

© Е. В. Хорошилов, С. В. Хорошилов

Институт технічної механіки НАНУ і НКАУ

## ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПОЛОЖЕНИЯ ДВИГАТЕЛЕЙ-МАХОВИКОВ СИСТЕМЫ ОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ТОЧНОСТЬ УПРАВЛЕНИЯ ЕГО ОРИЕНТАЦИЕЙ

Розглядаються різні схеми встановлення двигунів-маховиків системи орієнтації космічних апаратів. Досліджується вплив похибок положення двигунів-маховиків на точність орієнтації апарату. Отримано співвідношення, що дозволяють оцінювати вплив цих похибок на характеристики, що характеризують точність системи орієнтації космічного апарату. Представлено результати чисельних оцінок для можливих випадків функціонування розглянутих схем розташування двигунів-маховиків.

**Постановка задачи.** Рассмотрим космический аппарат (КА) как абсолютно твердое тело, не содержащее каких-либо движущихся масс. Как известно [2], уравнения движения такого тела около центра масс могут быть представлены в виде

$$I \left( \frac{d\omega}{dt} \right) + \omega \times (I\omega) = M, \quad (1)$$

где  $I$  — тензор инерции тела,  $\omega$  — вектор абсолютной угловой скорости тела,  $M$  — вектор главного момента сил, действующих на тело.

Если оси жестко связанной с телом системы координат  $Oxuz$ , имеющей начало в центре масс тела (ССК), направить так, чтобы они совпали с главными центральными осями инерции, то уравнения (1) примут простой вид, известный под названием системы динамических уравнений Эйлера

$$\begin{aligned} I_{11}\dot{\omega}_x - (I_{22} - I_{33})\omega_y\omega_z &= M_x, \\ I_{22}\dot{\omega}_y - (I_{33} - I_{11})\omega_z\omega_x &= M_y, \\ I_{33}\dot{\omega}_z - (I_{11} - I_{22})\omega_x\omega_y &= M_z. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $I_{11}$ ,  $I_{22}$ ,  $I_{33}$  — моменты инерции тела относительно осей  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  соответственно,  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$  — проекции вектора абсолютной угловой скорости тела на те же оси,  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  — проекции вектора главного момента  $M$  на те же оси.

Представим главный момент в виде суммы момента управления  $M_y$  и внешнего возмущающего момента  $M_B$ :

$$M = M_y + M_B.$$

Если момент  $M_B$  пренебрежимо мал, то  $M = M_y = (m_x, m_y, m_z)^T$ . В работе [2] показано, что система управления ориентацией и стабилизации (СУОС) КА может быть выполнена таким образом, чтобы  $m_x = m_x(\varphi_x, \dot{\varphi}_x)$ ,  $m_y = m_y(\varphi_y, \dot{\varphi}_y)$ ,  $m_z = m_z(\varphi_z, \dot{\varphi}_z)$ , где  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$ ,  $\varphi_z$  — угловые координаты, а  $\dot{\varphi}_x$ ,  $\dot{\varphi}_y$ ,  $\dot{\varphi}_z$  — производные угловых координат по времени. Тогда система (2) сведется к следующей:

$$\begin{aligned} I_{11}\ddot{\varphi}_x &= m_x(\varphi_x, \dot{\varphi}_x), \\ I_{22}\ddot{\varphi}_y &= m_y(\varphi_y, \dot{\varphi}_y), \\ I_{33}\ddot{\varphi}_z &= m_z(\varphi_z, \dot{\varphi}_z). \end{aligned} \quad (3)$$

Как и для всякого технического устройства, для СУОС КА естественными являются отклонения параметров системы ориентации от номинальных. Рассмотрим один из видов возможных ошибок — непараллельность векторов управляющих моментов  $M_{yx}$ ,  $M_{yy}$ ,  $M_{yz}$  и осей  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ . Воспользуемся уравнениями (3), которые написаны для невращающихся осей ориентации в предположении совпадения осей системы  $Oxuz$  с главными центральными осями инерции и при идеальном согласовании осей указанной системы с векторами моментов управления. Как видно из этих уравнений, угловое движение КА при обычных предположениях о малости углов ориентации, соответствующих угловых скоростей и ускорений и при использовании наиболее простой логики управления без перекрестных связей распадается на три независимых плоских движения. Пусть теперь векторы  $M_{yx}$ ,  $M_{yy}$  и  $M_{yz}$  перестанут быть параллельными осям системы

