

УДК 535.41:621.396

А. С. Мазманишвили¹, В. А. Пуляев²

¹Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

²Інститут іоносфери НАН і МОН України, Харків

Корреляции и антикорреляции в задачах анализа опытов по некогерентному рассеянию радиоволн в ионосфере

Надійшла до редакції 16.03.04

Розглянуто варіанти реалізацій кореляційного функціоналу, що заданий на комплексновизначеному нормальному марківському процесі першого та другого порядків. Наведено графічні приклади і аналітичні вирази, що описують статистичні властивості такого функціоналу та його складових у вигляді кореляцій та антикореляцій. Показано приклад використання щільностей розподілу функціоналу у процедурах сортування та ідентифікації даних некогерентного розсіяння.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

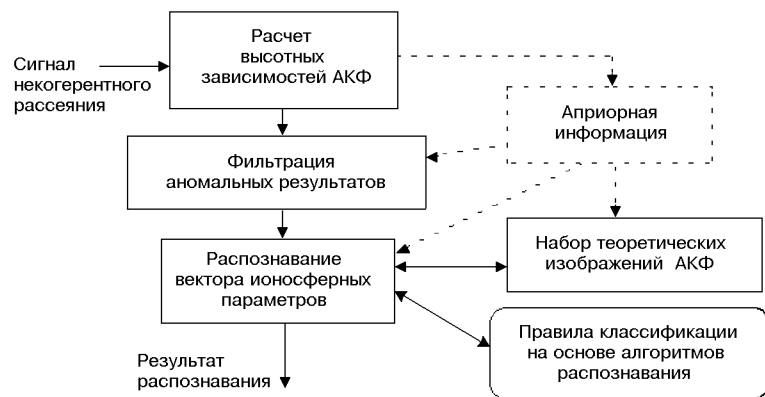
Расширение потенциальных возможностей методов радиофизических исследований окружающей среды подразумевает необходимость увеличения количества и повышение качества геофизической информации, синтез прогрессивных методологических подходов к ее обработке. В этом случае необходимо максимально использовать возможности радиотехнических устройств, внедрять специализированную цифровую аппаратуру с эффективными алгоритмами функционирования, использовать быстродействующую компьютерную технику для синтеза новых технологий обработки экспериментальных данных.

Перечисленные задачи обуславливают создание новых автоматизированных систем радиолокационного зондирования, предназначенных для дистанционных аэрокосмических исследований ионосферы Земли. К таким системам относятся и радарные установки, предназначенные для текущей оценки состояния околоземной космической плазмы путем регистрации некогерентного рассеяния (НР) радиоволн в СВЧ-диапазоне. С помощью этих установок можно получать экспериментальные сведения о детальной структуре и динамике среднеширотной ионосферной плазмы одновременно в широком интервале высот (100...1500 км) в режиме реального времени.

В процессе обработки информации, содержащейся в сигнале рассеяния, исходная задача заключается в текущей оценке функциональных характеристик этого сигнала (высотно-временном распределении его авто- и взаимных корреляционных функций и энергетических спектров). Затем подразумевается их анализ с целью вычисления суточного и сезонного распределений тепловых флуктуаций электронной плотности, ионного состава и многих других физических параметров, определяющих ход наблюдаемых процессов в ионосфере [5].

Обычно для реализации таких вычислений привлекаются математические методы, позволяющие применить эффективное решение при рассмотрении обратной задачи электродинамики. Точность этого решения зависит от достаточности оценок ординат экспериментальных автокорреляционных функций (АКФ) сигнала НР. Поэтому необходимо сначала оценить статистический разброс этих ординат, связанный со степенью коррелированности данных НР и со случайностью получения последовательности отсчетов в процессе приема сигнала рассеяния. Внедрение автоматизации в обработку результатов измерений, которая приводит к необходимости некоторой формализации процедур, к тому же вызывает необходимость выявления искаженных (аномальных) результатов с целью их автоматического отбрасывания как непригодных для дальнейшего

Рис. 1. Блок-схема процедуры оценки параметров ионосферной плазмы на основе распознавания образов АКФ



анализа. Таким образом, дальнейшее развитие методов сортировки и обработки данных, гарантирующих повышенную точность оценки параметров ионосферной плазмы, неэффективно без априорной информации о статистических особенностях характера поведения ординат АКФ, без учета значений их доверительных интервалов, соответствующих разным условиям эксперимента.

