

ВЫВОДЫ

Зондовые измерения позволили определить основные параметры струи плазмы стационарных плазменных двигателей, и сделать качественный и количественный анализ режимов работы движителей, а также сравнительный анализ характеристик трех вариантов систем СПД+катод.

Очевидно, что благодаря изменениям, внесенным в конструкцию магнитопровода, модель СПД-20М по сравнению с СПД-20 имеет лучшие характеристики с точки зрения равномерности углового распределения ионного тока, а также по величине отношения интегрального ионного тока к разрядному. Применение накаливаемого катода ДНУ/ХАИ приводит к улучшению фокусировки струи, однако интегральный ионный ток несколько уменьшается (приблизительно на 15 %); также наблюдается перекомпенсация струи плазмы (в частности, отрицательный плавающий потенциал).

Из полученных результатов видно, что изменение параметров магнитной системы и характеристик катода значительно влияют на основные параметры стационарных плазменных двигателей малой мощности. Это позволит в дальнейшем получить плазменные двигатели малой мощности с необходимыми характеристиками.

1. Алексеев Б. В., Котельников В. А. Зондовый метод диагностики плазмы. — М.: Энергоатомиздат, 1988.
2. Белан Н. В., Ким В. П., Оранский А. И. и др. Стационарные плазменные двигатели. — Харьков: Харьков. авиационный ин-т, 1989.
3. Диагностика плазмы / Под ред. Р. Хаддлстоуна, С. Леонарда. — М.: Мир, 1967.
4. Козлов О. В. Электрический зонд в плазме. — М.: Атомиздат, 1969.
5. Подгорный И. М. Лекции по диагностике плазмы. — М.: Атомиздат, 1968.
6. Ahedo E., Gallardo J. M. Scaling Down Hall Thrusters // IEPC-2003-104 28th Internat. Electric Propulsion Conf. — Toulouse, France, 2003.—17—21 March.
7. Hruby V., Monheiser J., Pote B. Low Power Hall Thruster Propulsion System // IEPC-99-092 26th Internat. Electric Propulsion Conf. — Kitakyushu, Japan, 1999.—Vol. 1.—P. 544—551.
8. Belikov M. B., Gorshkov O. A., Rizakhanov R. N. The Output Parameters and Angular Plume Characteristics of Low Power Hall Thruster // IEPC-99-094 26th Internat. Electric Propulsion Conf. — Kitakyushu, Japan, 1999.—Vol. 1.—P. 552—558.

PROBE DIAGNOSTICS OF LOW-POWER STATIONARY PLASMA THRUSTER PLUME

T. A. Maksymenko, A. V. Loyan, N. N. Koshelev

Plume parameters of several thruster systems consisting of low-power stationary plasma thruster and cathode are investigated using electrostatic probe method. Influence of magnetic circuit and cathode type on thruster characteristics is determined.

УДК 533.662.013

© Д. А. Редчиц, А. А. Приходько

Дніпропетровський національний університет

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СВЯЗАННОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ И АЭРОДИНАМИКИ РОТОРА ВЕТРОАГРЕГАТОВ

Для розв'язування задачі динаміки та аеродинаміки горизонтально- і вертикально-осьового вітроагрегатів розроблено наближена інженерна методика і числовий алгоритм на основі рівнянь Нав'є — Стокса. Реалізовано алгоритми розв'язування нестационарних рівнянь Нав'є — Стокса пестискої рідини в криволінійних координатах на основі явних, неявних, неявних з LU-факторизацією і скінченно-об'ємних схем. Проведено тестування числових алгоритмів. Аналізуються результати розрахунку динаміки ротора вітроагрегатів.

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях развития энергетического рынка особое внимание уделяется ветроэнергетике как одному из возобновляемых источников энергии. В ближайшее время ветроэнергетика может стать источником наиболее дешевой электроэнергии, вырабатываемой в промышленных масштабах.

Первые теоретические разработки в области исследования ветроколес основаны на импульсной теории [20, 23]. Эта теория базируется на определении суммарных сил и моментов, действующих на ротор, на основе уравнений сохранения массы, количества движения и энергии. Следующим шагом в разработке и анализе ветроагрегатов было создание теории идеального ветродвигателя, осно-

ванной на применении вихревой теории обтекания круглой пластины, которая расположена нормально к потоку [16]. Модель идеального ветроколеса, позволяющая определить силы и моменты, действующие на ротор в воздушном потоке, не дает информации о геометрических параметрах самого ветроколеса, его конструкции и режимах работы. Теория элементарных струй представляет собой симбиоз импульсной теории идеального ветроколеса и теории профиля [24]. На этой базе удается значительно расширить изучение и описание процессов обтекания ротора ветротурбины. В дисковой вихревой теории на основе законов гидродинамики, определяющих движение и воздействие завихренности, вычисляется индуцируемое следом винта поле скоростей [7, 9, 10].

Классическая теория идеального и реального ветродвигателя является грубым приближением при расчете и изучении сложной физической картины течения потока ветра вокруг ротора ветротурбины [1]. Одним из наиболее эффективных путей расчета аэродинамических характеристик ветроколеса является применение численных методов решения уравнений потенциала, Эйлера и Навье — Стокса.

Задача обтекания ветроколеса потенциальным потоком несжимаемой жидкости решается путем замены лопастей ветроколеса и вихревой пелены, сходящей с них, распределенными сингулярными особенностями (вихрями, источниками, диполями) [2, 4, 8, 15, 22, 24]. Теория несущей линии в этом смысле является простейшим приближением реального потока. Дальнейшим развитием метода особенностей можно считать теорию несущей поверхности, которая дает возможность включить в рассмотрение влияние конечной длины хорды лопасти. Метод панелей является наиболее сложным, так как лопасть ветроколеса и вихревая пелена заменяется здесь большим числом поверхностей (панелей) с распределением сингулярных особенностей как на поверхности, так и внутри объема лопасти. Во всех этих методах поток предполагается безвихревым всюду, за исключением тонкого слоя завихренности в следе. На основе теории несущей поверхности поставлены и успешно решены задачи о подъемной силе, возникающей на крыле самолета [3, 4, 5], несущем винте вертолета [8], гребном винте корабля [11] и лопасти ветроколеса [15].