Охуз. Эта непараллельность может быть не предусмотренной заранее, а возникшей, например, от неточной установки исполнительных органов. Обозначим направляющие косинусы моментов управления через  $a_{ik}$  ( $i, k = 1, 2, 3$ ). Поскольку возникшие непараллельности не могли быть предусмотрены заранее, то логика управления осталась неизменной и описывается формулами (3). В результате вместо уравнения углового движения вида (3) будут справедливы уравнения [2]

$$I_{11}\ddot{\varphi}_x = a_{11}m_x(\varphi_x, \dot{\varphi}_x) + a_{12}m_y(\varphi_y, \dot{\varphi}_y) + a_{13}m_z(\varphi_z, \dot{\varphi}_z),$$

$$I_{22}\ddot{\varphi}_y = a_{21}m_x(\varphi_x, \dot{\varphi}_x) + a_{22}m_y(\varphi_y, \dot{\varphi}_y) + a_{23}m_z(\varphi_z, \dot{\varphi}_z),$$

$$I_{33}\ddot{\varphi}_z = a_{31}m_x(\varphi_x, \dot{\varphi}_x) + a_{32}m_y(\varphi_y, \dot{\varphi}_y) + a_{33}m_z(\varphi_z, \dot{\varphi}_z).$$

В итоге не только усложняется управление, но и увеличиваются затраты энергии на управление.

В составе СУОС КА часто используются в качестве исполнительных органов двигатели-маховики (ДМ).

Традиционно, в соответствии с вышеизложенным, управляющий сигнал на ДМ формируется по данным об углах (по информации датчиков углов) и угловой скорости (по информации измерителей угловых скоростей).

На практике по различным соображениям иногда целесообразно исключать из состава СУОС либо датчики углов, либо измерители угловых скоростей (ИУС). Например, известен способ ориентации КА по курсу без использования датчика угла курса — за счет использования сигнала от ИУС канала крена, содержащего информацию об угле курса.

На КА «Космос-166», «Космос-230» устанавливалась релейная маховичная система ориентации аппарата на Солнце. Использовались ДМ постоянного тока, имеющие падающую характеристику, вид которой показан на рис. 1.

Входной сигнал реле, управляющего работой двигателя, является линейной комбинацией сигналов с датчика угла и тахогенератора ДМ:

$$\sigma = k_1|\varphi| - k_2|\Omega|,$$

где  $\varphi$  — угол рассогласования ориентируемой оси с заданным направлением,  $k_1, k_2$  — коэффициенты усиления.

Кроме этого, принципиально по информации тахогенераторов можно определить составляющие угловой скорости КА.

В любом из рассмотренных выше случаев погрешности установки приборов, с помощью которых определяются составляющие угловой скорости КА, будут влиять на точностные характеристики СУОС.

При использовании маховичных систем ориентации для управления вращательными движениями

КА относительно трех ортогональных осей ССК достаточно трех ДМ, направления осей вращения которых совпадают с направлениями осей ССК или другой системы, принятой за базовую (БСК). С целью повышения надежности СУОС применяют различные избыточные схемы установки ДМ, предполагающие наличие не трех, а четырех и более исполнительных органов. Проблема повышения надежности СУОС особенно актуальна при разработке КА с длительным сроком активного существования.

Примером избыточной схемы установки ДМ может служить схема, предусмотренная стандартом NASA в рамках проекта многоцелевой модульной платформы MMS [1]. Эта схема предполагает наличие четырех ДМ, создающих управляющие (динамические) моменты  $m_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ). Три основных ДМ устанавливаются по осям ССК. Четвертый (дополнительный) ДМ должен быть установлен таким образом, чтобы вектор его кинетического момента был направлен под равными углами к осям ССК (рис. 2). Этот ДМ является ненагруженным резервом на случай выхода из строя одного из основных ДМ.

Следует отметить, что на практике из-за различных технологических погрешностей фактическое положение ДМ отличается от номинального (расчетного). Отступления от проектной схемы расположения ДМ могут оказать влияние на точностные

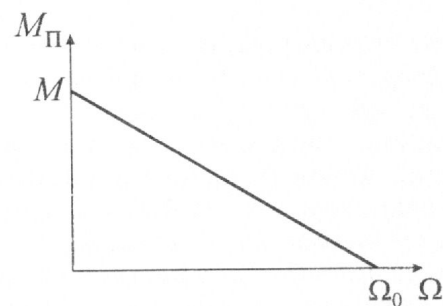


Рис. 1. Характеристика ДМ:  $M_{П}$  — пусковой момент,  $\Omega$  — угловая скорость

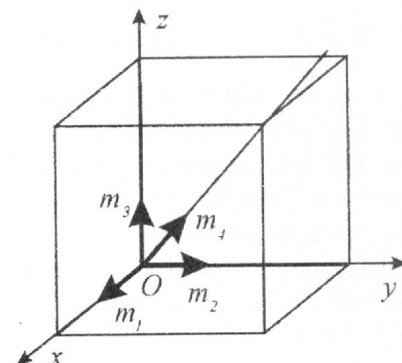


Рис. 2. Схема установки МА8А

и временные характеристики СУОС.

