

УДК 629.764

Ю. М. Златкин, А. Н. Калногуз, В. А. Батаев,  
А. И. Кузьмин, М. Н. Рюмин, М. П. Евтефеев

Науково-виробниче підприємство Хартрон-Аркос, Харків

Управление существенно несимметричным  
разгонным блоком с непрерывно работающим  
двигателем

*Надійшла до редакції 26.07.04*

Розглядається задача виведення декількох космічних апаратів на різні орбіти одним ракетою-носієм. При вирішенні цієї задачі враховувались питання пов'язані з порушенням симетрії розгинного блоку у процесі польоту.

На сегодняшний день вопрос о стабилизации существенно несимметричных ракет в научно-технической литературе освещен слабо. Так, в работе [1] приводятся результаты работ по разработке системы стабилизации существенно несимметричной ракеты-носителя «Энергия». В работе [5] лишь приведены некоторые соображения по вопросу учета асимметрии космических аппаратов при формировании управляющих сигналов на входы реактивных двигателей стабилизации.

Введем необходимые определения. Будем считать существенно несимметричной ракету в случаях, если:

- все три осевые моменты инерции имеют различные значения, центробежные моменты инерции сравнимы с осевыми моментами инерции, центр масс ракеты значительно смещен от продольной оси;
- все три осевые моменты инерции имеют различные величины, центробежные моменты инерции малы (в этом случае оси связанной системы координат ракеты почти совпадают с главными осями инерции), центр масс значительно смещен от продольной оси;
- два из трех осевых моментов инерции имеют одинаковые величины, центробежные моменты инерции малы, центр масс значительно смещен

от продольной оси.

Теперь дадим определение симметричной ракеты:

- два из трех моментов инерции относительно поперечных осей имеют одинаковые значения;
- центробежные моменты инерции равны нулю;
- центр масс находится на продольной оси.

Ниже будут приведены результаты работ по решению задачи выведения нескольких космических аппаратов (КА) на различные орбиты одной ракетой-носителем (РН). Для этого разгонный блок (РБ, третья ступень РН) перед отделением очередного КА должен приобрести дополнительную скорость, что обеспечивается программными переориентациями вектора тяги работающего двигателя. Угловое маневрирование с непрерывно работающим двигателем неизбежно связано с нерациональным расходом топлива через работающий двигатель [4]. В связи с этим необходимо решать следующие задачи:

- задачу минимизации времен программных разворотов РБ;
- задачу точного прогнозирования приращения скорости центра масс на участках программных разворотов.

В процессе последовательного отделения КА РБ становится существенно несимметричным, что проявляется в следующем:

- величины центробежных моментов инерции становятся сравнимыми с величинами осевых моментов инерции;
- все три осевые момента инерции различны;
- центр масс РБ значительно смещается от продольной оси.

Указанная несимметрия РБ приводит к взаимо влиянию каналов стабилизации и к большим возмущающим моментам, определяемым произведением силы тяги двигателя на величину смещения центра масс от продольной оси.

С целью минимизации энергетических затрат двигательной установки при наборе дополнительной скорости для выведения очередного КА на свою орбиту предложим следующее:

- комбинированное регулирование программного движения РБ, при котором регулирование систематических и программных возмущений производится на разомкнутой схеме регулирования, а регулирование случайных возмущений — на замкнутой схеме;
- линейное преобразование управляющих сигналов, учитывающее центробежные моменты инерции РБ, для исключения взаимовлияния каналов стабилизации;
- точное прогнозирование приращений скорости центра масс РБ на участках ускоренных программных разворотов по конечным аналитическим выражениям;
- учет ограничений по углу и угловой скорости поворота управляющих органов при формировании ускоренного программного движения РБ.

### СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ РАЗГОННОГО БЛОКА

Здесь используются общезвестные системы координат:

- первая экваториальная система координат (ПЭСК)  $Ox_Ey_Ez_E$ ;
- начальная стартовая система координат (НССК)  $Nx_0y_0z_0$ ;
- связанная система координат (ССК)  $Mx_1y_1z_1$ ;
- программно-связанная система координат (ПССК)  $Mx_3y_3z_3$ ;
- базовая система координат (БСК)  $Qx_by_bz_b$ .

