

УДК 550.385:550.388

О. В. Лазоренко¹, С. В. Лазоренко², Л. Ф. Черногор³

¹Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків

²Міжнародний Слов'янський університет, Харків

³Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Харків

Вейвлет-анализ в задачах физики геокосмоса

Надійшла до редакції 28.02.05.

Вейвлет-анализ та анализ Фур'є разом застосовано для розв'язання задач фізики геокосмосу. Досліджено характер часових варіацій сонячної активності, що описується числами Вольфа. Аналогічні дослідження проведено для часових варіацій D_{st} -індексу за період з 1957 до 2001 рр. та часових варіацій сигналів магнітометра-флюксометра Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (1999—2003 рр.). Вейвлет-анализ представлено неперервним вейвлет-перетворенням, а традиційний фур'є-анализ — динамічними спектрами. Оцінено параметри збурень, що виникають у навколосезонному та космічному просторах. Продемонстровано високу ефективність вейвлет-анализу. Відзначено взаємну доповнюваність методів фур'є- та вейвлет-анализу.

ВВЕДЕНИЕ

Вейвлет-анализ как новый математический аппарат сформировался в 1980—1990-е гг. Наибольший вклад в его развитие внесли Малл, Морле, Добеши, Койфман, Стомберг, Лемарье и другие исследователи (см. [22, 27]). Одним из источников вейвлет-анализа, по мнению ряда специалистов, является теория атомарных функций, разработанная отечественными учеными В. Л. Рвачевым, В. А. Рвачевым, В. Ф. Кравченко и их учениками (см., например, [14, 18]). Способствовали широкому применению вейвлет-анализа также работы [1] и [7], посвященные соответственно основам непрерывного и дискретного вейвлет-преобразований. Теоретические вопросы построения базисов вейвлетов обсуждаются в работах [13, 17], а основы практического применения вейвлет-анализа, по нашему мнению, наиболее удачно изложены в книге [8].

Основная идея вейвлет-анализа состоит в разложении исследуемой функции по системе базисных функций, обладающих специальными свойствами, в частности хорошей локализацией во временной области. Первоначально вейвлет-анализ рассматривался как альтернатива традиционному анализу Фурье, однако со временем стало очевидно, что эти два метода хорошо дополняют друг друга, и их выгодно применять одновременно. В задачах физики геокосмоса вейвлет-анализ используется сравни-

тельно недавно (см., например, [2, 3, 5, 6, 9—12, 15, 16, 19—21, 23—26, 28]), и исследования в данной области по-прежнему остаются актуальными. Можно надеяться, что с использованием вейвлет-анализа удастся получать дополнительную информацию об особенностях вариаций временных рядов, описывающую эволюцию процессов в геокосмосе.

Целью работы является: разработка формата и проведение вейвлет-анализа совместно с фурье-анализом рядов чисел Вольфа, D_{st} -индекса, а также D - и H -составляющих магнитного поля Земли.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Для исследований взяты следующие экспериментальные данные. Во-первых, временной ряд чисел Вольфа с 1749 по 2004 гг., которые характеризуют солнечную активность (шаг измерений $T_0 = 1$ мес). Во-вторых, временной ряд D_{st} -индекса (<http://swdcd.db.kugi.kyoto-u.ac.jp/dstdir/dst1/final.html>) с 1957 по 2001 гг. (шаг измерений $T_0 = 1$ ч). Его вариации описывают основные особенности геомагнитных бурь и, в первую очередь, параметры кольцевого тока [9]. В-третьих, временные зависимости D - и H -компонентов магнитного поля Земли, полученные с помощью магнитометра-флюксометра кафед-

ры космической радиофизики Харьковского национального университета имени В. Н. Каразина с 1999 по 2003 г. (шаг измерений $T_0 = 0.5$ с), который подробно описан в работе [3].

МЕТОДЫ АНАЛИЗА

В качестве методов анализа в работе используются классические одномерное и двумерное (динамическое) преобразования Фурье, а также непрерывное вейвлет-преобразование.

Одномерное преобразование Фурье состоит в построении для временной функции сигнала $s(t)$ функции спектральной плотности $\dot{S}(\omega)$ на основе прямого преобразования Фурье [8]:

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{i\omega t} dt. \tag{1}$$

Для дискретного сигнала $s(t)$ интеграл (1) заменяется конечной суммой, которую удобно вычислять с помощью программ MathCad 2003 или MATLAB 6.5. Одномерное преобразование Фурье имеет тот недостаток, что полученная функция спектральной плотности $\dot{S}(\omega)$ принципиально не обеспечивает разрешения во временной области, аналогично тому, как исходный сигнал $s(t)$ не несет информации о частотном спектре.

Оконное преобразование Фурье [30], задаваемое выражением

$$\dot{S}(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)w(t - \tau)e^{-i\omega t} dt, \tag{2}$$

позволяет одновременно исследовать полученную функцию спектральной плотности $\dot{S}(\omega, \tau)$ как в частотной, так и во временной области. Однако его недостаток состоит в наличии постоянного (неадаптивного) частотно-временного окна $w(t)$, которое имеет одинаковую ширину в области как больших, так и малых ω . Оценка интеграла (2) в работе проводилась с использованием стандартных методов из состава MATLAB 6.5. Для удобства анализа в полученных $\dot{S}(\omega)$ и $\dot{S}(\omega, \tau)$ частота ω заменялась на соответствующий период $T = 2\pi/\omega$.

В основе непрерывного вейвлет-преобразования [1, 7, 8, 13, 17, 22, 27, 30] сигнала $s(t)$ лежит соотношение

$$W(a, b) = \frac{1}{a^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t)\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \tag{3}$$

где $\psi(t)$ — вейвлет-образующая функция, из которой с помощью переносов (b — параметр сдвига) и

масштабных преобразований (a — параметр масштабирования) строится базис вейвлетов, по которому и раскладывается сигнал $s(t)$.

