

## ОЦЕНКИ ОШИБОК ПРОГРАММНОГО НАВЕДЕНИЯ НАЗЕМНЫХ АНТЕНН СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ

© В. А. Ларин, Т. В. Лабуткина, Н. В. Попова, О. В. Ферин

Дніпропетровський національний університет

Запропоновано методику оцінки похибок прогнозу напряму антен наземних станцій на супутники системи зв'язку. Вихідними даними для розрахунку оцінок є значення параметрів кеплерових орбіт космічних апаратів і територія можливого розміщення пунктів зв'язку. Методика призначена для початкових етапів проектування супутниковых систем зв'язку.

В настоящее время представляют интерес программные системы наведения наземных антенн на спутники низко- и среднеорбитальных систем связи. Существенное влияние на точность программного наведения оказывают ошибки прогноза углового направления на спутник из наземного пункта связи. Эти ошибки зависят от неточности данных о значениях параметров орбит на момент времени  $t_0$ , с которого начинается прогнозирование, и степени адекватности используемой математической модели движения спутника. Ошибки прогноза имеют тенденцию накапливаться во времени. Поэтому при проектировании спутниковых систем связи с программно наводящимися наземными антennамирабатываются требования к точности исходных данных для прогноза; определяется длительность периода, по истечении которого следует задавать новые исходные данные; обосновывается требуемая точность математической модели. Для решения этих задач необходимо иметь методику оценки ошибок прогнозирования направления на спутник из наземного пункта связи. В частности, если направление задается азимутом  $A$  и углом места  $\gamma$ , — оценки ошибок прогноза этих величин.

Во многих низко- и среднеорбитальных системах связи остронаправленные наземные антennы с программным наведением используются в ретрансляционных наземных станциях, с которыми пользователи связываются посредством наземных линий. В этом случае при проектировании спутниковых систем координаты точек местоположений наземных антenn известны. Задача оценки ошибок прогноза направления на спутник в такой постановке исследована достаточно подробно [1, 3] и др.

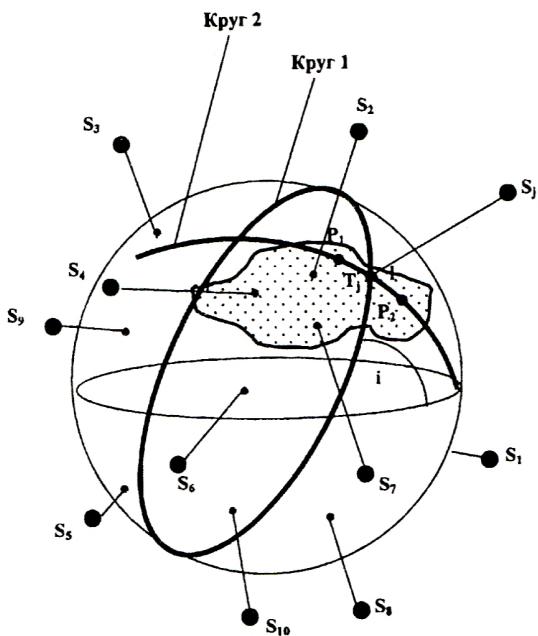
Однако возможна и другая концепция низкоорбитальных систем связи: остронаправленные антен-

ны с программным управлением могут применяться в станциях индивидуальных пользователей. Такие антennы могут быть установлены и на подвижных наземных объектах. В этом случае при проектировании спутниковых систем координаты наземных антenn заранее неизвестны — известна лишь территория, обслуживаемая данной системой, т. е. территория возможного местонахождения пункта связи.

Поэтому актуальны вопросы разработки методик расчета оценок при следующей постановке задачи: известны параметры орбит каждого из спутников системы (высота перигея  $h_p$ , эксцентриситет  $e$ , наклонение орбиты  $i$ , долгота восходящего узла  $\Omega$ , аргумент перигея  $\omega$ , время прохождения перигея  $\tau$ ) и территория возможного размещения пункта связи. Ошибки прогноза оцениваются по истечении периода времени  $T$  с начала прогноза — для момента времени  $t_u = t_0 + T$  (длительность периода прогноза варьируется в процессе анализа различных проектных решений). В нашей работе мы предлагаем методику оценки ошибок прогнозирования направления наземных антenn на спутники системы в этом случае.

Предлагается рассматривать ошибки прогноза азимута и угла места на интервалах времени видимости спутников из тех точек расположения пункта связи, для которых ошибки прогноза значений  $A$  и  $\gamma$  в момент времени  $t_u$  будут велики по сравнению с ошибками прогноза в этот момент времени для пунктов связи, расположенных в других точках территории. Например, будут превышать их не меньше чем на порядок. (Более строго величина этого отношения определяется из условий задачи.)