На рис. 1 представлена блок-схема процедуры оценки параметров ионосферной плазмы, состоящая из совокупности алгоритмических средств анализа и обработки радиофизической информации. Согласно этой процедуре вначале производится вычисление ординат АКФ с последующей фильтрацией аномальных результатов расчета. Затем происходит распознавание формы АКФ на фоне теоретических аналогов с расчетом совокупности ионосферных параметров в моменты наилучшего их совпадения. Данная конфигурация успешно зарекомендовала себя, обеспечивая точность на уровне 10–30 % [4].

В случае же введения в схему дополнительного блока (см. штриховые линии), содержащего априорную информацию о вероятностном характере поведения ординат АКФ, будет оптимизирован процесс фильтрации и значительно сократится длительность процедуры распознавания образов за счет сужения диапазона привлекаемых теоретических АКФ. Эта информация также позволит приблизиться к однозначности идентификации параметров в процессе решения обратной задачи. Главным образом это возможно за счет использования сведений о размерах доверительных интервалов рассматриваемых ординат экспериментальных АКФ, необходимых для процесса их расчета и очистки от шумовых составляющих.

Таким образом, для дальнейшего совершенствования методики обработки сигнала НР, направленной на повышение точности и достоверности оце-

нок ионосферных параметров, требуются сведения о статистических свойствах вычисленных ординат экспериментальных АКФ. Достаточная информация об этих свойствах заключена в плотности распределения вероятностей $f_v(\eta)$ случайных значений АКФ $K(\tau)$, расчет которых на основе анализа марковских последовательностей приведен ниже.

Целью статьи является исследование свойств плотностей распределения $f_v(\eta)$ ординат автокорреляционного функционала АКФ $K(\tau)$, который можно получить при анализе случайных нормальных процессов первого и второго порядков в процессе моделирования дискретного/непрерывного представления сигнала НР и анализе алгоритмов его обработки.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Процесс анализа геофизических исследований опирается на аппарат и методики математической статистики [3, 7], при этом основным носителем данных на завершающем этапе интерпретации являются АКФ, высотно-временные вариации которых содержат необходимую информацию о локальном состоянии ионосферной плазмы. Известно, что в силу свойств сигнала НР, принимаемого на фоне гауссового шума, последовательность фиксируемых отсчетов $\{z_1, z_2, \dots\}$ оказывается случайной. А так как случайными оказываются и оценки АКФ сигнала $K(\tau)$, то необходимы исследования его характеристик, отражающих различное состояние и поведение ионосферной плазмы. Так, например, в процессе работы Харьковского радара НР (обсерватория Института ионосферы НАН и МОН Украины) рассчитываются различные формы автокорреляционных функций (рис. 2), которые зависят от высотно-временного распределения в интервале

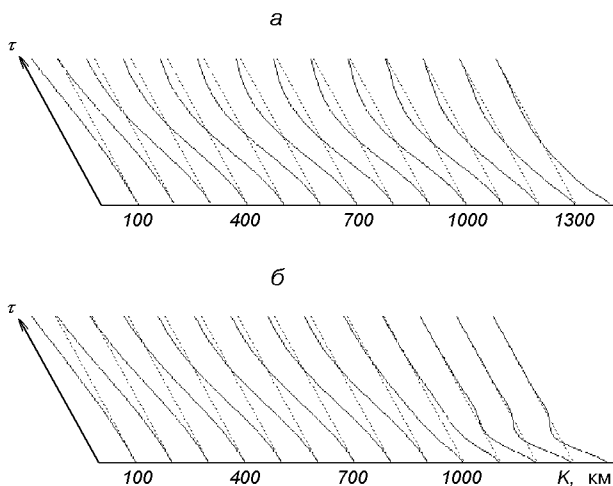


Рис. 2. Типичные АКФ сигнала НР для дня (а) и ночи (б), регистрируемые над г. Харьковом в спокойные периоды солнечной активности

100...1400 км электронной плотности, дрейфа ионосферной плазмы, электронной и ионной температур, ионных составляющих: атомарного кислорода, гелия, водорода и др.

Характер поведения линий можно описать различными математическими зависимостями, отражающими процессы как первого (например, АКФ на высотных участках в нижней ионосфере), так и второго порядков (АКФ на высотных участках средней и верхней ионосферы). Поведение кривых можно теоретически смоделировать достаточно близко, привлекая теорию марковских процессов и основанных на них функционалов, математический аппарат для описания которых в настоящее время развит достаточно полно [1, 6].

