ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2004. Т 10. № 4. С. 27—31.

УДК 621.396.968

С. В. Ковбасюк[1], Є. І. Махонін[2], О. О. Писарчук[1]

[1]Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С. П. Корольова

[2]Національне космічне агентство України, Київ

Алгоритм визначення параметрів орбіт космічних апаратів системою допплерівських вимірювачів

Надійшла до редакції 15.04.04

Запропоновано алгоритм визначення параметрів орбіт космічних апаратів системою допплерівських вимірювачів, оснований на використанні операційного методу диференціальних перетворень. Наведено результати оцінки ефективності розробленого алгоритму.

Сучасні способи організації телекомунікаційних систем, топогеодезичного, метеорологічного забезпечення та вирішення низки суто оборонних задач потребують здійснення навігації космічних апаратів (КА). Як правило, навігаційне забезпечення здійснюється мережею наземних пунктів, що обладнані радіотехнічними вимірювальними засобами, засобами прийому даних і передачі команд. Ці пункти є елементами наземних командно-вимірювальних систем (КВС), які забезпечують планування застосування і управління КА та складають складну і коштовну радіотехнічну систему. Зважаючи на це, а також на територіальні розміри держави, в Україні прийнята стратегія однопунктної системи управління КА.

Існуючі КВС реалізують визначення параметрів орбіт КА за оцінкою одного параметра — радіальної швидкості, що розраховується за вимірами частоти Допплера сигналів об'єкту спостереження, та подальшим розв'язком багатоточкової крайової задачі з використанням методу найменших квадратів (МНК). При застосуванні одного вимірювального пункту політ КА спостерігається на короткому часовому інтервалі, у зв'язку з чим слабо змінюються часткові похідні виміряних координат по параметрах, що уточнюються. Наслідком цього є погана визначеність матриць, що використовуються при розгляді крайової задачі. Тому для знаходження її розв'язку і забезпечення високої точності кінцевого результату здійснюється накопичення вимірювальної інформації за декілька проходів КА через зону радіовидимості КВС, що значно знижує оперативність отримання вихідної інформації і вносить додаткові похибки, обумовлені еволюцією орбіти. Таким чином, задача оперативного і точного визначення параметрів орбіти КА є актуальною.

Одним із шляхів розв'язання поставленої задачі є визначення параметрів орбіт КА за допомогою створення багатопозиційної системи вимірювачів при розв'язанні питань безпосередньо управління апаратами за допомогою однопунктного КВС.

В колишньому СРСР була реалізована багатопозиційна система визначення параметрів орбіт КА, однак умовою її побудови і особливістю функціонування є послідовне (некогерентне) спостереження КА кожним вимірювачем на низці інтервалів, що не дублюються і не перетинаються. Такий підхід збільшує загальний інтервал спостереження цілі і, як наслідок, забезпечує збіжність розв'язку крайової задачі. Однак використання зазначеного підходу для України неможливе через обмеженість її території.

Тому метою статті є розробка алгоритму оперативного і точного визначення координат КА системою допплерівських вимірювачів з довільним взаємним розташуванням у просторі інтервалів супроводу і некогерентними у часі моментами вимірювання.

Задача визначення вектора координат КА за вимірами частоти Допплера і порядок її розв'язку достатньо докладно аналізувалась і розглядалась в роботах [3, 6].

В роботі [3] розглянуто диференціальний допплерівський спосіб визначення координат КА за даними одного допплерівського вимірювача. Спосіб базується на використанні диференціальних зв'язків між швидкістю КА та її радіальною складовою і відповідних геометричних залежностях, отриманих для декількох положень об'єкта спостереження у просторі. Недоліками підходу [3] є необхідність довгострокового (декілька прольотів КА) накопичення експериментальних даних.

Підхід [6] до визначення повного вектора координат КА системою допплерівських вимірювачів базується на визначенні траверзної відстані і розрахунку повного вектора координат КА при розв'язку просторової геометричної задачі. Основним його недоліком є складність точного визначення траверзної відстані, що знижує якість кінцевого результату.

