

УДК 533.9

Ю. А. Клименко, И. А. Кременецкий, О. К. Черемных

Институт космических исследований НАНУ и ИКАУ, Киев

Тензор диэлектрической проницаемости ионосферной пылевой плазмы

Надійшла до редакції 10.12.04

Содержано вираз для тензора діелектричної проникності іоносферної плазми з урахуванням внеску порошин, що обертаються та мають власний дипольний момент. Показано, що на частоті обертання порошин з'являються додаткові резонанси та може відбуватися розгойдування хвиль. Приведено вирази для інкрементів розгойдування та їхніх чисельних значень у денній та нічній іоносферній плазмі.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что в ионосфере Земли на высотах 90—100 км из продуктов сгорания метеоров образуются пылевые слои [2]. Пыль в ионосферу может вноситься также за счет извержений вулканов, лесных пожаров, остатков ракетного топлива, наземных взрывов и ряда других антропогенных факторов. Гранулы пыли достаточно быстро накапливают большой отрицательный заряд, что существенным образом изменяет свойства ионосферной плазмы. За последнее десятилетие накоплен определенный опыт в изучении волновых свойств пылевой плазмы [3], однако в подавляющем большинстве случаев пылинки рассматриваются либо как точечные, либо как сферические объекты, не имеющие ни собственного дипольного момента, ни собственной частоты вращения. Однако экспериментальные наблюдения и теоретические оценки показывают, что гранулы пыли, помещенные в плазму, приобретают вращательный момент за счет столкновений с ее частицами. Для низкотемпературной плазмы, какой и является ионосферная плазма, угловая частота вращения гранул пыли может достигать величин порядка 10^4 Гц, а механические моменты пылинок в первом приближении достаточно упорядочены и направлены вдоль геомагнитного поля. Поэтому ионосферная плазма, включающая в себя вращающиеся пылевые частицы, имеющие собственный дипольный момент, должна приобретать дополнительные волновые особенности, обусловленные вра-

щением пылинок. Исследованию этого вопроса и посвящена данная работа.

Для однородной ионосферной плазменной среды, которую мы будем рассматривать ниже, все волны можно считать плоскими, т. е. имеющими вид $\exp(-i\omega t + ik \cdot r)$. Тогда условие распространения волн

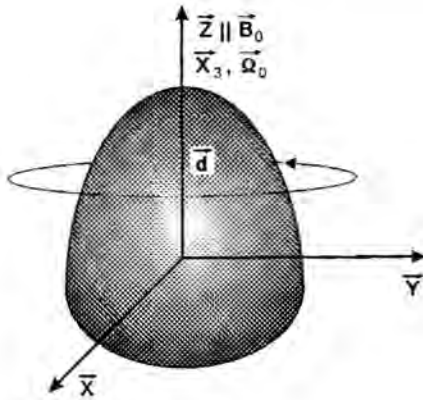
$$\det || k^2 \delta_{\alpha\beta} - k_\alpha k_\beta - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\alpha\beta} || = 0 \quad (1)$$

сводится к нахождению тензора $\epsilon_{\alpha\beta}$ диэлектрической проницаемости среды с вращающимися пылевыми гранулами, имеющими ненулевой дипольный момент.

ТЕНЗОР ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

С точки зрения электродинамики распространение волн в пылевой плазме можно рассматривать как процесс распространения электромагнитных полей в сплошной среде. Математически это соответствует следующему порядку упрощения уравнений: мы должны найти заряды и токи в плазме из уравнений движения частиц, а затем с помощью электродинамических уравнений изучить, как возбужденные ими поля могут распространяться в плазме [1]. Такой подход дает возможность найти тензор $\epsilon_{\alpha\beta}$ и описать все ветви линейных колебаний в пылевой плазме.

Для определения величины $\epsilon_{\alpha\beta}$ в (1) нам необхо-



Частица в лабораторной системе отсчета

диме решить уравнения движения частиц среды в возмущенных полях. Пренебрегая тепловым движением частиц, в лабораторной системе отсчета X, Y, Z , в которой вектор внешнего магнитного поля B_0 направлен вдоль оси Z (рисунок), уравнения движения для частиц имеют вид

$$m_{e,i} \frac{dV_{e,i}}{dt} = q_{e,i} \left(E + \frac{1}{c} V_{e,i} \times B_0 \right), \quad (2)$$

$$m_d \frac{dV_d}{dt} = q_d \left(E + \frac{1}{c} V_d \times B_0 \right) + \frac{1}{c} (\Omega \times d) \times B_0, \quad (3)$$