Опираясь на теорию марковских процессов для выявления влияния степени коррелированности данных применительно к процессам вначале первого, а затем второго порядков, рассмотрим аддитивный автокорреляционный функционал, который реализуется в блоке расчета АКФ сигнала НР (рис. 1) в следующем виде [2]:

$$K_i = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N (z_n^* z_{n+i} + z_n z_{n+i}^*), \quad (1)$$

где $i = \tau/\Delta$ — индекс дискретного интервала задержки ($i = 0, 1, \dots, N$); τ — временной интервал задержки, который в радиофизических экспериментах выбирается соизмеримым с исследуемым интервалом корреляции (100—500 мкс); Δ — элемент задержки, значение которого обычно задается соизмеримым с периодом дискретизации сигнала рассе-

яния и находится в пределах от долей до десятков микросекунд; $\{z_1, z_2, \dots, z_{2N}\}$ — выборка объемом $2N$, извлеченная из генеральной совокупности случайных отсчетов нормального марковского процесса $z(t)$.

Функционал (1) имеет дискретный вид, его интегральным аналогом может служить АКФ интегрального вида

$$K(\tau) = \frac{1}{2T} \int_0^T [z^*(t)z(t+\tau) + z(t)z^*(t+\tau)] dt; \quad (2)$$

этот функционал основан на реализации случайного процесса $z(t)$, где T — длительность интервала наблюдения.

Для любого момента времени t нормальный марковский процесс $z(t)$ первого порядка характеризуется средним $\langle z(t) \rangle = 0$, интенсивностью $\langle |z(t)|^2 \rangle = \sigma$ (здесь угловыми скобками обозначаются математическое ожидание) и декрементом ν . Для описания процесса второго порядка к перечисленным характеристикам необходимо добавить еще одну переменную, отвечающую средней частоте ω . Безразмерные величины ν и ω в качестве коэффициента затухания и множителя гармонической составляющей задают экспоненциальное и осциллирующее изменения формы корреляционного функционала, что соответствует высотно-временному изменению вида реальной автокорреляционной функции сигнала некогерентного рассеяния.

Данный набор переменных позволяет при теоретических исследованиях реализовать и исследовать наиболее характерные формы автокорреляционного функционала, соответствующие экспериментальным АКФ, полученным после синхронного детектирования, на разных высотных участках.

В силу статистической связи между значениями $z(t)$ нормального марковского процесса плотность распределения $f_i(\eta)$ корреляционного функционала K_i (1) или $K(\tau)$ (2) будет иметь существенно различный вид в зависимости от параметров измерения N , i (или t , τ) и параметров самого процесса $z(t)$. Имеется ряд известных утверждений и результатов [1, 6], относящихся к статистическим свойствам квадратичных функционалов K_0 или $K(0)$ при нулевой задержке. В частности, в работе [6] полностью описана статистическая структура таких функционалов для случая, когда $z(t)$ — нормальный марковский процесс первого или второго порядка. Анализ статистических свойств корреляционных функционалов (1) или (2) возможно осуществить, опираясь на эти известные результаты. С этой целью сформулируем последовательность утверждений.

У т в е р ж д е н и е 1. Для последовательности отсчетов $\{z_1, z_2, \dots, z_{2N}\}$ нормального процесса $z(t)$ случайные величины $u_+ = z_n + z_m$ и $u_- = z_n - z_m$ при любых n и m являются некоррелированными, а потому независимыми.

Каждый отсчет из последовательности $\{z_1, z_2, \dots, z_{2N}\}$ является нормальной случайной величиной. Свойством нормальности будут обладать и производные линейные комбинации таких отсчетов [6].

С л е д с т в и е. При данном индексе задержки i анализ статистики функционалов

$$W_+ = \frac{1}{8N} \sum_{n=1}^N |z_n + z_{n+1}|^2, \quad (3)$$

$$W_- = \frac{1}{8N} \sum_{n=1}^N |z_n - z_{n+1}|^2,$$

для которых $W_+ - W_- = K_i$, возможно производить по отдельности, поскольку случайные величины W_+ и W_- являются независимыми.

