^* — эффективный показатель адиабаты.

Распределение энергий по поступательным и вращательным степеням свободы принимается равномерным, т.е. молярные теплоемкости (C_p) при постоянном давлении для атомов равны 5/2 и 7/2 для молекул. Колебания молекул считаются возбужденными равновесно, или же по модели Лайтхилла. В работе [7] показано слабое различие между моделью Лайтхилла и строгой неравновесной моделью учета колебательной энергии молекул, вследствие того, что она составляет лишь небольшую часть от величины статической энтальпии. Таким образом, колебательная энергия молекул для модели Лайтхилла принимается равной половине максимально возможного равновесного значения при данной температуре, т.е. $e_{vi} = R_A T / 2$, R_A — универсальная газовая постоянная. Для атомов $e_{v1} = e_{v2} = 0$.

Уравнение сохранения массовой концентрации i -го компонента

$$\rho \frac{dc_i}{dt} + \text{div } U_i = \dot{W}_i, \quad i = 1, 2, 3, 6,$$

где $U_i = -\rho D_i \text{grad } c_i$ — массовый поток i -го компонента вследствие диффузии.

Вводятся следующие безразмерные величины $\mu_{\text{без}} = \mu / \mu_\infty$, $p_{\text{без}} = p / p_\infty$, $\rho_{\text{без}} = \rho / \rho_\infty$,

$$T_{\text{без}} = T / T_\infty, \quad V_{\text{без}} = V / \sqrt{p_\infty / \rho_\infty},$$

$$x_{\text{без}} = x / L, \quad y_{\text{без}} = y / L, \quad z_{\text{без}} = z / L,$$

$$t_{\text{без}} = t / L \sqrt{p_\infty / \rho_\infty}, \quad \dot{W}_{i\text{без}} = \frac{\dot{W}_i m_i \sqrt{p_\infty \rho_\infty}}{L},$$

где L — характерный линейный размер.

Замыкают систему уравнений сведения о константах равновесия и скоростях химических реакций [1, 3] (табл. 2, 3) и безразмерное уравнение состояния, которое принимает вид $p = \rho T m_\infty / m$.

Таблица 2. Энтальпии образования компонентов

Концентрации	ккал/г	ккал/моль	*
η_1 [O]	3.680	58.99	
η_2 [N]	8.030	112.5	
η_3 [NO]	0.715	21.81	
η_4 [O ₂]	0	0	
η_5 [N ₂]	0	0	
η_6 [NO ⁺]	8.020	240.6	

Таблица 3. Константы скоростей химических реакций

Номер реакции	Катализатор	Константа равновесия $K_i = k_f/k_r$	Константа скорости обратной реакции
1	N, NO N ₂ O ₂ O	$1200T^{-0.5} \exp[-59500/T]$	$k_1 = 3 \cdot 10^{15} T^{-0.5}$ $2k_1$ $9k_1$ $25k_1$
2	O ₂ , O, NO N ₂ N	$18 \exp[-113000/T]$	$k_2 = 1.056 \cdot 10^{16} T^{-0.5}$ $2.47k_2$ $2.15 \cdot 10^5 T^{-1} k_2$
3	O ₂ , N ₂ NO, O, N	$4 \exp[-75500/T]$	$k_3 = 9.75 \cdot 10^{19} T^{-3/2}$ $20k_3$
4		$0.24 \exp[-16127/T]$	$k_4 = 1.3 \cdot 10^{10} T \exp[-3573/T]$
5		$4.5 \exp[-38000/T]$	$k_5 = 1.6 \cdot 10^{13}$
6		$A \cdot 10^{11} \exp[-32500/T]$ $A = 1.4 \cdot 10^{-8} T + 1.2 \cdot 10^{-12} T^2 + 1.4 \cdot 10^{-16} T^3$	$k_6 = 1.8 \cdot 10^{21} T^{-3/2}$

Таблица 4. Параметры расчетных случаев

Режим	Высота, км	V_∞ , м/с	M_∞	T_∞ , К	α , град	Θ , град	Re_∞ , м ⁻¹	R_n , м	T_w , К
1	50	5309	16	274	0	10	$3.24 \cdot 10^5$	0.04	2300—1100
2	83.82	7534	27.18	191.2	0	9	6844	0.1524	1000

Модель диффузии ограничена бинарной диффузией с коэффициентами, определяемыми числом Льюиса. В работе [6] показано, что концентрации компонентов слабо зависят от степени упрощения диффузионной модели для рассматриваемых режимов обтекания.