Определим в НССК три взаимно перпендикулярных орта  $\nu_0 = (\nu_{x0}, \nu_{y0}, \nu_{z0})^T$ ,  $\mathbf{l}_0 = (l_{x0}, l_{y0}, l_{z0})^T$ ,  $\mathbf{b}_0 = (b_{x0}, b_{y0}, b_{z0})^T$ , которые определяют систему координат  $Mvlb$ .

В системе координат  $Mvlb$  определим систему координат  $Muk\eta$ , которая определяется матрицей

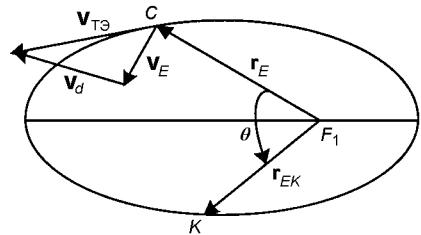


Рис. 1. Схема выведения на орбиту космического аппарата

направляющих косинусов

$$\xi_1 = \mathbf{A}_{lk} \cdot \xi_k, \quad (1)$$

$$\mathbf{A}_{lk} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos k & \sin k \\ 0 & -\sin k & \cos k \end{pmatrix},$$

где  $\xi_1$  ( $\xi_k$ ) — вектора в проекциях на оси систем координат  $Mvlb$  ( $Muk\eta$ ).

При составлении уравнений движения РБ будем учитывать такие допущения:

- Земля имеет форму шара с равномерным распределением плотности;
- действующие на РБ аэродинамические силы и моменты пренебрежимо малы;
- массово-инерционные характеристики РБ постоянны.

Пусть в точке  $C$  (рис. 1) произведено отделение КА1. Начиная с этого момента времени, когда РБ имеет скорость  $\mathbf{V}_E = (V_{xE}, V_{yE}, V_{zE})^T$  и радиус-вектор  $\mathbf{r}_E = (x_E, y_E, z_E)^T$ , решается задача выведения следующего КА2 в точку  $K$  с радиусом-вектором  $\mathbf{r}_{EK} = (x_{EK}, y_{EK}, z_{EK})^T$ . Для этого РБ должен сообщить КА2 дополнительную скорость [2]:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_d &= \mathbf{V}_{T\Theta} - \mathbf{V}_E, \\ \mathbf{V}_{T\Theta} &= \frac{\sqrt{\mu} p}{r_K r \sin \theta} \left\{ \mathbf{r}_{EK} - \mathbf{r}_E \left[ 1 - \frac{r_K}{p} (1 - \cos \theta) \right] \right\}, \\ r_K &= |\mathbf{r}_{EK}|, \quad r = |\mathbf{r}_E|, \end{aligned}$$

где  $p$  — фокальный параметр эллипса,  $\mathbf{V}_{T\Theta}$  — вектор требуемой скорости для перехода из точки  $C$  в точку  $K$  по эллиптической орбите.

Производная от дополнительной скорости определяется формулой

$$\dot{\mathbf{V}}_d = -\dot{\mathbf{W}} - \frac{\partial \mathbf{V}_{T\Theta}}{\partial \mathbf{r}_E} \mathbf{V}_d, \quad (2)$$

где  $\dot{\mathbf{W}}$  — вектор кажущегося ускорения РБ.

Отметим, что поскольку в процессе выведения модуль вектора дополнительной скорости стремится

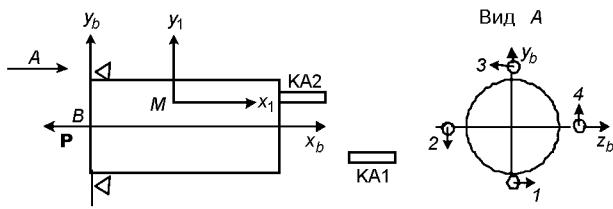


Рис. 2. Компоновочная схема РБ

к нулю, то второе слагаемое в (2) также стремится к нулю. Это означает, что на участке траектории РБ можно вместо (2) пользоваться уравнением

$$\dot{\mathbf{V}}_d \approx -\dot{\mathbf{W}}. \quad (3)$$

Компоновочная схема РБ приведена на рис. 2, где условно показаны: отделившийся КА1; вектор тяги  $\mathbf{P}$  четырех камер сгорания (КС) двигателя с «тянущей» схемой; направления проекций тяг КС двигателя при положительных знаках углов поворота рулевых приводов (стрелки на виде А).

