

сферных МГД-мод становится более сложным [6] и требует, по-видимому, применения модифицированного энергетического принципа для исследования устойчивости.

1. Черемных О. К., Бурдо О. С., Кременецкий И. А., Парновский А. С. К теории МГД-волн во внутренней магнитосфере Земли // Космічна наука і технологія.—2001.—7, № 5/6.—С. 44—63.
2. Cheng C. Z., Chang T. C., Lin C. A., Tsai W. H. Magnetohydrodynamic theory of field line resonances in the magnetosphere // J. Geophys. Res.—1993.—98, N A7.—P. 11339—11347.
3. Cheremnykh O. K., Parnowski A. S. The theory of ballooning perturbations in the inner magnetosphere of the Earth // Adv. Space Res.—2004.—33, N 5.—P. 769—773.
4. Gold T. Motions in the magnetosphere of the Earth // J. Geophys. Res.—1959.—64.—P. 1219—1226.
5. Hameiri E. The equilibrium and stability of rotating plasmas // Phys. Fluids.—1983.—26.—P. 230—241.
6. Hameiri E. Ballooning modes on open magnetic field lines // Phys. Plasmas.—1999.—6, N 3.—P. 674—685.

7. Hasegawa A., Sato T. Space plasma physics. 1. Stationary Processes. — Springer-Verlag, 1989.—P. 165—170.

BALLOONING MODES IN THE INNER MAGNETOSPHERE OF THE EARTH WITH FINITE IONOSPHERIC CONDUCTIVITY

O. K. Cheremnykh, A. S. Parnowski

We investigate the problem of generation of MHD ballooning eigenperturbations in the inner magnetosphere of the Earth in the dipole geometry of the geomagnetic field with consideration for the ionospheric boundary conditions. The ionosphere is supposed to be a thin layer with finite conductivity. We put the particular attention to the study of the influence of ionospheric conductivity on the stability of the above-mentioned perturbations. It is demonstrated that in the case of insulating ionosphere flute perturbations are generated. An analytical instability criterion for the perturbations is derived. When the ionosphere is conductive, unstable MHD perturbations are provided mostly by ballooning modes. Their instability criterion is stricter than that of flute modes. In the case of resistive ionosphere, stable toroidal Alfvén waves are slowly decaying.

УДК 550.388.2

© Ю. В. Кызыюров

Головна астрономічна обсерваторія Національної академії наук України, Київ

О ВОЗМОЖНЫХ ИЗМЕНЕНИЯХ В СПЕКТРАХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ, ПОЛУЧАЕМЫХ ПРИ РАКЕТНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ В СПОРАДИЧЕСКОМ Е-СЛОЕ

На прикладі неоднорідностей електронної концентрації, поява яких у середньозірному спорадичному Е-шарі викликана атмосферною турбулентністю, досліджена можлива залежність форми їхнього одновимірного спектру, що отримується під час ракетних експериментів, від траєкторії польоту ракети. Розглянуто два варіанти траєкторії та два напрями запуску ракети: вздовж осей північ — південь та захід — схід. Вважалося, що ракета перетинає неоднорідний шар двічі, коли рухається вгору та вниз. Показано, що для напрямку північ — південь має спостерігатися систематична відмінність у спектрах, які вимірюються на висхідній та низхідній частинах траєкторій. Відмінність виявляється в області великих хвильових чисел, тобто для неоднорідностей, при формуванні яких переважає процес взаємодії заряджених частинок, що занурені в турбулентний потік атмосферного газу, із магнітним полем. Для напрямку захід — схід такої відмінності немає.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что для ионосферы характерна развитая хаотическая неоднородная структура, которая имеет масштабы от сотен километров до десятков и единиц метров [1]. Изучение такой структуры входит в число актуальных направлений ионосферных исследований [2—8]. К настоящему времени установлено, что в ионосфере появление неоднородностей электронной концентрации может быть связано как с атмосферной турбулентностью на

ионосферных высотах, так и с многочисленными неустойчивостями ионосферной плазмы. В нижней ионосфере из-за больших значений частот столкновений заряженных частиц с молекулами и малой концентрации плазмы по сравнению с концентрацией нейтрального газа развитие неустойчивостей плазменного типа затруднено, плазма является пассивной примесью, а турбулентные движения в ней определяются характером атмосферной турбулентности [4]. Степень неоднородности концентрации в основном зависит от величины турбулентных