Сформулируем основные предположения, при которых исследуется рассматриваемая задача:

1) набегающий на затупленное тело поток газа сверхзвуковой, однородный и невозмущенный, $\gamma = 1.4$;

2) течение во всей возмущенной телом области ламинарное и симметричное относительно плоскости, проходящей через ось симметрии тела;

3) уравнения Навье — Стокса справедливы для описания течения во всей возмущенной телом области;

4) из вязкостных эффектов учитывается динамическая вязкость μ .

Условия симметричности течения:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = \omega = 0,$$

где u, v, ω — компоненты вектора скорости \mathbf{V} , x — координата, перпендикулярная к плоскости симметрии.

Естественные граничные условия для системы заданы на бесконечном удалении от тела (в невозмущенном потоке) и на самом теле. На поверхности обтекаемого тела для компонентов скорости задавались условия прилипания $u_w = v_w = \omega_w = 0$. Режим теплообмена — охлаждение стенки $T_w = T_w^0 = \text{const}$ или изменение температуры по закону, близкому к линейному. Индекс «и» соответствует параметрам на стенке.

Для некаталитической поверхности стенки граничные условия для концентрации компонентов (атомов O и N, молекул NO) имеют вид $(\partial c_i / \partial n)_w = 0$.

В отношении рекомбинации заряженных частиц используются условия идеально каталитической поверхности $(c_\delta)_w = 0$.

Переход через ударную волну происходит «замороженным» образом, т. е. на ней концентрации совпадают с соответствующими значениями набегающего потока. Для модели Лайтхилла это означает, что на ударной волне со стороны обтекаемого тела $\gamma^* = 1.33333$.

Для задания «внешней» границы области интегрирования необходимы априорные данные о структуре поля течения. Для больших чисел Рейнольдса ($Re_\infty > 1000$) можно пренебречь влиянием структу-

ры тонкой головной ударной волны на течение вниз по потоку и принять, что ударная волна является поверхностью разрыва газодинамических параметров, на которой выполняются нестационарные условия Рэнкина — Гюгонио:

$$\rho(V_n - D) = \rho_\infty(V_{n,\infty} - D),$$

$$p + \rho(V_n - D)^2 = p_\infty + \rho_\infty(V_{n,\infty} - D)^2,$$

$$h(p, \rho) + \frac{1}{2}(V_n - D)^2 = h_\infty(p_\infty, \rho_\infty) + 0.5(V_{n,\infty} - D)^2,$$

$$\mathbf{V}_\tau = \mathbf{V}_{\tau,\infty},$$

где D — скорость распространения волны по частицам газа, V_n , \mathbf{V}_τ — проекции вектора скорости на нормаль и касательную плоскость к поверхности ударной волны

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Расчет течений вблизи головных частей затупленных тел будем проводить в нормированной сферической системе координат $x^1 = \xi$, $x^2 = \varphi$, $x^3 = \theta$ (рис. 1).

$$\xi = \frac{R - R_T(\theta, \varphi)}{R_B(\theta, \varphi) - R_T(\theta, \varphi)},$$

т. е.

$$R = R_T(\theta, \varphi) + \xi \cdot [R_B(\theta, \varphi) - R_T(\theta, \varphi)].$$

$$x = R \sin \theta \sin \varphi, \quad y = -R \sin \theta \cos \varphi,$$

$$z = z_0 - R \cos \theta, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi, \quad 0 \leq \theta \leq \pi/2.$$

Здесь $R = R_T(\theta, \varphi)$, $R = R_B(\theta, \varphi)$ — уравнения, задающие поверхности тела и ударной волны соответственно, причем R_B определяется в процессе решения задачи.

Основа метода — расщепление задачи обтекания по физическим процессам.