Методы расчета ветряков, основанные на численном решении уравнений потенциала и Эйлера, не отображают на сегодняшний день уровень развития науки и являются в большей степени приближенными моделями, так как не учитывают реальной вязкости воздуха. Ветряк, как и вертолет, является самым трудным в плане аэродинамического расче-

та. При его проектировании и расчете необходимо рассматривать связанную задачу динамики и аэродинамики лопасти ветряка.

Математическая модель, предложенная в настоящей работе, основана на совместном решении уравнения вращения ветротурбины и уравнений Навье — Стокса несжимаемой жидкости для описания аэродинамики лопастей ветроагрегатов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исходные уравнения. Процессы динамики и аэродинамики ветроагрегата при рассмотрении полной трехмерной постановки задачи описываются уравнениями неразрывности, Навье — Стокса для каждой составляющей скорости и уравнением вращения твердого тела относительно неподвижной оси.

Нестационарные уравнения Навье — Стокса несжимаемой жидкости с учетом массовых сил (центробежной и Кориолиса) записаны в векторном виде в связанной с ветроколесом системе координат

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V} = -\frac{1}{\rho}\nabla(p) + \nu\Delta\mathbf{V} + \frac{1}{\rho}\mathbf{J}_e + \frac{1}{\rho}\mathbf{J}_c, \quad (1)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{V} = 0,$$

где $\mathbf{J}_c = -2\rho[\boldsymbol{\Omega}\mathbf{V}]$ — сила инерции Кориолиса, $\mathbf{J}_e = -\rho[\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{r}] - \rho[\boldsymbol{\Omega}\mathbf{V}]$ — переносная сила инерции, \mathbf{V} — вектор скорости, ρ — плотность, p — давление, ν — кинематический коэффициент вязкости, $\boldsymbol{\Omega}$ — вектор угловой скорости, $\boldsymbol{\varepsilon}$ — вектор углового ускорения, \mathbf{r} — радиус-вектор.

Воспользуемся методом искусственной сжимаемости и запишем исходную систему уравнений в безразмерной матричной форме

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \zeta} =$$

$$= \frac{1}{\operatorname{Re}} \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \zeta} \right) + \mathbf{H}, \quad (2)$$

$$\mathbf{q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta U \\ uU + \xi_x p \\ vU + \xi_y p \\ wU + \xi_z p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta V \\ uV + \eta_x p \\ vV + \eta_y p \\ wV + \eta_z p \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta W \\ uW + \xi_x p \\ vW + \xi_y p \\ wW + \xi_z p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\Omega w + \omega^2 y + \varepsilon z \\ -2\Omega v + \omega^2 z + \varepsilon y \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R} = \alpha_{\xi} \begin{bmatrix} 0 \\ u_{\xi} \\ v_{\xi} \\ w_{\xi} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \alpha_{\eta} \begin{bmatrix} 0 \\ u_{\eta} \\ v_{\eta} \\ w_{\eta} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \alpha_{\zeta} \begin{bmatrix} 0 \\ u_{\zeta} \\ v_{\zeta} \\ w_{\zeta} \end{bmatrix},$$

$$\alpha_{\xi} = \frac{1}{J}(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2),$$

$$\alpha_{\eta} = \frac{1}{J}(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2),$$

$$\alpha_{\zeta} = \frac{1}{J}(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2),$$

где u, v, w — декартовы компоненты вектора скорости, β — параметр искусственной сжимаемости,

$$\xi_x = J(y_{\eta}z_{\zeta} - y_{\zeta}z_{\eta}), \quad \xi_y = -J(x_{\eta}z_{\zeta} - x_{\zeta}z_{\eta}),$$

$$\xi_z = J(x_{\eta}y_{\zeta} - x_{\zeta}y_{\eta}), \quad \eta_x = -J(y_{\xi}z_{\zeta} - y_{\zeta}z_{\xi}),$$

$$\eta_y = J(x_{\xi}z_{\zeta} - x_{\zeta}z_{\xi}), \quad \eta_z = -J(x_{\xi}y_{\zeta} - x_{\zeta}y_{\xi}),$$

$$\zeta_x = J(y_{\xi}z_{\eta} - y_{\eta}z_{\xi}), \quad \zeta_y = -J(x_{\xi}z_{\eta} - x_{\eta}z_{\xi}),$$

$$\zeta_z = J(x_{\xi}y_{\eta} - x_{\eta}y_{\xi})$$

— метрические коэффициенты,

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, y, z)} = \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{bmatrix}$$

— якобиан преобразования координат,

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w,$$

$$V = \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w,$$

$$W = \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w$$

— контравариантные составляющие вектора скорости.

Для определения текущей угловой скорости вращения ветротурбины одновременно с решением аэродинамической задачи решалось уравнение вращения твердого тела относительно неподвижной:

$$I_z \frac{d\omega}{dt} = M_{\text{аэр}} - M_{\text{нагр}} - M_{\text{сопр}}, \quad (3)$$

где I_z — момент инерции ротора, $M_{\text{аэр}}$ — аэродинамический момент, определяемый из решения аэродинамической задачи, $M_{\text{нагр}}$ — момент нагрузки на валу ветроагрегата, $M_{\text{сопр}}$ — момент трения на оси.