скоростей и от высотного градиента концентрации плазмы. Неоднородную структуру ионосферной плазмы характеризуют спектральной плотностью флуктуаций концентрации $S_N(\mathbf{k})$ в интервале $[k, k + dk]$. Средний квадрат таких флуктуаций в области волновых чисел $[k_1, k_2]$ определяют как

$$\langle (\delta N)^2 \rangle = \int_{k_1}^{k_2} dk S_N(\mathbf{k}). \quad (1)$$

Спектр плазменных неоднородностей нижней ионосферы непосредственно измеряют в ходе ракетных экспериментов [3, 6, 8]. При этом получают одномерный спектр вдоль траектории движения ракеты

$$S_1(k_z) = \int S_N(\mathbf{k}) dk_x dk_y. \quad (2)$$

Так как траектория ракеты имеет форму параболы, то она может дважды пересекать слой неоднородностей — при движении вверх и вниз, измеряя спектр плазменных флуктуаций.

Цель работы — рассмотреть на примере плазменных неоднородностей, которые генерируются атмосферной турбулентностью в спорадическом E-слое, возможную зависимость формы их одномерного спектра, измеряемого в ходе ракетных экспериментов, от траектории полета ракеты.

ОДНОМЕРНЫЙ СПЕКТР ПЛАЗМЕННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Чтобы получить формулу одномерного спектра $S_1(k_z)$ неоднородностей концентрации плазмы, вызванных турбулентными движениями атмосферного газа в среднеширотном спорадическом E-слое, обратимся к аналитическому выражению для их трехмерной спектральной плотности $S_N(\mathbf{k})$ [5]. Представим его в несколько упрощенном виде, приняв во внимание два обстоятельства: во-первых, среднеширотный E_s -слой состоит из долгоживущих металлических ионов, и следовательно, можно не учитывать процесс рекомбинации; во-вторых, число Шмидта Sc , отношение коэффициента вязкости газа μ_n к коэффициенту диффузии пассивной примеси D (в нашем случае это коэффициент амбиполярной диффузии плазмы), как и для большинства газообразных сред, можно считать порядка единицы. Тогда выражение для трехмерного спектра принимает форму

$$S_N(\mathbf{k}) = \frac{L_N^{-2} k^{-2} (\mathbf{n} \times \mathbf{k})^2 + \beta_1^2 (\mathbf{b} \times \mathbf{k})^2}{8\pi k^2 (\mu_n k^2 + \varepsilon^{1/3} k^{2/3})^2} E(k). \quad (3)$$

Здесь $L_N = (|\nabla N_0|/N_0)^{-1}$ — характерный масштаб высотного градиента средней концентрации плазмы

∇N_0 (полагаем, что L_N по порядку величины равен толщине L_s E_s -слоя), \mathbf{n} — единичный вектор вдоль направления этого градиента, $\beta_1 = \omega_{Bi}/\nu_i$ — отношение гирочастоты ионов $\omega_{Bi} = eB/m_i c$ к их частоте столкновений с нейтральными частицами, $\mathbf{b} = \mathbf{V}/V$ — единичный вектор вдоль направления магнитного поля \mathbf{B} , ε — средняя скорость диссипации энергии турбулентных пульсаций в единице массы атмосферного газа.

Выражением (3) описывается трехмерный пространственный спектр относительных отклонений $\delta N = N_1/N_0$ концентрации плазмы в неоднородностях от ее среднего значения. Рассматриваемые масштабы неоднородностей меньше L_N и соответствуют инерционному интервалу турбулентности: $k_0 < k < k_d$, где k_0 — величина, обратная внешнему масштабу турбулентности L_0 (в нашем случае это характерный масштаб сдвигового течения атмосферного газа, формирующего спорадический слой; очевидно, что $L_0 > L_s$), $k_d = (\mu_n^3/\varepsilon)^{-1/4}$ — величина, обратная внутреннему масштабу турбулентности, то есть масштабу наименьших вихрей, ответственных за вязкую диссипацию. В инерционной области турбулентности спектральная плотность $E(k)$ средней кинетической энергии единицы массы атмосферного газа описывается законом Колмогорова — Обухова:

$$E(k) = C_1 \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}, \quad (4)$$

где C_1 — безразмерная постоянная (согласно современным экспериментальным данным $C_1 \approx 1.5$) [9].