В основу запропонованого розв'язання поставленої задачі оперативного і точного визначення параметрів орбіт КА системою допплерівських вимірювачів покладено визначення параметрів нелінійної моделі руху об'єкта за експериментальними даними.

Ефективним математичним апаратом, який дозволяє отримати якісний результат при аналізі нелінійних процесів, є метод диференціальних перетворень (ДП) [5]. Математичний апарат диференціальних перетворень відноситься до класу операційних методів і заснований на алгебраїзації вихідної нелінійної задачі в області зображень шляхом диференціювання оригіналу, що значно спрощує аналіз нелінійних процесів на відміну від інтегральних перетворень Лапласа і Фур'є.

Основою ДП є пряме (1) і зворотне (2) перетворення

$$Z(k) = P\{z(t)\}_{t*} = \frac{H^{k}}{k!}\left[\frac{d^{k}z(t)}{dt^{k}}\right]_{t*}, \tag{1}$$

$$z(t) = P^{-1}\{Z(k)\} = q(t, c), \tag{2}$$

де t^* — значення аргументу, при якому здійснюється перетворення, у найпростішому випадку $t^* = 0$; $Z(k)$ — дискретна функція цілочислового аргументу $k = 0, 1, 2, ...$; H — відрізок аргументу, на якому розглядається функція $z(t)$; $q(t, c)$ — відновлювальна або апроксимаційна функція; позначення $P\{...\}$, $P^{-1}\{...\}$ характеризують відповідно пряме і зворотне ДП функцій.

Пряме ДП (1) забезпечує одержання зображення вихідної функції — оригіналу у вигляді набору дискрет, що складають диференціальний Р-спектр (на честь автора ДП Г. Є. Пухова). Зворотне перетворення (2) дозволяє перейти від зображення до обраного відновлюваного оригіналу. Методологія розв'язку нелінійних задач з використанням ДП полягає у переведенні початкової задачі в область зображень, безпосередній розв'язок задачі у цій області і перенесення результатів розв'язку до області оригіналу. У загальному вигляді відновлювальна функція має довільний вид, а її параметри визначаються із системи рівнянь, утвореної, наприклад, шляхом прирівнювання однойменних дискрет Р-спектрів функцій $z(t)$ і $q(t, c)$ (метод балансу диференціальних спектрів) [5].

Баланс диференціальних спектрів (БДС) реалізує системоаналоговий підхід при дослідженні складних процесів [1]. У випадку задачі дослідження руху КА пропонується розглядати дві моделі (аналоги): перша базується на використанні аналітичного розв'язку диференціального рівняння руху КА, отриманого за допомогою ДП; друга — це аналітичний опис руху космічного апарата, отриманий шляхом обробки вимірювальної інформації. Оскільки обидва аналоги описують один і той же процес, параметри руху КА визначаються розв'язком системи рівнянь, утвореної порівнянням однойменних дискрет Р-спектрів обох моделей (БДС).

Таким чином, розв'язок задачі оперативного і точного визначення параметрів орбіти КА системою допплерівських вимірювачів, заснований на поданні моделі руху об'єкта спостереження адекватною нелінійною моделлю з параметрами, узгодженими з експериментальними даними полягатиме у наступному.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай за результатами функціонування декількох некогерентних допплерівських вимірювачів отримано вибірки радіальних швидкостей руху КА (3), розраховані за відповідними виміряними масивами допплерівських частот:

$$\begin{gathered}\dot{r}_1 = \{\dot{r}_{11}, \dot{r}_{21}, ..., \dot{r}_{n1}\}, \qquad \dot{r}_2 = \{\dot{r}_{12}, \dot{r}_{22}, ..., \dot{r}_{n2}\}, ..., \\ \dot{r}_i = \{\dot{r}_{1i}, \dot{r}_{2i}, ..., \dot{r}_{ni}\}, \qquad i = 1, ..., d,\end{gathered} \tag{3}$$

де d — кількість допплерівських вимірювачів в системі, n — кількість вимірів у вибірці для кожного вимірювача, яка може бути неоднаковою.