Момент сопротивления на валу ветроагрегата определялся квадратичной функцией угловой скорости вращения $M_{\text{нагр}} = A\omega^2 + B\omega + C$, а момент нагрузки — из условия поддержания заданной

угловой скорости вращения ω_3 :

$$M_{\text{нагр}} = \begin{cases} 0, & \omega < \omega_3, \\ M_{\text{аэр}} - M_{\text{нагр}}, & \omega = \omega_3. \end{cases}$$

Граничные условия. На внешней границе, за исключением выходного участка, фиксировались невозмущенные значения зависимых переменных. На плоскости симметрии, перпендикулярной к плоскости лопасти, задавались условия периодичности, а на поверхности — условие прилипания. Нормальный градиент давления на лопасти определялся из проекции уравнения количества движения на нормаль к лопасти.

Для построения сетки, связанной с лопастями ветроагрегата, использован метод трансфинитной интерполяции [18].

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДИКИ

Разностные схемы решения уравнений Навье — Стокса. Для решения уравнений Навье — Стокса использованы четыре способа получения их разностного аналога: явные, неявные, неявные с LU-факторизацией конечно-разностные схемы и метод контрольного объема.

При дискретизации конвективных членов применялась вторая схема с разностями против потока и схема типа TVD, предложенная Колганом [12]. Конвективные производные аппроксимировались с помощью соотношения

$$\frac{\partial(uf)}{\partial x} = \frac{u_R f_R - u_L f_L}{\Delta x}, \quad (4)$$

где $f = u, v, w$; $u_R = 0.5(u_{i+1} + u_i)$, $u_L = 0.5(u_i + u_{i-1})$.

Значения f на гранях контрольного объема во второй схеме с разностями против потока определяются с помощью соотношений

$$f_R = \begin{cases} f_i, & u_R \geq 0, \\ f_{i+1}, & u_R < 0, \end{cases} \quad f_L = \begin{cases} f_{i-1}, & u_L \geq 0, \\ f_i, & u_L < 0. \end{cases} \quad (5)$$

Можно показать [21], что практически любая TVD-схема может быть записана в виде

$$(f)_i = (f_{UDS})_i + \psi_i \quad (6)$$

где $(f_{UDS})_i$ — значение функции на грани контрольного объема, рассчитанное по противопоточной схеме, ψ_i — нелинейный ограничитель потоков, который является функцией значений f в окрестности i -й грани контрольного объема.

Противопоточная схема усовершенствуется с помощью соотношений

$$f_R = \begin{cases} f_i + \psi_i(f_{i+1} - f_i f_i - f_{i-1}), & u_R \geq 0, \\ f_{i+1} + \psi_i(f_{i+2} - f_{i+1} f_{i+1} - f_i), & u_R < 0, \end{cases}$$

$$f_L = \begin{cases} f_{i-1} + \psi_i(f_i - f_{i-1} f_{i-1} - f_{i-2}), & u_L \geq 0, \\ f_i - \psi_i(f_{i+1} - f_i f_i - f_{i-1}), & u_L < 0. \end{cases}$$

Ограничитель MinMod [21] имеет вид

$$\psi_i = \begin{cases} \frac{1}{2} \text{MinMod}(\Delta f_L, \Delta f_R), & \Delta f_L \Delta f_R > 0, \\ 0, & \Delta f_L \Delta f_R \leq 0. \end{cases}$$

В качестве неявной использовалась факторизованная схема типа Бима — Уорминга (7) [6, 17]:

$$(I + h\delta_\xi A^n - h\text{Re}^{-1}\delta_\xi M^n) \times (I + h\delta_\eta B^n - h\text{Re}^{-1}\delta_\eta N^n) \times \\ \times (I + h\delta_\zeta C^n - h\text{Re}^{-1}\delta_\zeta L^n) \times (q^{n+1} - q^n) = \\ = -\Delta t [\delta_\xi E^n + \delta_\eta F^n + \delta_\zeta G^n - \\ - \text{Re}^{-1}(\delta_\xi R^n + \delta_\eta S^n + \delta_\zeta T^n)], \quad (7)$$

где δ обозначает центральный разностный оператор, $A^n, B^n, C^n, M^n, N^n, L^n$ — матрицы Якоби, полученные при линеаризации векторов $E^n, F^n, G^n, T^n, R^n, S^n$ относительно значений на предыдущем шаге по времени:

$$A, B, C = \begin{bmatrix} 0 & \beta k_1 & \beta k_2 & \beta k_3 \\ k_1 & \theta + k_1 u & u k_2 & u k_3 \\ k_2 & v k_1 & \theta + k_2 v & v k_3 \\ k_3 & w k_1 & w k_2 & \theta + k_3 w \end{bmatrix},$$

$$M, N, L = \alpha_\gamma \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial \gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \gamma} \end{bmatrix}.$$

Здесь $\theta = k_1 u + k_2 v + k_3 w$, а $\gamma = \xi, \eta, \zeta$ определяется в зависимости от выбора матрицы M, N, L .

При стандартном приеме факторизации, приводящем к неявной схеме переменных направлений, для каждого направления получаем оператор-сомножитель с блочными трехдиагональными матрицами, которые решаются методом векторной прогонки.

Сократить объем вычислений, особенно в трехмерном случае, можно воспользовавшись алгоритмом LU-факторизации (8), приводящим к неявной схеме с двумя шагами независимо от размерности задачи:

$$[I + (\delta_\xi^- A_1 + \delta_\eta^- B_1 + \delta_\zeta^- C)] \times \\ \times [I + (\delta_\xi^+ A_2 + \delta_\eta^+ B_2 + \delta_\zeta^+ C)] \Delta q^n = \\ = -\Delta t \left[\delta_\xi E + \delta_\eta F + \delta_\zeta G - \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} + \frac{\partial S}{\partial \eta} + \frac{\partial R}{\partial \zeta} \right) \right], \quad (8)$$

