ISSN 1561-8889. Космічна наука і технологія. 2003. Т 9. № 4. С. 84—93

УДК 621.396.96

Д. В. Голкин, Г. В. Худов

Харківський військовий університет

Совместная байесовская оптимизация поиска и обнаружения объектов в космических радиолокационных системах дистанционного зондирования

Поступила в редакцию 02.06.03

Кратко анализируются основные результаты решения задач поиска и обнаружения объектов в радиолокационных системах. Рассматривается задача совместной оптимизации поиска и обнаружения объектов в условиях ограниченного поискового потенциала применительно к космическим радиолокационным системам дистанционного зондирования. Вводятся дифференциальные характеристики байесовского критерия минимума среднего риска. Уточняется байесовское правило принятия решения при совместной оптимизации поиска и обнаружения объектов в текущей зоне обзора.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время радиолокационные средства дистанционного зондирования поверхности Земли и океана с аэрокосмических носителей находят широкое применение для решения разнообразных задач благодаря надежному функционированию в неблагоприятных погодных условиях по сравнению с оптико-электронными и ИК-системами наблюдения, обеспечению реальной возможности извлечения такой информации, которую нельзя получить с использованием других диапазонов электромагнитных волн [13, 14, 23]. Космические информационные системы решают задачу поиска и обнаружения объектов в условиях ограниченного поискового потенциала [6, 7, 11, 17, 18].

Сейчас все большее внимание уделяется вопросам совместной оптимизации этапов поиска и обнаружения объектов [4, 5, 10, 14—16]. Получен ряд существенных научных результатов. В работе [16] показано, что есть оптимальная длительность интервалов когерентной обработки сигналов при циклическом поиске одиночного объекта и однопороговом решающем правиле. Однако алгоритм совместной оптимизации процессов поиска и обнаружения воздушных объектов оказывается зависимым от конкретных условий радиолокационного наблюдения и должен рассчитываться для различных законов обзора воздушного пространства и процедур обработки радиолокационной информации. В работе [15] предпринята попытка оптимизировать процедуру обзора в изменяющихся условиях радиолокационного наблюдения и обеспечить минимум времени принятия решения об обнаружении всех объектов, находящихся в зоне. Необходимость совместной оптимизации процедур обзора пространства, алгоритмов обработки сигналов и решающих правил принятия решения впервые обоснована в работе [5]. В постановочном плане оптимизационная задача поиска заданного числа объектов рассмотрена как классическая задача минимизации среднего риска. Задача определения оптимального режима поиска в соответствии с байесовским критерием ставится как вариационная, и делается попытка решить ее в рамках методов стохастического программирования.

Сложность данной задачи определяется не столько качеством априорной информации о распределении объектов в ячейках, сколько точностью описания зависимости параметров плотности распределения принятой реализации от времени наблюдения. В работе [4] сделан вывод о том, что множество неизвестных и случайных факторов (класс объекта, ракурс наблюдения и дальность) приводит к невозможности строгого решения задачи в рассмотренной постановке. Это предполагает поиск упрощенных, частных вариантов, в которых решение задачи стохастического программирования сводится к одноэтапным, двухэтапным и многоэтапным процедурам с использованием так называемых детерминированных эквивалентов [20]. Однако в методах, использующих детерминированный эквивалент, оптимизируются либо порядок просмотра ячеек, либо длительность наблюдения каждой из них [15]. Задача совместной оптимизации поиска и обнаружения оставалась нерешенной.

Таким образом, существующие методы оптимизации рассматривают поиск как единую задачу обзора пространства, обработки сигналов и принятия решения только в постановочном плане, получены решения для отдельных составляющих поставленной задачи. Решение задачи в целом не получено, не сформулирован единый подход к выбору критерия эффективности, адекватно отражающего задачи радиолокационных систем (РЛС) на этапе поиска и обнаружения.

