

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ГЛОБАЛЬНОГО ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ДИПОЛЬНОЙ МОДЕЛЬЮ

© Л. Д. Мельникова¹, И. А. Пятак², А. А. Комаров¹

¹Фізико-технічний інститут Дніпропетровського національного університету

²Державне конструкторське бюро «Південне»

Будується дипольна модель, що найкраще описує глобальне геомагнітне поле за даними вимірювань. На відміну від відомої постановки за вихідні виміри береться модуль геомагнітного поля, а не вертикальна складова. Це дозволяє застосувати метод до вимірів з неорієнтованих супутників. Для тестування можливостей методу побудовано модель за штучно створеними у рамках моделі МАП-85 «вимірами» та зроблено оцінку точності.

Рассматривается использование геомагнитного поля для решения задач космической техники на этапе полета космического аппарата. В общем плане эти задачи могут быть разбиты на следующие три группы: анализ влияния магнитного поля Земли (МПЗ) на динамику (возмущения динамики из-за взаимодействия собственного магнитного поля КА с МПЗ); обеспечение целевого управления движением КА относительно центра масс путем взаимодействия магнитных масс на борту КА и катушек с током с МПЗ; оценка элементов движения путем измерения на борту КА параметров окружающего МПЗ.

К этим задачам примыкает задача построения описания фактического геомагнитного поля (создание математической модели МПЗ). Поскольку существенную роль играет изменение во времени (вековая эволюция), модель необходимо периодически обновлять. Поэтому задача построения адекватной модели всегда сохраняет свою актуальность.

Особенностью модели, удовлетворяющей требованиям космической техники, является ее глобальный характер. Наиболее точно расчет значений МПЗ в заданной точке пространства производится на основании использования выражений гауссова разложения геомагнитного потенциала в ряд сферических функций [4]. Параметры разложения (коэффициенты МПЗ) определены по данным измерений наземных (магнитные обсерватории) и спутниковых. К таким моделям, в частности, относится международное аналитическое поле МАП-85 [1]. Математическое выражение этого разложения достаточно сложно. Это создает затруднения при аналитических исследованиях и проектировании бортовых систем КА, использующих МПЗ. В то же

время имеется необходимость получения общих оценок, справедливых для целого класса орбит КА и не зависящих от конкретных элементов текущей орбиты, носящих случайный характер. Известно, что МПЗ с некоторой степенью приближения может быть представлено в виде одного или нескольких диполей [2, 4]. Имея параметры этих диполей, расчетные значения элементов геомагнитного поля в данной точке пространства либо по орбите КА можно выразить посредством простых формул. Эти формулы могут быть аналитически проинтегрированы по витку или по области пространства, что позволяет в дальнейшем решить ряд общих задач, связанных с оценкой наблюдаемости и управляемости КА, расчетом потребной мощности исполнительных органов системы управления, определением запаса рабочего тела для их разгрузки и т.п.

С учетом сказанного, формулировка задачи выглядит следующим образом: разработать метод и математический аппарат построения дипольной модели глобального МПЗ; построить модель, соответствующую заданному базовому полю; оценить точность ее приближения к исходному полю.

В литературных источниках приводятся данные о параметрах эквивалентного диполя, относящихся к разным моделям и эпохам, однако здесь необходимо получить параметры применительно к той модели, которая принята за эталон. Кроме того, разработанный подход может быть использован для построения эквивалентного диполя на борту КА по данным бортовых измерений. В качестве базового поля принята модель МАП-85.

Вводятся следующие ортогональные системы координат: географическая ГСК и дипольная ДСК (рис. 1). Система ГСК — геоцентрическая, оси X_p