Проинтегрировав (3) по поверхности сферы радиуса k в пространстве волновых векторов, получим следующее выражение для оценки среднего квадрата относительных флуктуаций электронной концентрации, вызванных турбулентными движениями атмосферного газа в E_s -слое:

$$\langle (\delta N)^2 \rangle = \int_{k_1}^{k_2} dk S_N(\mathbf{k}) = \int_{k_1}^{k_2} dk S_0(k), \quad (5)$$

где

$$S_0(k) = \int S_N(\mathbf{k}) k^2 \sin\theta d\theta d\varphi = \frac{L_N^{-2} + \beta_1^2 k^2}{3k^3 (1 + (k/k_d)^{4/3})^2} \quad (6)$$

— одномерный ненаправленный спектр плазменных неоднородностей.

При заданных параметрах E_s -слоя и атмосферной турбулентности в окрестности высоты $H_s = 97$ км:

$$L_N = L_s = 2 \text{ км}, \quad \mu_n = 10.4 \text{ м}^2/\text{с}, \quad \beta_1 = 0.016,$$

$$\varepsilon = 0.1 \text{ м}^2/\text{с}^3, \quad k_d^{-1} = (\mu_n^3/\varepsilon)^{1/4} \approx 10.2 \text{ м},$$

для области масштабов неоднородностей $k_d^{-1} < l < < 400$ м с помощью (5) получаем оценку относи-

тельного отклонения возмущенной концентрации электронов от среднего значения $\langle \delta N^2 \rangle^{1/2} = \langle (N_1/N_0)^2 \rangle^{1/2} \approx 7\%$

Выражение для одномерного спектра $S_1(k_z)$ плазменных неоднородностей вдоль заданного направления z , можно получить интегрированием $S_N(k)$ по k_x, k_y (см. (2)) или по k_\perp, φ , если использовать цилиндрическую систему координат k_\perp, φ, k_z :

$$S_1(k_z) = \int_0^{(k_d - k_z)^2} k_\perp dk_\perp \int_0^{2\pi} S_N(k) d\varphi, \quad k_0 < k_z < k_d. \quad (7)$$

После подстановки (3) в (7) и интегрирования по φ получаем

$$S_1(k_z) = \int_0^{(k_d - k_z)^2} \frac{L_N^{-2} f(k_\perp, k_z, A_1) + \beta_1^2 k^2 f(k_\perp, k_z, A_2)}{8k^7 (1 + (k/k_d)^{4/3})^2} k_\perp dk_\perp, \quad (8)$$

где A_1 — угол между векторами z и n , A_2 — между z и b , $k^2 = k_\perp^2 + k_z^2$,

$$f(k_\perp, k_z, A) = k_\perp^2 + 2k_z^2 + (k_\perp^2 - 2k_z^2) \cos^2 A.$$

Одномерный спектр (8) может быть получен в ходе прямых ракетных экспериментов, при этом вектор z указывает направление движения ракеты.

ВОЗМОЖНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ИЗМЕРЯЕМОГО СПЕКТРА НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ОТ ТРАЕКТОРИИ

Траектория ракеты, используемой для измерения спектра неоднородностей, имеет форму параболы и может быть представлена зависимостью высоты полета ракеты H от дальности по горизонтали R :

$$H = H_m [1 - (2R/R_m - 1)^2]. \quad (9)$$

Здесь H_m — максимальная высота, а R_m — максимальная дальность полета ракеты.

Два возможных варианта траектории ракеты схематически изображены на рис. 1: линия 1 — это траектория при $H_{m1} = 180$ км, $R_{m1} = 280$ км [3] а линия 2 — при $H_{m2} = 128.7$ км, $R_{m2} = 80$ км [6]. Пунктирной линией на рис. показан спорадический слой, а наклонными линиями — направление магнитного поля (здесь предполагается, что пуски ракет осуществляются с севера на юг в геомагнитной системе координат, магнитное наклонение — 45° ; если запуск ракет будет происходить с запада на восток, то необходимо соответственно повернуть на 90° линии, указывающие направление магнитного поля). Траектория ракеты пересекает E_s -слой на расстоянии по горизонтали от точки старта для первого варианта траектории 45 и 235 км, а для второго — 20 и 60 км. В таблице представлены