где $\delta_\xi^-, \delta_\xi^+, \delta_\eta^-, \delta_\eta^+, \delta_\zeta^-, \delta_\zeta^+$ — односторонние разностные операторы;

$$A_1 + A_2 = \Delta t \mu A, \quad A_1 = \frac{\Delta t \mu}{2} (A + \rho_1 I) - \frac{1}{4},$$

$$A_2 = \frac{\Delta t \mu}{2} (A - \rho_1 I) + \frac{1}{4},$$

$$B_1 + B_2 = \Delta t \mu B, \quad B_1 =$$

$$= \frac{\Delta t \mu}{2} (B + \rho_2 I) - \frac{1}{4}, \quad B_2 = \frac{\Delta t \mu}{2} (B - \rho_2 I) + \frac{1}{4},$$

$$C_1 + C_2 = \Delta t \mu C,$$

$$C_1 = \frac{\Delta t \mu}{2} (C + \rho_3 I) - \frac{1}{4}, \quad C_2 = \frac{\Delta t \mu}{2} (C - \rho_3 I) + \frac{1}{4},$$

I — единичная матрица, ρ_1, ρ_2 и ρ_3 — максимальные абсолютные величины собственных значений матриц A, B и C .

Для матрицы A :

$$\lambda_1 = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w, \quad \lambda_2 = \lambda_1, \\ \lambda_3 = \lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 + \beta(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)}, \\ \lambda_4 = \lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 + \beta(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)}.$$

Для матрицы B :

$$\lambda_1 = \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w, \quad \lambda_2 = \lambda_1, \\ \lambda_3 = \lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 + \beta(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)}, \\ \lambda_4 = \lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 + \beta(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)}.$$

Для матрицы C :

$$\lambda_1 = \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w, \quad \lambda_2 = \lambda_1, \\ \lambda_3 = \lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 + \beta(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)}, \\ \lambda_4 = \lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 + \beta(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)}.$$

Применяемый метод разбиения неявного разностного оператора не зависит от числа пространственных переменных и остается двухшаговым.

Для решения уравнений Навье — Стокса несжимаемой жидкости с помощью конечно-объемной схемы запишем их в векторной интегральной форме:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1}{A} \oint_{\Omega} (F \cdot n - F_v \cdot n) d\Omega = 0. \quad (9)$$

Здесь вектор зависимых переменных q , массовые расходы невязкого F и вязкого F_v потоков, нормальных к грани контрольного объема для двумерного случая, записываются в виде

$$q = \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \end{bmatrix}, \quad F_i \cdot n = \begin{bmatrix} \beta U \\ uU + n_x p \\ vU + n_y p \end{bmatrix}, \quad F_v \cdot n = \begin{bmatrix} 0 \\ n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{xy} \\ n_x \tau_{xy} + n_y \tau_{yy} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где $U = n_x u + n_y v$ — нормальная к грани скорость.

Компоненты тензора напряжений для вязких течений имеют вид

$$\tau_{xx} = \mu \frac{2}{Re} u_x, \quad \tau_{yy} = \mu \frac{2}{Re} v_y, \\ \tau_{xy} = \mu \frac{1}{Re} (u_y + v_x).$$

Конвективные потоки на гранях контрольных объемов вычисляются с помощью соотношения

$$F_k = \frac{1}{2} [F(q_L) + F(q_R) - |\tilde{A}| (q_R - q_L)]_k, \quad (11)$$

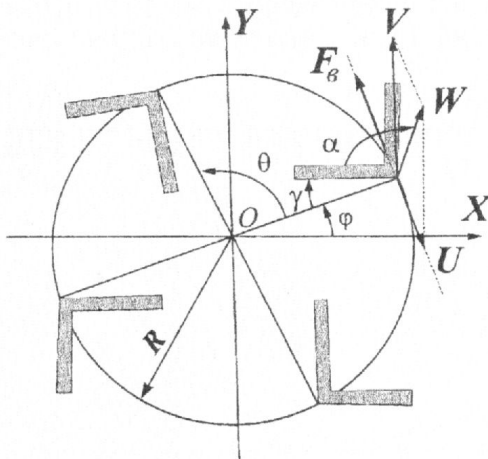
здесь q_L и q_R — значения переменных слева и справа разделяющей грани k .

Элементами диагональной матрицы $|\tilde{A}|$ будут собственные значения якобиана конвективного несжимаемого потока $\lambda_1 = U$, $\lambda_2 = U + c$, $\lambda_3 = U - c$, где $c = \sqrt{U^2 + \beta}$.

Матрицы правого и левого собственных векторов имеют вид

$$T = q^T R = \begin{bmatrix} 0 & -c(U - c) & c(U + c) \\ -n_y & n_x c - n_y \Phi & -(n_x c + n_y \Phi) \\ n_x & n_y c + n_x \Phi & -n_y c + n_x \Phi \end{bmatrix},$$

а



$$T^{-1} = R^{-1} q = \begin{bmatrix} -\frac{\Phi}{c^2} & \frac{\Phi U n_x + n_y c^2}{c^2} & \frac{-\Phi U n_y + n_x c^2}{c^2} \\ \frac{1}{2c^2} & \frac{(U + c)}{2c^2} n_x & \frac{(U + c)}{2c^2} n_y \\ \frac{1}{2c^2} & \frac{(U - c)}{2c^2} n_x & \frac{(U - c)}{2c^2} n_y \end{bmatrix},$$

где $\Phi = n_x v - n_y u$ — касательная скорость, перпендикулярная к U .

Инженерная методика. Инженерная методика разработана для двух видов ветроагрегатов: вертикально-осевого (рис. 1, а) и горизонтально-осевого (рис. 1, б). В качестве рабочего органа может выступать любой тип поверхности (профиль, уголок, полусфера, полуцилиндр). Инженерная методика основана на разбиении лопасти на некоторое количество независимых профилей, для которых определяется скорость набегающего потока W , угол атаки α и по известным значениям коэффициентов лобового сопротивления c_x и подъемной силы c_y — аэродинамический момент M_{aep} .

