

## «БЫСТРАЯ» ОЦЕНКА СТЕПЕНИ ОПАСНОСТИ КАТАЛОГИЗИРОВАННЫХ ОБЪЕКТОВ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА

© Л. В. Бокова, В. А. Ларин, Т. В. Лабуткина, А. С. Калашников

Днепропетровский национальный университет

Розроблено методику «швидкого» аналізу ступеня небезпеки каталогізованих об'єктів космічного сміття на заданому відрізку часу. Показником ступеня небезпеки прийнято кількість прогнозованих механічних «конфліктів» (зіткнень).

Проблема «загрязнения» космического пространства становится все более острой, поэтому задачи анализа опасности космического мусора весьма актуальны. Здесь можно выделить две области исследования: анализ воздействия на космические аппараты некаталогизированных объектов, который требует построения моделей загрязнения различных областей околоземного космоса, и анализ опасности каталогизированных объектов космического мусора. Данная работа относится ко второму направлению.

Чаще всего анализ движения каталогизированных объектов космического мусора предполагает использование моделей движения космических тел, в которых достаточно подробно учтены возмущающие силы. Это задачи, связанные с прогнозом положения объекта космического мусора на основе информации каталогов, задачи анализа качества данных каталогов, прогнозирование времени существования космических объектов и районов их падения и т. п. Ряд вопросов из этой области рассмотрен в работах [1, 2] и других.

На современном этапе актуальна также следующая задача. Необходимо на заданном отрезке времени быстро оценить степень опасности для космических аппаратов на околоземных орбитах, создаваемую каталогизированными объектами космического мусора. Такие быстрые оценки дадут возможность анализировать состояние опасности, создаваемой каталогизированными обломками в космическом пространстве, на ближайшее будущее. Очевидно, использование математических моделей движения космических тел, в которых подробно учитываются возмущающие силы, потребует существенных временных затрат для решения сформулированной задачи. Поэтому необходима разработка методик, позволяющих получать «быстрые решения».

Ниже представлена методика «быстрого» анализа степени опасности каталогизированных объектов космического мусора на заданном отрезке времени. В качестве показателя степени опасности принимается количество прогнозируемых механических «конфликтов» (столкновений), создаваемых на рассматриваемом отрезке времени объектом с искусственными спутниками Земли. Для определения конфликтных ситуаций используются базовые положения методики, предложенной в работе [3].

Полагается, что местоположение спутника в каждый момент времени  $t$  ограничено сферой (назовем ее критической) с центром на кеплеровой орбите. Аналогично определяется местоположение объекта космического мусора. В обоих случаях радиус критической сферы ( $R_{крS}$  для спутника и  $R_{крO}$  для объекта) равен максимальному на рассматриваемом отрезке времени отклонению от расчетного положения на кеплеровой орбите. Для спутника это отклонение определяется точно с коррективками орбиты, а для объекта — рассчитывается как функция возмущающих сил. Конфликтная ситуация принимается возможной в случае, когда объект и спутник сближаются на расстояние  $L_{кр}$ , равное сумме радиусов критических сфер спутника и объекта:

$$L_{кр} = R_{крS} + R_{крO}$$

(назовем это расстояние критическим).

Одно из главных отличий от задачи, для которой разработана методика [3], заключается в следующем. В работе [3] предложен анализ возможности конфликтов между космическими аппаратами, орбиты которых корректируются. А в данном случае при анализе рассматриваются космические аппараты с корректируемым движением и неуправляемые объекты, орбиты которых на рассматриваемом про-



межутке времени могут существенно меняться.

Ниже приводится описание последовательности расчетов, выполняемых при анализе опасности каталогизированного объекта космического мусора на отрезке времени  $[t_n, t_k]$ .

На основе данных, представленных в интернете, с использованием модели орбитального движения космического тела, достаточно полно учитывающей возмущающие силы, определяются параметры орбиты объекта космического мусора для момента времени  $t_n$  начала прогноза (например, высота перигея  $h_{pO}$ , эксцентриситет  $e_O$ , наклонение орбиты  $i_O$ , долгота восходящего узла  $\Omega_O$ , аргумент перигея  $\omega_O$ , и время прохождения перигея  $\tau_O$ ). Эти параметры рассматриваются в качестве параметров кеплеровой орбиты объекта, движение по которой анализируется в дальнейшем.