На первом этапе интегрируется «невязкая» часть системы, включающая в себя уравнения движения

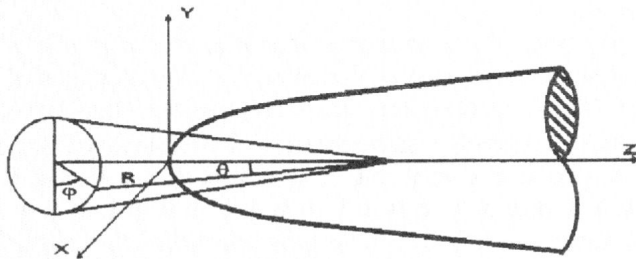


Рис. 1. Сферическая система координат

Эйлера, неразрывности и энергии в невязкой постановке:

$$\tilde{\mathbf{U}}_t + \tilde{\mathbf{F}}_\xi + \tilde{\mathbf{E}}_\theta + \tilde{\mathbf{G}}_\varphi + \tilde{\mathbf{H}} = 0,$$

где

$$\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{U}, \quad \tilde{\mathbf{F}} = \xi_R \mathbf{F} + \xi_\theta \mathbf{E} + \xi_\varphi \mathbf{G} + \xi_t \mathbf{U},$$

$$\tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{E}, \quad \tilde{\mathbf{G}} = \mathbf{G},$$

$$\tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{H}} + \xi_{R\xi} \mathbf{F} + \xi_{\theta\xi} \mathbf{E} + \xi_{\varphi\xi} \mathbf{G} + \xi_{t\xi} \mathbf{U},$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_R \\ \rho u_\theta \\ \rho u_\varphi \\ E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u_R \\ P + \rho u_R^2 \\ \rho u_R u_\theta \\ \rho u_R u_\varphi \\ (E + P)u_R \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} \rho u_\theta \\ \rho u_R u_\theta \\ P + \rho u_\theta^2 \\ \rho u_\theta u_\varphi \\ (E + P)u_\theta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \frac{1}{R \sin \theta} \begin{bmatrix} \rho u_\varphi \\ \rho u_R u_\varphi \\ \rho u_\theta u_\varphi \\ P + \rho u_\varphi^2 \\ (E + P)u_\varphi \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 2\rho u_R + \rho u_\theta \cot \theta \\ \rho(2u_R^2 - u_\theta^2 - u_\varphi^2) + 3\rho u_R u_\theta \\ \rho(u_\theta^2 - u_\varphi^2) + 3\rho u_R u_\theta \\ \rho u_\varphi(2u_\theta \cot \theta + 3u_R) \\ (E + P)(2u_R + u_\theta \cot \theta) \end{bmatrix},$$

u_R , u_φ , u_θ — физические компоненты скорости в сферической системе координат.

На втором — решение уточняется с использованием «вязкой» части уравнений Навье — Стокса и энергии:

$$\mathbf{U}_t = \mathbf{K},$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2}{3} \text{grad}(\mu \text{div} \mathbf{V}) + 2 \text{Div}(\mu \dot{\mathbf{S}}) \\ \text{div} \left[2\mu \left(\text{grad} \frac{V^2}{2} - \frac{1}{2} \mathbf{V} \times \text{rot} \mathbf{V} \right) - \frac{2}{3} \mu \mathbf{V} \text{div} \mathbf{V} - q \right] \end{bmatrix}.$$

«Невязкая» часть системы уравнений решается при помощи явной двухшаговой конечно-разностной схемы Мак-Кормака.

Введем в пространстве t, ξ, φ, θ прямоугольную сетку с шагами $\Delta t, \Delta \xi = 1/N, \Delta \varphi = \pi/K, \Delta \theta = \pi/(2M)$, где N, M, K — число интервалов в направлениях ξ, φ, θ соответственно. Обозначим координаты узлов сетки $t^j = j\Delta t, \xi_n = n\Delta \xi, \theta_m = m\Delta \theta, \varphi_k = k\Delta \varphi$, а любую функцию f в этой точке — как $f_{n,m,k}^j$, при этом $k \geq 0, 0 \leq n \leq N, 0 \leq m \leq M, 0 \leq j \leq K$.