На рис. 1 приняты следующие обозначения: U — линейная скорость вращения лопасти, V — скорость ветра, W — скорость набегающего потока, α — угол атаки, ψ — угол между направлением ветра и набегающим потоком, γ — угол установки профиля, R^1 — подъемная сила, R^2 — сила сопротивления, $F_b = [c_x \sin(\gamma) + c_y \cos(\gamma)] q S$ — крутящая сила для вертикально-осевого ветряка, $F_r = P_y^1 - P_y^2 = [c_y \cos(\psi) - c_x \sin(\psi)] q S$ — крутящая сила для горизонтально-осевого ветряка, c_x — коэффициент лобового сопротивления сечения, c_y — коэффициент подъемной силы сечения, ρ — плотность воздуха, $q =$

б

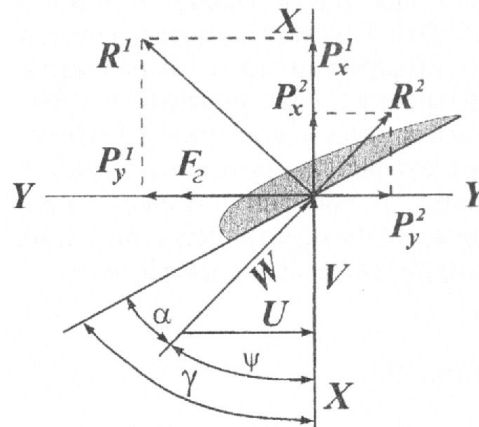


Рис. 1. План скоростей и сил воздушного потока, набегающего на профиль лопасти ветряка: а — вертикально-осевого, б — горизонтально-осевого

$\rho W^2/2$ — скоростной напор, S — площадь крыла, R — расстояние от оси до профиля, θ — угол между первой и i -й лопастью, φ — угол поворота ротора, $M_{\text{аэп}} = F_{\text{в,г}} R$ — аэродинамический момент.

Расчет динамики и аэродинамики ветроагрегата осуществляется по следующему алгоритму.

1. Задаются исходные данные: тип ветроагрегата, скорость ветра, количество, геометрия, углы установки и материал лопастей, момент нагрузки, значения коэффициентов лобового сопротивления и подъемной силы по круговой обдувке данного типа поверхности; для интегрирования уравнения вращения твердого тела относительно неподвижной оси (3) — начальные значения угловой скорости и угла поворота ротора ветротурбины. Момент инерции системы определяется по исходным данным.

2. Для каждого профиля определяется переносная скорость вращения и по правилу сложения векторов, получаем абсолютную скорость натекания ветра.

3. По известным значениям аэродинамических коэффициентов для текущего угла атаки находим силы, действующие на лопасть.

4. Вращающий момент системы определяется суммированием аэродинамических моментов всех профилей каждой лопасти.

5. Решается уравнение вращения твердого тела относительно неподвижной оси.

6. Определяется новое значение угла поворота и угловой скорости.

Расчет может вестись как по заданной геометрии, так и с учетом оптимизации лопасти по углу установки, длине хорды, типу и относительной толщине профиля. Текущий угол установки и выбранная геометрия должны соответствовать максимальному крутящему моменту, создаваемому профилем. Коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы определяются экспериментально или путем решения уравнений Навье — Стокса несжимаемой жидкости. Промежуточные значения аэродинамических коэффициентов в зависимости от угла атаки определяются интерполяцией с помощью сплайнов по известным данным. Характеристики авиационных профилей приведены в работе [13]. Интегрирование по времени уравнения вращения ветротурбины (3) осуществляется по схеме Рунге — Кутты четвертого порядка точности.

ТЕСТИРОВАНИЕ МЕТОДИК

Двумерные блоки численного решения уравнений Навье — Стокса несжимаемой жидкости в криволинейной системе координат тестировались на за-

даче о развитии течения в квадратной каверне. Трехмерные блоки тестировались на задаче о развитии течения в кубической каверне и обтекании сферы.

Каверна. Одно из первых применений численных методов решения уравнений Навье — Стокса несжимаемой вязкой жидкости связано с решением задачи о развитии рециркуляционного вихревого течения внутри квадратной полости с движущейся верхней границей. Граничными условиями для этой задачи являются равенство нулю нормальной составляющей скорости на всех четырех стенках, а также равенство нулю тангенциальной составляющей скорости на трех неподвижных стенках. Граничные условия в физических переменных принимают вид:

— на движущейся границе

$$0 \leq x \leq 1, y = 1, u = 1, v = 0,$$

— на неподвижной границе

$$0 \leq x \leq 1, y = 1, x = 0, 1; 0 \leq y \leq 1, u = 0, v = 0.$$

Стационарный режим определяется как предел нестационарной задачи. На рис. 2 в качестве примера представлены результаты расчетов распределения линий тока при числах Рейнольдса 400 и 5000. При всех исследованных в численных расчетах наблюдалось хорошее соответствие с результатами расчетов. Как показали результаты, течение имеет циркуляционный характер, его интенсивность определяется по плотности расположения линий тока. Область с наибольшей их плотностью расположена в верхней части каверны. Здесь жидкость увлекается за счет сил трения. В каверне образуется течение с нисходящими потоками у правой стенки и восходящими у левой. В связи с увлечением жидкости крышкой движение несимметрично, центр вихря с экстремальным значением функции тока, смещен по направлению движения