Основными свойствами вейвлетов являются локализация, нулевое среднее и автомодельность базиса [1, 7, 30]. Вейвлет должен быть локализован как во времени, так и по частоте.

Вейвлет имеет нулевое среднее:

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^m \psi(t) dt = 0,$$

$$m = 1, 2, \dots$$

В зависимости от величины m вейвлет принято называть вейвлетом m -го порядка. При $m = 0$ получается так называемое условие осцилляций или знакопеременности.

Вейвлет должен обладать свойством ограниченности:

$$\int |\psi(t)|^2 dt < \infty.$$

Характерным признаком базиса вейвлет-преобразования является его *автомодельность*, так как все базисные функции получены с помощью масштабных преобразований и сдвигов из одного и того же исходного вейвлета.

Функция $W(a, b)$ называется вейвлет-спектром сигнала $s(t)$. Анализ $W(a, b)$ позволяет судить о частотно-временных особенностях сигнала. В отличие от динамического преобразования Фурье, вейвлет-преобразование имеет адаптивное частотно-временное окно, которое оказывается достаточно узким во времени (по параметру b) для малых a (что соответствует большим частотам ω) и широким — для больших a (что соответствует малым ω). Благодаря этому свойству вейвлет-преобразование иногда называют «математическим микроскопом» [8, 27, 30]. Между параметрами a, b и ω, τ есть простая связь: $b = \tau, a = kT = 2\pi k/\omega$, где $k > 0$ — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбранной функции $\psi(t)$. Например, для используемого в работе вейвлета Добеши четвертого порядка $k \approx 0.714$. Непрерывное вейвлет-преобразование в работе производилось с помощью пакета Wavelet Toolbox 2.2 из состава MATLAB 6.5.

Кроме анализа вейвлет-спектров $W(a, b)$, полезным оказывается рассмотрение скелетонов и скалограмм [1, 7, 8, 22, 27]. Скелетоном называется двумерная картина линий, соединяющих отдельно локальные максимумы и локальные минимумы вейвлет-спектра $W(a, b)$. Некоторые исследователи [27] считают, что в скелетоне заключена вся информация об исследуемом сигнале. Для практического анализа скелетонов полезны характерные примеры, приведенные в работах [1, 27].

Скалограммой называется интеграл вида:

$$W(a) = \int_{-\infty}^{\infty} |W(a, b)|^2 dt.$$

Локальные максимумы на скалограмме отвечают колебаниям, вносящим наибольший вклад в исследуемый процесс. Как правило, изучение скалограммы дополняет информацию, содержащуюся в вейвлет-спектре $W(a, b)$ [27].

Вейвлет-анализ открывает уникальные возможности при изучении фрактального поведения временных рядов. В работах [7] и [21] показано, что вычислив высшие моменты Z_q на разных масштабах a :

$$Z_q(a) = \sum_b |W(a, b)|^q, \quad (4)$$

можно определить фрактальные свойства исследуемого процесса. В соотношении (4) суммируются максимальные значения $|W(a, b)|$ при фиксированном a . Для фрактального процесса

$$Z_q(a) \sim 2^{a[\tau(q)+q/2]},$$

откуда

$$\log_2 Z_q(a) \sim a[\tau(q) + q/2]. \quad (5)$$

Необходимым условием фрактальности процесса [7, 8] является линейная зависимость $\log_2 Z_q$ от параметра масштабирования a . Если это требование выполняется, то зависимость $\tau(q)$ определяет, является ли данный процесс монофрактальным или мультифрактальным. Монофрактальные процессы характеризуются одним значением размерности, а мультифрактальные — целым их набором, а в общем случае — непрерывным спектром таких размерностей, называемых обобщенными фрактальными размерностями. В работе [29] показано, что функция $\tau(q)$ позволяет определить обобщенные фрактальные размерности d_q :

$$d_q = \frac{\tau(q)}{q-1}.$$

При $q = 0$ значение d_q совпадает со значением фрактальной размерности, называемой также емкостью. При $q = 1$ говорят об информационной размерности, при $q = 2$ — о корреляционной размерности, а при $q > 2$ — о корреляционных размерностях высших порядков. Функция $\tau(q)$ является убывающей функцией своего аргумента. Производная функции $\tau(q)$ равна локальной фрактальной размерности a :

$$\alpha(q) = \frac{d\tau}{dq}.$$

Очевидно, что для монофракталов все указанные значения размерностей совпадают ($\alpha = d_q = \text{const}$), и $\tau(q)$ имеет вид прямой, а для мультифракталов зависимость $\tau(q)$ оказывается нелинейной. Следовательно, по виду функции $\tau(q)$ можно отличить монофрактал от мультифрактала. Для мультифрактала можно указать интервал локальных размерностей $\alpha \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$, где $\alpha_{\max} = d_{-\infty}$, $\alpha_{\min} = d_{+\infty}$.