Ниже будет рассмотрена задача совместной байесовской оптимизации поиска и обнаружения объектов в условиях ограниченного поискового потенциала применительно к космическим радиолокационным системам дистанционного зондирования Земли.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ИЗЛОЖЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для выяснения причин сложившихся трудностей в решении задачи совместной оптимизации поиска и обнаружения объектов проанализируем классический подход к решению задачи обнаружения с позиции теории статистических решений [9]. В теории статистических решений при наличии полного комплекта априорных данных используется критерий среднего риска — среднего значения платы за принятие решения при проверке статистических гипотез [9]

$$R = \sum_{j=0}^{1} \sum_{k=0}^{1} \Pi_{jk} p_j \int_{Y_k} W(y/H_j) dy, \qquad (1)$$

где Π_{jk} — элементы матрицы потерь за принятие ошибочных решений, p_j — априорные вероятности гипотез, H_0 — гипотеза об отсутствии объекта, H_1 — гипотеза о наличии объекта, $W(y/H_j)$ — функция правдоподобия выборки Y при условии, что верна гипотеза H_j, Y_k — область, где верна гипотеза k. Алгоритм поиска и обнаружения будем искать в классе оптимальных байесовских алгоритмов принятия решения, при использовании которого достигается минимальное значение (нижняя граница) среднего риска. При наличии априорных данных при проверке простой гипотезы против простой альтернативы получим следующее выражение для среднего риска [9]:

$$R = p_0 r_0 + p_1 r_1, \qquad (2)$$

где

$$r_0 = \Pi_{00} P(\gamma_0/H_0) + \Pi_{01} P(\gamma_1/H_0),$$

$$r_1 = \Pi_{10} P(\gamma_0/H_1) + \Pi_{11} P(\gamma_1/H_1)$$

— условные риски, соответствующие гипотезе H_0 и альтернативе H_1, γ_0 — решение о принятии гипотезы H_0, γ_1 — решение о принятии гипотезы H_1, $P(\gamma_i/H_j)$ — условная вероятность принятия решения γ_i при условии, что верна гипотеза H_j, i, $j = 0$; 1, $P(\gamma_1/H_0)$ — условная вероятность отвергнуть правильную гипотезу H_0, вероятность ошибки первого рода (уровень значимости), $P(\gamma_0/H_1)$ — условная вероятность отвергнуть правильную гипотезу H_1, вероятность ошибки второго рода.

Подставляя составляющие в выражение (2), после простых преобразований получаем [9]:

$$R = R_0 - \int_{Y_1} [p_1(\Pi_{10} - \Pi_{11}) W(y/H_1) - p_0(\Pi_{01} - \Pi_{00}) W(y/H_0)] dy,$$

где

$$R_0 = p_0 \Pi_{00} + p_1 \Pi_{10}$$

— неотрицательная константа.

Байесовский алгоритм проверки простой гипотезы H_0 против простой альтернативы H_1 записывается в следующем виде [9]:

$$p_1(\Pi_{10} - \Pi_{11}) W(y/H_1) - p_0(\Pi_{01} - \Pi_{00}) W(y/H_0) \underset{\gamma_0}{\overset{\gamma_1}{\gtrless}} 0. \qquad (3)$$

После преобразований выражение (3) может быть записано в виде [9]

$$l(y) = \frac{W(y/H_1)}{W(y/H_0)} \underset{\gamma_0}{\overset{\gamma_1}{\gtrless}} \frac{(\Pi_{01} - \Pi_{00}) p_0}{(\Pi_{10} - \Pi_{11}) p_1}, \qquad (4)$$

где $l(y)$ — отношение правдоподобия.

Таким образом, байесовское правило (4) проверки простой гипотезы против простой альтернативы состоит в сравнении отношения правдоподобия $l(y)$ с порогом [9]

$$c_b = \frac{(\Pi_{01} - \Pi_{00})p_0}{(\Pi_{10} - \Pi_{11})p_1}. \tag{5}$$

Если $l(y) \geq c_b$, то принимается решение γ_1 (отклоняется гипотеза H_0), если $l(y) < c_b$, то принимается решение γ_0 (принимается гипотеза H_0).