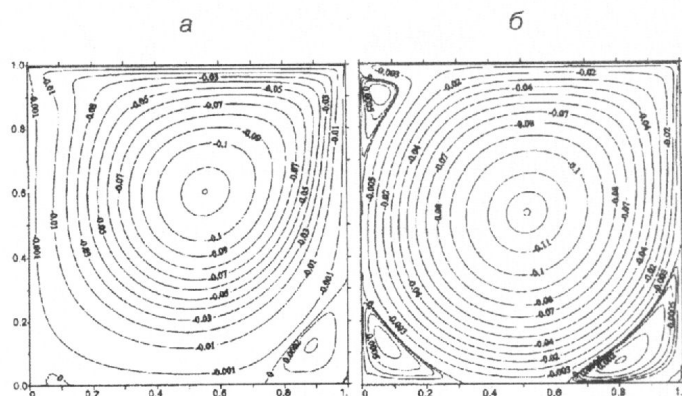


Рис. 2. Течение в двумерной каверне. Линии тока: а — $Re = 400$, б — $Re = 5000$

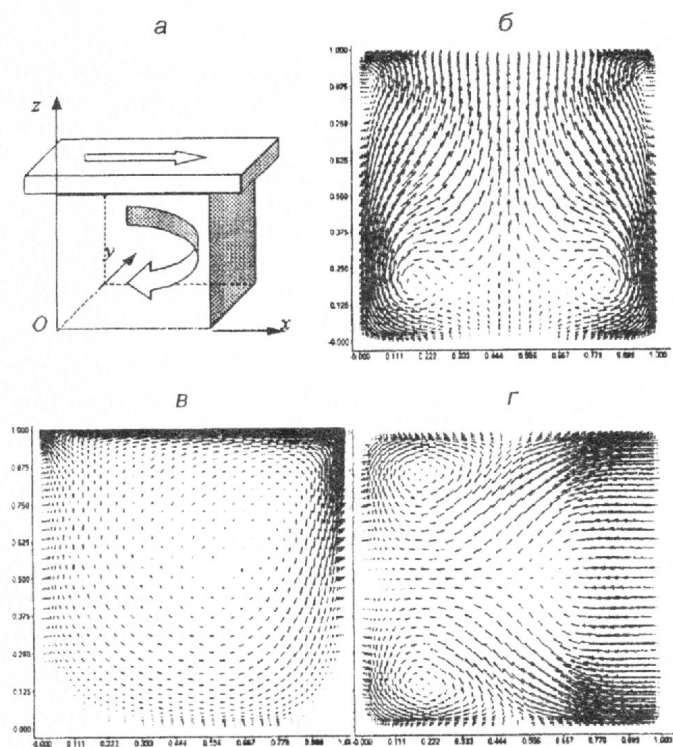


Рис. 3. Течение в трехмерной каверне. Распределение векторов скорости при $Re = 1000$

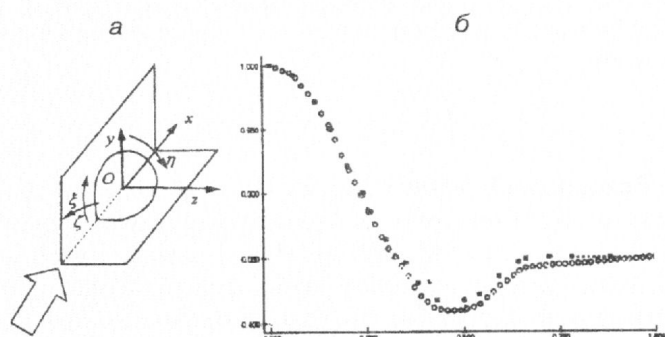


Рис. 4. Схема и распределение коэффициентов давления на поверхности при обтекании сферы при $Re = 1000$

и находится выше центра каверны. С увеличением числа Рейнольдса повышается интенсивность циркуляционного течения. Максимум скорости в обратном токе с уменьшением влияния вязких эффектов приближается ко дну каверны.

На рис. 3 представлены результаты расчета пространственного течения в кубической каверне с подвижной крышкой при числе Рейнольдса $Re = 100$. Схема течения, распределение векторов скорости в трех взаимно перпендикулярных сечениях каверны приведены на рис. 3, а—г.

Сфера. На рис. 4 представлены результаты расчета трехмерного обтекания сферы потоком несжи-

маемой вязкой жидкости при числе Рейнольдса $Re = 300$. Расчеты проведены с использованием условий симметрии для четвертой части сферы (рис. 4, а) на сетке $60 \times 30 \times 40$ узлов. Результаты расчета коэффициента давления на поверхности сферы приведены на рис. 4, б. Для сравнения использованы экспериментальные данные работы [14].

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Вертикально-осевой ветроагрегат. На рис. 5 приведены расчетные характеристики для вертикально-осевого ветроагрегата с количеством лопастей 2—6, радиусом ветроколеса 10 м, шириной уголка 50 см, длиной лопасти 2 м при скорости ветра 10 м/с. Приведены зависимости угловой скорости ω , крутящего момента M и мощности P от времени для разных значений момента нагрузки и количества лопастей. Нагрузка не включалась на первых шести секундах работы для того, чтобы ветряк мог выйти на псевдостационарный режим работы.

Нагрузка должна выбираться таким образом, чтобы суммарная мощность ветроустановки за время работы была максимальной (рис. 5, в, $M_{\text{нагр}} = 800$ Нм). При уменьшении нагрузки происходит недоснятия теоретически возможной мощности. Этот режим характеризуется относительно постоянной во времени мощностью (рис. 5, в, $M_{\text{нагр}} = 100$ Нм). Увеличение нагрузки влечет за собой сильные пульсации мощности и понижение суммарной во времени мощности ветроагрегата (рис. 5, в, $M_{\text{нагр}} = 1400$ Нм).

Для увеличения мощности ветряка можно изменять геометрические характеристики лопастей и радиус ветроколеса. При этом останутся пульсации по основным характеристикам (угловой скорости, крутящему моменту и мощности). С целью уменьшения влияния неравномерности и повышения мощности во времени применяют вертикально-осевые ветроагрегаты с большим количеством лопастей. Момент нагрузки для этих случаев выбирается из условия максимальной суммарной мощности (рис. 5, г—е).

Недостатком разработанной инженерной методики является невозможность точной оценки влияния лопастей друг на друга. Для устранения этой проблемы может быть введен поправочный коэффициент k в формулу мощности $P = M\omega k$, который учитывает загроможденность проходного сечения.