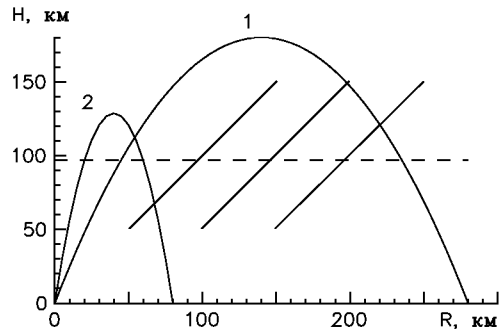


Рис. 1. Траектории полета ракеты через спорадический E -слой (пунктирная линия) в направлении север — юг: линия 1 — траектория при $H_{m1} = 180$ км, $R_{m1} = 280$ км [3], линия 2 — при $H_{m2} = 128.7$ км, $R_{m2} = 80$ км [6]

Результаты расчета углов A_1 и A_2 в точках пересечения ракетой спорадического E -слоя при движении вверх ($A_{1\uparrow}, A_{2\uparrow}$) и вниз ($A_{1\downarrow}, A_{2\downarrow}$) для двух вариантов траекторий и направлений запуска: север — юг и запад — восток

Номер траектории	$A_{1\uparrow}$	$A_{1\downarrow}$	$A_{2\uparrow}$ С — Ю	$A_{2\downarrow}$ С — Ю	$A_{2\uparrow}$ З — В	$A_{2\downarrow}$ З — В
1	30°	150°	164.8°	74.8°	128°	52°
2	17.4°	162.6°	152.4°	62.4°	132.4°	47.6°

результаты расчета углов A_1 и A_2 в точках пересечения ракетой спорадического слоя при движении вверх и вниз для обеих траекторий и двух направлений запуска: север — юг и запад — восток (при таком изменении направления запуска ракеты и при вертикальном градиенте фоновой концентрации электронов угол A_1 не изменяется).

По расчетным значениям углов A_1 и A_2 (см. таблицу) с помощью (8) получены формы одномерного спектра $S_1(k_z)$, который может быть измерен ракетой при движении вверх и вниз для направления север — юг и запад — восток. Результаты представлены на рис. 2, где показан также ненаправленный одномерный спектр $S_0(k)$, а пунктирной линией — зависимость $k^{-5/3}$. На рис. 2, а линия 1 соответствует спектру $S_1(k_z)$ при движении ракеты вверх, а линия 2 — $S_1(k_z)$ при движении вниз для первого варианта траектории и направления север — юг. Спектры совпадают в области малых волновых чисел, так как $\cos^2 A_{1\uparrow} = \cos^2 A_{1\downarrow}$, и различаются при больших, так как $\cos^2 A_{2\uparrow} > \cos^2 A_{2\downarrow}$. На рис. 2, б представлен спектр $S_1(k_z)$ для того же варианта траектории, но для направления запад — восток. В данном случае $\cos^2 A_{1\uparrow} = \cos^2 A_{1\downarrow}$ и $\cos^2 A_{2\uparrow} = \cos^2 A_{2\downarrow}$, поэтому ожидаемая форма спектра остается неизменной. Форма спектра $S_1(k_z)$ для второго варианта

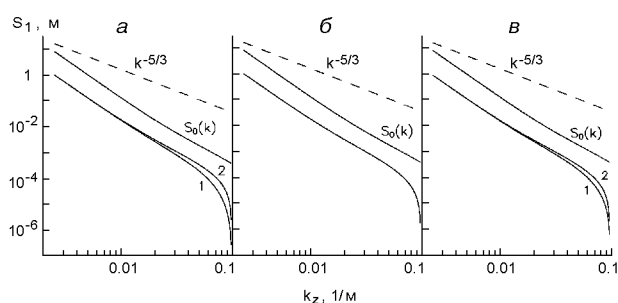


Рис. 2. Ожидаемый согласно (8) спектр неоднородностей, который можно получить с помощью ракеты, движущейся через E_s -слой: *a* — первый вариант траектории, направление север — юг, (1 — вверх, 2 — вниз); *б* — первый вариант траектории, запад — восток; *в* — второй вариант траектории, север — юг (1 — вверх, 2 — вниз)

траектории и направления север — юг показана на рис. 2, *в* линией 1 при движении ракеты вверх, а линией 2 — вниз. Здесь, как и на рис. 2, *а*, имеет место совпадение в области малых и различие при больших волновых числах, которое несколько меньше, так как разница между $\cos^2 A_{2\uparrow}$ и $\cos^2 A_{2\downarrow}$ для второй траектории меньше. При ориентации второй траектории вдоль оси запад — восток, как и для первого варианта, будет иметь место совпадение спектра $S_1(k_2)$, полученного при полете ракеты вверх, со спектром, измеренным при движении вниз. Во всех рассмотренных случаях параметры турбулентности и E_s -слоя в местах пересечения его ракетой предполагались одинаковыми.