Как видно из выражений (1)—(5), основными характеристиками среднего риска и его составляющих являются интегральные характеристики. С помощью таких характеристик можно получить некоторые показатели качества поиска и обнаружения объекта в некоторой заданной зоне обзора в целом. Очевидно, что при этом одним и тем же интегральным показателям качества будет удовлетворять бесконечное множество стратегий поиска, что и затрудняет нахождение оптимальных решающих правил для случая совместной оптимизации таких процедур, как поиск и обнаружение объекта.

Для преодоления указанного противоречия введем в рассмотрение дифференциальные характеристики критерия среднего риска, которые позволили бы учесть особенности принятия байесовского решения для каждой точки и отдельного участка зоны поиска и обнаружения объектов:

$u(x)$ — априорная плотность распределения местоположения объекта в заданной зоне обзора Ω по пространственным координатам x,

$dp_1(x) = u(x)dx$ — априорная вероятность наличия объекта в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω,

$dp_0(x) = \tilde{u}(x)dx$ — априорная вероятность отсутствия объекта в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω,

$\tilde{u}(x)$ — априорная плотность вероятности отсутствия объекта в заданной зоне обзора Ω по пространственным координатам x,

$dR(x) = \dot{R}(x)dx$ — средний риск при принятии решения о наличии или отсутствии объекта в элементарной ячейке dx,

$\dot{R}(x)$ — плотность среднего риска в зоне обзора,

$P(\gamma_i/H_j, x)$ — условная вероятность принятия решения γ_i при условии, что верна гипотеза H_j в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω, i, j = = 0; 1.

Элементы матрицы потерь оставим неизменными.

С учетом введенных обозначений дифференциальное значение среднего риска $dR(x)$ для двухальтернативного случая можно вычислить как

$$dR(x) = d(p_0(x)r_0(x)) + d(p_1(x)r_1(x)), \tag{6}$$

где

$$d(p_0(x)r_0(x)) = \Pi_{00}P(\gamma_0 / H_0, x)dp_0(x) + \Pi_{01}P(\gamma_1 / H_0, x)dp_0(x),$$

$$d(p_1(x)r_1(x)) = \Pi_{10}P(\gamma_0 / H_1, x)dp_1(x) + \Pi_{11}P(\gamma_1 / H_1, x)dp_1(x)$$

— условные риски в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω, соответствующие гипотезе H_0 и альтернативе H_1, γ_0 — решение о принятии гипотезы H_0 в элементарной ячейке dx, γ_1 — решение о принятии гипотезы H_1 в элементарной ячейке dx, $P(\gamma_i/H_j, x)$ — условная вероятность принятия решения γ_i в элементарной ячейке dx при условии, что верна гипотеза H_j, i, j = 0; 1, $P(\gamma_1 / H_0, x)$ — условная вероятность отвергнуть правильную гипотезу H_0 в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω, вероятность ошибки первого рода (уровень значимости), $P(\gamma_0/H_1, x)$ — условная вероятность отвергнуть правильную гипотезу H_1 в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω, вероятность ошибки второго рода.

После простых преобразований выражение (6) перепишется в виде

$$\begin{aligned} dR(x) = {} & \Pi_{00}dp_0(x) + \Pi_{10}dp_1(x) - \\ & -((\Pi_{10} - \Pi_{11})P(\gamma_1 / H_1, x)dp_1(x) - \\ & - (\Pi_{01} - \Pi_{00})P(\gamma_1 / H_0, x)dp_0(x)), \end{aligned} \tag{7}$$

Обозначая $dR_0(x) = \Pi_{00}dp_0(x) + \Pi_{10}dp_1(x)$ и учитывая, что $dR_0(x)$ — неотрицательная константа в элементарной ячейке dx, байесовское правило проверки простой гипотезы H_0 против простой альтернативы H_1 в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} & (\Pi_{10} - \Pi_{11})P(\gamma_1 / H_1, x)dp_1(x) - \\ & - (\Pi_{01} - \Pi_{00})P(\gamma_1 / H_0, x)dp_0(x) \underset{\gamma_0}{\overset{\gamma_1}{\gtrless}} 0, \end{aligned} \tag{8}$$