У т в е р ж д е н и е 2 (подробное доказательство приведено в работе [2]). В силу стационарности процесса $z(t)$ при данном индексе задержки i статистика функционала W_+ эквивалентна статистике квадратичного функционала K_0 , умноженного на

$$\gamma_+ = \frac{1}{2} (1 + \gamma_i), \quad (4)$$

где

$$\gamma_i = \frac{1}{2\sigma} \langle (z_n z_{n+i}^* + z_n^* z_{n+i}) \rangle \quad (5)$$

— корреляционная функция отсчетов гауссовского процесса $z(t)$.

Аналогично, при данном индексе задержки i статистика функционала W_- эквивалентна статистике квадратичного функционала K_0 , умноженного на

$$\gamma_- = \frac{1}{2} (1 - \gamma_i). \quad (6)$$

У т в е р ж д е н и е 3. Пусть для случая нулевой задержки ($i = 0$) известна производящая (характеристическая) функция (ПФ) случайного квадратичного функционала K_0

$$Q_0(\lambda) = \langle \exp(-\lambda K_0) \rangle, \quad (7)$$

с производящим параметром λ . Тогда в силу статистической независимости случайных квадратичных функционалов K_+ и K_- при $i \geq 0$ имеем

$$Q_i(\lambda) = \langle \exp(-\lambda K_i) \rangle = \langle \exp[-\lambda(W_+ - W_-)] \rangle = Q_0(\lambda \gamma_+) Q_0(-\lambda \gamma_-). \quad (8)$$

Таким образом, производящая функция $Q_i(\lambda)$ случайных значений аддитивного корреляционного функционала (1) может быть выражена в терминах произведения ПФ $Q_0(\lambda \gamma_+)$ и $Q_0(-\lambda \gamma_-)$ с нулевой задержкой каждая, но с корреляционными факторами γ_+ и γ_- .

У т в е р ж д е н и е 4. Пользуясь предельным переходом $N \rightarrow \infty$ и на основании принципа аналитического продолжения получаем, что содержание утверждений 1–3 вместе с их следствиями справедливо как для квадратичных функционалов аддитивного вида (1), так и интегрального вида (2).

У т в е р ж д е н и е 5. Из вида ПФ (8) следует, что распределение случайных значений АКФ локализуется вокруг своего среднего значения

$$\langle K_i \rangle = \gamma_i \sigma = (\gamma_+ - \gamma_-) \sigma = (\gamma_+ - \gamma_-) \langle K_0 \rangle. \quad (9)$$

В множестве реализаций АКФ есть как положительные составляющие (корреляции), так и отрицательные (антикорреляции) (рис. 3).

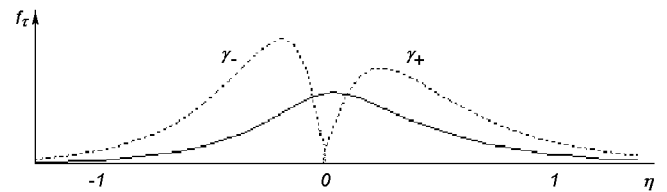


Рис. 3. Корреляции (γ_+) и антикорреляции (γ_-) при формировании плотности распределения $f_t(\eta)$ значений функционала $K(t)$ интегрального вида от случайного нормального процесса $z(t)$

У т в е р ж д е н и е 6. Для данного индекса i задержки дисперсия $D[K_i] = \langle K_i^2 \rangle - \langle K_i \rangle^2$ случайной величины K_i выражается через дисперсию $D[K_0] = \langle K_0^2 \rangle - \langle K_0 \rangle^2$ случайной величины K_0

$$D[K_i] = \left[\frac{d^2}{d\lambda^2} Q_i(\lambda) - \left(\frac{d}{d\lambda} Q_i(\lambda) \right)^2 \right] \Big|_{\lambda=0} = \gamma_i^2 \left[\frac{d^2}{d\lambda^2} Q_0(\lambda) - \left(\frac{d}{d\lambda} Q_0(\lambda) \right)^2 \right] \Big|_{\lambda=0} = \gamma_i^2 D[K_0], \quad (10)$$

и, таким образом, для данного $i \geq 0$ размах флуктуаций АКФ K_i зависит от корреляционной функции γ_i регистрируемого процесса $z(t)$ и связан с дисперсией АКФ K_0 при нулевой задержке. Свойства, аналогичные (9) и (10), имеют место и для интегрального квадратичного функционала.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОРРЕЛЯЦИЙ

Процесс первого порядка. Нормальный марковский процесс $z(t)$ первого порядка описывается стохастическим уравнением [6]

$$dz(t)/dt + \nu z(t) = u(t), \quad (11)$$

где $u(t)$ — порождающий процесс белого шума".