При практической деятельности необходимо знать фактические положения (отличные от расчетных) посадочных мест под ДМ и фактические угловые положения ДМ (положения приборных систем координат (ПСК)) относительно ССК или БСК. Возможно измерение фактических угловых положений осей ПСК. Результаты измерений можно считать систематическими составляющими погрешностей положения ДМ, которые принципиально можно учесть в алгоритмах управления СУОС. Необходимо также учитывать погрешности измерений фактических положений ДМ и погрешности из-за нестабильности взаимных положений ПСК и ССК или БСК в течение всего срока эксплуатации. Эти погрешности следует рассматривать как случайные составляющие погрешности положения ДМ.

Тщательный учет рассмотренных погрешностей необходим при проектировании некоторых классов КА, например, предназначенных для дистанционного зондирования поверхности Земли и связи, разработка которых предусматривается Национальной космической программой Украины. Для таких КА выдвигаются высокие требования к точности управления ориентацией. Таким образом, задача исследования влияния погрешностей положения ДМ на точность управления ориентацией КА является актуальной.

Особенности динамики КА при наличии ошибок положения исполнительных органов СУОС рассмотрены в книге [2], однако здесь мы излагаем лишь общие соображения об учете влияния погрешностей положения ДМ на управляемое движение аппарата. На практике эта задача решается путем моделирования на ЭВМ движения КА с учетом погрешностей положения исполнительных органов. Оценка влияния и определение допустимых пределов погрешностей положения ДМ, таким образом, на определенных этапах проектирования является довольно громоздкой процедурой. В ряде случаев такая оценка может быть выполнена на основании аналитических соотношений, однако такие работы нам неизвестны. Учитывая сказанное, представляет интерес получение конечных соотношений для учета влияния погрешностей положения ДМ для различных схем расположения их осей вращения на точность ориентации.

**Переходы между системами координат, связанными с КА и ДМ.** Будем рассматривать следующую схему установки ДМ: направления осей вращения  $\bar{j}_1, \bar{j}_2, \bar{j}_3$  первых трех ДМ совпадают с направлениями осей ССК  $Ox, Oy, Oz$ ; направление оси вращения четвертого ДМ  $\bar{j}_4$  образует равные углы с направлениями  $\bar{j}_1, \bar{j}_2, \bar{j}_3$  (рис. 3).

Для оценки влияния погрешности положения ДМ на точность ориентации КА введем четыре правые ортогональные системы координат  $Ox_i y_i z_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ), связанные с  $i$ -м ДМ.

В случае нулевых погрешностей положения ДМ направления осей системы координат  $Ox_i y_i z_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) совпадают с осями ССК. Система координат  $Ox_4 y_4 z_4$  получается в результате поворотов системы  $Oxyz$  относительно оси  $Oy$  на угол  $\alpha$  и нового положения  $Ox'$  оси  $Ox$  на угол  $\beta$ . Для лучшей наглядности на рис. 3 изображены лишь те оси систем координат  $Ox_i y_i z_i$ , направление которых совпадает с направлением оси чувствительности (вращения) соответствующего ДМ.

Погрешности положения  $i$ -го ДМ будем характеризовать двумя углами  $\delta_i^{(1)}, \delta_i^{(2)}$ . Эти углы введем следующим образом:

$\delta_1^{(1)}$  — угол между осью чувствительности (вращения) первого ДМ  $Ox_1$  и плоскостью  $xOy$ ,

$\delta_1^{(2)}$  — угол между осью  $Ox$  и  $Ox'$  ( $Ox'$  — проекция оси  $Ox_1$  на плоскость  $xOy$ ),

$\delta_2^{(1)}$  — угол между осью чувствительности второго ДМ  $Oy_2$  и плоскостью  $yOz$ ,

$\delta_2^{(2)}$  — угол между осью  $Oy$  и  $Oy'$  ( $Oy'$  — проекция оси  $Oy_2$  на плоскость  $yOz$ ),

$\delta_3^{(1)}$  — угол между осью чувствительности третьего ДМ  $Oz_3$  и плоскостью  $xOz$ ,

$\delta_3^{(2)}$  — угол между осью  $Oz$  и  $Oz'$  ( $Oz'$  — проекция оси  $Oz_3$  на плоскость  $xOz$ ),