Уравнения движения центра масс РБ с учетом (3) в НССК представим в векторной форме:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{W}}_0 &= \frac{1}{m} \mathbf{A}_{01} \mathbf{F}_1, \\ \mathbf{F}_1 &= (F_{x1}, F_{y1}, F_{z1})^T, \\ F_{x1} &= -\frac{P}{4} (\cos\delta_1 + \cos\delta_2 + \cos\delta_3 + \cos\delta_4) \approx -P, \end{aligned}$$

$$F_{y1} = \frac{P}{4} (-\sin\delta_2 + \sin\delta_4) \approx \frac{P}{4} (-\delta_2 + \delta_4),$$

$$F_{z1} = \frac{P}{4} (\sin\delta_1 - \sin\delta_3) \approx \frac{P}{4} (\delta_1 - \delta_3),$$

где  $\mathbf{A}_{01}$  — матрица направляющих косинусов.

Уравнения углового движения РБ в ССК также представим в векторной форме:

$$J\dot{\omega}_1 + \omega_1 \times J\omega_1 = PB\delta + \mathbf{M}_{C1} + \Delta\mathbf{M}_1, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \begin{pmatrix} J_x & -J_{xy} & 0 \\ -J_{xy} & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix}, \\ \mathbf{B} &= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -r_\varphi & -r_\varphi & -r_\varphi & -r_\varphi \\ -x_1^p & x_1^p & x_1^p & -x_1^p \\ -x_1^p & -x_1^p & x_1^p & x_1^p \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{M}_{C1} = (0, -Pz_{bc}^T, Py_{bc}^T)^T$$

— вектор систематического момента,

$$\Delta\mathbf{M}_1 = (\Delta M_{x1}, \Delta M_{y1}, \Delta M_{z1})^T$$

— вектор случайного момента,

$$x_1^p = x_b^p - x_b^T, \quad \delta = (\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4)^T.$$

Интегрирование уравнения (4) дает вектор  $\omega_1 = (\omega_{x1}, \omega_{y1}, \omega_{z1})^T$  угловой скорости РН в ССК. По вектору  $\omega_1$  с помощью матрицы  $\mathbf{A}_{\Gamma 1}$  перехода от ССК к гиростабилизированной системе координат (ГСК), оси которой направлены по осям карданова подвеса трехосного гиростабилизатора, получается вектор угловой скорости в ГСК:

$$\dot{\theta}_\Gamma = \mathbf{A}_{\Gamma 1} \cdot \omega_1,$$

$$\mathbf{A}_{\Gamma 1} = \begin{pmatrix} \sin\theta_\Gamma/\cos\psi_\Gamma & \cos\theta_\Gamma/\cos\psi_\Gamma & 0 \\ \cos\theta_\Gamma & -\sin\theta_\Gamma & 0 \\ \sin\theta_\Gamma/\tan\psi_\Gamma & \cos\theta_\Gamma/\tan\psi_\Gamma & 1 \end{pmatrix}.$$

Интегрированием вектора  $\dot{\theta}_\Gamma = (\dot{\varphi}_\Gamma, \dot{\psi}_\Gamma, \dot{\theta}_\Gamma)^T$  получается вектор  $\theta_\Gamma = (\varphi_\Gamma, \psi_\Gamma, \theta_\Gamma)^T$ , компоненты которого используются для построения матрицы  $\mathbf{A}_{01}$ :

$$\mathbf{A}_{01} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\varphi_\Gamma \cos\theta_\Gamma + & -\cos\varphi_\Gamma \sin\theta_\Gamma + & \sin\varphi_\Gamma \cos\psi_\Gamma \\ + \sin\varphi_\Gamma \sin\psi_\Gamma \sin\theta_\Gamma & + \sin\varphi_\Gamma \sin\psi_\Gamma \cos\theta_\Gamma & -\sin\psi_\Gamma \\ \cos\psi_\Gamma \sin\theta_\Gamma & \cos\psi_\Gamma \cos\theta_\Gamma & -\sin\psi_\Gamma \\ -\sin\varphi_\Gamma \cos\theta_\Gamma + & \sin\varphi_\Gamma \sin\theta_\Gamma + & \cos\varphi_\Gamma \cos\psi_\Gamma \\ + \cos\varphi_\Gamma \sin\psi_\Gamma \sin\theta_\Gamma & + \cos\varphi_\Gamma \sin\psi_\Gamma \cos\theta_\Gamma & \cos\varphi_\Gamma \cos\psi_\Gamma \end{pmatrix}.$$

При получении матрицы  $\mathbf{A}_{01}$  оси связанный СК получаются тремя последовательными поворотами соответствующих осей начальной стартовой СК на углы  $\varphi_\Gamma, \psi_\Gamma, \theta_\Gamma$  в указанном порядке: первый поворот производится на угол  $\varphi_\Gamma$  вокруг оси 0Y0 НССК, третий поворот — на угол  $\theta_\Gamma$  вокруг оси 0Z1 ССК.