Производящая функция $Q_0(\lambda)$ случайных значений корреляционного функционала (2) при $\tau = 0$ имеет вид [1]

$$Q_0(\lambda) = \frac{4r\nu \exp(\nu T)}{(r + \nu\lambda)^2 \exp(rT) - (r - \nu)^2 \exp(-rT)}, \quad (12)$$

где

$$r = \sqrt{\nu^2 + 2\lambda\nu\sigma/T}.$$

Плотность распределения $f_\tau(\eta)$ случайных значений корреляционного функционала (2) может получена из производящей функции с помощью обратного преобразования Лапласа.

На рис. 4 приведены рассчитанные для данных условий семейство плотностей распределения $f_\tau(\eta)$

интегрального корреляционного функционала $K(\tau)$ от процесса первого порядка. Кривые рассчитаны для случая реализации значений задержек $\tau = 0, \dots, 2.5$ при $T = 1, \sigma = 1$ и $\nu = 5$.

Процесс второго порядка. Нормальный марковский процесс $z(t)$ второго порядка описывается стохастическим уравнением [6]

$$d^2z(t)/dt^2 + 2\nu dz(t)/dt + \omega^2 z(t) = u(t), \quad (13)$$

где $u(t)$ — порождающий процесс «белого шума».

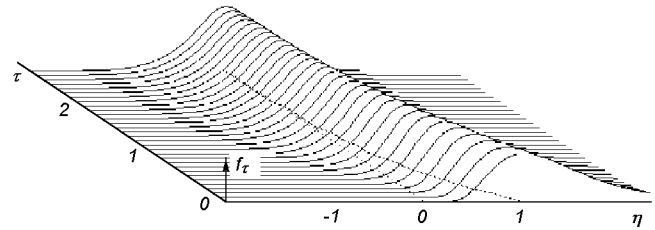


Рис. 4. Семейство плотностей распределения $f_\tau(\eta)$ случайных значений интегрального автокорреляционного функционала $K(\tau)$ процесса первого порядка $z(t)$