или

$$dl(x) = \frac{P(\gamma_1/H_1, x)dp_1(x)}{P(\gamma_1/H_0, x)dp_0(x)} \underset{\gamma_0}{\overset{\gamma_1}{\gtrless}} \frac{\Pi_{01} - \Pi_{00}}{\Pi_{10} - \Pi_{11}}, \tag{9}$$

где $dl(x)$ — безусловное отношение правдоподобия в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω .

Под безусловным отношением правдоподобия понимается отношение безусловной вероятности правильного обнаружения объекта $P(\gamma_1/H_1, x)dp_1(x)$ к безусловной вероятности ложной тревоги $P(\gamma_1/H_0, x)dp_0(x)$.

Таким образом, байесовское правило (9) проверки простой гипотезы против простой альтернативы в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω состоит в сравнении отношения правдоподобия $dl(x)$ с порогом

$$c_b = \frac{\Pi_{01} - \Pi_{00}}{\Pi_{10} - \Pi_{11}}. \tag{10}$$

Если $dl(x) \geq c_b$, то принимается решение γ_1 (отклоняется гипотеза H_0), если $dl(x) < c_b$, то принимается решение γ_{sub0} (принимается гипотеза H_0). Минимизация среднего риска сводится теперь к максимизации безусловного отношения правдоподобия.

Из изложенного выше видно, полученные результаты (6)—(10) не противоречат общей классической теории, принятой при решении задачи проверки простой гипотезы против простой альтернативы, хорошо согласуются и выражения для среднего риска, и правила проверки гипотез в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω.

Учтем теперь, что такие введенные дифференциальные характеристики непосредственно на практике применены быть не могут, так как предполагают вычисление среднего риска и безусловного отношения правдоподобия для каждой элементарной ячейки dx, что практически нереализуемо, к тому же остается неизвестным, какой алгоритм использовать при решении задачи просмотра элементарных ячеек зоны обзора.

Введем в рассмотрение текущую зону обзора $\Omega(t)$ при условии, что $\Omega(t) \to \Omega$ при $t \to T$, где T — время обзора заданной зоны Ω. Поставим задачу нахождения оптимального байесовского правила принятия решения в текущей зоне обзора $\Omega(t)$ с учетом введенных дифференциальных характеристик. При такой постановке задачи появляется дополнительный параметр оптимизации: текущие размеры и положение зоны $\Omega(t)$ в общей зоне обзора Ω. Следовательно, создаются условия для нахождения оптимальной по байесовскому критерию минимума среднего риска стратегии поиска объекта.

Среднее значение риска теперь может быть найдено как

$$R(t) = \int_{\Omega(t)} dR(x) = \int_{\Omega(t)} \dot{R}(x)dx. \tag{11}$$

Подставляя выражение (7) в выражение (11), после ряда преобразований имеем

$$R(t) = \Pi_{00}\int_{\Omega(t)} dp_0(x) + \Pi_{10}\int_{\Omega(t)} dp_1(x) -$$

$$- [\,(\Pi_{10} - \Pi_{11}) \int_{\Omega(t)} P(\gamma_1/H_1, x)dp_1(x) -$$

$$- (\Pi_{01} - \Pi_{00}) \int_{\Omega(t)} P(\gamma_1/H_0, x)dp_0(x)]. \tag{12}$$