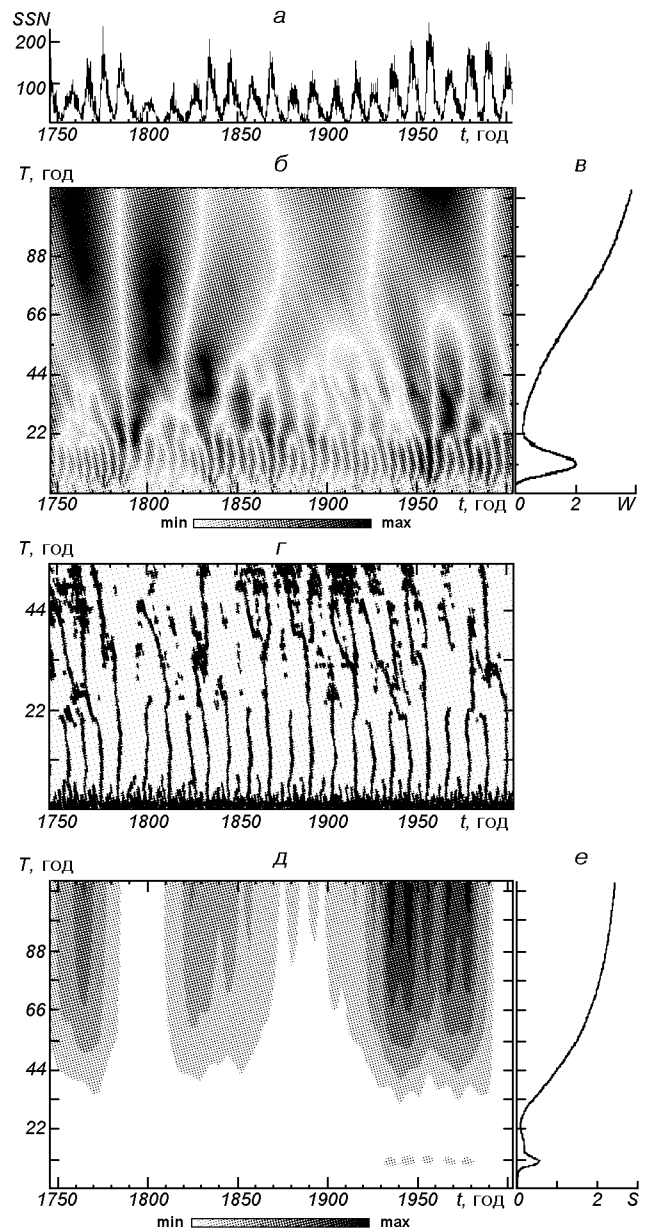


Рис. 1. Анализ чисел Вольфа (1749—2004 гг.): *a* — числа Вольфа во временной области, *b* — непрерывный вейвлет-спектр, полученный с использованием вейвлета db4, *в* — скалограмма, *г* — скелетон, *д* — спектрограмма оконного преобразования Фурье, *е* — одномерный фурье-спектр

Таким образом, для каждого исследуемого временного ряда имеет смысл получать $S(\omega)$, $S(\omega, \tau)$, $W(a, b)$, скелетон и скалограмму. Для удобства все эти характеристики вместе с $s(t)$ целесообразно приводить на одном рисунке.

В настоящей работе для вейвлет-анализа использовался вейвлет Добеши четвертого порядка (db4). Авторы не ставили перед собой задачу выбора оптимального вейвлета. Тем не менее, использование db4 обусловлено фрактальными свойствами данного вейвлета, какими не обладают вейвлеты Морле, МНАТ и другие.

РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА

Результаты анализа временного ряда чисел Вольфа от 1749 до 2004 г. приведены на рис. 1. Как и следовало ожидать, четко проявили себя возмущения с периодами $T_1 \approx 11$ лет и, по всей видимости, $T_2 \sim 100$ лет. Особенно четко виден 11-летний цикл на скелетоне (рис. 1, в) в виде максимума $W(T)$ и на скалограмме (рис. 1, г) в виде серии вертикальных полос, середина которых приходится примерно на $T_1 \approx 11$ лет. На рис. 1, д и е также хорошо наблюдаются оба характерных периода колебаний. Однако временная локализация на рис. 1, д выражена хуже.

Временной ряд D_{st} -индекса был проанализирован на интервале от 1957 до 2001 г. (рис. 2). Скалограмма (рис. 2, в) показывает наличие процессов с периодами $T_1 \approx 11...12$ лет, $T_2 \approx 3...4$ г., а скелетон (рис. 2, г) — еще и процесса $T_3 \approx 1$ г. Первый и второй процессы заметны на рис. 2, д и е. Также следует отметить фрактальные свойства рассматриваемого временного ряда, о наличии которых свидетельствуют рис. 2, б и д. Как и в случае временного ряда чисел Вольфа, в целом ряд D_{st} -индекса не является фрактальным. Однако в отдельных диапазонах a , где зависимости $\log_2 Z_q(a)$ от a можно считать линейными, наблюдаемые процессы носят фрактальный характер. В каждом из диапазонов зависимость $\tau(q)$ не является строго линейной, а значит, и сами процессы оказываются не монофрактальными, а мультифрактальными. Локальные фрактальные размерности каждого из процессов лежат в диапазоне от α_{\min} до α_{\max} .

Таковыми диапазонами являются $a \approx 11...17$ ($T \approx 0.9...1.3$ г., $\alpha \approx 0.43...0.53$), $a \approx 20...30$ ($T \approx 1.5...2.4$ г., $\alpha \approx 0.45...0.61$), $a \approx 30...50$ ($T \approx 2.4...4.0$ г., $\alpha \approx 0.36...0.52$), $a \approx 60...100$ ($T \approx 4.8...7.9$ г., $\alpha \approx 0.50...0.51$), в среднем $\alpha_{av} \approx 0.5$.

Поскольку вариациям чисел Вольфа и D_{st} -индекса соответствует один и тот же период (около 11 лет), целесообразно также вычисление коэффициента взаимной корреляции соответствующих рядов.