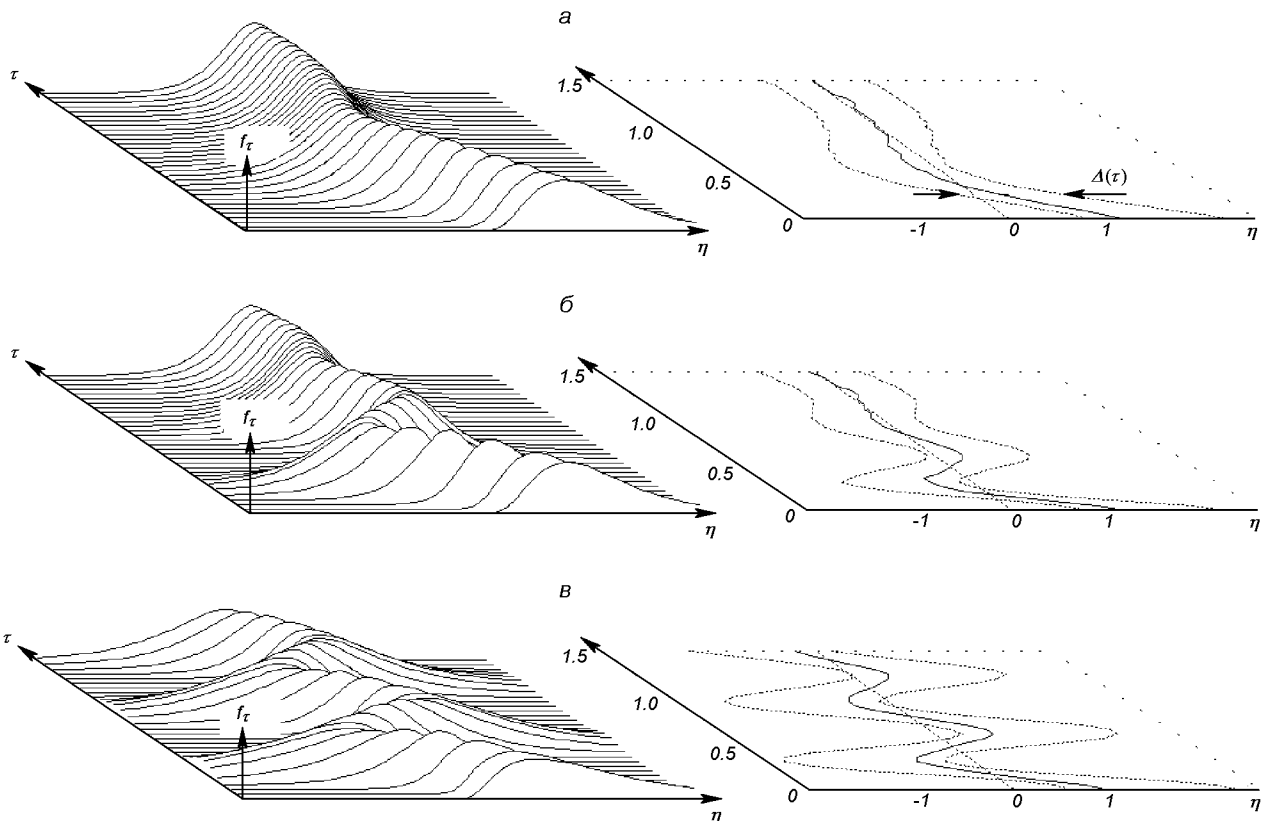


Рис. 5. Семейство плотностей распределения $f_\tau(\eta)$ интегральных автокорреляционных функционалов $K(\tau)$ процесса второго порядка $z(t)$ и значения доверительных интервалов $\Delta(\tau)$ для доверительной вероятности $P = 0.8$

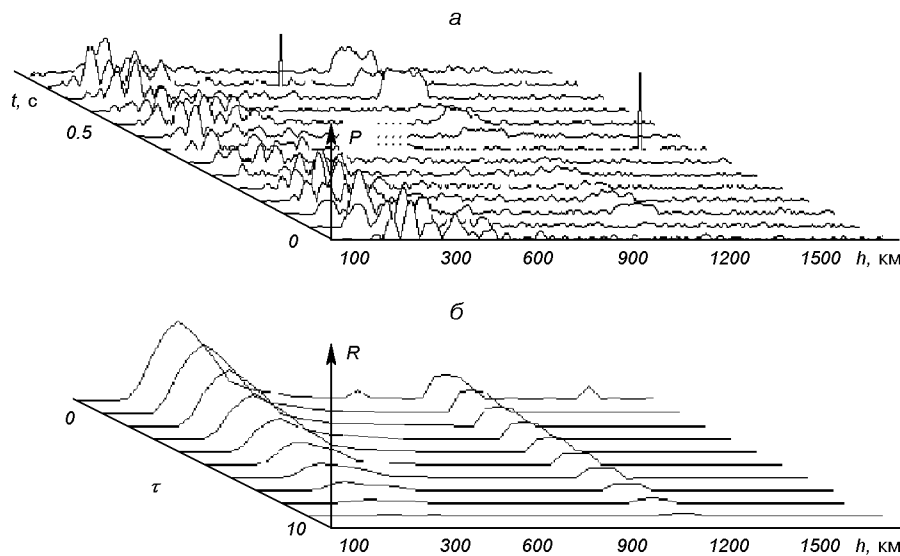


Рис. 6. Высотно-временная зависимость смеси НР сигнал + шум (а) и высотная зависимость значений ординат ее АКФ (б)

Производящая функция $Q_0(\lambda)$ случайных значений корреляционного функционала (2) при $\tau = 0$ имеет вид [1]

$$Q_0(\lambda) = \frac{4r\nu \exp(\nu T)}{[r_+^2 \exp(rT) - r_-^2 \exp(-rT)]^2 - [2rr_+r_- \text{sh}(\Omega T)/\Omega]^2}, \quad (14)$$

где

$$r = \sqrt{\nu^2 + \Omega^2}, \quad r_{\pm} = r \pm \nu, \\ \Omega = \sqrt{2\lambda\nu\sigma/T}.$$

На рис. 5 приведены семейства плотностей распределения $f_r(\eta)$ и доверительные интервалы $\Delta(\tau)$ для вероятности $P = 0.8$ интегрального корреляционного функционала $K(\tau)$ в случае процесса второго порядка. Кривые рассчитаны для значений задержек $\tau = 0, \dots, 1.5$ при $\sigma = 1, \nu = 5$, а также $\omega = 5$ — в первом случае (а), $\omega = 7.5$ — во втором (б) и $\omega = 10$ — в третьем (в).