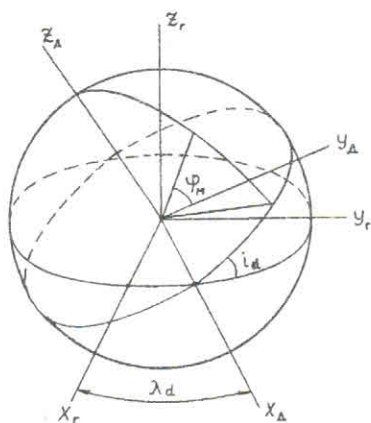


Рис. 1. Взаимное положение осей географической и дипольной систем координат

и Y_r лежат в плоскости земного экватора, ось Z_r направлена по оси вращения Земли, к северному полюсу. Начало ДСК находится в центре диполя, ось Z_d направлена по оси диполя. Перпендикулярно к ней расположен магнитный экватор; оси X_d и Y_d лежат в его плоскости, причем ось X_d направлена в восходящий узел линии пересечения плоскости магнитного экватора с плоскостью земного экватора. Положение ДСК относительно ГСК определяется долготой λ_d линии X_d пересечения плоскостей относительно оси X_r и наклоном i_d магнитного экватора относительно географического. Если рассматривается смещенный диполь, положение его относительно центра Земли описывается вектором r_{d0} , а направление оси X_d определяется линией пересечения плоскости магнитного экватора с плоскостью, проходящей через начало диполя параллельно плоскости земного экватора.

Ход вычислений строился следующим образом. Для равномерно распределенных точек околоземного пространства по формулам гауссова разложения вычислялись параметры МПЗ и составлялась таблица в функции от широты, долготы и радиуса. Эта таблица рассматривалась как модель измерений истинного поля с числом измерений N . В отличие от [3], в качестве измерений принимался модуль индукции геомагнитного поля B , а не вертикальный компонент Z_{as} . Использование такого параметра имеет то преимущество, что он может быть измерен на любых, в том числе и на неориентированных КА, тогда как точность измерения компонента Z_{as} зависит не только от погрешности магнитометра, но также и от качества работы системы ориентации КА. Для каждой точки табли-

цы, характеризующейся радиусом-вектором координат точки таблицы r_r в ГСК, вычислялся соответствующий вектор в ДСК:

$$r_d = M \cdot r_r - r_{d0}.$$

Здесь M — матрица перехода ГСК—ДСК, имеющая вид

$$M = \begin{pmatrix} \cos \lambda_d & \sin \lambda_d & 0 \\ -\sin \lambda_d \cos i_d & \cos \lambda_d \cos i_d & \sin i_d \\ \sin \lambda_d \sin i_d & -\cos \lambda_d \sin i_d & \cos i_d \end{pmatrix}.$$

Нормированный вектор в ДСК: $r_{nd} = r_d / |r_d|$.

Значение модуля магнитной индукции в данной точке для дипольной модели определяется как

$$B = \frac{\mu}{4\pi} \frac{m_d}{r^3} \sqrt{1 + 3\sin^2 \varphi_m}.$$

Здесь m_d — магнитный момент земного диполя, r — расстояние от точки до центра диполя, μ_0 — магнитная проницаемость; для околоземного вакуума $\mu_0 = 1$; синус широты φ_m относительно магнитного экватора определяется как $\sin \varphi_m = r_{dz}$ (z -й элемент вектора r_{d0} , см. рис. 1).

Таким образом, в данной постановке параметрами, описывающими дипольную модель, являются λ_d , i_d , m_d , а для смещенного диполя — еще и вектор r_{d0} . При решении задачи построения дипольной модели они образуют вектор определяемых параметров $q = \{r_{dx}^0, r_{dy}^0, r_{dz}^0, \lambda_d, i_d, m_d\}^m$.

Определение вектора q производится путем решения матричного уравнения метода наименьших квадратов, имеющего вид

$$q = (W^T W)^{-1} W^T H.$$

Здесь H — вектор измерений (в данном случае — модули геомагнитного поля, взятые из таблицы):

$$H = \{B_1, B_2, \dots, B_N\}^m,$$

$W = \partial H / \partial q$ — матрица частных производных от вектора измеряемых параметров H по вектору определяемых q .

Указанное матричное уравнение представляет собой систему линейных уравнений, а в общем зависимости $B = B(q)$ является существенно нелинейной. Поэтому решение производится в линеаризованной постановке, путем вычисления вектора поправок Δq к вектору первого приближения q_0 по вектору ΔH отклонений измеренных величин B_i от расчетных значений $B_p = B(q_0)$ измеряемых параметров:

$$\Delta q = (W^T W)^{-1} W^T \Delta H.$$

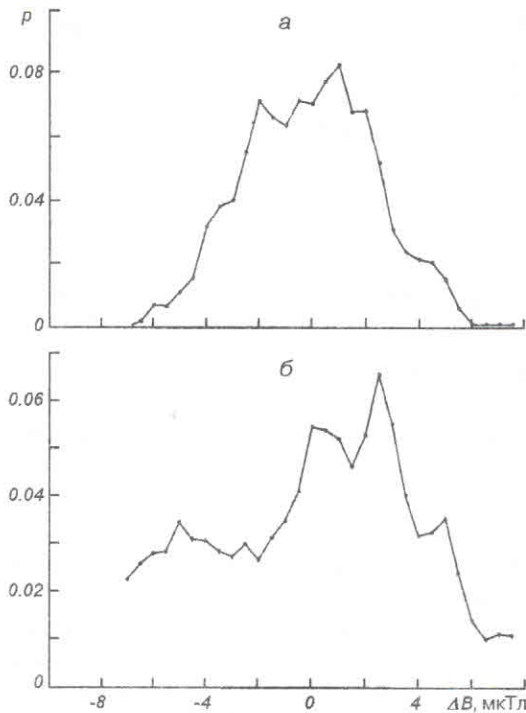


Рис. 2. Гистограмма отклонений дипольного поля от исходного базового: а — для несмещенного диполя, б — для смещенного диполя

Матрица частных производных W вычисляется методом конечных разностей, путем задания малых отклонений Δq_0 , вычисления соответствующих им отклонений $\Delta B_p = B(\Delta q_0)$ и деления $W = \Delta B_p / \Delta q_0$.

Ниже приводятся результаты построения дипольной модели для высоты 600 км, соответствующей орбитам КА исследования природных ресурсов Земли.

Исходные точки измерений задавались над поверхностью Земли с интервалом порядка 150 км. В качестве первого приближения задавался магнитный момент земного диполя, равный $8.1 \cdot 10^{15} \text{ А} \cdot \text{м}^2$; соответствующий ему вектор индукции геомагнитного поля имеет размерность Тл. Остальные элементы вектора q_0 задавались нулевыми, что было достаточным для устойчивой сходимости решения.

Характеристикой точности полученной модели являлись среднее квадратичное отклонение вычисленного поля от исходного базового

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^N (B_{ii} - B_p)_i^2 / N}$$

и относительное отклонение

$$d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |B_{ii} - B_p|_i / B_{ii}$$

Вычисления проводились для моделей несмещенного и смещенного диполей; были получены следующие значения относительных оценок точности:

несмещенный: $S = 4.597 \text{ мкТл}$; $d = 0.12680$,

смещенный: $S = 2.421 \text{ мкТл}$; $d = 0.06479$;

гистограммы отклонений для несмещенного и смещенного диполей приведены на рис. 2, а и б соответственно.

При решении были вычислены следующие значения параметров смещенного геомагнитного диполя:

$$r_{зд} = -20 \text{ км}; \quad r_{уд} = 479 \text{ км}; \quad r_{зд} = 5 \text{ км};$$

$$i_d = 17.4^\circ; \quad \lambda_d = 47.2^\circ; \quad m_d = 7.8822 \cdot 10^{15} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

На основании полученных числовых результатов можно сделать вывод, что модель смещенного диполя обладает существенными преимуществами перед широко применяемыми в настоящее время моделями несмещенного диполя, позволяя практически без усложнения вычислительного метода существенно повысить точность описания геомагнитного поля.

1. Головкин В. П., Коломийцева Г. И. Международное аналитическое поле и его вековой ход для интервала 1980—1990 гг. // Геомагнетизм и аэрономия.—1986.—26, № 3.—С. 523—525.
2. Михлин Б. З., Селезнев В. П., Селезнев А. В. Геомагнитная навигация. — М.: Машиностроение, 1976.—280 с.
3. Пудовкин И.М., Валуева Г. Е., Колесова В. И. Дипольная модель геомагнитного поля Земли (на основе анализа поля $Z_{об}$) // Геомагнетизм и аэрономия.—1968.—8, № 4.—С. 737—742.
4. Яновский Б.М. Земной магнетизм. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1978.—592 с.

PRESENTATION OF GLOBAL GEOMAGNETIC FIELD BY DIPOLE MODEL

L. D. Mel'nikova, I. A. Pyatak, A. A. Komarov

We solve the problem of construction of the dipole model best describing (in the sense of least squares) the global geomagnetic field on measurement data. In contrast to known setting up this problem the geomagnetic field modulus but not the vertical component is considered as initial measurements. This enables us to use the method for reducing data derived from the board of non-stabilized satellites. As an illustration of the method potentialities the dipole model we constructed with the use of «measurements» simulated by the IAF-85 (International Analytical Field) model and an accuracy estimation is presented.