Необхідно за вибірками (3) визначити шестивимірний (повний) вектор параметрів орбіти КА $\mathbf{b}$, наприклад, в геоцентричній абсолютній системи координат (ГАСК),

$$\mathbf{b} = | x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z} |^{\mathrm{T}}, \tag{4}$$

де x, y, z — координати КА, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ — швидкості зміни відповідних координат.

РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ

Відомо, що за вектором параметрів **b** завжди можна встановити взаємозв'язок [4]

$$\mathbf{a} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{b}, \tag{5}$$

де $\mathbf{a} = |r, \dot{r}, \beta, \dot{\beta}, \varepsilon, \dot{\varepsilon}|^{T}$ — вектор параметрів орбіти КА в радіолокаційній системі координат (РЛСК), параметри r, β, ε характеризують відповідно дальність, кут місця й азимут цілі, а $\dot{r}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\varepsilon}$ — швидкості зміни зазначених параметрів, **F** — узагальнена матриця зв'язку між векторами **a** і **b**, що відображує послідовності перерахунків: ГАСК — геоцентрична відносна система координат — місцева система координат — РЛСК.

Тоді згідно з (5) можна записати

$$\begin{gathered}\dot{r}_1(t) = f_{\dot{r}_1}(x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}),\\ \dot{r}_2(t) = f_{\dot{r}_1}(x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}),\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\ \dot{r}_i(t) = f_{\dot{r}_i}(x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}),\\ i = 1, \ldots, d,\end{gathered} \tag{6}$$

де параметри $\dot{r}_i(t)$ характеризують модель зміни швидкості руху КА в РЛСК за радіальною складовою, а параметри $f_{\dot{r}_i}(\ldots)$ — моделі швидкості руху КА в ГАСК, перераховані в РЛСК до параметрів $\dot{r}_i$.

Реалізуємо формування вказаних аналітичних моделей з урахуванням відомих виміряних параметрів (3) та тих невідомих (4), які потрібно визначити.

Для визначення моделей $\dot{r}_i(t)$, що характеризують ліву частину рівності (6), скористаємось вибірками експериментальних даних (3). Застосувавши до вибірки метод МНК [7], отримаємо аналітичні моделі у вигляді апроксимаційних поліномів

$$\begin{gathered}\dot{r}_{1p}(t) = \dot{r}_{10} + \dot{r}_{11}(t - t_1) + \dot{r}_{12}(t - t_1)^2 + \ldots,\\ \dot{r}_{2p}(t) = \dot{r}_{20} + \dot{r}_{21}(t - t_2) + \dot{r}_{22}(t - t_2)^2 + \ldots,\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\ \dot{r}_{ip}(t) = \dot{r}_{i0} + \dot{r}_{i1}(t - t_i) + \dot{r}_{i2}(t - t_i)^2 + \ldots,\\ i = 1, \ldots, d.\end{gathered} \tag{7}$$

В моделях (7) проведене коригування аргументу апроксимуючих поліномів відносно значень t_1, t_2, ..., t_i, $i = 1, \ldots, d$. Необхідність цього пояснюється наступним чином. Взагалі для кожного доплерівського вимірювача у співвідношенні (6) буде відповідати свій за часом вектор параметрів орбіти КА в ГАСК, оскільки моделі (7) отримані на інтервалах супроводу при довільному їхньому взаємному розташуванні у просторі та некогерентних за часом моментах вимірювання координат цілі у відповідному вимірювачі. Ця обставина ускладнює спільне використання надмірної інформації від декількох джерел для визначення єдиного за часом вектора параметрів орбіти КА. Для подолання вказаних труднощів пропонується на рівні моделей $\dot{r}_{ip}(t)$, при згладжуванні вибірок (3) привести значення її аргументу t до єдиного моменту часу за шкалою системи єдиного часу $t_{СЄЧ}$ шляхом коригування аргументів апроксимаційних поліномів пропорційно до різниць між часовим інтервалом спостереження КА кожним вимірювачем і значенням встановленого єдиного моменту $t_{СЄЧ}$, позначені t_1, t_2, ..., t_i. Тоді для обраного значення аргументу функцій (7) буде відповідати єдиний за часом вектор параметрів орбіти КА в ГАСК.