Здесь m_{α} , q_{α} — масса и заряд частиц, индексы $\alpha = e, i, d$ соответствуют электронам, ионам и пылинкам, Ω — угловая скорость вращения пылинки, d — их дипольный момент. Последнее слагаемое в (3) описывает взаимодействие дипольного момента вращающейся пылинки вытянутой формы с внешним магнитным полем. Уравнение движения пылевого компонента (3) необходимо дополнить уравнением сохранения момента импульса $M_{\alpha} = I_{\alpha} \Omega_{\alpha}$ пылинки:

$$\frac{dM}{dt} = d \times E. \quad (4)$$

Для упрощения предположим, что все частицы пыли абсолютно одинаковы и являются симметричными волчками. Свяжем с центром масс каждой из пылинки их собственные координатные оси x_1, x_2, x_3 . Тогда их дипольный момент d будет направлен вдоль оси x_3 , а два главных момента инерции равны между собой: $I_1 = I_2 \equiv I$, $I_3 \neq I$. Считаем, что самосогласованное электрическое поле E в плазменной среде «включается» в момент времени $t = t_0$, до которого пылинки вращались вокруг оси Z с угловой скоростью $\Omega_0 = M_0/I_3$, определяемой механическим моментом M_0 пылинки.

Для нахождения гидродинамической скорости пылинки V_d необходимо проинтегрировать уравнение (4) и подставить его в (3). После достаточно громоздкой, но очевидной процедуры интегрирования в собственных осях x_1, x_2, x_3 , перехода к лабораторной системе координат X, Y, Z и подстановки полученного результата в (3), получаем следующие уравнения движения пылинки

$$m_d \frac{dV^+}{dt} = qE^+ - i \frac{qB_0}{c} V^+ - i \frac{d^2 B_0}{cI} \exp(i\omega_r t) \int_{t_0}^t E^+(\tau) \exp(-i\omega_r \tau) d\tau, \quad (5)$$

$$m_d \frac{dV^-}{dt} = qE^- + i \frac{qB_0}{c} V^- + i \frac{d^2 B_0}{cI} \exp(-i\omega_r t) \int_{t_0}^t E^-(\tau) \exp(i\omega_r \tau) d\tau, \quad (6)$$

$$m_d \frac{dV_z}{dt} = qE_z, \quad (7)$$

где $V^{\pm} = V_x \pm iV_y$, $E^{\pm} = E_x \pm iE_y$, а частота $\omega_r = M_0/I$ определяет угловую скорость прецессии пылинки вокруг оси Z .

С помощью формул (5)–(7) после линеаризации уравнений (2)–(3) легко найти связь между скоростью частиц и возмущенным электрическим полем в плазме. Подставляя полученные выражения для скоростей в хорошо известную электродинамическую формулу

$$\epsilon E = E + i \frac{4\pi}{\omega} \sum_{e,i,d} q_{\alpha} n_{\alpha} V(\alpha),$$

находим выражение для тензора диэлектрической проницаемости ϵ , которое можно представить в виде $\epsilon = \epsilon_{e,i} + \epsilon_d$, где $\epsilon_{e,i}$ — хорошо известный тензор диэлектрической проницаемости электрон-ионной плазмы [1], а тензор

$$\epsilon_d = \begin{pmatrix} \epsilon^d & i g^d & 0 \\ -i g^d & \epsilon^d & 0 \\ 0 & 0 & \eta^d \end{pmatrix} \quad (8)$$

определяет вклад пылинки. Компоненты тензора (8) имеют вид

$$\epsilon^d(\omega) = - \frac{\omega_{pd}^2}{\omega^2 - \omega_{Bd}^2} - \frac{1}{2} \frac{\omega_{Bd}}{\omega} \frac{\Omega_r^2}{\omega^2 - \omega_{Bd}^2} \left(\frac{\omega + \omega_{Bd}}{\omega + \omega_r} - \frac{\omega - \omega_{Bd}}{\omega - \omega_r} \right), \quad (9)$$

$$g^d(\omega) = -\frac{\omega_{Bd}\omega_{pd}^2}{\omega(\omega^2 - \omega_{Bd}^2)} + \frac{1}{2} \frac{\omega_{Bd}}{\omega} \frac{\Omega_r^2}{\omega^2 - \omega_{Bd}^2} \left(\frac{\omega + \omega_{Bd}}{\omega + \omega_r} + \frac{\omega - \omega_{Bd}}{\omega - \omega_r} \right), \quad (10)$$

$$\eta^d(\omega) = -\frac{\omega_{pd}^2}{\omega^2}, \quad (11)$$

где

$$\omega_{pd}^2 = \frac{4\pi q_d^2 n_d}{m_d}, \quad \omega_{Bd} = \frac{q_d B_0}{m_d c}, \quad \Omega_r^2 = \frac{4\pi n_d d^2}{I}. \quad (12)$$