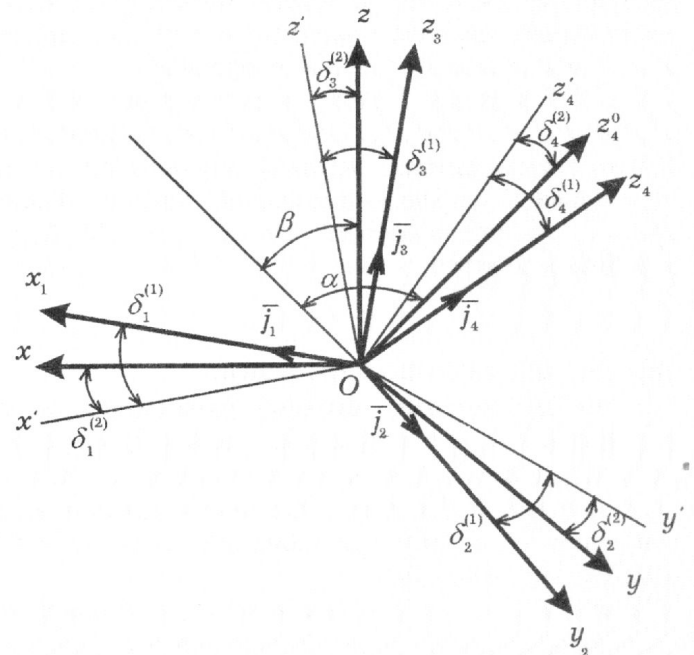


Рис. 3. Положение  $i$ -го ДМ относительно осей ССК

$\delta_4^{(1)}$  — угол между осью чувствительности четвертого ДМ  $Oz_4$  и плоскостью  $z_4^0Oz$ ,

$\delta_4^{(2)}$  — угол между осью  $Oz_4^0$  и  $Oz_4'$  ( $Oz_4'$  — проекция оси  $Oz_4$  на плоскость  $xOz$ ).

Переход от ССК  $Oxyz$  к системам  $Ox_iy_iz_i$  при наличии погрешностей установки ДМ задается с помощью матриц  $T_i$ , которые имеют следующий вид:

$$T_1 = \begin{vmatrix} \cos\delta_1^{(1)}\cos\delta_1^{(2)} & \cos\delta_1^{(1)}\sin\delta_1^{(2)} & \sin\delta_1^{(1)} \\ -\sin\delta_1^{(2)} & \cos\delta_1^{(2)} & 0 \\ -\cos\delta_1^{(2)}\sin\delta_1^{(1)} & -\sin\delta_1^{(1)}\sin\delta_1^{(2)} & \cos\delta_1^{(1)} \end{vmatrix},$$

$$T_2 = \begin{vmatrix} \cos\delta_2^{(1)} & -\cos\delta_2^{(2)}\sin\delta_2^{(1)} & -\sin\delta_2^{(1)}\sin\delta_2^{(2)} \\ \sin\delta_2^{(1)} & \cos\delta_2^{(1)}\cos\delta_2^{(2)} & \cos\delta_2^{(1)}\sin\delta_2^{(2)} \\ 0 & -\sin\delta_2^{(2)} & \cos\delta_2^{(2)} \end{vmatrix},$$

$$T_3 = \begin{vmatrix} \cos\delta_3^{(2)} & 0 & -\sin\delta_3^{(2)} \\ -\sin\delta_3^{(1)}\sin\delta_3^{(2)} & \cos\delta_3^{(1)} & -\cos\delta_3^{(2)}\sin\delta_3^{(1)} \\ \cos\delta_3^{(1)}\sin\delta_3^{(2)} & \sin\delta_3^{(1)} & \cos\delta_3^{(1)}\cos\delta_3^{(2)} \end{vmatrix},$$

$$T_4 = T_4^1 T_4^2. \quad (4)$$

В выражении (4) матрицы  $T_4^1$  и  $T_4^2$  имеют вид, аналогичный  $T_3$ . Для получения матрицы  $T_4^2$  углы  $\delta_3^{(1)}$  и  $\delta_3^{(2)}$  необходимо заменить на  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно, а для матрицы  $T_4^1$  — на  $\delta_4^{(1)}$  и  $\delta_4^{(2)}$ .

**ДМ как источники управляющего момента.** Рассмотрим КА, предназначенный для астрофизических исследований. На борту такого аппарата предполагается наличие маховичной СУОС, обеспечивающей угловую ориентацию научных приборов в инерциальной системе координат.

В СУОС должен вырабатываться сигнал на ДМ в соответствии с сигналом ошибки ориентации  $\varphi$ . Для формирования сигнала угловой скорости КА будем использовать дифференцирующий контур. Таким образом, в управляющий сигнал на ДМ будет преобразовываться сумма

$$\sigma = \varphi + \tau_1(\dot{\varphi}),$$

где  $\tau_1$  — постоянный коэффициент.

Будем рассматривать систему пропорционального регулирования. В таком случае зависимость управляющего воздействия  $u$  от величины сигнала  $\sigma$  будет линейной. Получим уравнения управляемого движения КА с учетом отклонений параметров КА и СУОС от идеальных.

Пусть  $X_1, X_2, X_3$  — оси правой ортогональной системы координат, ориентированной в инерциальном пространстве. Направление оси  $X_1$  совпадает с