Будем считать, что

$$R_0(t) = \Pi_{00}\int_{\Omega(t)} dp_0(x) + \Pi_{10}\int_{\Omega(t)} dp_1(x)$$

— неотрицательная константа для текущей зоны обзора $\Omega(t)$ в момент времени t. Байесовское правило проверки простой гипотезы H_0 против простой альтернативы H_1 в текущей зоне $\Omega(t)$ обзора Ω записывается в виде

$$\frac{\int_{\Omega(t)} P(\gamma_1/H_1, x)dp_1(x)}{\int_{\Omega(t)} P(\gamma_1/H_0, x)dp_0(x)} = \frac{\int_{\Omega(t)} P(\gamma_1/H_1, x)u(x)dx}{\int_{\Omega(t)} P(\gamma_1/H_0, x)\widetilde{u}(x)dx} =$$

$$= \frac{P_1(\gamma_1, t)}{P_0(\gamma_1, t)} \mathop{\gtrless}_{\gamma_0}^{\gamma_1} \frac{\Pi_{01} - \Pi_{00}}{\Pi_{10} - \Pi_{11}}, \tag{13}$$

где $P_1(\gamma_1, t)$ — текущее значение безусловной вероятности правильного обнаружения объекта в зоне $\Omega(t)$, $P_0(\gamma_1, t)$ — текущее значение безусловной вероятности ложной тревоги в зоне $\Omega(t)$.

Переходя к безусловному отношению правдоподобия $l(t) = P_1(\gamma_1, t)/P_0(\gamma_1, t)$, выражение (13) запишем в виде

$$l(t) \mathop{\gtrless}_{\gamma_0}^{\gamma_1} \frac{\Pi_{01} - \Pi_{00}}{\Pi_{10} - \Pi_{11}}. \tag{14}$$

Таким образом, полученное на основании выражений (11)—(13) оптимальное байесовское правило (14) проверки простой гипотезы против простой альтернативы состоит в максимизации отношения правдоподобия $l(t)$ в текущей зоне $\Omega(t)$ и сравнении его с порогом (10), причем, если $l(t) \geq c_b$, то принимается решение γ_1 (отклоняется гипотеза H_0), если $l(t) < c_b$, то принимается решение γ_0 (принимается гипотеза H_0).

В соответствии с выражением (13) оптимизация должна производиться по параметрам условной вероятности правильного обнаружения $P(\gamma_1/H_1, x)$ и параметрам текущей зоны обзора $\Omega(t)$.

Рассмотрим важный частный случай. Будем считать, что аналогично критерию Неймана—Пирсона фиксируется на постоянном уровне значение безусловной вероятности ложной тревоги $P_0(\gamma_1, t)$. Тогда согласно (13) нахождение максимума безусловного отношения правдоподобия сводится к нахождению максимума безусловной вероятности правильного обнаружения объекта

$$P_1(\gamma_1, t) = \int\limits_{\Omega(t)} P(\gamma_1/H_1, x)u(x)dx.$$

Таким образом, для нахождения оптимального байесовского правила принятия решения в текущей зоне $\Omega(t)$ зоны обзора Ω наряду с решением задачи проверки гипотез в этой зоне, должна быть решена задача нахождения оптимальной по байесовскому критерию минимума среднего риска стратегии поиска объекта. Стратегия поиска $\lambda(x, t)$ есть правило, которое в любой момент времени t устанавливает, в какой области зоны обзора Ω должен производиться поиск, и с какими энергетическими затратами.

Для дальнейших исследований введем основные ограничения на стратегию поиска, используемые обычно в теории поиска. Потребуем, чтобы стратегия поиска была T-урезанной, т. е. $\lambda(x, t) = 0$ при $t > T$ и $x \in \Omega$. Иными словами, должно выполняться условие обязательного просмотра зоны обзора Ω за время поиска T. Очевидно, что

$$\begin{aligned} &\lambda(x, t) > 0 \quad \text{для } x \in \Omega/\Omega(t), \\ &\lambda(x, t) = 0 \quad \text{для } x \in \Omega(t)/\Omega. \end{aligned} \tag{15}$$