Из выражений (9)—(11) видно, что в случае $d = 0$ тензор диэлектрической проницаемости пылевого компонента плазмы совпадает с тензором, ранее полученным в приближении точечных зарядов пыли [3]. Интересной особенностью тензора (8) является его полная независимость от главного момента инерции I_3 , т. е. от частоты вращения пылинки вокруг собственной оси x_3 . Укажем также на следующее свойство найденного тензора: $\epsilon_d(-\omega_{Bd}, -\omega_r) = \epsilon_d(\omega_{Bd}, \omega_r)$, т. е. одновременное обращение направлений магнитного поля и собственного вращения пылинок полностью изменяет направление их вращения на противоположное. Это означает, что тензор диэлектрической проницаемости зависит от знака внешнего магнитного поля B_0 , и плазма с пылевыми частицами является магнитоактивной. Из выражений (9)—(11) также следует возможность появления дополнительных резонансов на частотах прецессии пылинок ω_r .

ВЛИЯНИЕ ДИПОЛЬНОГО МОМЕНТА ВРАЩАЮЩИХСЯ ПЫЛИНОК НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН

Для исследования условий распространения волн перепишем дисперсионное уравнение (1) в виде

$$k_{\perp}^2(\epsilon k_{\perp}^2 + \eta k_{\parallel}^2) - k_0^2[(\epsilon^2 - g^2 - \epsilon\eta)k_1^2 + 2k^2\epsilon\eta] + k_0^4\eta(\epsilon^2 - g^2) = 0, \quad (13)$$

где $k_0^2 \equiv \frac{\omega^2}{c^2}$ — волновое число в вакууме, $k_{\perp} = k \sin\theta$, $k_{\parallel} = k \cos\theta$, а θ — угол между векторами B_0 и k . В случае косоугольного распространения волн по отношению к магнитному полю выражение (13) не допускает простых аналитических решений, поэтому ниже мы рассмотрим случаи продольного и поперечного распространения.

Продольное распространение ($\theta = 0$) собственных волн пылевой плазмы описывается уравнениями

$k^2 c^2 = (\epsilon \pm g)\omega^2$ и $\eta = 0$, а поперечное ($\theta = \pi/2$) — уравнениями $\epsilon k^2 c^2 = (\epsilon^2 - g^2)\omega^2$ и $k^2 c^2 = \omega^2 \eta$. Из выражения (11) вытекает, что вклада дипольного момента пылинок в распространение продольных волн ($E \parallel B$) нет. В дисперсию поперечных ($E \perp B$) волн, распространяющихся продольно или перпендикулярно к магнитному полю, входят выражения вида

$$\epsilon \pm g = 1 - \frac{1}{\omega} \sum_{e,l,d} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega \pm \omega_{Be}} \mp \frac{\omega_{Bd}}{\omega} \frac{\Omega_r^2}{(\omega \mp \omega_{Bd})} \frac{1}{\omega \pm \omega_r}, \quad (14)$$

Последнее слагаемое в правой части (14) учитывает вклад дипольного момента $|d|$ вращающихся пылинок. Поскольку в реальных условиях для величины дипольного момента заряженных гранул справедливо неравенство $|d| < |q_d|l$, где l — характерный размер пылинки, то частота Ω_r «дипольной осцилляции» заведомо ниже пылевой ленгмюровской частоты $\Omega_r \leq \omega_{pd}$. Из-за большой массы пылинок их ларморовская частота ω_{Bd} является самой малой из всех собственных частот пылевой плазмы. По этим причинам дипольный момент пылинок вносит существенный вклад в (14) только вблизи частоты вращения ω_r гранул. При резонансе между волной и вращениями пылинок колебания становятся неустойчивыми, и возможна их раскачка. Причем знак ω_r определяет резонанс с правой или левополяризованной волной.