#### ПРОГРАММНЫЕ РАЗВОРОТЫ РБ

Для выведения КА2 в точку  $K$  (рис. 1) необходимо обеспечить приращения проекций кажущейся скорости на оси  $Ml, Mb$  системы координат  $Mvlb$

$$\Delta W_1 = (l_0, V_d),$$

$$\Delta W_b = (b_0, V_d).$$

Приращение проекции кажущейся скорости на ось  $Mv$  этой системы координат не влияет на приращение дальности и боковой дальности, а влияет только на время полета из точки  $C$  в точку  $K$ .

Угол  $\kappa$  в (1) определяем обратными тригономет-

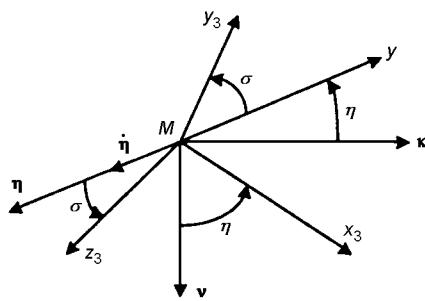
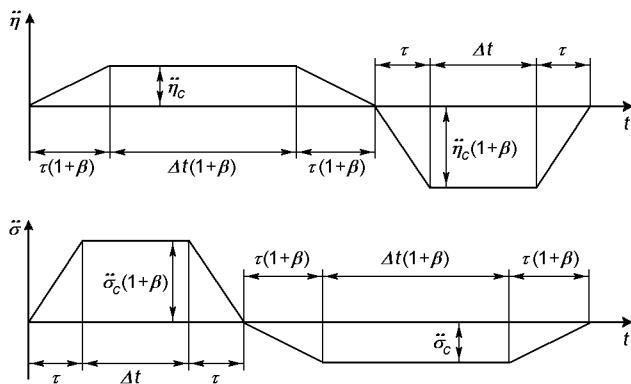
Рис. 3. Взаимное положение ПССК и системы координат  $M\kappa\eta$ 

Рис. 4. Графики угловых ускорений

рическими функциями:

$$\Delta W_\kappa = \sqrt{\Delta W_1^2 + \Delta W_2^2},$$

$$\sin\kappa = -\frac{\Delta W_b}{\Delta W_\kappa}, \quad \cos\kappa = \frac{\Delta W_1}{\Delta W_\kappa}.$$

В моменты отделения КА1, КА2 продольная ось РБ должна быть параллельной  $v$ -направлению. Для этого траектория движения РБ должна состоять из трех участков [4]:

- участка прямого разворота продольной оси РБ из  $v$ -направления в  $\kappa$ -направление;
- участка ориентации продольной оси РБ в  $\kappa$ -направлении;
- участка обратного разворота из  $\kappa$ -направления в  $v$ -направление.

Взаимное положение осей ПССК  $M_{x_3y_3z_3}$  и осей системы координат  $M\kappa\eta$  показано на рис. 3.

Разворот на угол  $\sigma$  вокруг продольной оси РБ необходим для ограничения угла поворота промежуточной рамки относительно внешней рамки гиростабилизатора.

Графики угловых ускорений, соответствующих углам  $\eta$ ,  $\sigma$  для участка прямого разворота, приведены на рис. 4.