На рис. 3 показаны результаты анализа чисел Вольфа на том же временном интервале, что и ряд D_{st} -индексов. На всех графиках четко проявляется

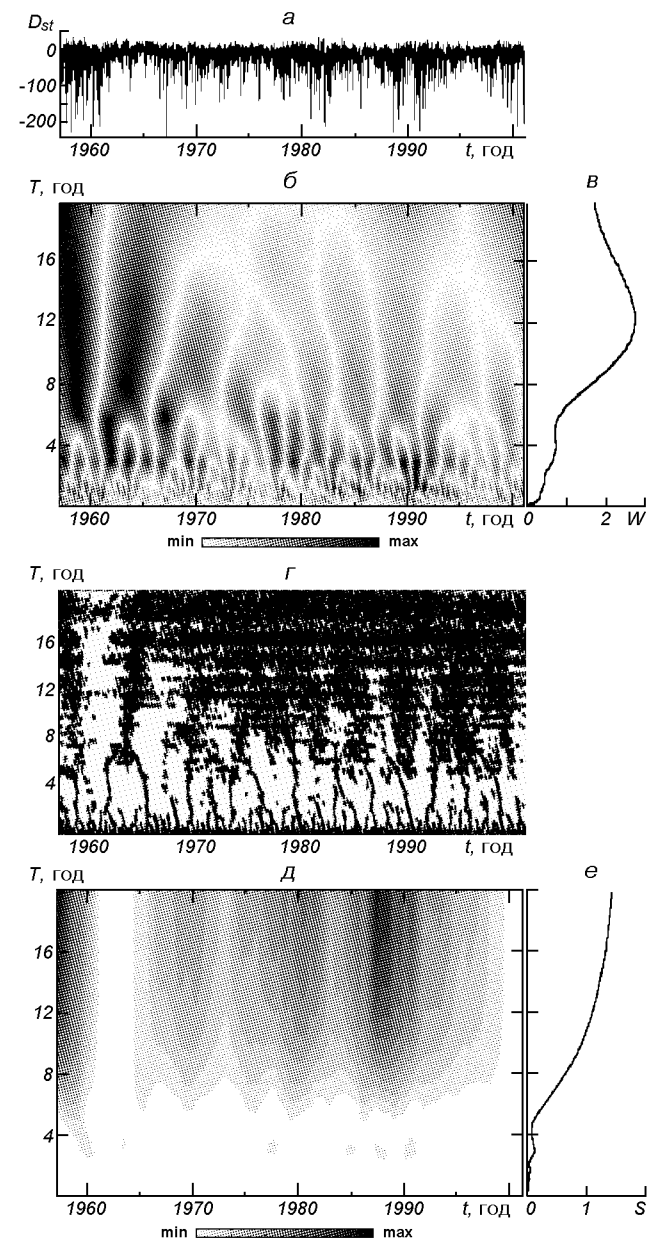


Рис. 2. Анализ D_{st} -индекса (1957—2001 гг.): а — индекс во временной области, б — непрерывный вейвлет-спектр, полученный с использованием вейвлета db4, в — скалограмма, г — скелетон, д — спектрограмма оконного преобразования Фурье, е — одномерный фурье-спектр

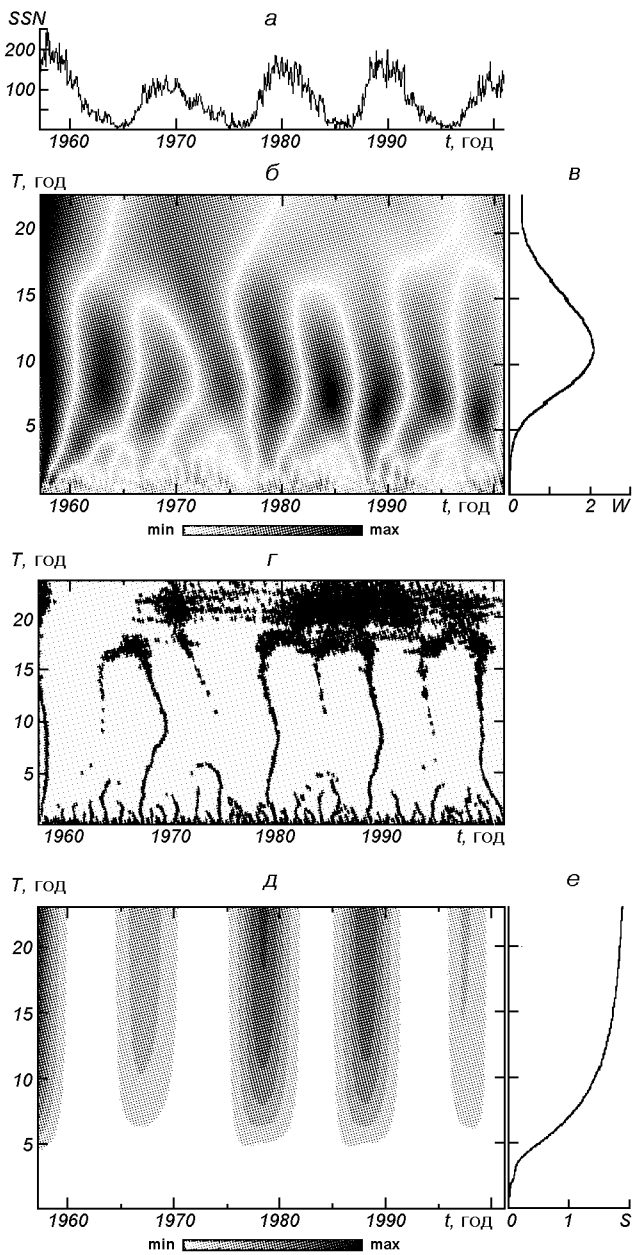


Рис. 3. Анализ чисел Вольфа (1957—2001 гг.): *a* — числа Вольфа во временной области, *б* — непрерывный вейвлет-спектр, полученный с использованием вейвлета db4, *в* — скалограмма, *г* — скелетон, *д* — спектрограмма оконного преобразования Фурье, *е* — одномерный фурье-спектр