Проанализируем раскачку продольно распространяющихся волн. Вследствие малости коэффициента при $(\omega \pm \omega_r)^{-1}$ резонанс на частоте $\omega_0 \approx \omega_r$ для собственных волн пылевой плазмы можно качественно рассматривать как токовую неустойчивость холодной плазмы. Следуя теории этой неустойчивости, введем малую поправку к частоте волны $\omega = \omega_r + \gamma_w$, $\gamma_w/\omega_r \ll 1$. Мнимому положительному значению γ_w соответствует инкремент раскачки волн. Легко убедиться, что он находится из уравнения

$$\gamma_w \frac{\partial}{\partial \omega} \Lambda_{\parallel}(\omega, k) \Big|_{\omega=\omega_r} \pm 2 \frac{\omega_{Bd}}{\omega_r} \frac{\Omega_r^2}{(\omega_r \mp \omega_{Bd})\gamma_w} = 0, \quad (15)$$

где выражение

$$\Lambda_{\parallel}(\omega, k) = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} + \frac{1}{\omega} \sum_{e,l,d} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega \pm \omega_{Be}}$$

определяет дисперсию волн. Частота ω_r в (15) является произвольной величиной, и в зависимости от параметров пылевой компоненты плазмы может изменяться в широком диапазоне частот. Нетрудно

Оценки инкрементов раскачки волн на вращающихся пылинках в ионосфере Земли

Диапазон	Дисперсия ω	Инкремент	Значение инкремента	
			День	Ночь
$\theta = 0$				
$\omega \ll \omega_{Bd}$	$k_z V_{Ad}$	$\gamma_{AD} = \frac{\omega_r}{k c} \Omega_r$	10^{-10}	10^{-9}
$\omega \sim \omega_{Bd}$	$\omega_{Bd} \left(1 - \frac{\omega_{pd}^2}{k^2 c^2} \right)$	$\gamma_{DIC} \approx \frac{\omega_{pd}}{k^2 c^2} \omega_{Bd} \Omega_r$	10^{-8} ($\omega_r \sim 10^{-6}$)	10^{-7} ($\omega_r \sim 10^{-5}$)
$\omega_{Bd} \ll \omega \ll \omega_{Bi}$	$\frac{k^2 c^2 \omega_{Bd}}{\omega_{pd}^2}$	$\gamma_{DW} \approx \left(\frac{\omega_{Bd} \omega_r}{k^2 c^2} \right)^{1/2} \Omega_r$	10^{-5} ($\omega_r \sim 1$)	10^{-4} ($\omega_r \sim 1$)
$\omega \sim \omega_{Bi}$	$\omega_{Bi} \left(1 - \frac{\omega_{pi}^2}{k^2 c^2} \right)$	$\gamma_{EIC} \approx \left(\frac{\omega_{Bd} \omega_{Bi}}{k^2 c^2} \right)^{1/2} \Omega_r$	10^{-4} ($\omega_r \sim 100$)	10^{-3} ($\omega_r \sim 100$)
$\omega_{Bi} \ll \omega \ll \omega_{Be}$	$\frac{k^2 c^2 \omega_{Be}}{\omega_{pe}^2}$	$\gamma_{EW} \approx \left(\frac{\omega_{Bd} \omega_r}{k^2 c^2} \right)^{1/2} \Omega_r$	10^{-3} ($\omega_r \sim 10^4$)	10^{-2} ($\omega_r \sim 10^4$)
$\theta = \pi/2$				
$\omega \ll \omega_{Bd}$	$k V_{Ad}$	$\gamma_{AD} \approx \left(\frac{\Omega_r^2}{k^2 c^2} \omega_r \right)^{1/3}$	10^{-8}	$2 \cdot 10^{-8}$
$\omega_{Bd} \ll \omega \ll \omega_{Bi}$	$k V_A$	$\gamma_{AW} \approx \left(\frac{\omega_{Bd} \omega_r^2 \Omega_r^2}{k^2 c^4 / V_A^2 + \omega_{pd}^2 / \omega_{Bd}^2} \right)^{1/3}$	10^{-6} ($\omega_r \sim 1$)	10^{-4} ($\omega_r \sim 1$)
$\omega_{Bi} \ll \omega \ll \omega_{pi}$	$\sqrt{k^2 c^2 + \omega_{pi}^2}$	$\gamma_{TW} \approx \left(\frac{\omega_{Bd} \omega_r^2 \Omega_r^2}{k^2 c^2 + \omega_{pi}^2} \right)^{1/3}$	0.004 ($\omega_r \sim 1000$)	0.01 ($\omega_r \sim 1000$)
$\omega_{Be} \ll \omega \ll \omega_{pe}$ $k \rightarrow \infty$	$\frac{\omega_{pe} \omega_{Be}}{\sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{Be}^2}}$	$\gamma_{LHW} \approx \left(\frac{\omega_{Bd} \omega_{Be}^2 \Omega_r^2}{\omega_{Be}^2 + \omega_{pe}^2} \right)^{1/3}$	0.01	0.1

видеть, что в случае продольного распространения волн все известные ветви колебаний становятся неустойчивыми с инкрементами, пропорциональными частоте «дипольной осцилляции», т. е. $\gamma \propto \Omega_r$.