Предиктор имеет вид

$$U_{n,m,k}^{j+1} = U_{n,m,k}^j - \Delta t \left(\frac{F_{n+1,m,k}^j - F_{n,m,k}^j}{\Delta \xi} + \frac{E_{n,m+1,k}^j - E_{n,m,k}^j}{\Delta \theta} + \frac{G_{n,m,k+1}^j - G_{n,m,k}^j}{\Delta \varphi} + H_{n,m,k}^j \right),$$

а корректор —

$$U_{n,m,k}^{j+1} = \frac{1}{2} \left[U_{n,m,k}^j + U_{n,m,k}^{j+1} - \Delta t \left(\frac{F_{n,m,k}^{j+1} - F_{n,m-1,k}^{j+1}}{\Delta \xi} + \frac{E_{n,m,k}^{j+1} - E_{n,m-1,k}^{j+1}}{\Delta \theta} + \frac{G_{n,m,k}^{j+1} - G_{n,m,k-1}^{j+1}}{\Delta \varphi} + H_{n,m,k}^{j+1} \right) \right].$$

«Вязкая» подсистема интегрируется при помощи метода прогонки.

$$U_t = K, \quad \frac{U_{n,m,k}^{j+2} - U_{n,m,k}^{j+1}}{\Delta t} = K^{j+2}.$$

В «вязкой» части последовательно решаются разностные уравнения движения, записанные неявно относительно искомых параметров. Затем с использованием полученного поля скоростей решаются уравнения энергии и диффузии. Применение описанной процедуры снимает ограничение на шаг интегрирования по времени, связанное с вязким критерием устойчивости.

Для интегрирования уравнений диффузии метод прогонки применяется в сочетании со специальной неявной разностной схемой, используемой для аппроксимации источников членов. При этом сначала при помощи полностью неявного метода Ньютона совместно решается система разностных уравнений с источниками членами $\rho \partial c_i / \partial t = W_i$ ($i = 1, 2, 3, 6$). Затем учитывается диффузирование компонентов смеси $\rho \partial c_i / \partial t + \text{div} U_i = 0$. Уравнения последней системы решаются последовательно и независимо друг от друга методом прогонки.

Предложенный метод расщепления уравнений диффузии позволяет рассчитывать химически неравновесные течения в широком диапазоне значений параметров набегающего потока вплоть до высот полета, где реализуется околоравновесный режим протекания химических реакций.

Для исследования течений около удлиненных тел используется разделение всей области интегрирования на ряд взаимно перекрывающихся подобластей (рис. 2) и последовательный расчет в каждой из них. Сначала задача решается в окрестности затупления. Затем центр сферической системы координат переносится по оси конуса. Выстраивается новая расчетная область, где на левой границе области выставляются «жесткие» граничные условия из уже рассчитанной области, на выходных границах задаются «мягкие» граничные условия вида линей-

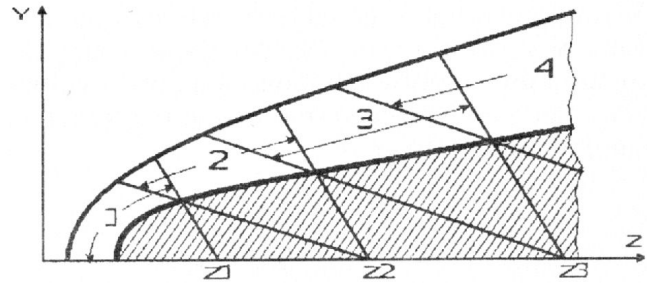


Рис. 2. Разделение физической области интегрирования

ной экстраполяции искомых функций, на теле — условия прилипания и известная температура стенки, на ударной волне — нестационарные соотношения Рэнкина — Гюгонио. Решение в полученной области устанавливается, и описанная процедура построения новой расчетной сетки повторяется. Описанное разделение области возможно в силу слабой передачи возмущений вверх по потоку при обтекании тел сверхзвуковым набегающим потоком вязкого газа [4], и позволяет проводить расчет длинных затупленных тел до 100 калибров и более.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Ниже приводятся результаты расчетов осесимметричного обтекания сферически затупленных конусов, которые сравниваются с данными [2, 8].