колебание $T_1 \approx 11$ лет, а на рис. 3, *б* и *г* хорошо видна фрактальная структура исследуемого сигнала. Установлено, что коэффициент корреляции между рядом чисел Вольфа и рядом D_{st} -индексов составляет $K \approx -0.25$. Знак при K , очевидно,

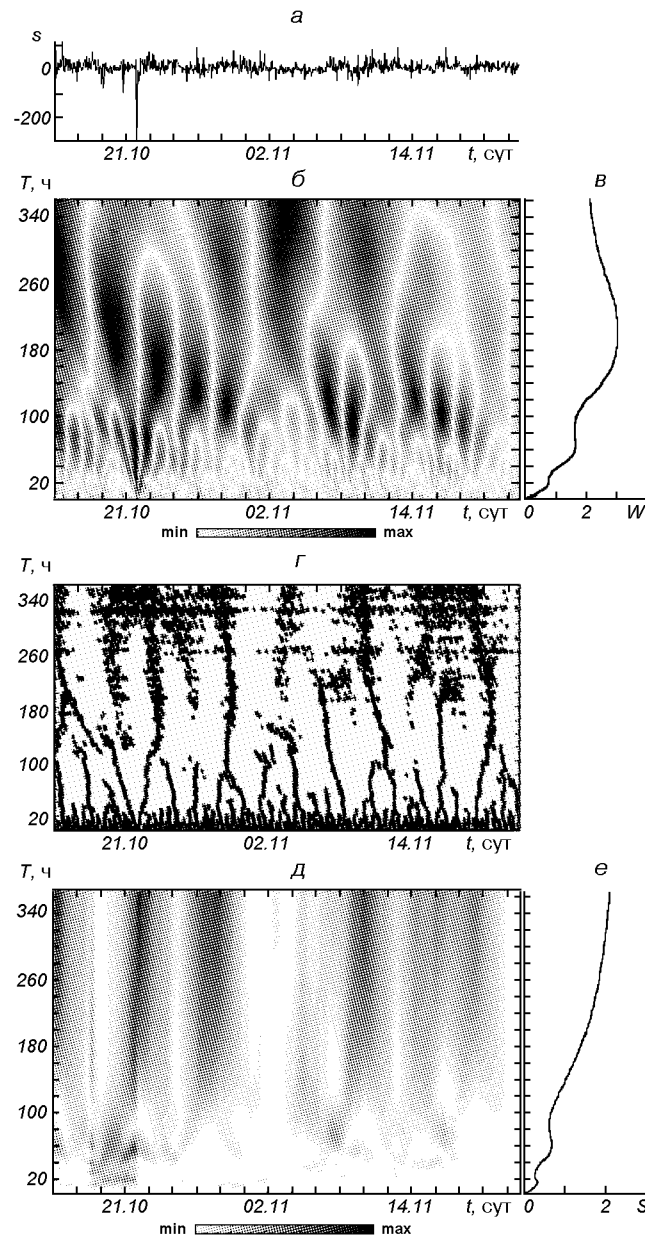


Рис. 4. Анализ D -составляющей магнитного поля (15.10.1999—22.11.1999 г.): *a* — D -составляющая магнитного поля во временной области, *б* — непрерывный вейвлет-спектр, полученный с использованием вейвлета db4, *в* — скалограмма, *г* — скелетон, *д* — спектрограмма оконного преобразования Фурье, *е* — одномерный фурье-спектр

свидетельствует о том, что преобладают отрицательные значения D_{st} -индекса. Величина K статистически достоверна, она свидетельствует о том, что увеличению числа Вольфа примерно в 25 % случаев соответствует увеличение $|D_{st}|$. Это факт

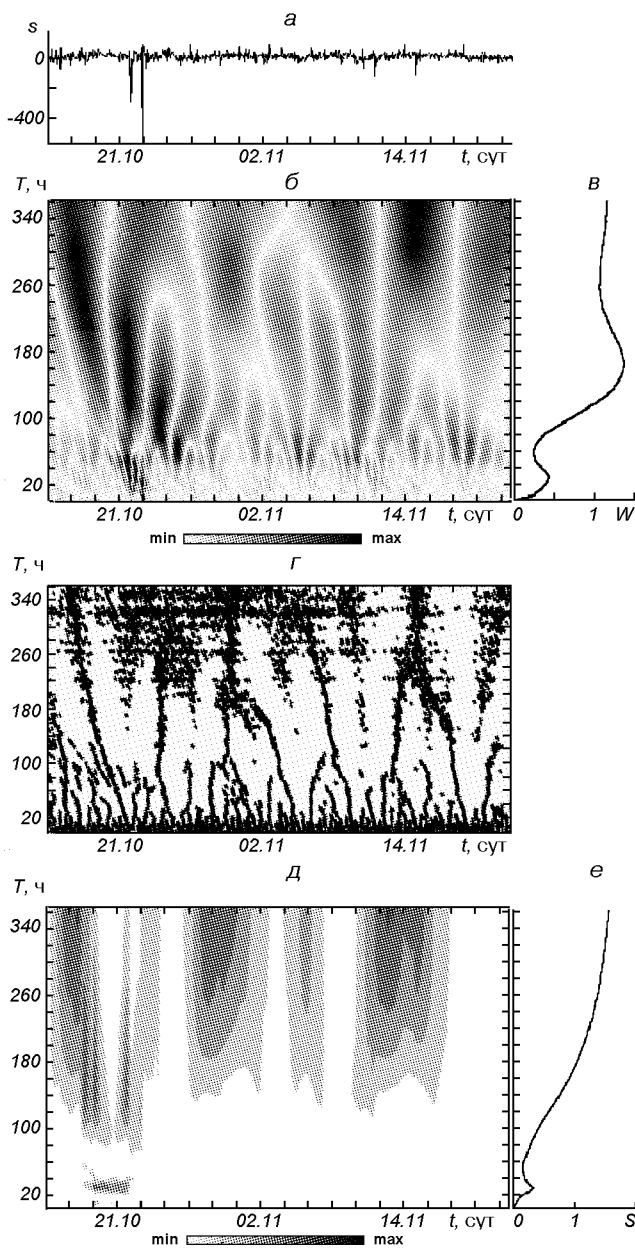


Рис. 5. Анализ H -составляющей магнитного поля (15.10.1999—22.11.1999 г.): a — H -составляющая магнитного поля во временной области, b — непрерывный вейвлет-спектр, полученный с использованием вейвлета db4, $в$ — скалограмма, $г$ — скелетон, $д$ — спектрограмма оконного преобразования Фурье, $е$ — одномерный фурье-спектр