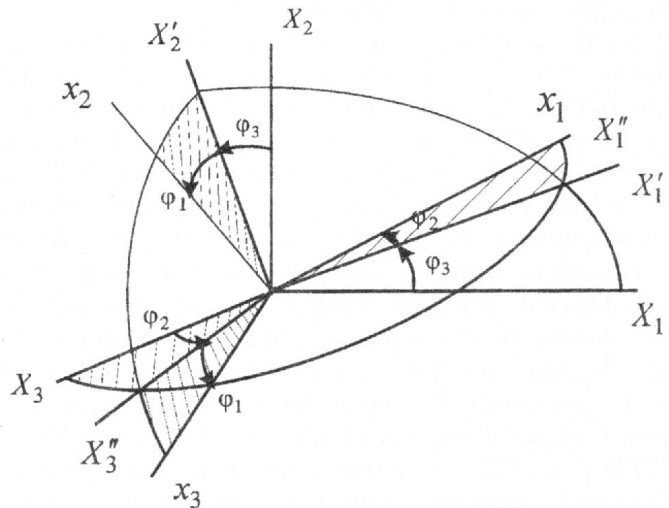


Рис. 4. Положение связанной с КА системы координат

направлением наблюдения КА, оси  $X_2, X_3$  могут быть произвольно направленными. Обозначим через  $x_1, x_2, x_3$  оси связанной с КА системы координат (ССК). Начало координат  $O$  этой системы совпадает с центром масс КА, а ось  $x_1$  направлена по оси научного прибора (телескопа). При идеальном регулировании оси  $x_i$  и  $X_i$  совпадают соответственно.

Для связи систем координат  $OX_1X_2X_3$  и  $Ox_1x_2x_3$  введем три угла  $\varphi_i$ . Принятая последовательность поворотов КА для перехода от положения, когда обе системы совпадают, к заданному показана на рис. 4.

Через  $I_{kl}$  ( $k, l = 1, 2, 3$ ) обозначим компоненты тензора инерции КА, через  $H_i$  — компоненты общего момента количества движения  $H$  внутренних частей КА, а через  $M_{Bi}$  — компоненты суммарного внешнего возмущающего момента. Положим

$$M_{Bi} = a_{i0} + b_i \sin(2\omega_0 t + \Phi),$$

где  $a_{i0}$  — постоянная составляющая возмущающего момента,  $b_i$  — амплитуда переменной составляющей этого момента,  $\omega_0$  и  $\Phi$  — орбитальная угловая частота и начальная фаза.

Введем также обозначение тензорного анализа  $\varepsilon_{ijk}$ . Управление ориентацией КА будем осуществлять путем задания величины  $H_i$  в виде удобной функции от  $\tilde{\varphi} = \varphi_i + \Delta\varphi_i$ , являющейся наблюдаемой величиной  $\varphi_i$  с ошибкой датчика  $\Delta\varphi_i$ .

Представим  $H_i$  в виде

$$H_i = h_{i0} + h_i + \sum \xi_{ij} h_j, j = 1, 2, 3,$$

где  $h_{i0}$  — момент количества движения внутренних частей (без  $i$ -го ДМ), принимается постоянным,  $h_i$  — момент количества движения управляющего ДМ вдоль  $i$ -й оси,  $\xi_{ij}$  — перекося ДМ. Передаточную функцию системы можно записать в виде

$$h_i(S) = G(S)\bar{\varphi}_i,$$

где  $G(S)$  определяется произведением передаточной функции дифференцирующего контура, коэффициента усиления в усилителе и передаточной функции ДМ.

Используя преобразования из временной области в комплексную  $S$ -область (по Лапласу), результирующую динамическую модель движения КА с учетом возможных неидеальностей аппарата как объекта управления и СУОС можно представить в виде

$$B_{ij}\varphi_j(S) = M_{B_i}(S) + f_i(S),$$

где

$$\begin{aligned} B_{ij} &= I_{ij}S^2 + \xi_{ijk}h_{k0}S + SG(S)\left(1 + \sum \xi_{ij}\right), \\ f_i(S) &= L\{I_{ij}(\ddot{\varphi}_j - \dot{\omega}_j) - \varepsilon_{ijk}I_{kl}\omega_j\omega_l + \varepsilon_{ijk}h_{k0}(\dot{\varphi}_j - \omega_j)\} - \\ &\quad - SG(S)\left(\Delta\varphi_i + \sum \xi_{ij}\Delta\varphi_j\right) - \\ &\quad - \xi_{ijk}\omega_j(S)*G(S)\cdot(\varphi_m + \Delta\varphi_m)\left(\delta_{km} + \sum_{k \neq m} \xi_{km}\right), \\ &\quad m = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Здесь  $\omega_i$  — составляющие абсолютной угловой скорости КА,  $L$  — обозначение преобразования Лапласа, звездочка обозначает комплексное свертывание (т. е.  $f_1(t) \cdot f_2(t) \rightarrow f_1(S)*f_2(S)$ ),  $\delta_{km}$  — символ Кронекера.

При расчетах рассматривался КА с  $I_{11} = 5000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , на который воздействует момент  $M_{B_i}$  с  $a_{i0} = 0.12 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}$  и  $b_i = 0.6 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Принимались коэффициенты передаточной функции дифференцирующего контура, равные 5 и 0.5 с. В качестве исполнительных органов СУОС были выбраны ДМ с пусковым моментом 0.005 Н·м, с максимальным числом оборотов 6000 об/мин, постоянной времени 130 с, и моментом инерции маховика  $\tau_m M_{\text{пуск}} / \Omega_0$ .