В первом случае рассматривается обтекание 10-градусного сферически затупленного конуса на высоте полета 50 км. Второй режим соответствует течению на затупленном конусе с углом полураствора $\Theta = 9^\circ$, углом атаки $\alpha = 0$. Значения параметров для рассмотренных режимов приведены в табл. 4 (R_n — радиус затупления носа). Число Стантона вычислялось по формуле $St = q_w / \rho_\infty V_\infty (H_\infty - h_w)$, где $q = \lambda t (\partial T / \partial n)_w$ — тепловой поток, λ — коэффициент теплопроводности, $H_\infty = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_\infty}{\rho_\infty} + \frac{V_\infty^2}{2}$ — полная энтальпия газа в однородном набегающем потоке.

На рис. 3 приводится сравнение полученного распределения числа Стантона с данными работы [2] (S_w — расстояние по поверхности тела, отнесенное к радиусу затупления). Наблюдается хорошее согласие в пределах 5 %. Характерной особенностью данного режима является явно выраженная «ложка» ($\approx 20\%$) в неравновесных расчетах, в отличие от модели совершенного газа, где данной «ложки» нет.

На рис. 4 приведены сравнения безразмерных

концентраций компонентов смеси η_i и плотности поперек ударного слоя для расстояния от носка, соответствующего 5 калибрам. Качественное согласие подтверждает о правильность расчета химических концентраций в структуре ударного слоя. Количественные отличия обусловлены, скорее всего, разными моделями химических реакций сравниваемых методик, включающих в себя константы

скоростей химических реакций и граничные условия. При этом отмечается хорошее согласие концентраций, достигших сравнительно больших величин (атомарный кислород). Несколько большее различие наблюдается для компонентов, имеющих малую концентрацию. Для сравнения приведены концентрации, рассчитанные с применением грубой (количество узлов поперек ударного слоя равно 40 и слабое сгущение к телу) и подробной сетки (80 точек, шаг сетки около тела различается в 17 раз). Показано слабое влияние подробной сетки на распределение концентраций поперек ударного слоя.

Второй рассмотренный случай соответствует условиям полета на высоте 83.82 км (рис. 5, 6). Наблюдается хорошее согласие распределения числа Стантона (различие не превышает 3 %) с расчетными данными [8]. Максимальное отличие расчета по модели совершенного газа и неравновесного расчета достигает 15 % в районе «ложки», умень-

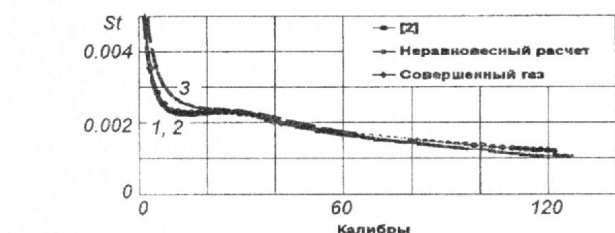


Рис. 3. Распределение числа Стантона по калибрам ($h = 50$ км, $M_\infty = 16$, $\Theta = 10^\circ$, $\alpha = 0$, $R_n = 4$ см, $T_w = 2300 \dots 1100$ К): 1 — данные [2], 2 — неравновесный расчет, 3 — совершенный газ