Особливістю моделей (7) є визначені числові значення її параметрів (коефіцієнтів полінома $\dot{r}_{i0}$, $\dot{r}_{i1}$, $\dot{r}_{i2}$, узгоджені з виміряними експериментальними даними (3), що характеризують траєкторію руху конкретного КА на інтервалі спостереження вимірювального засобу.

Аналітичні моделі $f_{\dot{r}_i}(\ldots)$ будемо формувати у вигляді розв'язку диференціального рівняння руху КА з урахуванням однаковості за часом значень параметрів орбіти об'єкту спостереження для різних вимірювачів при приведенні моделей (7) до єдиного часу. Для обмеженого часу спостереження космічного апарату на орбіті можливо використати модель незбуреного руху. Незбурений рух КА в центральному полі тяжіння Землі для обраної координати в ГАСК описується диференціальним рівнянням другого порядку [2]:

$$\ddot{\mathbf{r}}(t) + \frac{K_3 \dot{\mathbf{r}}(t)}{r(t)^3} = 0, \tag{8}$$

де вектор $\mathbf{r}(t) = |x(t), y(t), z(t)|^{T}$ характеризує зміну у часі положення КА за відповідною координатою в ГАСК, $K_3 = 3.986 \cdot 10^{14}$ м^3/с^2 — гравітаційна стала Землі, $r(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)}$ — радіус-вектор, що з'єднує центр ГАСК із центром мас КА на орбіті.

Для визначення аналітичного розв'язку диференціального рівняння (8), скористаємось математичним апаратом диференціальних перетворень [5], що дозволяє визначати аналітичні і чисельно-аналітичні розв'язки в ряді практичних задач аналізу нелінійних процесів.

Використовуючи пряме й обернене ДП та обмежуючись шістьма дискретами диференціального спектру для обраної координати, розв'язок рівняння (8) можна звести до вигляду [2]

$$\begin{aligned} x(t) &= x + \dot{x}t - \frac{K_3}{2!r^3}xt^2 - \frac{K_3}{3!r^3}\dot{x}t^3 + \\ &+ \frac{K_3^2}{4!r^6}xt^4 + \frac{K_3^2}{5!r^6}\dot{x}t^5, \\ \dot{x}(t) &= \dot{x} - \frac{K_3}{r^3}xt - \frac{K_3}{2!r^3}\dot{x}t^2 + \frac{K_3^2}{3!r^6}xt^3 + \\ &+ \frac{K_3^2}{4!r^6}\dot{x}t^4 - \frac{K_3^3}{5!r^9}xt^5, \end{aligned} \tag{9}$$

де параметри x, $\dot{x}$ — відповідні компоненти вектора **b**. Аналогічним чином можливо сформувати аналітичні моделі для решти параметрів орбіти КА в ГАСК, тобто для y, $\dot{y}$, z, $\dot{z}$.

Переводячи отримані розв'язки (9) в радіолокаційну систему координат, згідно з перетворенням (5) отримаємо шукані моделі:

$$\begin{aligned} &\dot{r}_{1f}(t) = f_{\dot{r}_1}(x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}), \\ &\dot{r}_{2f}(t) = f_{\dot{r}_1}(x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}), \\ &\dots\dots\dots\dots, \\ &\dot{r}_{if}(t) = f_{\dot{r}_d}(x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}), \\ &i = 1, \dots, d. \end{aligned} \tag{10}$$

Особливістю моделей (10) є суто аналітична форма, яка в загальному вигляді встановлює взаємозв'язок між шуканими та виміряними значеннями, що характеризують параметри орбіти КА.