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

На рис. 6, а приведен фрагмент высотно-временных зависимостей уровня сигнала НР, принимаемого на фоне шумов, включающего в себя экстремальные

аномальные составляющие типа единичного промаха, а также составляющие в виде групп уклоняющихся значений, вызванные сбоями аппаратуры и наличием отражений от летательных объектов в зоне диаграммы направленности антенны.

На рис. 6, б отражен результат вычислений АКФ при обработке данного набора в процессе статистического накопления результатов на протяжении некоторого временного интервала наблюдений (единицы минут).

Для формализации подхода к очистке в этом случае рассчитывается набор эталонов сигналов информационных участков. Обычно данный набор строится автоматически, а затем уточняется в процессе анализа исследуемых кривых. Для этого на высотных зависимостях сегментируются участки (до и после максимума ионизации, сам максимум), которые легко описать аналитически. Например, на высотах более 500...700 км данные аппроксимируются наклонной линией, а ниже — различными кривыми распределений (экспонента, сумма экспонент, квадратичная парабола и др.). Затем с привлечением априорной информации определяются величины доверительных интервалов и вероятностные оценки, которые в результате их использования позволяют провести качественную очистку данных.

Нужно отметить, что отсутствие точного знания плотностей распределения вероятностей корреляции-

онного функционала (например, использование завышенного или заниженного значений статистических разбросов) приведет во время очистки соответственно к слабым ограничениям на размах помеховых составляющих и к неоправданному завышению дисперсии рассматриваемой оценки, или, наоборот, к изменению плотности распределения ординат экспериментальных АКФ в меньшую сторону.

ВЫВОДЫ

Таким образом, получены аналитические выражения для производящей функции сигнала, реализующие плотности распределения вероятностей $f_i(\eta)$ случайных значений η ординат корреляционного функционала аддитивного K_1 или интегрального вида $K(\tau)$ сигнала НР при произвольной задержке i или τ соответственно. Они несут статистически исчерпывающую информацию, учитывающую изменяющийся статистический разброс ординат АКФ в случае обработки случайного процесса первого и второго порядков.

Прослежена статистическая связь между флуктуациями случайных значений корреляционного функционала сигнала НР при отличной от нуля задержке и флуктуациями корреляционного функционала сигнала НР при нулевой задержке.

Реализация вычислительных процедур с привлечением семейства плотностей распределения, знание параметров которых приближает к однозначному решению обратной задачи электродинамики, дает возможность расчета значений локальных параметров плазмы с достаточной степенью надежности.

1. Мазманишвили А. С. Континуальное интегрирование как метод решения физических задач. — Киев: Наук. думка, 1987.—224 с.
2. Мазманишвили А. С., Пуляев В. А., Рогожкин Е. В. Особенности определения высотных зависимостей параметров ионосферной плазмы при некогерентном рассеянии радиоволн // Космічна наука і технологія.—2004.—10, № 2/3.—С. 36—44.
3. Пикаев И. К. Плотность распределения оценки комплексного коэффициента корреляции // Радиотехника и электроника.—1990.—35, № 5.—С. 1092—1094.
4. Пуляев В. А. Алгоритм анализа функций невязки в процессе расчета ионосферных параметров по АКФ сигнала НР // Вестн. НТУ «ХПИ»: Сб. науч. тр. — Харьков: НТУ «ХПИ», 2001.—Вып. 4.—С. 216—218.
5. Пуляев В. А. Статистическое оценивание параметров ионосферы в методе НР радиоволн // Радиотехника.—2002.—Вып. 129.—С. 98—102.
6. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. — М.: Сов. радио, 1977.—488 с.
7. Franke S. J., Rottger J., LaHoz C., Liu C. H. Frequency domain interferometry of polar mesosphere echoes with the EISCAT VHF radar: A case study // Radio Sci.—1992.—27, N 3.—P. 417—428.

CORRELATIONS AND ANTICORRELATIONS IN PROBLEMS ON ANALYSIS OF EXPERIMENTS ON NONCOHERENT SCATTERING OF RADIO WAVES IN IONOSPHERIC PLASMA

A. S. Mazmanishvili, V. A. Puliaiev

We consider some versions of the implementation of random values of the correlation functional defined on the complex-valued normal Markovian process of the first and second orders. Some graphic examples and analytical expressions are adduced which describe statistical properties of the functional and its components in terms of correlations and anticorrelations. We show an example of the use of the functional densities function in procedures of sorting and identification of noncoherent scattering data.