геофизикам известен: магнитные бури приходятся преимущественно на периоды, близкие к максимуму солнечной активности [25]. Заметим, что продолжительность этих периодов составляет около 3.5...4 г., т. е. около 25 % всего времени в одиннадцатилетнем цикле солнечной активности.

Кроме того, следует отметить, что судя по характерному ветвящемуся виду вейвлет-спектра (рис. 1, б, рис. 3, б) и скелетона (рис. 1, г, рис. 3, г), ряд чисел Вольфа может носить фрактальный характер. Временной ряд чисел Вольфа в целом не является фрактальным. Лишь в диапазоне $a \approx 20...100$ ($T \approx 1.8...8.8$ г.) процесс является мультифрактальным. Локальные фрактальные размерности этого процесса лежат в диапазоне от $\alpha_{\min} = 0.41$ до $\alpha_{\max} = 0.49$, т. е. также близки к $\alpha_{av} \approx 0.5$.

Рис. 4 и 5 посвящены анализу временных зависимостей D - и H -составляющих магнитного поля Земли с 15.10.1999 по 22.11.1999 г. Установлено, что для D -составляющей наблюдаются характерные колебания с периодами $T_1 \approx 24$ ч, $T_2 \approx 60...70$ ч, $T_3 \approx 180...220$ ч (рис. 4, в, г). Заметим, что на спектрах Фурье эти периоды колебаний практически не видны. Для H -составляющей выражены колебания с периодами $T_1 \approx 24$ ч, $T_2 \approx 150...170$ ч (рис. 5, в, г). Последний из них заметен также на рис. 5, д и е. Как и в случае чисел Вольфа и D_{st} -индексов, рассматриваемые временные ряды D - и H -составляющих магнитного поля Земли фрактальными не являются. Лишь в отдельных диапазонах имеет место фрактальность. Для D -составляющей процесс оказывается мультифрактальным при $a \approx 10...30$ ($T \approx 20...40$ ч). Локальные фрактальные размерности этого процесса лежат в диапазоне от $\alpha_{\min} = 0.48$ до $\alpha_{\max} = 0.54$. Для H -составляющей то же происходит при $a \approx 5...40$ ($T \approx 10...60$ ч) и от $\alpha_{\min} = 0.49$ до $\alpha_{\max} = 0.56$. Опять $\alpha_{av} \approx 0.5$.

Проведен также анализ вариаций D_{st} -индексов за тот же временной интервал, что и для составных магнитного поля (рис. 6). Выявлены колебания с характерными периодами $T \approx 180...200$ ч (рис. 6, в, г). Также обнаружены мультифрактальные процессы при $a \approx 170...200$ ($T \approx 235...275$ ч, $\alpha \approx 0.48...0.54$). Чаще всего α близко к 0.5.

ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты вейвлет- и фурье-анализов экспериментальных геофизических данных хорошо согласуются с данными работ [2, 5, 9—12, 16, 19—21, 23, 24, 28]. Так, в работе [28] также наблюдались возмущения ряда чисел Вольфа с периодами $T_1 \approx 11$ лет и $T_2 \approx 100$ лет. Первый цикл хорошо изучен, а что касается второго, то длина имеющейся реализации (порядка 250 лет) позволяет пока говорить лишь о возможности его существования.

В работе [9] во время магнитных бурь авторы обнаружили возмущения магнитного поля Земли с