Будем считать, что стратегия поиска должна быть постоянна для всех координат, просматриваемых в фиксированный момент времени t. При этом мера текущей зоны обзора $\Omega(t)$ должна быть неубывающей функцией времени t, поскольку стратегия поиска распространяется в течение всего времени поиска. Поэтому для каждой точки зоны обзора Ω есть момент времени $t(x)$, который определяет момент начала ее просмотра:

$$\begin{aligned} &\lambda(x, t) > 0 \quad \text{для } t \in [t(x), T], \\ &\lambda(x, t) = 0 \quad \text{для } t \in [0, t(x)]. \end{aligned} \tag{16}$$

Помимо указанных выше свойств стратегии поиска, потребуем, чтобы она удовлетворяла условию оптимальности, заключающемуся в том, что если каждой T-урезанной стратегии $\lambda(x, t)$ соответствует функционал $P_1(\gamma_1, t) = P(\lambda(x, t))$ — безусловная вероятность правильного обнаружения объекта за время t при стратегии $\lambda(x, t)$, то стратегия $\lambda_{\text{opt}}(x, t)$ будет оптимальна, если

$$P(\lambda_{\text{opt}}(x, t)) = \sup P(\lambda(x, t)). \tag{17}$$

Потребуем также, чтобы стратегия поиска была оптимальна для любого момента времени T окончания поиска, т. е. в какой бы момент времени поиск не был бы прерван, вплоть до этого момента времени он должен быть оптимальным по критерию максимума безусловной вероятности правильного обнаружения.

Из анализа результатов по выбору стратегий поиска, исследованных в теории поиска, из всех стратегий условиям (15)—(17) наиболее полно удовлетворяет класс равномерно-оптимальных стратегий поиска объекта [1—3, 19, 21]. Стратегия $\lambda(x, t)$ равномерно-оптимальна, если ее любая T-урезанная стратегия оптимальна, т. е.

$$P(\lambda(x, t)) = P(\lambda_{\text{opt}}(x, t)), \quad \in t \le T. \tag{18}$$

Таким образом, при решении задачи нахождения по байесовскому критерию минимума среднего риска стратегии поиска объекта оптимальной является равномерно-оптимальная стратегия поиска, в соответствии с которой должны быть выбраны текущие размеры и положение зоны $\Omega(t)$ в общей зоне обзора Ω.

Для нахождения меры области $\Omega(t)$ распространения стратегии поиска необходимо найти область первичного поиска Ω_C из условия $u(x) > C$, где C — постоянная, а затем решить дифференциальное уравнение Аркина с нулевым начальным условием [19]:

$$\frac{d\Omega(t)}{dt} = \frac{C(\Omega(t))L_0}{\Omega(t)C'(\Omega(t))}, \tag{19}$$

где $L_0 = \varepsilon P_0$ характеризует мощность РЛС P_0, $\varepsilon = \frac{G^2\lambda_R^2\sigma_{\text{об}}}{(4\pi)^3 D^4 N_0}$ — коэффициент пропорциональности, постоянный для конкретной РЛС, G — коэффициент усиления антенны РЛС, λ_R — длина волны РЛС, $\sigma_{\text{об}}$ — эффективная поверхность рассеяния объекта, D — дальность до объекта, N_0 — спектральная плотность мощности шумов излучения.

Для примера рассмотрим задачу совместной оптимизации поиска и обнаружения объекта по одной из осей координат, когда местоположение объекта задается в виде одномерного усеченного нормального закона с нулевым математическим ожиданием:

$$u(x) = \frac{1}{2\Phi(S/\sigma)\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \tag{20}$$

где $2S$ — размер зоны обзора Ω, $\Phi(\cdot)$ — интеграл вероятности; σ — среднее квадратичное отклонение.

Такое априорное задание местоположения объекта соответствует условию, когда при постоянной дальности до объекта ширина диаграммы направленности антенны по одной из угловых координат перекрывает весь диапазон угловых координат возможного появления объекта, а по другой угловой координате ширина диаграммы достаточно узкая. Тогда по этой (второй) угловой координате и должен быть произведен поиск объекта.