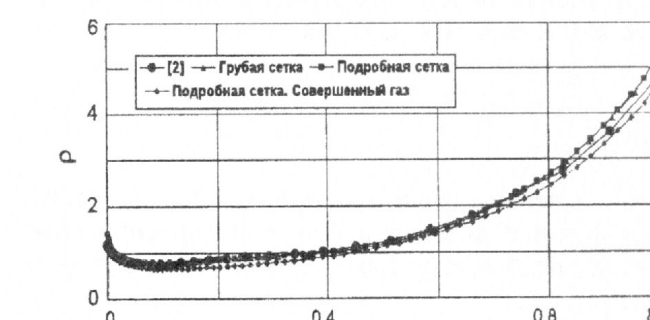
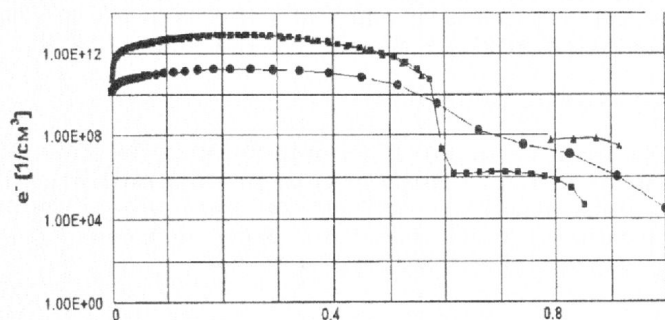
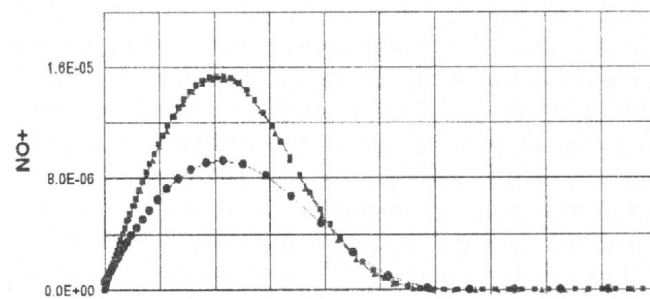
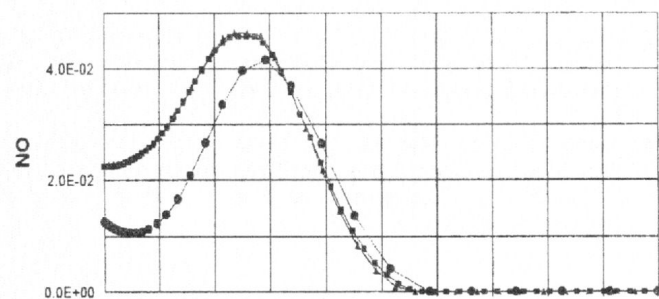
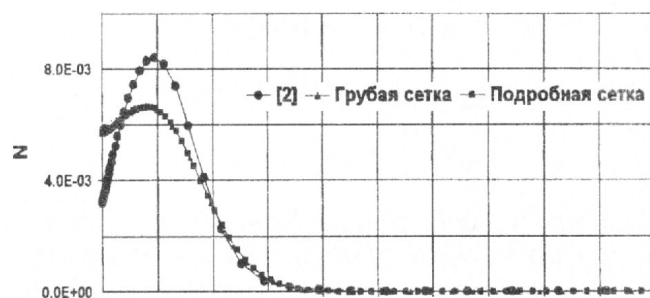
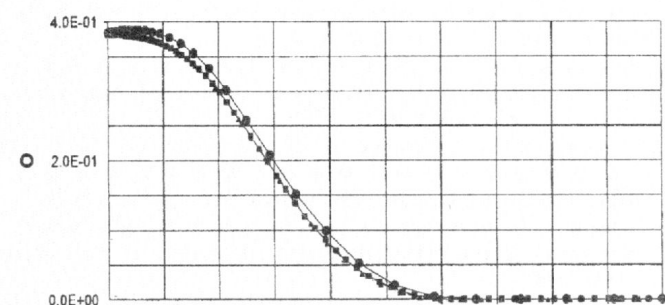


Рис. 4. Распределение концентраций η разных компонентов смеси (O, N, NO, NO⁺, e⁻) и плотности ρ (калибр 5)

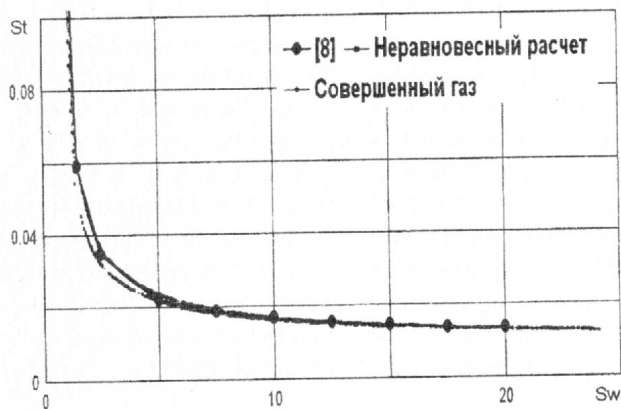


Рис. 5. Распределение числа Стантона по калибрам ($h = 83.82$ км, $M_\infty = 27.18$, $\Theta = 9^\circ$, $\alpha = 0$, $R_n = 15.24$ см, $T_w = 1000$ К)