ВЫВОДЫ

Одномерный спектр неоднородностей электронной концентрации, которые формируются атмосферной турбулентностью в среднеширотном спорадическом E -слое, можно описать выражением (8). Такой одномерный спектр измеряют экспериментально с помощью ракеты, которая может дважды пересекать неоднородный E_s -слой при движении вверх и вниз. Для двух вариантов траектории (см. рис. 1) и двух направлений: север — юг и запад — восток была выполнена оценка формы спектра $S_1(k_2)$, который можно получить на обоих участках полета ракеты. Оказалось, что как для первого варианта, так и для второго на обоих участках полета (вверх и вниз) ожидаемая форма спектра $S_1(k_2)$ неизменна для направления запад — восток. При пуске ракет вдоль линии север — юг имеет место систематическое различие в одномерных спектрах, измеряемых на восходящей и нисходящей частях траектории полета (см. рис. 2, *а* и *в*). Различие обнаруживает-

ся в области больших волновых чисел, то есть для неоднородностей, при формировании которых преобладающим является процесс взаимодействия заряженных частиц, погруженных в турбулентный поток атмосферного газа, с геомагнитным полем. Указанное различие заметнее для первого варианта траектории.

Полученный результат представляется важным как для подготовки ракетных экспериментов, направленных на исследование неоднородностей электронной концентрации в нижней ионосфере, так и для интерпретации данных таких экспериментов.

1. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. — М.: Наука, 1984.—392 с.
2. Fejer B. G., Kelley M. C. Ionospheric irregularities // *Rev. Geophys. and Space Phys.*—1980.—18, N 2.—P. 401—454.
3. Fukao S., Yamamoto M., Tsunoda R. T., et al. The SEEK (Sporadic-E Experiment over Kyushu) campaign // *Geophys. Res. Lett.*—1998.—25, N 11.—P. 1761—1764.
4. Gurevich A. V., Borisov N. D., Zybin K. P. Ionospheric turbulence induced in the lower part of the E region by the turbulence of the neutral atmosphere // *J. Geophys. Res.*—1997.—102A, N 1.—P. 379—388.
5. Kyzurov Yu. V. On the spectrum of mid-latitude sporadic-E irregularities // *Ann. Geophys.*—2000.—18, N 10.—P. 1283—1292.
6. Pfaff R. F., Sahr J., Providakes J. F., et al. The E-region Rocket/Radar Instability Study (ERRRIS): scientific objectives and campaign overview // *J. Atmos. Terr. Phys.*—1992.—54, N 6.—P. 779—808.
7. Rose G., Schlegel K., Rinnert K., et al. The ROSE project. Scientific objectives and discussion of first results // *J. Atmos. Terr. Phys.*—1992.—54, N 6.—P. 657—667.
8. Shlegel K. Measurements of electron density fluctuations during the ROSE rocket flights // *J. Atmos. Terr. Phys.*—1992.—54, N 6.—P. 715—723.
9. Yoshizawa A., Itoh S.-I., Itoh K., Yokoi N. Turbulence theories and modelling of fluids and plasmas // *Plasma Phys. Control. Fusion.*—2001.—43, N 3.—P. R1—R144.

ON POSSIBLE CHANGES IN ELECTRON-DENSITY IRREGULARITY SPECTRA OBTAINED DURING ROCKET EXPERIMENTS IN SPORADIC-E

Yu.V.Kyzurov

It is well known that electron-density irregularities in the mid-latitude sporadic-E are induced by atmospheric turbulence. We investigate a rocket trajectory dependence of the form of their one-dimensional spectrum which can be derived during rocket experiments. Two possible trajectories for two directions (north-south and west-east) of rocket flights are considered. It is assumed that a rocket intersects the irregular layer twice, during ascent and descent. It is shown that a systematic difference between the spectra measured during the upleg and downleg portions of trajectories is bound to be observed in the case of the southward direction. The difference is found in the range of large wave numbers, for the irregularities mainly generated through the interaction of plasma involved in turbulent motions of the atmospheric gas with the magnetic field. In the case of eastward direction of rocket trajectories, no difference can be observed.