Асимметрия угловых ускорений во времени

уменьшает углы поворота промежуточной рамки относительно внешней рамки гиростабилизатора. Из рис. 4 следует, что время прямого разворота определяется формулой

$$\Delta t_p = (2\tau + \Delta t)(2 + \beta).$$

Углы разворотов  $\eta_p$ ,  $\sigma_p$  определяются соотношениями

$$\eta_p = \ddot{\eta}_c C_{\eta\delta}(1 + \beta)(2 + \beta)(\tau^2 + 1.5\tau\Delta t + 0.5\Delta t^2),$$

$$\sigma_p = \ddot{\sigma}_c C_{\sigma\delta}(1 + \beta)(2 + \beta)(\tau^2 + 1.5\tau\Delta t + 0.5\Delta t^2).$$

Матрица направляющих косинусов осей ПССК в системе координат  $M\kappa\eta$  имеет вид

$$A_{k3} = \begin{pmatrix} \cos\eta & -\sin\eta\cos\sigma & \sin\eta\sin\sigma \\ \sin\eta & \cos\eta\cos\sigma & -\cos\eta\sin\sigma \\ 0 & \sin\sigma & \cos\sigma \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Вектор программного управляющего момента определяется соотношениями

$$\begin{aligned} M_3^{np} &= J\dot{\omega}_3^{np} + \omega_3^{np} \times J\omega_3^{np}, \\ M_3^{np} &= (M_{x3}^{np}, M_{y3}^{np}, M_{z3}^{np})^T, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\omega_3^{np} = (\omega_{x3}^{np}, \omega_{y3}^{np}, \omega_{z3}^{np})^T = (\dot{\sigma}, \dot{\eta}\sin\sigma, \dot{\eta}\cos\sigma)^T,$$

$$\dot{\omega}_3^{np} = (\ddot{\sigma}, \ddot{\eta}\sin\sigma, \ddot{\eta}\cos\sigma)^T + (0, \dot{\eta}\dot{\sigma}\cos\sigma, -\dot{\eta}\dot{\sigma}\sin\sigma)^T,$$

$$\delta x_3^{np} = -\frac{M_{x3}^{np}}{Pr_\varphi},$$

$$\delta y_3^{np} = \frac{M_{y3}^{np}}{P(x_b^p - x_b^T)},$$

$$\delta z_3^{np} = \frac{M_{z3}^{np}}{P(x_b^p - x_b^T)}.$$

Полагая углы  $\delta x_3^{np}$ ,  $\delta y_3^{np}$ ,  $\delta z_3^{np}$  малыми, для вектора тяги двигателя в ПССК можно получить соотношения

$$P_3 \approx \left( -P, \frac{1}{2}P\delta z_3^{np}, -\frac{1}{2}P\delta y_3^{np} \right)^T. \quad (7)$$

Проекции вектора каждого ускорения на оси  $M\kappa\eta$  системы координат  $M\kappa\eta$  с учетом (5), (7) будут иметь вид

$$\begin{aligned} \dot{W}_v &= -\frac{P}{m}\cos\eta + \Delta\dot{W}_v, \\ \dot{W}_\kappa &= -\frac{P}{m}\sin\eta + \Delta\dot{W}_\kappa, \\ \Delta\dot{W}_v &= -\frac{1}{2}\frac{P}{m}\sin\eta(\cos\sigma\delta z_3^{np} + \sin\sigma\delta y_3^{np}), \\ \Delta\dot{W}_\kappa &= \frac{1}{2}\frac{P}{m}\cos\eta(\cos\sigma\delta z_3^{np} + \sin\sigma\delta y_3^{np}). \end{aligned} \quad (8)$$

Для прогнозирования момента начала обратного разворота необходимо получить формулу для приращения кажущейся скорости центра масс РБ за время разворота из интегралов

$$\Delta W_{\kappa p} = -\frac{P}{m} \int_0^{\Delta t_p} \sin \eta dt + \int_0^{\Delta t_p} \Delta \dot{W}_\kappa dt. \quad (9)$$

Второе слагаемое в (9) на два порядка меньше первого, поэтому им будем пренебрегать.

При интегрировании первого слагаемого в (9) заменим функцию  $\sin \eta$  на линейную функцию  $K^* \eta$  из условия минимума среднего квадратичного отклонения

$$S = \int_0^{\eta_p} (\sin \eta - K^* \eta)^2 d\eta, \quad (10)$$

$$\frac{\partial S}{\partial K^*} = 0.$$

Решением уравнения (10) будет значение коэффициента

$$K^* = \frac{3(\sin \eta_p - \eta_p \cos \eta_p)}{\eta_p^3}.$$

После замены  $\sin \eta = K^* \eta$  в первом слагаемом (9) и тройного интегрирования функции углового ускорения  $\ddot{\eta}(t)$  на рис. 4 получим формулу

$$\Delta W_{\kappa p} = -\frac{P}{m} K^* \frac{\eta_p \Delta t_p}{2 + \beta} \left[ 1 + \beta \frac{7\tau^2 + 7\tau \Delta t + 2\Delta t^2}{6(7\tau + \Delta t)^2} \right].$$

#### ФОРМИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЮЩИХ СИГНАЛОВ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ РБ

Управляющий сигнал в выражении (4) представим в виде суммы

$$\delta = \delta^c + \delta^{np} + \delta^d,$$

$$\delta^c = (\delta_1^c, \delta_2^c, \delta_3^c, \delta_4^c)^T, \quad \delta^{np} = (\delta_1^{np}, \delta_2^{np}, \delta_3^{np}, \delta_4^{np})^T,$$

$$\delta^d = (\delta_1^d, \delta_2^d, \delta_3^d, \delta_4^d)^T.$$

Статическую часть управляющего сигнала  $\delta^c$ , обеспечивающую компенсацию систематического возмущающего момента  $M_{cl}$  в (4), определим из векторного уравнения

$$PB\delta^c + M_{cl} = 0, \quad (11)$$

$$\delta_1^c = -\varepsilon_{\psi c}, \quad \delta_2^c = -\varepsilon_{\theta c}, \quad \delta_3^c = \varepsilon_{\psi c}, \quad \delta_4^c = \varepsilon_{\theta c},$$

$$\varepsilon_{\psi c} = -\frac{2z_{bc}^T}{x_b^p - x_b^T}, \quad \varepsilon_{\theta c} = \frac{2y_{bc}^T}{x_b^p - x_b^T}.$$

Управляющее воздействие  $\delta^{np}$ , обеспечивающее

программное угловое движение РБ, определим с учетом (6) формулами

$$\begin{aligned} \delta_1^{np} &= \delta x_3^{np} - \delta y_3^{np}, \\ \delta_2^{np} &= \delta x_3^{np} - \delta z_3^{np}, \\ \delta_3^{np} &= \delta x_3^{np} + \delta y_3^{np}, \\ \delta_4^{np} &= \delta x_3^{np} + \delta z_3^{np}. \end{aligned} \quad (12)$$

Уравнение углового движения РБ (4) с учетом (6), (11) будет иметь вид

$$\begin{aligned} J\Delta\dot{\omega}_1 &= PB\delta^d + \Delta M_1 - \Delta M_1^T, \\ \Delta\dot{\omega}_1 &= \dot{\omega}_1 - \dot{\omega}_{np1}, \\ \Delta M_1^T &= \omega_1 \times J\omega_1 - A_{13}(\omega_3^{np} \times J\omega_3^{np}), \end{aligned}$$

где  $A_{13}$  — матрица направляющих косинусов осей ПССК в ССК.

В работе [3] показано, что минимальное значение нормы вектора

$$|\delta^d| = \sqrt{(\delta^d, \delta^d)} \rightarrow \min,$$

обеспечивается при

$$\begin{aligned} \delta^d &= KA\varepsilon_y, \\ \varepsilon_y &= (\varepsilon_{\varphi y}, \varepsilon_{\psi y}, \varepsilon_{\theta y}), \\ K &= B^+ L, \\ B^+ &= B^T (B B^T)^{-1}, \\ L &= \begin{pmatrix} -r_\varphi & 0 & 0 \\ 0 & x_b^p - x_b^T & 0 \\ 0 & 0 & x_b^p - x_b^T \end{pmatrix}, \\ A &= \begin{pmatrix} 1 & \frac{J_{xy}(x_b^p - x_b^T)}{J_y r_\varphi} & 0 \\ \frac{J_{xy} r_\varphi}{J_x(x_b^p - x_b^T)} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

где  $B^+$  — псевдообратная матрица [3];  $\varepsilon_{\varphi y}$ ,  $\varepsilon_{\psi y}$ ,  $\varepsilon_{\theta y}$  — управляющие сигналы в каналах крена, рыскания, тангажа соответственно.