Как отмечалось выше, радиус критической сферы объекта определяется как функция действующих на него возмущающих сил. При этом учитывается, что наиболее существенное возмущающее воздействие на орбитальное движение космического тела оказывает нецентральность силы тяжести Земли. В частности, наибольшие отклонения от номинального положения (существенно превышающие отклонения, вызванные другими факторами) обусловлены вековым изменением долготы восходящего узла  $\Delta\Omega_O(t)$  и вековым изменением аргумента перигея  $\Delta\omega_O(t)$ , увеличением периода обращения спутника и максимальным отклонением вдоль радиуса-вектора  $A_{rO}$  под влиянием нецентральности силы тяжести Земли.

С использованием упрощенных соотношений, представленных в [4, 5], определяются значения  $A_{rO}$ ,  $\Delta\Omega_O(t_k)$ ,  $\Delta\omega_O(t_k)$ , а также отставание  $\Delta T_O$  за один виток «возмущенного» спутника от спутника, движущегося по кеплеровой орбите. При этом максимальное отклонение вдоль радиуса-вектора составляет

$$A_{rO} = \frac{A_{pO}}{1 - e_O},$$

где  $A_{pO} = \varepsilon \sin^2 i_O / (\mu p_O)$  — амплитуда колебания фокального параметра объекта  $p_O$ , а  $\varepsilon = 2.634 \cdot 10^{10}$ .

Вековые возмущения долготы восходящего узла и аргумента перигея в момент времени  $t_k$  соответственно равны

$$\Delta\Omega_O(t_k) = n\delta\Omega_O,$$

$$\Delta\omega_O(t_k) = n\delta\omega_O,$$

где  $n$  — число оборотов объекта вокруг Земли за отрезок времени  $[t_n, t_k]$ ,  $T_O$  — период обращения объекта, а  $\delta\Omega_O$  и  $\delta\omega_O$  — вековые изменения за один оборот, которые могут быть рассчитаны по формулам

$$\delta\Omega_O = -\frac{2\pi}{p_O^2} \frac{\varepsilon}{\mu} \cos i_O,$$

$$\delta\omega_O = \frac{\pi}{p_O^2} \frac{\varepsilon}{\mu} (5\cos^2 i_O - 1),$$

где  $\mu$  — гравитационный параметр Земли.

Значение  $\Delta T_O$  рассчитывается по формуле

$$\Delta T_O = T_O \left( 1 - \frac{3}{4} e_O^2 \frac{\delta\omega_O}{\pi} \right).$$

Максимально возможные отклонения от номинального положения, обусловленные  $\Delta\Omega_O(t_k)$ ,  $\Delta\omega_O(t_k)$  и  $A_{rO}$ , находятся так:

$$R_{\Delta\Omega} = 2r_{aO} \sin \frac{\Delta\Omega_O}{2}, \quad (1)$$

$$R_{\Delta\omega} = 2r_{aO} \sin \frac{\Delta\omega_O}{2}, \quad (2)$$

$$R_{A_r} = A_{rO},$$

где  $r_{aO}$  — радиус апогея объекта. Радиус критической сферы объекта полагается равным сумме этих величин:

$$R_{крO} = R_{\Delta\Omega} + R_{\Delta\omega} + R_{A_r}.$$

Учет значений  $\Delta\Omega(t)$  и  $\Delta\omega(t)$  в момент  $t_k$  конца периода, для которого проводится анализ, и использование радиуса апогея в соотношениях (1), (2) позволяет определить радиус критической сферы с некоторым «запасом», что дает возможность пренебречь при расчете меньшими отклонениями, вызванными другими погрешностями. Ошибка  $\Delta T_O$  учтена в дальнейшем при определении времени прохождения участков орбиты, на которых возможны механические конфликты («опасных» участков орбиты).

Для решения рассматриваемой задачи необходима база данных об искусственных спутниках Земли, обновляемая на основе информации из интернета. Принцип ее построения должен обеспечивать удобный и быстрый поиск решения. В базе данных для каждого из спутников содержатся значения параметров кеплеровой орбиты (например, высота перигея  $h_{pS}$ , эксцентриситет  $e_S$ , наклонение орбиты

$i_s$ , долгота восходящего узла  $\Omega_s$ , аргумент перигея  $\omega_s$ , и время прохождения перигея  $\tau_s$ ), а также радиус его критической сферы  $R_{крS}$ .

Возможность конфликта для объекта космического мусора реальна только для тех спутников, с которыми у него есть «зона общих высот». Поэтому прежде всего исключаются из рассмотрения те спутники, с которыми конфликты заведомо невозможны.