Горизонтально-осевой ветроагрегат. Расчеты проводились для текстолитового горизонтально-осевого агрегата с количеством лопастей 2—5, длиной

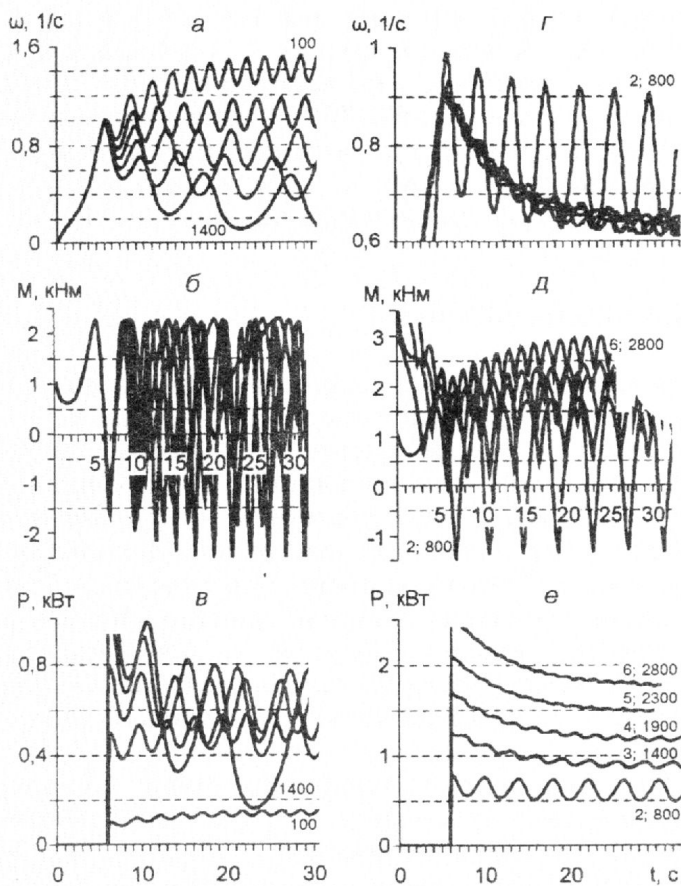


Рис. 5. Зависимость угловой скорости (а), крутящего момента (б) и мощности (в) от времени и момента нагрузки (две лопасти), а также зависимости угловой скорости (г), крутящего момента (д) и мощности (е) от времени для разного количества лопастей и оптимальной нагрузки

лопасти 10 м, хордой лопасти 50 см при скорости ветра 10 м/с. Проанализировано влияние скорости ветра, количества лопастей, момента нагрузки на угловую скорость вращения ротора, аэродинамический момент и мощность ветряка от времени (рис. 6).

На рис. 6, а, б, в приведены зависимости угловой скорости, крутящего момента и мощности ветряка от времени и угла установки профиля. Верхней линией на графиках показаны характеристики ветроустановки для оптимального угла установки профиля, выбираемого из условия максимального крутящего момента.

Изменение силы, создающая момент F_r , по длине лопасти при различных углах установки для стационарного режима приведены на рис. 6, г. Распределение углов между направлением ветра и набегающим потоком ψ , атаки α и установки γ по длине оптимизированной лопасти приведены на рис. 6, д.

Изменение мощности ветряка от количества лопастей приведено на рис. 6, е.

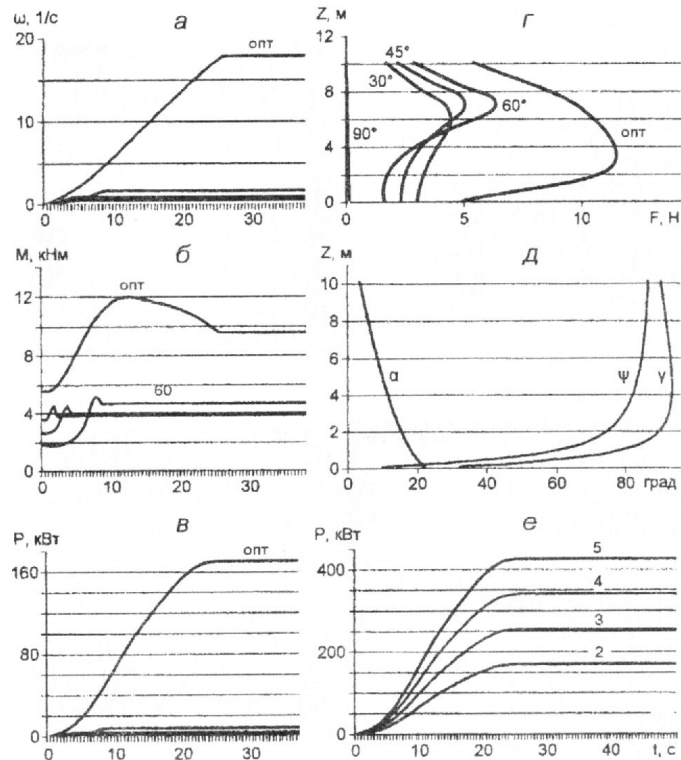


Рис. 6. Зависимость угловой скорости (а), крутящего момента (б) и мощности (в) от времени и угла установки лопасти (две лопасти), а также зависимости крутящей силы (г), углов α , ψ , γ по лопасти, мощности ветряка (е) от времени и количества лопастей

Вращающий момент ветроколеса с горизонтальной осью вращения и фиксированными углами установки лопастей изменяется в зависимости от частоты вращения вала и скорости ветра. При небольшой частоте вращения и заданной скорости ветра на лопастях возникает отрыв потока и вращающий момент ветродвигателя уменьшается.

Поэтому для максимального использования энергии ветрового потока при переменной его скорости необходимо изменять углы установки лопастей или частоту вращения ветроколеса.