Наличие члена  $\xi_{ij}$  означает, что вследствие перекося осей ДМ ошибка в одном канале может переноситься в другой. По результатам расчетов при величине перекося  $\xi_{ij} \leq 0.01$  рад погрешность ориентации не превышает долей угловых секунд.

**ДМ как источники управляющего момента и угловой скорости КА.** Будем рассматривать КА связи, ориентируемый в орбитальной системе коор-

динат и движущийся по геостационарной орбите, у которого входные сигналы СУОС по трем каналам формируются с учетом коррекции от построителя вертикали следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_x^o &= \omega_x^o + 2\omega_0\varphi_{\text{Пх}}, \\ \dot{\varphi}_y^o &= \omega_y^o - \omega_0 \left( 1 + 2\varphi_{\text{Пх}} + \omega_0 \int_0^t \varphi_{\text{Пх}} dt \right), \\ \dot{\varphi}_z^o &= \omega_z^o + \omega_0^2 \int_0^t \varphi_{\text{Пх}} dt, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\omega_x^o, \omega_y^o, \omega_z^o$  — оценка угловой скорости КА, получаемая с помощью ИУС или тахогенераторов ДМ,  $\varphi_{\text{Пх}}, \varphi_{\text{Пх}}$  — показания построителя вертикали,  $\omega_0$  — орбитальная угловая скорость.

Рассмотрим следующие возможные случаи работы ДМ для приведенной схемы установки NASA:

1 — не работает первый ДМ ( $i = 1$ ), 2 — не работает второй ( $i = 2$ ), 3 — не работает третий ( $i = 3$ ), 4 — не работает четвертый ( $i = 4$ ), 5 — работают все четыре ДМ.

Определим для приведенных выше случаев зависимости установившейся ошибки ориентации от погрешностей установки ДМ.

Проекция вектора абсолютной угловой скорости КА на оси систем  $Ox_i y_i z_i$  определяются выражением

$$\omega^{(i)} = T_i \omega, \quad i = 1, \dots, 4, \quad (6)$$

где  $\omega$  — вектор абсолютной угловой скорости КА, заданный проекциями на оси ССК.

Используя выражение (6), а также учитывая расположение осей чувствительности ДМ, получим следующие выражения для угловых скоростей, определяемых  $i$ -м ИУС или тахогенератором:

$$\begin{aligned} \omega_{D1} &= \cos\delta_1^{(1)}\cos\delta_1^{(2)}\omega_x + \cos\delta_1^{(1)}\sin\delta_1^{(2)}\omega_y + \sin\delta_1^{(1)}\omega_z, \\ \omega_{D2} &= \sin\delta_2^{(1)}\omega_x + \cos\delta_2^{(1)}\cos\delta_2^{(2)}\omega_y + \sin\delta_2^{(2)}\cos\delta_2^{(1)}\omega_z, \\ \omega_{D3} &= \sin\delta_3^{(2)}\cos\delta_3^{(1)}\omega_x + \sin\delta_3^{(1)}\omega_y + \cos\delta_3^{(2)}\cos\delta_3^{(1)}\omega_z, \\ \omega_{D4} &= [\cos(\alpha)\sin(\beta)\cos(\delta_4^{(1)})\cos(\delta_4^{(2)}) - \\ &\quad - \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\delta_4^{(1)}) + \cos(\beta)\cos(\delta_4^{(1)})\cos(\delta_4^{(2)})] \omega_x + \\ &\quad + [\sin(\alpha)\cos(\delta_4^{(1)})\cos(\delta_4^{(2)}) + \cos(\alpha)\sin(\delta_4^{(1)})] \omega_y + \\ &\quad + [\cos(\alpha)\cos(\beta)\cos(\delta_4^{(1)})\cos(\delta_4^{(2)}) - \sin(\alpha)\cos(\beta)\sin(\delta_4^{(1)}) - \\ &\quad - \sin(\beta)\cos(\delta_4^{(1)})\sin(\delta_4^{(2)})] \omega_z. \end{aligned} \quad (7)$$

Учитывая малость углов  $\delta_i^{(1)}, \delta_i^{(2)}$ , а также подставляя значения углов  $\alpha = 45^\circ$  и  $\beta = 45^\circ$ , выражения (7) можно представить в виде

$$\begin{aligned}\omega_{D1} &= \omega_x + \delta_1^{(2)}\omega_y + \delta_1^{(1)}\omega_z, \\ \omega_{D2} &= \delta_2^{(1)}\omega_x + \omega_y + \delta_2^{(2)}\omega_z, \\ \omega_{D3} &= \delta_3^{(2)}\omega_x + \delta_3^{(1)}\omega_y + \omega_z,\end{aligned}\quad (8)$$

$$\begin{aligned}\omega_{D4} &= (0.5 - 0.5\delta_4^{(1)} + 0.707\delta_4^{(2)})\omega_x + \\ &+ 0.707(1 + \delta_4^{(1)})\omega_y + (0.5 - 0.5\delta_4^{(1)} - 0.707\delta_4^{(2)})\omega_z.\end{aligned}$$