Для спутника и объекта космического мусора определяются минимальная и максимальная высоты ( $H_{\min S}$ ,  $H_{\max S}$  и  $H_{\min O}$ ,  $H_{\max O}$  соответственно) с учетом максимально возможных отклонений от номинального положения ( $R_{крS}$  и  $R_{крO}$ ):

$$H_{\min S} = h_{pS} - R_{крS},$$

$$H_{\max S} = h_{aS} + R_{крS},$$

$$H_{\min O} = h_{pO} - R_{крO},$$

$$H_{\max O} = h_{aO} + R_{крO},$$

где  $h_{pS}$ ,  $h_{pO}$  — высоты перигеев,  $h_{aS}$ ,  $h_{aO}$  — высоты апогеев. Если области значений  $[H_{\min S}, H_{\max S}]$  и  $[H_{\min O}, H_{\max O}]$  не пересекаются, то возможность конфликта исключается сразу (у спутника и объекта нет зоны общих высот). В этом случае конфликт заведомо невозможен, и этот спутник можно не рассматривать. Если спутник и объект имеют зону общих высот, то необходим дальнейший анализ.

Пусть угол  $\alpha$  между плоскостями орбит спутника и объекта  $\alpha < \alpha_{cp}$ , где  $\alpha_{cp} < 1...2^\circ$  (более строго значение  $\alpha_{cp}$  определяется с учетом высот орбит). При этом вследствие воздействия возмущающих сил возможно совмещение орбитальных плоскостей в течение некоторых отрезков времени. В этом случае при наличии зоны общих высот возможны конфликты (при необходимости проводится более подробный анализ).

Обозначим линию пересечения орбитальных плоскостей спутника и объекта как  $p_1p_2$  (рис. 1). Далее, как предложено в [3], находятся координаты геоцентрической орбитальной системы объекта  $Ox_Oy_Oz_O$  для точек пересечения его траектории с прямой  $p_1p_2$  ( $P_{1O}(x_{P1O}, y_{P1O})$  и  $P_{2O}(x_{P2O}, y_{P2O})$ ). Для этого решим систему

$$\begin{cases} \frac{[x_S - (a_S - r_{pS})]^2}{a_S^2} + \frac{y_S^2}{b_S^2} = 1, \\ A_O(m_{S11}x_S + m_{S12}y_S) + B_O(m_{S21}x_S + m_{S22}y_S) + \\ + C_O(m_{S31}x_S + m_{S32}y_S) = 0, \end{cases}$$

$$m_{S11} = \cos\Omega_S \cos\omega_S - \sin\Omega_S \sin\omega_S \cos i_S,$$

$$m_{S12} = -\cos\Omega_S \sin\omega_S - \sin\Omega_S \cos\omega_S \cos i_S,$$

$$m_{S21} = \sin\Omega_S \cos\omega_S + \cos\Omega_S \sin\omega_S \cos i_S,$$

$$m_{S22} = \cos\Omega_S \cos\omega_S \cos i_S - \sin\Omega_S \sin\omega_S,$$

$$m_{S31} = \sin\omega_S \sin i_S,$$

$$m_{S32} = \cos\omega_S \sin i_S,$$

$$A_O = \sin i_O \sin \Omega_O,$$

$$B_O = -\sin i_O \cos \Omega_O,$$

$$C_O = \cos i_O,$$

где  $r_{pS}$  — радиус перигея,  $a_S$ ,  $b_S$  — большая и малая полуоси орбиты спутника.

Аналогично находятся координаты геоцентрической орбитальной системы объекта  $Ox_Oy_Oz_O$  для точек пересечения его траектории с прямой  $p_1p_2$  ( $P_{1O}(x_{P1O}, y_{P1O})$  и  $P_{2O}(x_{P2O}, y_{P2O})$ ), для чего решается система уравнений

$$\begin{cases} \frac{[x_O - (a_1 - r_{pO})]^2}{a_O^2} + \frac{y_O^2}{b_O^2} = 1, \\ A_S(m_{O11}x_O + m_{O12}y_O) + B_S(m_{O21}x_O + m_{O22}y_{Osub}) + \\ + C_S(m_{O31}x_O + m_{O32}y_O) = 0, \end{cases}$$

$$m_{S11} = \cos\Omega_O \cos\omega_O - \sin\Omega_O \sin\omega_O \cos i_O,$$

$$m_{S12} = -\cos\Omega_O \sin\omega_O - \sin\Omega_O \cos\omega_O \cos i_O,$$

$$m_{S21} = \sin\Omega_O \cos\omega_O + \cos\Omega_O \sin\omega_O \cos i_O,$$

$$m_{S22} = \cos\Omega_O \cos\omega_O \cos i_O - \sin\Omega_O \sin\omega_O,$$

$$m_{S31} = \sin\omega_O \sin i_O,$$

$$m_{S32} = \cos\omega_O \sin i_O,$$

$$A_S = \sin i_S \sin \Omega_S,$$

$$B_S = -\sin i_S \cos \Omega_S,$$

$$C_S = \cos i_S,$$

где  $r_{pO}$  — радиус перигея,  $a_O$ ,  $b_O$  — большая и малая полуоси орбиты объекта.