В результаті розрахунків отримані два види аналітичних моделей (7) і (10), які мають однакову фізичну сутність, але різні властивості. Модель $\dot{r}_{ip}(t)$ узгоджена з експериментальними даними (3) і адекватно описує рух КА лише на інтервалі супроводу, тобто є грубою для опису динаміки руху цілі поза межами інтервалу спостереження. Модель $\dot{r}_{if}(t)$ отримана при використанні аналітичного розв'язку диференціального рівняння (8) і дозволяє адекватно описувати рух КА поза межами інтервалу спостереження, однак не враховує експериментальні дані (3). Тоді для точного визначення параметрів орбіти КА за вимірами допплерівської частоти необхідно визначити параметри моделі (10) за моделлю (7). Для визначення параметрів орбіти КА за моделлю (7) можливо застосувати метод БДС, тобто порівняти на рівні дискрет Р-спектрів моделі $\dot{r}_{ip}(t)$ та $\dot{r}_{if}(t)$. В результаті отримаємо систему рівнянь

$$\begin{aligned} &P\{\dot{r}_{1p}(t)\} = P\{\dot{r}_{1f}(t)\}, \\ &P\{\dot{r}_{2p}(t)\} = P\{\dot{r}_{2f}(t)\}, \\ &\dots\dots\dots\dots, \\ &P\{\dot{r}_{ip}(t)\} = P\{\dot{r}_{if}(t)\}, \\ &i = 1, \dots, d, \end{aligned} \tag{11}$$

або в розгорнутому вигляді маємо

$$\begin{aligned} &\dot{R}_{1p}(k) = \dot{R}_{1f}(k), \\ &\dot{R}_{2p}(k) = \dot{R}_{2f}(k), \\ &\dots\dots\dots\dots, \\ &\dot{R}_{ip}(k) = \dot{R}_{if}(k), \\ &i = 1, \dots, d, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \tag{12}$$

де $\dot{R}_{1p}(k)$, $\dot{R}_{1f}(k)$ — Р-спектри відповідних моделей, що визначаються відповідно до прямого ДП (1).

Таким чином, система (12) об'єднує у собі отримані за експериментальними даними параметри моделі руху об'єкта спостереження з шуканими параметрами орбіти КА в ГАСК. Розв'язок системи (12) відносно невідомих параметрів дозволяє вирішити задачу визначення координат КА системою допплерівських вимірювачів з довільним взаємним розташуванням у просторі інтервалів супроводу і некогерентних у часі моментів вимірювань параметрів руху цілі.

Склад системи (12) для конкретного випадку залежатиме від кількості вимірювачів, що об'єднуються у багатопозиційну систему. Для уніфікації порядку формування системи (12) незалежно від кількості вимірювачів координат КА, що об'єднуються у систему, і для визначення обмежень на використання запропонованого підходу введемо поняття параметра системи.

Параметром L системи рівнянь (12) називатимемо відношення m кількості параметрів орбіти КА в ГАСК, що підлягають визначенню, до загальної кількості g виміряних параметрів траєкторії цілі в РЛСК:

$$L = \frac{m}{g}. \tag{13}$$

Параметр системи характеризує:

— кількість дискрет диференціального спектра моделей (7) та (10), які необхідно використати для формування системи (12);
— наявність розв'язку системи (12) для заданої кількості визначуваних m і виміряних g параметрів траєкторії КА.

Дослідження показали, що сформована для визначення початкових значень координат космічного апарата система матиме розв'язок, якщо її параметр $L \le 3$.

Виходячи з вищевикладеного, алгоритм визначення параметрів орбіт космічних апаратів системою допплерівських вимірювачів складається з таких етапів:

1. Визначення параметра системи згідно з виразом (13) і прийняття рішення про наявність розв'язку задачі.
2. Формування згідно з МНК моделей (7) і визначення L дискрет їхніх Р-спектрів.
3. Розрахунок L дискрет розв'язку (9) диференціального рівняння (8), формування моделей (10) та визначення L дискрет їхніх Р-спектрів.
4. Формування системи рівнянь відповідно до (12) і визначення її коренів, що характеризують шестивимірний вектор координат КА в ГАСК.