На участках угловых разворотов РБ регулирование скорости центра масс в замкнутой схеме не производится. Управляющие сигналы тракта угловой стабилизации формируются так:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\varphi y} &= K_\varphi \varphi + K_\varphi \dot{\varphi}, \\ \varepsilon_{\psi y} &= K_\psi (\psi - \psi_B - \Delta\psi_{np}) + K_\psi \dot{\psi}, \\ \varepsilon_{\theta y} &= K_\theta (\theta - \theta_B - \Delta\theta_{np}) + K_\theta \dot{\theta}. \end{aligned} \quad (13)$$

Балансировочные углы  $\psi_b$ ,  $\theta_b$  в (13) определяются из условия равенства нулю проекций вектора кажущегося ускорения на оси  $My_3$ ,  $Mz_3$  ПССК при действии систематического момента  $\mathbf{M}_{cl}$  (4)

$$\psi_b = \frac{1}{2}\varepsilon_{\psi c}, \quad \theta_b = \frac{1}{2}\varepsilon_{\theta c}.$$

Программные углы  $\Delta\psi_{np}$ ,  $\Delta\theta_{np}$  в (13) определяются с учетом (8) из условия равенства нулю проекции кажущегося ускорения на ось  $M\eta$  из-за действия гирокорректирующего момента на участках программных разворотов:

$$\Delta\psi_{np} = \frac{1}{2}(\sin\sigma\delta z_3^{np} - \cos\sigma\delta y_3^{np}) \cos\sigma,$$

$$\Delta\theta_{np} = \frac{1}{2}(\sin\sigma\delta z_3^{np} - \cos\sigma\delta y_3^{np}) \sin\sigma.$$

При этом приращение кажущейся скорости на ось  $M\eta$  системы координат  $\nu\kappa\eta$  за время разворота равно нулю:

$$\Delta W_{np} = 0,$$

так как

$$\dot{W}_\eta = 0.$$

Время программного разворота определяется следующим образом.

Первое приближение времени разворота  $t_p$  определяется для симметричного РБ при следующих допущениях:

- момент инерции относительно продольной оси равен  $J_x$ ;
- центробежные моменты инерции равны нулю;
- моменты инерции относительно поперечных осей одинаковы и определяются по формуле

$$J_\eta = \frac{J_y + J_x}{2}.$$

При этом определяются два интервала времени  $\Delta t_1$ ,  $\Delta t_2$  как решение двух квадратных уравнений:

$$0.5\Delta t_1^2 + 1.5\tau\Delta t_1 + \tau^2 = A_1,$$

$$0.5\Delta t_2^2 + 1.5\tau\Delta t_2 + \tau^2 = A_2;$$

$$A_1 = \frac{1}{\delta_{max}^{np}} \left( \frac{|\sigma_p|}{(2+\beta)C_{\varphi\delta}} + \frac{\eta_p}{(1+\beta)C_{\eta\delta}} \sqrt{\mu} \right),$$

$$A_2 = \frac{1}{\delta_{max}^{np}} \left( \frac{|\sigma_p|}{(1+\beta)(2+\beta)C_{\varphi\delta}} + \frac{\eta_p}{C_{\eta\delta}} \sqrt{\mu} \right),$$

$$\mu = 2 \left( \frac{1}{(2+\beta)^2} + \frac{i_t^2 \sigma_p^2}{4(1+\beta)^2} \right);$$

$$C_{\varphi\delta} = \frac{Pr}{J_x}, \quad C_{\eta\delta} = \frac{P(x_b^p - x_b^T)}{J_\eta} \frac{1}{2};$$

$$i_\Gamma = \frac{J_x}{J_\eta}, \quad \tau = \frac{\delta_{max}^{np}}{\dot{\delta}_{max}^{np}},$$

$$\delta_{max}^{np} = (0.6...0.8)\delta_{max},$$

$$\dot{\delta}_{max}^{np} = (0.6...0.8)\dot{\delta}_{max},$$

где  $P$  — тяга двигателя;  $x_b^p(x_b^T)$  — координата точки приложения тяги (центра тяжести) по продольной оси;  $\delta_{max}(\dot{\delta}_{max})$  — максимальный угол поворота (максимальная угловая скорость) РП.