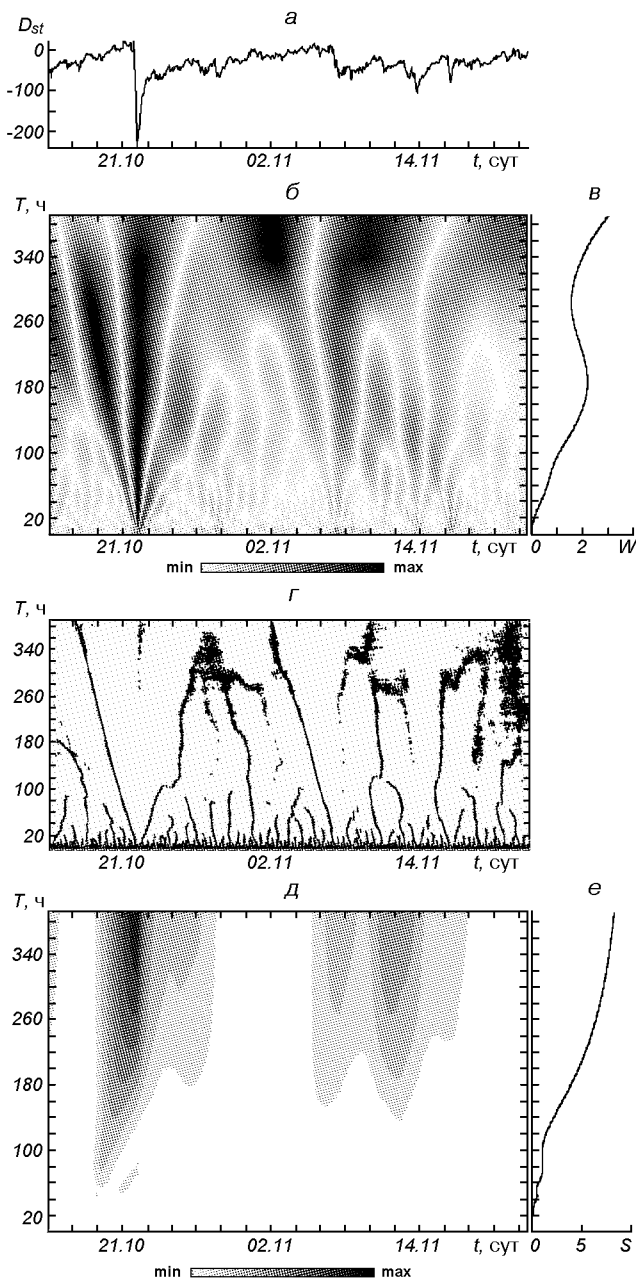


Рис. 6. Анализ D_{st} -индекса (15.10.1999—22.11.1999 г.): *a* — D_{st} -индекс во временной области, *б* — непрерывный вейвлет-спектр, полученный с использованием вейвлета db4, *в* — скалограмма, *г* — скелетон, *д* — спектрограмма оконного преобразования Фурье, *е* — одномерный фурье-спектр

периодами $T \approx 6...10$ ч и $T \approx 60$ ч. Последние были выявлены при анализе и нами для D -составляющей.

Отдельно следует обсудить результаты анализа фрактальных свойств процессов в геокосмосе, который был проведен с помощью непрерывного вейвлет-преобразования. Оказалось, что ни один из

рассмотренных рядов не является фрактальным в традиционном понимании. Однако в отдельных диапазонах масштабов a (а следовательно, и периодов возмущений T) указанные процессы обладают свойствами мультифрактальности. Подобный результат получен и в работе [20] при изучении особенностей временных рядов SV геомагнитного поля. Следовательно, большинство реальных процессов в геокосмосе обладают сложной фрактальной, точнее мультифрактальной структурой. Это свидетельствует, в частности, о сложности, многообразии и нелинейности упомянутых процессов. Поэтому наиболее адекватным средством, на наш взгляд, позволяющим изучать особенности таких процессов, является именно вейвлет-анализ. Методы, основанные на традиционном преобразовании Фурье, не могут предоставить такой возможности.

Последнее соображение может рассматриваться как возражение некоторым исследователям [31], считающим использование вейвлет-анализа в некоторых задачах геофизики, в частности, для исследования особенностей квази-двухсуточных вариаций f_0F_2 , неперспективным. Противопоставление возможностей методов вейвлет- и фурье-анализа, характерное для начала 1990-х г., в настоящее время сменилось концепцией взаимодополняемости этих методов, что, в частности, и продемонстрировано нами в данной работе.

ВЫВОДЫ

1. Продemonстрировано, что вейвлет-анализ в сочетании с фурье-анализом являются эффективными методами изучения процессов в геокосмосе. Эти методы анализа хорошо дополняют друг друга. Вейвлет- и фурье-преобразования предпочтительны при анализе соответственно быстроизменяющихся и достаточно плавных процессов.

Разработан формат представления результатов вейвлет- и фурье-анализов, который состоит из вида исследуемого сигнала во временной области, его вейвлет-спектра, скалограммы, скелетона, спектрограммы оконного преобразования Фурье и одномерного фурье-спектра. Формат рекомендуется для практического использования.

2. Показано, что большинство процессов в геофизике несут сложный динамический характер, не являясь фрактальными в традиционном понимании. В ограниченных диапазонах масштабов такие процессы обладают свойствами мультифрактальности.

3. Продemonстрированы возможности вейвлет-анализа при нахождении диапазонов мультифрактальности геофизических процессов и оценке спек-

тра их фрактальных размерностей. Знание последних важно для истолкования материалов наблюдений, для построения физико-математических моделей явлений в геокосмосе, которые часто оказываются сложнее, чем это представлялось ранее. Традиционные же методы фурье-анализа не позволяют получить информацию о фрактальных свойствах исследуемых процессов.