Запишем выражения (8) в матричной форме:

$$\omega_D = (A + \Delta A)\omega, \quad (9)$$

где

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.5 & 0.707 & 0.5 \end{vmatrix},$$

$$\Delta A =$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & \delta_1^{(2)} & \delta_1^{(1)} \\ \delta_2^{(1)} & 0 & \delta_2^{(2)} \\ \delta_3^{(2)} & \delta_3^{(1)} & 0 \\ -0.5\delta_4^{(1)} + 0.707\delta_4^{(2)} & 0.707\delta_4^{(1)} & -0.5\delta_4^{(1)} - 0.707\delta_4^{(2)} \end{vmatrix}.$$

Для случаев 1—4 оценку угловой скорости КА  $\omega^o$  будем получать из выражения

$$\omega^o = A_3^{-1}(A_3 + \Delta A_3)\omega,$$

где матрица  $A_3$  получается из матрицы  $A$  путем исключения  $i$ -й строки ( $i$  — номер неработающего ДМ), матрица  $\Delta A_3$  получается из  $\Delta A$  аналогично.

Для случая 5 оценку угловой скорости КА  $\omega^o$  будем формировать по методу наименьших квадратов, минимизируя функцию

$$F(\omega) = (\omega_D - A\omega)^T(\omega_D - A\omega).$$

Оценка угловой скорости КА  $\omega^o$  для этого случая определяется выражением

$$\omega^o = (A^T A)^{-1} A^T \omega_D. \quad (10)$$

Подставляя выражение (9) в (10), получим

$$\omega^o = (A^T A)^{-1} A^T (A + \Delta A)\omega.$$

В общем случае выражение для оценки угловой скорости можно представить в виде

$$\omega^o = C\omega. \quad (11)$$

В выражении (11) матрица  $C$  для случаев 1—4 определяется таким образом:

$$C = A_3^{-1}(A_3 + \Delta A_3), \quad (12)$$

а для случая 5 —

$$C = (A^T A)^{-1} A^T (A + \Delta A). \quad (13)$$

Связь между проекциями абсолютной угловой скорости КА на оси ССК, углами ориентации и их производными определяется следующими соотношениями:

$$\omega_x = \dot{\varphi}_x - \omega_0 \varphi_z, \quad \omega_y = \dot{\varphi}_y + \omega_0, \quad \omega_z = \dot{\varphi}_z + \omega_0 \varphi_x. \quad (14)$$

Пренебрегая погрешностями измерения углов построителем вертикали, имеем

$$\varphi_{\Pi x} = \varphi_x, \quad \varphi_{\Pi y} = \varphi_y. \quad (15)$$

При определении установившейся ошибки ориентации будем считать, что

$$\dot{\varphi}_x^o = 0, \quad \dot{\varphi}_y^o = 0, \quad \dot{\varphi}_z^o = 0. \quad (16)$$

Подставляя выражения (5), (11), (14), (15) в (16), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}c_{11}(\dot{\varphi}_x - \omega_0 \varphi_z) + c_{12}(\dot{\varphi}_y + \omega_0) + \\ + c_{13}(\dot{\varphi}_z + \omega_0 \varphi_x) + 2\omega_0 \varphi_x = 0, \\ c_{21}(\dot{\varphi}_x - \omega_0 \varphi_z) + c_{22}(\dot{\varphi}_y + \omega_0) + \\ + c_{23}(\dot{\varphi}_z + \omega_0 \varphi_x) - \omega_0 + 2\omega_0 \varphi_y + \omega_0^2 \int_0^t \varphi_y dt = 0, \\ c_{31}(\dot{\varphi}_x - \omega_0 \varphi_z) + c_{32}(\dot{\varphi}_y + \omega_0) + c_{33}(\dot{\varphi}_z + \omega_0 \varphi_x) + \\ + \omega_0^2 \int_0^t \varphi_x dt = 0,\end{aligned}\quad (17)$$

где  $c_{ij}$  — элементы матрицы  $C$ .

Используя преобразование Лапласа, преобразуем при нулевых начальных условиях систему уравнений (17):

$$\begin{aligned}(c_{11}S + \omega_0(c_{13} - 2))\varphi_x(S) + c_{12}S\varphi_y(S) + \\ + (c_{13}S - c_{11}\omega_0)\varphi_z + c_{12}\frac{\omega_0}{S} = 0, \\ (c_{21}S + c_{23}\omega_0)\varphi_x(S) + \left(c_{22}S + 2\omega_0 + \frac{\omega_0^2}{S}\right)\varphi_y(S) + \\ + (c_{23}S - c_{21}\omega_0)\varphi_z + \frac{\omega_0}{S}(c_{22} - 1) = 0, \\ \left(c_{31}S + c_{33}\omega_0 + \frac{\omega_0^2}{S}\right)\varphi_x(S) + c_{32}S\varphi_y(S) + \\ + (c_{33}S - c_{31}\omega_0)\varphi_z + c_{32}\frac{\omega_0}{S} = 0.\end{aligned}\quad (18)$$

Представим систему (18) в матричной форме

$$QX = V,$$

где  $X = |\varphi_x(S), \varphi_y(S), \varphi_z(S)|^T$ ,  $Q$ ,  $V$  — матрица коэффициентов и вектор свободных членов системы линейных уравнений (18) соответственно.