В работе [2] предложен подход к определению географических координат (долготы  $L$  и широты  $\varphi$ ) точек расположения пунктов связи, рассматривае-

Рис. 1. Положения спутников системы в момент времени  $t_u$ 

мых при расчете оценок. Ниже приведена математическая модель, используемая для вычисления значений этих координат.

На каждом интервале видимости угол места возрастает от  $0^\circ$  до некоторого значения  $\gamma_{\max} \leq 90^\circ$  и далее убывает до нуля. Будем называть момент времени  $t_{\max}$ , в который значение угла места достигает максимального на интервале видимости значения  $\gamma_{\max}$ , — моментом кульминации интервала видимости, а  $\gamma_{\max}$  — кульминационным значением угла места.

Влияние ошибок значений параметров орбиты спутника, используемых при определении азимута и угла места, тем больше, чем ближе значение  $\gamma$  к  $90^\circ$ . Поэтому рассматриваются те интервалы видимости спутников, для которых момент времени кульминации  $t_{\max}$  совпадает с моментом  $t_u$ . При этом можно ограничиться рассмотрением лишь тех интервалов, для которых кульминационное значение угла места  $\gamma_{\max}$  близкое к  $90^\circ$  (не меньше заданного, исходя из условий задачи исследования, значения  $\gamma_{ep}$ ). В большинстве случаев представляет интерес анализ ошибок  $\Delta A$  и  $\Delta \gamma$  на интервалах видимости при  $\gamma_{ep} > 80^\circ$ .

Значение  $\gamma_{ep} = 90^\circ$  в момент времени  $t_u$  соответствует расположению пункта связи в подспутнико-

вой точке в этот момент времени (точка  $T_j$  для спутника  $S_j$  на рис. 1), т. е. в точке трассы спутника с географическими координатами  $L_{mp}(t_u)$  и  $\varphi_{mp}(t_u)$ . Чем больше удаленность пункта связи от трассы спутника в момент  $t_u$ , тем меньше значения угла места. Точки расположения пункта связи при  $\gamma_{\max} < 90^\circ$ , для которых момент времени кульминации интервала видимости  $t_{\max}$  равен  $t_u$ , следует искать на большом круге земной сферы (круг 2 на рис. 1), перпендикулярном к большому кругу, проходящему через подспутниковую точку  $T_j$  в момент времени  $t_u$ , плоскость которого наклонена к экватору под углом  $i$  (круг 1). Это верно в случае, если орбита круговая, Земля сферическая, и вращение Земли на интервале видимости не учитывается. В случае, когда орбита эллиптическая и вращение Земли учтено, отличие  $t_{\max}$  от  $t_u$  относительно невелико при  $\gamma_{\max} > 80^\circ$ , а именно этот диапазон значений  $\gamma_{\max}$  рассматривается.

Заданному значению  $\gamma_{\max}$  соответствует две точки расположения пункта связи на круге 2 (точки  $P_1$  и  $P_2$ ) на расстоянии дуги  $l$  по обе стороны от подспутниковой точки  $T_j$ . Величина дуги  $l$  рассчитывается так:

$$l = \frac{\pi}{2} - \gamma_{\max} - \arcsin\left(\frac{R \sin(\gamma_{\max} + \pi/2)}{r_{\max}}\right), \quad (1)$$

где  $r_{\max}$  — модуль радиуса-вектора, определяющего положение спутника в геоцентрической системе координат в момент времени  $t_u$ ,  $R$  — радиус Земли. Положительное направление дуги  $l$  принято в сторону экватора.

Географические координаты пункта связи  $L$  и  $\varphi$ , соответствующие заданному значению  $\gamma_{\max}$  в момент  $t_u$ , определяются по приведенным ниже выражениям:

$$\varepsilon = \begin{cases} i, & \text{если } i \leq \pi/2, \\ \pi - i, & \text{если } i > \pi/2, \end{cases} \quad (2)$$

$$A = \arctg\left[\frac{\sin(\varphi_{mp}(t_u))}{\cos\varepsilon}\right], \quad (3)$$

$$B = |A - l|, \quad (4)$$

$$C = \arctg\left\{\frac{\operatorname{tg}[\arcsin(\sin|\varphi_{mp}(t_{\max})|/\sin\varepsilon)]}{\cos\varepsilon}\right\}, \quad (5)$$

$$D = \arccos\left\{\cos|l|\cos\left[\arcsin\left(\frac{\sin(|\varphi_{mp}(t_{\max})|)}{\sin\varepsilon}\right)\right]\right\}, \quad (6)$$