Рис. 6. Распределение концентраций электронов (калибр 8.2)

шаяся далее по длине конуса. Концентрация электронов в ударном слое отличается от экспериментальных данных в 5 раз на расстоянии 8.2 калибров от носка (рис. 6). Тем не менее, порядок величины учитывается верно, что позволяет использовать результаты для прогнозирования радиосвязи с летательным аппаратом. Отличие объясняется приближением данного режима к «замороженному», что требует уточнения модели химических реакций применительно к указанным режимам. Особенностью данного расчета является необходимость использования полных уравнений Навье — Стокса. Упрощенные уравнения в приближении тонкого слоя для одинаковых условий расчетов дают большую погрешность при определении параметров на теле, в частности тепловых потоков.

ВЫВОДЫ

Модели, основанные на уравнениях Навье — Стокса, позволяют пересчитывать экспериментальные данные на реальные условия полета гиперзвуковых

летательных аппаратов, а также сократить количество дорогостоящих экспериментов по определению аэродинамических, тепловых и прочностных характеристик изделий.

Анализ полученных результатов свидетельствует о возможности применения предложенного метода для расчета параметров химически неравновесного вязкого ударного слоя, в том числе тепловые потоки к поверхности тела и концентрации компонентов смеси газов, включая характеристики прибортовой плазмы. Затраты машинного времени остаются приемлемыми и значительно меньшими, чем при использовании полностью неявных схем во всей рассматриваемой области без выделения головной ударной волны.

1. Агафонов В. П., Вертушкин В. К., Гладков А. А., Полянский О. Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. — М.: Машиностроение, 1972.
2. Власов В. И. Метод расчета вязкого ударного слоя с учетом неравновесных физико-химических процессов // Космонавтика и ракетостроение. — 1997. — № 11. — С. 5—12.
3. Кан Сань-Вук. Неравновесное ионизированное гиперзвуковое течение около затупленного тела при низких числах Рейнольдса // РТК. — 1970. — № 7.
4. Кокошинская Н. С., Павлов Б. М., Пасконов В. М. Численное исследование сверхзвукового обтекания тел вязким газом. — М.: Изд-во МГУ, 1980.
5. Котенев В. П., Сахаров В. И., Тирский Г. А. Расчет сверхзвукового пространственного обтекания затупленных тел с учетом неравновесных химических реакций // Исследования по гиперзвуковой аэродинамике и теплообмену с учетом неравновесных химических реакций. — М.: Изд-во МГУ, 1987.
6. Blottner F. G. Nonequilibrium Laminar Boundary Layer Flow of Ionized Air. — Space Sciences Laboratory, General Electric Co., Philadelphia, Pa., Nov. 1964. — Rept. R64SD56.
7. Rakich J. V., Bailey H.E., Park C. Computation of Nonequilibrium, Supersonic Three-Dimensional Inviscid Flow over Blunt-Nosed Bodies // AIAA J. — 1983. — 21, N 6. — P. 834—841.
8. Swaminathan S., Kim M. D., Lewis C. H. Nonequilibrium Viscous Shock-Layer Flows over Blunt Sphere-Cones at Angle of Attack // J. Spacecraft and Rockets. — 1983. — 20, July-August. — P. 331—338.

NUMERICAL INVESTIGATION OF VISCOUS CHEMICALLY REACTING GAS FLOWS NEAR BLUNT-NOSED BODIES IN THE FRAMEWORK OF NAVIER — STOKES EQUATIONS

D. A. Zabarko, V. P. Kotenev

Based upon the method of time-independent solution finding, a numerical method for integration of complete and parabolic Navier — Stokes equations is developed that allows one to compute hypersonic flows near blunt-nosed bodies taking into account nonequilibrium physical and chemical processes.