Первое приближение для времени  $t_p^{(1)}$  разворота РП определится как максимальное значение одного из двух параметров:

$$t_p^{(1)} = \max(t_{p1}, t_{p2}),$$

$$t_{p1} = (2 + \beta)(2\tau + \Delta t_1),$$

$$t_{p2} = (2 + \beta)(2\tau + \Delta t_2).$$

Далее проводятся следующие расчеты с тактом  $T_0$  для участка разворота при

$$t_p^{(k)} = t_p^{(1)} \pm k\delta t_p \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

где  $\delta t_p$  — дискретное изменение времени разворота в итерациях:

- программные управляющие моменты  $(M_3^{np})^{(k)}$  по формулам (6);
- программные управляющие сигналы по формулам

$$(\delta x_3^{np})^{(k)} = -\frac{(M_{x3}^{np})^{(k)}}{Pr},$$

$$(\delta y_3^{np})^{(k)} = -\frac{(M_{y3}^{np})^{(k)}}{P(x_b^p - x_b^T)} \frac{1}{2},$$

$$(\delta z_3^{np})^{(k)} = -\frac{(M_{z3}^{np})^{(k)}}{P(x_b^p - x_b^T)} \frac{1}{2};$$

- программные углы поворота КС двигателя  $(\delta_i^{np})^{(k)}$  по формулам (12).

Для времени разворота  $t_p$  принимается то значение  $t_p^{(k)}$ , при котором максимальный угол поворота хотя бы одной из четырех КС двигателя находится в диапазоне  $0.9\delta_{max}^{np} \leq |(\delta_i^{np})^k| \leq \delta_{max}^{np}$ , а углы поворота остальных трех удовлетворяют условию

$$(\delta_i^{np})^k < \delta_{max}^{np}.$$

## Выводы

В работе проведено решение задачи управления при выведении нескольких космических аппаратов на различные орбиты с помощью разгонного блока, оснащенного непрерывно работающим жидкостным реактивным двигателем. В процессе последовательного отделения космических аппаратов разгонный блок становится существенно несимметричным, что может привести к взаимовлиянию каналов стабилизации и к большим возмущающим моментам. Система управления разгонного блока должна обеспечивать перед отделением очередного космического аппарата на своей орбите переориентацию вектора тяги двигателя для набора дополнительной скорости. Угловое маневрирование разгонного блока с непрерывно работающим двигателем неизбежно связано с нерациональным расходом окислителя и горючего из баков.

Для минимизации энергетических затрат двигательной установки разгонного блока на участках программных переориентаций вектора тяги в работе предлагается следующее.

1. Комбинированное регулирование программного движения разгонного блока, при котором регулирование систематических и программных возмущений производится по разомкнутой схеме, а регулирование случайных возмущений — по замкнутой схеме.

2. Линейное преобразование управляющих сигналов, учитывающее центробежные моменты инерции и координаты центра масс разгонного блока, для исключения взаимовлияния каналов стабилизации.

3. Точное прогнозирование приращения скорости центра масс разгонного блока на участках ускорен-

ных программных разворотов по конечным формулам.

4. Компенсация проекции вектора кажущегося ускорения из-за действия гироскопического момента на участках пространственных разворотов разгонного блока программными поворотами тяги двигателя разгонного блока.

5. Учет ограничений по углу и угловой скорости поворота управляющих органов, по углам прокачки вокруг осей карданового подвеса трехосного гиростабилизатора при формировании программного движения разгонного блока.

1. Айзенберг Я. Е., Батаев В. А., Кузьмин А. И. Высокоточная система стабилизации ракеты носителя ассиметричной конфигурации с учетом возможности отказа одного двигателя // Космічна наука і технологія.—1988.—4, № 1.—С. 64—67.
2. Бэттин Р. Наведение в космосе. — М.: Машиностроение, 1966.—447 с.
3. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1967.—575 с.
4. Разоренов Г. Н., Бахрамов Э. А., Титов Ю. Ф. Системы управления летательными аппаратами. — М.: Машиностроение, 2003.—552 с.
5. Раушенбах Б. В., Токар Е. Н. Управление ориентацией космических аппаратов. — М.: Наука, 1974.—600 с.

## THE CONTROL OF ESSENTIALLY NON-SYMMETRIC RUNAWAY BLOCK WITH THE ENGINE WORKING UNINTERRUPTEDLY

Yu. M. Zlatkin, A. N. Kalnoguz, V. A. Bataiev,  
A. I. Kuzmin, M. N. Riumin, M. P. Yevtefeiev

The problem on injecting several spacecrafsts into different orbits by one rocket-carrier is considered. Some questions connected with the breach of symmetry of the runaway block during the flight are taken into account.