Далее рассчитываются расстояния для всех пар точек из множества  $\{P_{1S}, P_{2S}, P_{1O}, P_{2O}\}$ , в которых одна принадлежит орбите спутника, а другая — орбите объекта. Если расстояние между какими-либо из них меньше либо равно критическому, то эти точки полагаются «опасными», и необходим дальнейший анализ. Пусть, например, расстояние между точками  $P_{1S}(x_{P1S}, y_{P1S})$  и  $P_{1O}(x_{P1O}, y_{P1O})$  меньше либо равно критическому:



$$L_{P_1SP_1O} = [X_{P_1S} - X_{P_1O}]^2 + (Y_{P_1S} - Y_{P_1O})^2 + \\ + (Z_{P_1S} - Z_{P_1O})^2]^{1/2} \leq L_{кр},$$

где  $X_{P_1S}$ ,  $X_{P_1O}$ ,  $Y_{P_1S}$ ,  $Y_{P_1O}$ ,  $Z_{P_1S}$ ,  $Z_{P_1O}$  — координаты спутника и объекта в геоцентрической орбитальной системе. Так как области местоположений спутника и объекта ограничиваются «критическими» сферами, то при анализе конфликтов рассматриваются «опасные» участки орбит. Точки этих участков должны удовлетворять следующим равенствам:

$$(x_s - x_{P_1S})^2 + (y_s - y_{P_1S})^2 \leq R_{крS},$$

для спутника и

$$(x_o - x_{P_1O})^2 + (y_o - y_{P_1O})^2 \leq R_{крO}$$

для объекта. На орбите спутника это участок в окрестности точки  $P_{1S}$ , между точками  $P_{t1S}$  и  $P_{t2S}$  (рис. 1), а на орбите объекта — в окрестности  $P_{1O}$  между точками  $P_{t1O}$  и  $P_{t2O}$ .

Координаты точек  $P_{t1S}(x_{t1S}, y_{t1S})$  и  $P_{t2S}(x_{t2S}, y_{t2S})$  определяются путем решения следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{[x_s - (a_s - r_{ps})]^2}{a_s^2} + \frac{y_s^2}{b_s^2} = 1, \\ (x_s - x_{P_1S})^2 + (y_s - y_{P_1S})^2 = R_{крS}^2, \end{cases}$$

а координаты точек  $P_{t1O}(x_{t1O}, y_{t1O})$  и  $P_{t2O}(x_{t2O}, y_{t2O})$  — путем решения системы уравнений

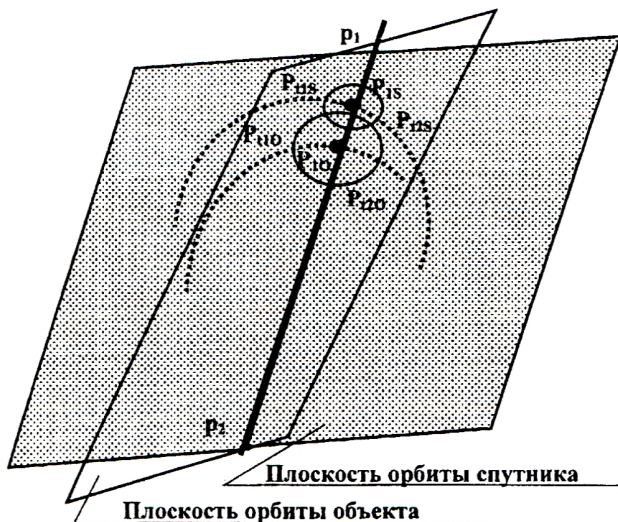


Рис. 1. Опасные участки орбит спутника и объекта космического мусора

$$\begin{cases} \frac{[x_o - (a_o - r_{po})]^2}{a_o^2} + \frac{y_o^2}{b_o^2} = 1, \\ (x_o - x_{P_1O})^2 + (y_o - y_{P_1O})^2 = R_{крO}^2. \end{cases}$$

С использованием найденных координат определяются истинные аномалии, соответствующие положению спутника в точках  $P_{t1S}$ ,  $P_{t2S}$  и объекта в точках  $P_{t1O}$ ,  $P_{t2O}$ . Далее рассчитываются моменты  $t_{1S}$ ,  $t_{2S}$ , в которые спутник находится в точках  $P_{t1S}$ ,  $P_{t2S}$  на первом с момента времени прохождения перигея обороте, и моменты  $t_{1O}$ ,  $t_{2O}$ , в которые объект находится в точках  $P_{t1O}$ ,  $P_{t2O}$  на первом обороте.