ВЫВОДЫ

1. Для исследования динамики и аэродинамики горизонтально- и вертикально-осевого ветроагрегатов разработана приближенная инженерная методика и численный алгоритм на основе нестационарных трехмерных уравнений Навье — Стокса несжимаемой жидкости с учетом массовых сил (центробежной и Кориолиса) в подвижных криволинейных координатах.

2. Реализованы алгоритмы расчета нестационарных уравнений Навье — Стокса несжимаемой жидкости в криволинейных координатах на основе явных, неявных, неявных с LU-факторизацией и конечно-объемных схем.

3. Проведено тестирование численного решения уравнений Навье — Стокса несжимаемой жидкости в криволинейной системе координат на задачах о развитии течения в квадратной, кубической каверне и обтекании сферы.

4. Исследовано влияние нагрузки на лопасти, угла и частоты поворота ветроколеса, изменения частоты вращения и угла установки лопасти.

5. Разработанные математические модели, алгоритмы, вычислительные программы позволяют рассчитывать изменение во времени угловой скорости вращения ветротурбины, внешней нагрузки; анализировать аэродинамические характеристики лопастей; выбирать рациональные компоновочные схемы (количество лопастей, форму профиля, углы установки профиля и крутку лопасти) с учетом их движения под действием нестационарного набегающего ветряного потока.

1. Абрамовский Е. Р. Аэродинамика ветродвигателей. — Д.: ДГУ, 1987.—220 с.
2. Белоцерковский С. М., Васин В. А., Локтев Б. Е. К построению нестационарной нелинейной теории воздушного винта // Изв. АН СССР. МЖГ.—1979.—№ 5.—С. 97—101.
3. Белоцерковский С. М., Ништ М. И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. — М.: Наука, 1978.—352 с.
4. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К. Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковом обтекании. — М.: Наука, 1975.—424 с.
5. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К., Табачников В. Г. Крыло в нестационарном потоке газа. — М.: Наука, 1971.—352 с.
6. Бим Р. М., Уорминг Р. Ф. Неявная факторизованная разностная схема для уравнений Навье — Стокса течений сжимаемого газа // РТК.—1978.—16, № 4.—С. 145—156.
7. Деркач П. Х., Горюшко С. В. Обтекание винта ветродвигателя осесимметричным потоком несжимаемой идеальной жидкости. — Днепропетровск, 1987.—10 с.—(Деп. в ВИНТИ 14.04.87; № 2599-В87).
8. Джонсон У. Теория вертолета. — М.: Мир, 1983.—Т. 1.—578 с.
9. Жуковский Н. Е. Вихревая теория гребного винта. Собр. соч.: В 7 т. — М.-Л.: Гостехиздат, 1950.—Т. 4.—С. 395—612.
10. Жуковский Н. Е. Вихревая теория лобового сопротивления. Собр. соч.: В 7 т. — М.-Л.: Гостехиздат, 1950.—Т. 4.—С. 271—298.
11. Завадовский В. К. и др. Гребные винты. — Л.: Судострое-

ние, 1983.—324 с.

12. Колган В. П. Применение принципа минимальных значений производных к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Уч. зап. ЦАГИ.—1972.—3, № 6.—С. 68—77.
13. Кравец А. С. Характеристики авиационных профилей. — М.-Л.: Оборонгиз, 1939.—332 с.
14. Модь В., Акутсу Т. Влияние ограничивающих поток стенок на обтекание сфер в диапазоне чисел Рейнольдса от 30 до 2000 // Теор. основы инж. расчетов.—1984.—196, № 1.—С. 138—146.
15. Происс Р. Д., Сусью Э. О., Морино Л. Аэродинамика винта в нестационарном потенциальном потоке и ее приложение к расчету крыльчатых ветряков // Ракетная техника и космонавтика.—1980.—№ 5.—С. 44—53.
16. Сабинин Г. Х. Теория и аэродинамический расчет ветряных двигателей. — М.: ЦАГИ, 1931.—71 с.
17. Стергер Дж. Л. Неявный конечно-разностный метод для расчета двумерного обтекания тел с произвольной геометрией // Ракетная техника и космонавтика.—1978.—16, № 7.—С. 51—60.
18. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкости. — М.: Мир, 1991.—Т. 1.—501 с.; Т. 2.—552 с.
19. Chorin A. J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems // J. Comput. Phys.—1967.—2.—P. 12—26.
20. Froud R. E. // Transaction: Institute of Naval Architects.—1889.—30.—330 p.
21. Harten A. A high resolution scheme for the computation of wave solution of hyperbolic conservation laws // J. Comput. Phys.—1983.—49.—P. 357—393.
22. Preuss R. O., Sussiu E. O., Morino L. Potential aerodynamic analysis of horizontal-axis windmills // AIAA Paper.—1977.—N 132.—P. 1132—1140.
23. Rankin W. I. M. // Transaction: Institute of Naval Architects.—1865.—6.—13 p.
24. Wilson R. E., Zissaman R. B. S., Walker S. N. Aerodynamic performance of wind turbines. — Washington, 1976.—194 p.

THE NUMERICAL DECISION OF THE CONNECTED PROBLEM OF DYNAMICS AND AERODYNAMICS OF WIND TURBINE ROTOR

D. Redchits, A. Prykhodko

For the decision of the connected problem of dynamics and aerodynamics of horizontal- and vertical- axial wind turbine an approximate engineering method and numerical algorithm have been developed on the basis of Navier-Stokes equations. The algorithms of the decision of non-stationary Navier-Stokes equations of an incompressible liquid in curvilinear coordinates have been realized on the basis of explicit, implicit, implicit with LU-factorization and finite-volume schemes. Testing of numerical algorithms of the decision of Navier-Stokes equations of incompressible liquid in curvilinear system of coordinates on the tasks about development of current in a square, cubic cavity and streamline of sphere has been carried out. The results of the decision of the connected problem of dynamics and aerodynamics of a wind turbine rotor have been analyzed.