$$E = \arcsin \left[ \frac{\operatorname{tg}(\varphi_{mp}(t_{\max}))}{\operatorname{tg}\epsilon} \right], \quad (7)$$

$$j = \arccos \left[ \frac{\cos B - \cos C \cos D}{\sin C \sin D} \right], \quad (8)$$

$$K = \arcsin(\sin D \sin j), \quad (9)$$

$$M = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} D \cos j), \quad (10)$$

$$\Delta L = M - E, \quad (11)$$

$$L = \begin{cases} L_{mp} t_{\max} + \Delta L, & \text{если } \varphi_{mp}(t_{\max}) \geq 0 \text{ и } i \leq \pi/2 \\ & \text{или } \varphi_{mp} t_{\max} < 0 \text{ и } i > \pi/2, \\ L_{mp} t_{\max} - \Delta L, & \text{если } \varphi_{mp}(t_{\max}) \geq 0 \text{ и } i > \pi/2 \\ & \text{или } \varphi_{mp} t_{\max} < 0 \text{ и } i \leq \pi/2, \end{cases} \quad (12)$$

$$\varphi = \begin{cases} K, & \text{если } \varphi_{mp}(t_{\max}) \geq 0 \text{ и } |l| < A \\ & \text{или } \varphi_{mp} t_{\max} < 0 \text{ и } |l| > A, \\ -K, & \text{если } \varphi_{mp}(t_{\max}) < 0 \text{ и } |l| < A \\ & \text{или } \varphi_{mp} t_{\max} \geq 0 \text{ и } |l| > A. \end{cases} \quad (13)$$

Отметим, что предложенная математическая модель неприменима в случае экваториальных орбит ( $i = 0$ ). При  $i = 0$  искомые координаты определяются соотношениями  $L(t) = L_{mp}(t_{\max})$ ,  $\varphi(t) = l$  для пункта связи, расположенного в северном полушарии Земли, и  $\varphi(t) = -l$  для пункта связи, находящегося в южном полушарии.

В качестве территории возможного положения пункта связи рассматривается область, в которой широта и долгота подспутниковой точки лежит соответственно между минимальными и максимальными значениями широты и долготы для заданной территории ( $\varphi_{\min}$ ,  $\varphi_{\max}$ ;  $\lambda_{\min}$ ,  $\lambda_{\max}$ ).

Пусть число спутников, подспутниковые точки которых находятся на рассматриваемой территории, равно  $M$ . Поставим в соответствие каждому из этих спутников значение  $m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ). Для каждого  $m$  рассматриваются интервалы времени видимости соответствующего спутника из ряда точек расположения пункта связи (далее — интервалы видимости). Координаты этих точек рассчитываются с использованием выражений (1)–(13), исходя из того, что кульминация каждого интервала видимости должна быть в заданный момент времени  $t_n$ , а кульминационное значение угла места равно заданному значению  $\gamma_{\max}$ . При этом  $\gamma_{\max}$  выбирается из диапазона  $[\gamma_{\varphi}, \pi/2]$  следующим образом:

$$\gamma_{\max k} = \pi/2 - k \cdot \Delta \gamma_{\max},$$

где  $\Delta \gamma_{\max}$  — выбранный шаг, с которым варьируется значение  $\gamma_{\max}$ , а  $k = 0, 1, 2, \dots, K$  ( $\gamma_{\max k} \geq \gamma_{\varphi}$ ).

Таким образом, каждому из рассматриваемых интервалов видимости  $m$ -го спутника можно поставить в соответствие значение  $q = 1, 2, \dots, Q$ , где  $Q = 1 + 2K$ . Обозначим  $q$ -й интервал  $m$ -го спутника как  $m, q$ .

Пусть необходимо обосновать выбор точности математической модели движения спутника, используемой для прогноза азимута и угла места. При этом сравниваются математические модели, которые с разной степенью точности учитывают возмущающие силы, действующие на спутник. Для интервала видимости  $m, q$  ошибки по азимуту и углу места в момент времени  $t$  можно выразить следующим образом:

$$\Delta A_{m,q}(t) = A_{m,q}^*(t) - A_{m,q}(t),$$

$$\Delta \gamma_{m,q}(t) = \gamma_{m,q}^*(t) - \gamma_{m,q}(t),$$

где  $A_{m,q}^*(t)$ ,  $\gamma_{m,q}^*(t)$  — значения, полученные по более «грубой» модели, а  $A_{m,q}(t)$ ,  $\gamma_{m,q}(t)$  — по более точной. При этом  $A_{m,q}^*(t)$ ,  $A_{m,q}(t)$  и  $\gamma_{m,q}^*(t)$ ,  $\gamma_{m,q}(t)$  рассчитываются при одинаковых начальных условиях ( $d_j(t_0)$ ,  $j = 1, \dots, 6$ ).