Отрезок времени  $[t_{1S}, t_{2S}]$  назовем опасным для спутника. Опасный отрезок для объекта определим как  $[t_{1O} + \Delta_{t1O}, t_{2O} + \Delta_{t1O}]$ , где  $\Delta_{t1O}$  — отставание движущегося по возмущенной орбите объекта от движущегося по кеплеровой за время от момента  $\tau_0$  до  $t_{1O}$ :

$$\Delta_{t1O} = \Delta T_o \frac{(t_{1O} - \tau_0)}{T_o}.$$

Опасный отрезок времени на  $n$ -м обороте спутника —  $[t_{1S} + nT_s, t_{2S} + nT_s]$ , где  $T_s$  — период обращения спутника (рис. 2). Опасный отрезок времени на  $n$ -м обороте объекта —  $[t_{1O} + \Delta_{t1O} + n(T_o + \Delta T_o), t_{2O} + \Delta_{t1O} + n(T_o + \Delta T_o)]$ , где  $T_o$  — период обращения объекта.

Рассматривается период времени, равный периоду прогноза. Если какой-либо из опасных отрезков времени спутника перекрывается с каким либо из опасных отрезков объекта за период времени прогноза, то фиксируется конфликтная ситуация. Число конфликтных ситуаций, создаваемых объектом с рассматриваемым спутником, полагается равным числу перекрывающихся опасных отрезков.

Предложенный подход дает приемлемые результаты для ряда практических задач на отрезке времени от нескольких часов до нескольких суток.

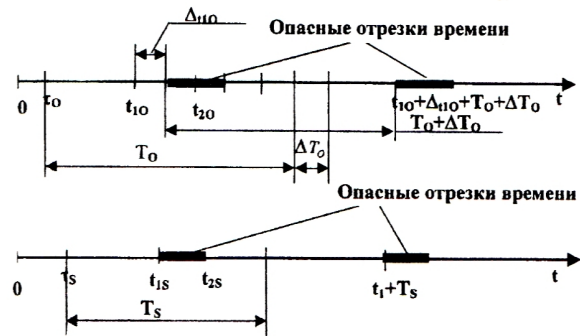


Рис. 2. Опасные отрезки времени объекта космического мусора и спутника



При этом объем вычислений по сравнению с методами, основанными на непосредственном моделировании, уменьшается по меньшей мере на порядок. Предложенная методика может быть использована для «быстрой» оценки опасности возникновения механических конфликтов на краткосрочный период.

1. Бровко М. В., Голубек А. В., Емельянова И. А., Хорольский П. Г. Исследование и разработка методики оценки качества каталогов параметров движения космических объектов // Космічна наука і технологія. Додаток.—2002.—8, № 1.—С. 73—77.
2. Голубек А. В., Емельянова И. А., Хорольский П. Г. Исследование возможности прогнозирования изменения баллистического коэффициента по данным внешнетраекторных измерений при использовании в расчетах параметров стабильной атмосферы // Космічна наука і технологія.—2003.—9, № 1.—С. 173—180.

3. Кузнецов А. В., Ларин В. А., Лабутина Т. В. Построение бесконфликтной орбитальной группировки спутниковой системы связи // Космічна наука і технологія. Додаток.—2003.—9, № 1.—С. 33—36.
4. Основы теории полета и элементы проектирования искусственных спутников. Под редакцией М. К. Тихонравова — М.: Машиностроение, 1967.—296 с.
5. Эльясберг П. Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. — М.: Наука, 1965.—540 с.

---

**«QUICK» EVALUATION OF THE DEGREE OF DANGER  
OF CATALOGUED COSMIC DEBRIS**

L. V. Bokova, V. A. Larin, T. V. Labutkina, A. S. Kalashnikov

The method of «quick» evaluation of degrees of danger of catalogued cosmic debris during the given time period is proposed. As an indicator of the degree of danger the forecasted number of possible mechanical «conflicts» (collisions) is suggested.