1. Астафьева Н. М. Вейвлет анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук.—1996.—166, № 11.—С. 1115—1170.
2. Безверхий В. А. Развитие метода вейвлет-преобразования для анализа геофизических данных // Изв. АН. Сер. Физика атмосферы и океана.—2001.—37, № 5.—С. 630—635.
3. Гармаш К. П., Лазоренко С. В., Пазюра С. А., Черногор Л. Ф. Флуктуации электромагнитного поля Земли во время самой большой геокосмической бури 1999 г. // Радиофизика и радиоастрономия.—2003.—8, № 3.—С. 253—264.
4. Гармаш К. П., Леус С. Г., Пазюра С. А. и др. Статистические характеристики флуктуаций электромагнитного поля Земли // Радиофизика и радиоастрономия.—2003.—8, № 2.—С. 163—180.
5. Горбатенко В. П., Ипполитов И. И., Кабанов М. В. и др. Анализ структуры временных рядов повторяемости форм атмосферной циркуляции и грозовой активности // Оптика атмосферы и океана.—2002.—15, № 8.—С. 693—706.
6. Григоренко Е. И., Лазоренко С. В., Таран В. И., Черногор Л. Ф. Волновые возмущения в ионосфере, сопровождающие вспышку на Солнце и сильнейшую магнитную бурю 25 сентября 1998 г. // Геомагнетизм и аэронаука.—2003.—43, № 6.—С. 770—787.
7. Дремин И. М., Иванов О. В., Нечитайлов В. А. Вейвлеты и их использование // Успехи физ. наук.—2001.—171, № 5.—С. 465—501.
8. Дьяконов В. П. Вейвлеты. От теории — к практике. — М.: СОЛОН-Р, 2002.—448 с.
9. Иванов В. В., Ротанова Н. М. Вейвлет-анализ профиля магнитных аномалий, полученного по данным спутника МАГСАТ // Геомагнетизм и аэронаука.—2000.—40, № 2.—С. 78—83.
10. Иванов В. В., Ротанова Н. М., Ковалевская Е. В. Применение вейвлет-анализа к исследованию геомагнитных возмущений // Геомагнетизм и аэронаука.—2001.—41, № 5.—С. 610—618.
11. Ипполитов И. И., Кабанов М. В., Логинов С. В. Применение вейвлет-преобразования для анализа межгодовых колебаний приземной температуры воздуха в Томске и солнечной активности // Оптика атмосферы и океана.—2001.—14, № 14.—С. 280—292.
12. Клейменова Н. Г., Козырева О. В., Шотт Ж. Ж. Волновой геомагнитный отклик магнитосферы на подход к Земле межпланетного магнитного облака (14—15 июня 2000 г., «Bastille Day Event») // Геомагнетизм и аэронаука.—2003.—43, № 3.—С. 321—331.
13. Кравченко В. Ф., Рвачев В. А. «Wavelet»-системы и их применение в обработке сигналов // Зарубежная радиоэлектроника.—1996.—№ 4.—С. 3—20.
14. Кравченко В. Ф., Рвачев В. А., Рвачев В. Л. Математические методы обработки сигналов на основе атомарных функций // Радиотехника и электроника.—1995.—40, № 9.—С. 1385—1406.
15. Лазоренко О. В., Лазоренко С. В., Черногор Л. Ф. Применение вейвлет-анализа к задаче обнаружения сверхширокополосных сигналов на фоне помех // Радиофизика и радиоастрономия.—2002.—7, № 1.—С. 46—63.
16. Лазоренко О. В., Лазоренко С. В., Черногор Л. Ф. Применение вейвлет-анализа в задачах космической физики и космической радиофизики // Космічна наука і технологія. Додаток.—2003.—9, № 2.—С. 91—96.
17. Новиков И. Я., Стечкин С. Б. Основные конструкции всплесков // Фундаментальная и прикладная математика.—1997.—3, № 4.—С. 999—1028.
18. Рвачев В. Л., Рвачев В. А. Неклассические методы теории приближений в краевых задачах. — К.: Наук. думка, 1979.—350 с.
19. Рожной А. А., Клейменова Н. Г., Козырева О. В. и др. Ночные среднеширотные вариации параметров ДВ (40 кГц) сигналов и геомагнитные пульсации P13 // Геомагнетизм и аэронаука.—2003.—43, № 4.—С. 553—560.
20. Ротанова Н. М., Бондарь Т. Н., Иванов В. В. Временные изменения в вековых геомагнитных вариациях // Геомагнетизм и аэронаука.—2002.—42, № 5.—С. 708—720.
21. Ротанова Н. М., Бондарь Т. Н., Иванов В. В. Вейвлет-анализ вековых геомагнитных вариаций // Геомагнетизм и аэронаука.—2004.—44, № 2.—С. 276—282.
22. Чуи К. Введение в вейвлеты: Пер. с англ. Я. М. Жилейкина. — М.: Мир, 2001.—412 с.
23. Alexandrescu M., Gibert D., Hulot G., Le Mouel J.-L., Saracco G. Detection of geomagnetic jerks using wavelet analysis // J. Geophys. Res.—1995.—100.—P. 12557—12572.
24. Alperovich L., Zheludev V. Wavelet transform as a tool for detection of geomagnetic precursors of earthquakes // Phys. Chem. Earth.—1998.—23, N 9-10.—P. 965—967.
25. Buonsanto M. J. Ionospheric Storms. A Review // Space Sci. Rev.—1999.—88.—P. 563—601.
26. Chernogor L. F., Lazorenko O. V., Lazorenko S. V. Wavelet Analysis and Ultra-Wideband signals // Radio Physics and Radio Astronomy.—2002.—7, N 4.—P. 471—474.
27. Daubechies I. Ten lectures on wavelets, CBMS-NSF conference series in applied mathematics. — SIAM Ed., 1992.—410 p.
28. Frick P., Galyagin D., Hoyt D., et al. Wavelet analysis of solar activity recorded by sunspot groups // Astron. and Astrophys.—1997.—328.—P. 670—681.
29. Holschneider A. Wavelets: an analysis tools. — Cambridge, 1995.—423 p.
30. Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing: 2nd ed. — Academ. press, 1999.—671 p.
31. Mohino E., Heraiz M., Kazimirovsky E. Application of wavelet analysis to quasi-2-day oscillation occurrence in the time variations of f_0F2 // Internat. J. Geomagnetism and Aeronomy.—2003.—4, N 3.—P. 215—220.

WAVELET ANALYSIS IN PROBLEMS OF THE NEAR-TO-EARTH SPACE

O. V. Lazorenko, S. V. Lazorenko, L. F. Chernogor

Both wavelet analysis and Fourier analysis were applied to solve some problems of the near-to-Earth space physics. As an example an investigation of some properties of the solar activity time variations described by sunspot numbers was carried out with the use of these analyses. Similar investigations were performed for the time variations of the D_{st} -index from 1957 to 2001 and for the time variations of the Karazin Kharkiv National University magnetometer-fluxmeter signals from 1999 to 2003. The wavelet analysis is represented by the continuous wavelet transform and the traditional Fourier analysis is denoted by the dynamic spectra. The parameters of the disturbances appearing in the near-to-Earth space were estimated. High efficiency of the wavelet analysis was pointed out. The methods of the wavelet analysis and Fourier analysis were shown to be mutually complement.