Для нахождения установившихся ошибок ориентации воспользуемся теоремой о предельном значении оригинала

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{S \rightarrow 0} S Q^{-1} V = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ c_{12}/c_{11} \end{vmatrix}, \quad (19)$$

где  $x(t)$  — оригинал вектора  $X(S)$ .

С учетом выражения (12) установившаяся ошибка ориентации по курсу для случая 1 определяется выражением

$$\Delta\varphi_z = \frac{1.414\delta_4^{(1)} - \delta_3^{(1)}}{1 - \delta_3^{(2)} - \delta_4^{(1)} + 1.414(\delta_4^{(2)} - \delta_2^{(1)})},$$

а в случаях 2—4 — выражением

$$\Delta\varphi_z = \delta_1^{(2)}. \quad (20)$$

Используя выражение (13), получим установившееся значение угловой ошибки ориентации по курсу для случая 5:

$$\Delta\varphi_z = \frac{0.875\delta_1^{(2)} - 0.125\delta_3^{(1)} + 0.177\delta_4^{(1)}}{1 - 0.177\delta_2^{(1)} - 0.125\delta_3^{(2)} - 0.125\delta_4^{(1)} + 0.177\delta_4^{(2)}}.$$

Согласно выражению (19) наличие ошибок положения ИУС или ДМ в рассматриваемом случае приводит лишь к появлению установившейся ошибки по курсу. Для случаев 2—4 на основании выражения (20) эта ошибка не превысит  $\pm 10'$ , если принять, что  $\delta_1^{(1)} \leq \pm 10'$ ,  $\delta_1^{(2)} \leq \pm 10'$ .

Таким образом, для случая, когда ДМ рассматриваются как источники только управляющего мо-

мента, приведены соотношения, позволяющие оценить влияние их перекосов на характеристики СУОС. Если ДМ также используются как источники угловой скорости КА, то погрешности установки положения приводят к появлению установившейся угловой ошибки ориентации по курсу. Для рассмотренной избыточной схемы установки ДМ, учитывая различные комбинации работающих ДМ, приведены аналитические выражения для определения установившейся ошибки ориентации КА.

1. Белоусов К., Меланченко А., Салтыков Ю. Оптимизация пространственной конфигурации маховиков в задачах управления ориентацией спутника // II междунар. конф.-выставка «Малые спутники. Новые технологии, миниатюризация. Области эффективного применения в XXI веке.» — Королев, 2000.—С. 1—6.
2. Раушенбах Б. В. Токарь Е. Н. Управление ориентацией космических аппаратов. — М.: Наука, 1974.—598 с.

#### INFLUENCE ESTIMATION OF REACTION WHEEL POSITION ERRORS OF SPACECRAFT ATTITUDE CONTROL SYSTEM ON ITS ATTITUDE CONTROL ACCURACY

E. V. Khoroshilov, S. V. Khoroshilov

Different reaction wheel installation schemes of the spacecraft attitude control system are considered. The influence of the reaction wheel position errors on the spacecraft attitude control accuracy is investigated. The relations which allow one to evaluate the influence of these errors on the accuracy characteristic of the attitude control system are derived. Our results of numerical evaluations for possible operational cases of the reaction wheel installation schemes under consideration are presented.

УДК 531.38

© А. В. Гладун<sup>1</sup>, А. М. Ковалев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Донецкий державний інститут штучного інтелекту

<sup>2</sup>Інститут прикладної математики та механіки НАН України

## ЧАСТИЧНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ СТАЦИОНАРНЫХ ДВИЖЕНИЙ СПУТНИКА С ГИРОДИНАМИ

Досліджується задача часткової стабілізації динамічної системи, що описує рух супутника, який несе один чи два гіродини. Отримано керування, яким відповідають стаціонарні розв'язки системи, що є положеннями відносної рівноваги і рівномірними обертаннями супутника. Виділено випадки керованості системи по частині змінних у лінійному наближенні в околі знайдених стаціонарних рухів. Побудовано керування стабілізації рівномірного обертання супутника.

### УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Рассмотрим задачу активной стабилизации спутника, осуществляемой при помощи гиродинов. Гиродин — двухстепенная гироскопическая система,

состоящая из ротора и гирокамеры. Ротор закреплен внутри гирокамеры и вращается с постоянной угловой скоростью.

Будем использовать уравнения движения твердого тела с  $s$  гиродинами, полученные в работе [4].