Для поперечно распространяющихся волн, слагаемым, пропорциональным ω_{Bd}^2 можно пренебречь, и уравнение для поправки γ_ω будет иметь вид

$$\gamma_\omega \frac{\partial}{\partial \omega} \Lambda_\perp(\omega, k) \Big|_{\omega=\omega_r} - \frac{\Omega_r^2}{\gamma_\omega^2} \frac{\omega_{Bd}}{(\omega_r + \omega_{Bd})} = 0,$$

где

$$\Lambda_\perp(\omega, k) = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \left(1 - \sum_{\epsilon, i, d} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{Be}^2} \right) - (\epsilon_\perp - g)(\epsilon_\perp + g).$$

Следовательно, инкременты всех типов поперечно распространяющихся волн пропорциональны $\gamma \propto \Omega_r^{3/2}$.

В заключение приведем таблицу численных оценок для инкрементов раскачки волн на вращающихся пылинках в ионосфере Земли. Известно [2], что пыль в ионосфере имеет несколько фракций, различающихся размерами в интервале 10^{-8} – 10^{-6} м. Заряд пылинок зависит от их размеров и изменяется в интервале от 10 до –5 зарядов электрона ночью и днем соответственно, а концентрация основной фракции пыли в слоях D-области порядка 10 см^{-3} . Из таблицы видно, что инкремент раскачки поперечно распространяющихся волн несколько выше. Заметим также, что полученный нами ре-

зультат качественно совпадает с результатом работы [4], в котором похожие неустойчивости описаны в рамках другого подхода. Необходимо, однако, отметить, что в отличие от результатов работы [4] полученные нами численные оценки для инкрементов ионосферных волн существенно ниже, что позволяет надеяться на реализацию более «мягких» условий развития неустойчивостей. Расхождение в результатах связано с тем обстоятельством, что в работе [4] не было учтено последнее слагаемое в уравнении движения пылинок (3), связанное с взаимодействием вращающего дипольного момента с внешним магнитным полем.

Выводы

В приближении холодной замагниченной плазмы получено выражение для тензора диэлектрической проницаемости пылевой ионосферной плазмы с учетом дипольного момента вращающихся гранул пыли. Анализ полученного выражения свидетельствует о неустойчивости ионосферных волн на частотах вращения пылинок. Инкременты для продольного распространения волны пропорциональны частоте «дипольной осцилляции» $\gamma \propto \Omega_p$, а поперечного распространения — $\gamma \propto \Omega_p^{3/2}$. Таким образом, наличие дипольного момента у вращающихся пылинок обеспечивает резонансное раскачивание волн на частотах вращения пылинок в космической пылевой плазме. Отметим, что за рамками этой рабо-

ты остался вопрос о механизмах стабилизации обнаруженных нами неустойчивостей, который требует отдельного исследования.

Авторы благодарят УНТЦ за підтримку цієї роботи грантом NN 37.

1. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Колебания и волны в плазменных средах. — М: Изд-во МГУ, 1990.—272 с.
2. Havnes O. Dusty plasmas in the ionosphere and its environment // *Dusty plasma in the New Millennium: Third Intern. Conf. on the Phys. Dusty Plasmas.*—2002.—CP649, AIP.—P. 13—21.
3. Shukla P. K., Mamun A. A. Introduction to dusty plasma physics. — London: IOP Publ. Ltd., 2002.—270 p.
4. Tskhakaya D. D., Shukla P. K., Tsintsadze N. L. Electromagnetic and dispersion properties of a magnetoplasma containing elongated and rotating dust grains // *ЖЭТФ.*—2001.—120, вып. 2(8).—С. 340—352.

THE DIELECTRIC PERMITTIVITY TENSOR OF IONOSPHERIC DUSTY PLASMA

Yu. O. Klymenko, I. A. Kremenetsky, O. K. Cheremnykh

The expression for dielectric permittivity tensor of ionospheric plasma is derived with taking into account a rotation of dust granules with nonzero dipole momentum. It is shown that extra resonance occurs at the frequency of the dust grains rotation which can lead to wave growth. The expressions for growth rates and their estimated values for day-time and night-time conditions of ionospheric plasma are presented.