Ефективність розробленого алгоритму визначення параметрів орбіт космічних апаратів системою допплерівських вимірювачів досліджувалась методом математичного моделювання. Розглядалась великобазова система з трьох однотипних допплерівських вимірювачів, які мають такі технічні характеристики: темп оновлення інформації $\Delta t = 4$ с, довжина хвилі сигналу КА $\lambda = 1.5$ м; похибка визначення радіальної швидкості за виміряною частотою Допплера становить $\sigma_{\dot{r}} = 5 \cdot 10^{-5}$ км/с. При моделюванні була прийнята траєкторія польоту КА типу «Січ-1».

Результати математичного моделювання наведені у таблиці.

Розраховані значення координат КА в ГАСК

Координата КА в ГАСК	b_e	b_0	$\hat{b}$	$\sigma_{\hat{b}}$
x_0	6942.3725	6942.3726	6942.2657	0.38555
x_1	−1.9633	−1.9633	−1.9633	0.00022
y_0	1990.5652	1990.5648	1990.5432	0.41504
y_1	−0.6527	−0.6527	−0.6527	0.00030
z_0	4986.0365	4986.0364	4986.0375	0.14827
z_1	6.1238	6.1238	6.1238	0.00031

У таблиці позначено: $\mathbf{b}_e$ — вектор еталонних координат КА, $\mathbf{b}_0$ — вектор координат КА в ГАСК, розрахований з використанням запропонованого алгоритму при відсутності випадкових похибок вимірювань, $\hat{\mathbf{b}}$ — вектор оцінок координат КА, отриманий за наявності випадкових похибок відповідно до розробленого підходу; $\sigma_{\hat{b}}$, — середнє квадратичне відхилення похибок розрахунку компонентів вектора $\hat{\mathbf{b}}$.

Результати досліджень показують, що запропонований алгоритм дозволяє здійснити оперативно (в межах одного сеансу спостереження) і з високою точністю розрахунок параметрів траєкторії КА при об'єднанні інформації від декількох допплерівських вимірювачів на основі використання методу БДС. Таким чином, можливо організувати управління КА шляхом визначення параметрів руху багатопозиційною системою, а безпосередньо управління — однопунктною КВС. Особливістю запропонованої багатопозиційної системи є її некогерентність у часі і просторі, що звільняє від необхідності синхронізації постів і надає можливість використати переваги великих баз.

У подальших дослідженнях планується провести аналіз впливу на точність кінцевих розрахунків різної кількості вимірювачів, оптимізацію їхнього розташування, а також аналіз точності від розташування КА відносно багатопозиційної системи.

1. Баранов В. Л., Баранов Г. Л. Системоаналоговое и квазианалоговое моделирование // Электронное моделирование.—1994.—№ 4.—С. 9—16.
2. Баранов Г. Л., Баранов В. Л., Ковбасюк С. В. Статистические характеристики дифференциального спектра траектории движения КА // Космічна наука і технологія.—2001.—7, № 4.—С. 147—153.
3. Громов Г. Н. Дифференциально-геометрический метод навигации. — М.: Радио и связь, 1986.—384 с.
4. Жданюк Б. Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. — М.: Сов. радио, 1978.—384 с.
5. Пухов Г. Е. Дифференциальные спектры и модели. — К.: Наук. думка, 1990.—184 с.
6. П'ясковський Д. В., Ковбасюк С. В., Шестаков В. І. Визначення параметрів руху КА системою допплерівських вимірювачів // Космічна наука і технологія.—2001.—7, № 4.—С. 137—140.
7. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении: Пер с англ. / Под ред. Б. Р. Левина. — М.: Связь, 1976.—496 с.

THE ALGORITHM FOR THE DETERMINATION OF SPACECRAFT ORBIT PARAMETERS WITH THE USE OF THE DOPPLER GAUGE SYSTEM

S. V. Kovbasiuk, Ye. I. Makhonin, O. O. Pysarchuk

The algorithm for the determination of spacecraft orbit parameters with the help of the Doppler gauge system is proposed. It is based on the operational method of differential transformations. Our results of performance evaluation of the algorithm developed are presented.