Для каждого из рассматриваемых интервалов  $m, q$  оценки ошибок прогноза азимута и угла места представляют собой максимальные значения модулей ошибок на этом интервале:

$$\Delta_{A_{m,q}} = \max(|\Delta A_{m,q}(t)|),$$

$$\Delta_{\gamma_{m,q}} = \max(|\Delta \gamma_{m,q}(t)|),$$

где  $t \in [t_{n,m,q}, t_{k,m,q}]$ , а  $t_{n,m,q}$ ,  $t_{k,m,q}$  — моменты времени начала и конца интервала видимости соответственно.

Рассмотрим другую задачу. Пусть оценивается влияние ошибок исходных данных для прогноза ( $\Delta d_j(t_0)$ ) на точность прогноза азимута и угла места.

Примем допущение, что  $\Delta d_j(t_0)$  — относительно малые, независимые случайные величины, что позволяет анализировать зависимые от времени дисперсии ошибок по азимуту и углу места на основе соотношений

$$D_{\Delta A_{m,q}}(t) = \sum_{j=1}^6 \left[ \frac{\partial A(t)}{\partial d_j} \right]^2 D_{d_j},$$

$$D_{\Delta \gamma_{m,q}}(t) = \sum_{j=1}^6 \left[ \frac{\partial \gamma(t)}{\partial d_j} \right]^2 D_{d_j},$$

где  $D$  означает дисперсию соответствующей величины. Тогда, при заданных допустимых границах

ошибки по каждому из параметров  $\Delta d_i = 3\sigma_{\Delta d_i}$ :

$$D_{\Delta d_i} = \left( \frac{\Delta d_i}{3} \right)^2.$$

При этом в качестве оценки ошибки по азимуту и углу места на интервале видимости принимаются максимальные значения границ допустимых отклонений по азимуту и углу места соответственно

$$\Delta_{A_{m,q}} = \max(\Delta_{A_{zpm,q}}(t)),$$

$$\Delta_{\gamma_{m,q}} = \max(\Delta_{\gamma_{zpm,q}}(t)),$$

где

$$\Delta_{A_{zpm,q}}(t) = 3\sqrt{D_{\Delta A_{m,q}}(t)},$$

$$\Delta_{\gamma_{zpm,q}}(t) = 3\sqrt{D_{\Delta \gamma_{m,q}}(t)}.$$

На основе оценок ошибок, найденных для рассматриваемых интервалов видимости, рассчитываются общие оценки для всей системы. Одну из них назовем оценкой максимума ошибок — она представляет собой наибольшее из значений оценок, найденных на каждом интервале видимости:

$$\Delta_{A_{\max}} = \max(\Delta_{A_{m,q}}),$$

$$\Delta_{\gamma_{\max}} = \max(\Delta_{\gamma_{m,q}}).$$

Другую будем называть оценкой средней ошибки — она равна среднему значению оценок по всем рассматриваемым интервалам видимости:

$$\Delta_{A_{cp}} = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{q=1}^Q \Delta_{A_{m,q}}}{M \cdot Q},$$

$$\Delta_{\gamma_{cp}} = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{q=1}^Q t_p Q \Delta_{\gamma_{m,q}}}{M \cdot Q}.$$

Предложенный подход к расчету оценок ошибок прогноза направления наземной антенны на спутники системы связи предназначен для начальных (эскизных) этапов проектирования спутниковых систем связи.

1. Белянский П. В., Сергеев Б. Г. Управление наземными антеннами и радиотелескопами. — М.: Сов. радио, 1980.
2. Ларін В. О., Лабуткіна Т. В., Попова Н. В. Ошибки программного наведения на спутники системы связи // Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій: Зб. праць.—2002.—6.—С. 62—68.
3. Спутниковая связь и вещание. Справочник / Под ред. Л. Я. Кантора. — М.: Радио и связь, 1988.—149 с.

#### ESTIMATION OF PROGRAM AIMING OF GROUND AERIAL FOR SATELLITE COMMUNICATION

N. V. Popova, V. A. Larin, T. V. Labutkina, O. V. Ferin

A method for estimation of errors of the forecast of a direction of ground station aerials on the communication system satellites is proposed. The source data are values of Keplerian orbit parameters and the territory of possible placement of the ground station. The method is meant for initial stages of the designing.