В соответствии с (13) при фиксированном на постоянном уровне значении безусловной вероятности ложной тревоги $P_0(\gamma_1, t)$ оптимизационная задача формулируется следующим образом:

$$\begin{aligned} &P_1(\gamma_1, t) = \int\limits_{\Omega(t)} u(x)P(\gamma_1/H_1, x)dx \longrightarrow \max, \\ &\lambda(x, t) \geq 0, \\ &x \in \Omega(t), \ t > 0, \\ &\int\limits_{\Omega(t)} \lambda(x, t)dx = L_0, \ t > 0, \\ &\int\limits_0^t \lambda(x, t)dt = \varphi(x, t), \\ &\int\limits_{\Omega(t)} \varphi(x, t)dx = L_0 t. \end{aligned} \tag{21}$$

Здесь $P_1(\gamma_1, t)$ — безусловная вероятность обнаружения объекта за время t в зоне обзора $\Omega(t)$, $P(\gamma_1/H_1, x)$ — условная вероятность обнаружения объекта, $\lambda(x, t)$ — функция плотности поиска или стратегия поиска, $\varphi(x, t)$ — поисковое усилие в точке x на момент времени t.

Определяя из уравнения радиолокации отношение сигнал/шум $q^2(x(t))$ в точке x зоны обзора Ω, поисковое усилие $\varphi(x, t)$ свяжем с отношением сигнал/шум следующей зависимостью:

$$\varphi(x, t) = 0.5q^2(x(t)). \tag{22}$$

Решение оптимизационной задачи (21) будем отыскивать в классе равномерно-оптимальных стратегий поиска [19].

Область первичного поиска определим как Ω_c: $\{u(x) > C(t)\}$, где $C(t)$ — постоянная для всех точек текущей зоны обзора величина. Учтем, что согласно (16) моменту времени $t(x)$ начала просмотра точки с координатами x соответствует текущая точка обзора $x(t)$. Имеем

$$\frac{1}{2\Phi(S/\sigma)\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}\exp\left(-\frac{x^2(t)}{2\sigma^2}\right) > C(t).$$

Решая полученное неравенство относительно x, получим

$$|x(t)| < \sigma\sqrt{2\ln\left(\frac{1}{2\Phi(S/\sigma)\sqrt{2\pi}\sigma C(t)}\right)},$$

где $|x(t)|$ — модуль числа $x(t)$.

Следовательно, мера области распространения стратегии поиска

$$\Omega(t) = 2\sigma\sqrt{2\ln\left(\frac{1}{2\Phi(S/\sigma)\sqrt{2\pi}\sigma C(t)}\right)}.$$

Отсюда

$$C(t) = \frac{1}{2\Phi(S/\sigma)\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\frac{\Omega^2(t)}{8\sigma^2}\right).$$

Для определения меры области распространения стратегии поиска во времени необходимо решить дифференциальное уравнение Аркина (19). Подставляя необходимые функции в дифференциальное уравнение Аркина и решая полученное дифференциальное уравнение с нулевым начальным условием, имеем

$$\Omega(t) = \sqrt[3]{12\sigma^2\int\limits_0^t L_0 dt} = \sqrt[3]{12\sigma^2 L_0 t}.$$

Теперь определим функцию $\lambda(x, t)$ стратегии поиска. При условии постоянства стратегии $\lambda(x, t)$ внутри области $\Omega(t)$ имеем

$$\lambda_1(x; t) = \\ = \begin{cases} \dfrac{L_0}{\Omega(t)} & \text{для } x \in \left]-\dfrac{\Omega(t)}{2}; \dfrac{\Omega(t)}{2}\right[, \\ 0 & \text{для } x \notin \left]-\dfrac{\Omega(t)}{2}; \dfrac{\Omega(t)}{2}\right[. \end{cases}$$

Таким образом, стратегия поиска будет распространяться в области $]-\Omega(t)/2; \ \Omega(t)/2[$.

Это будет происходить до тех пор, пока область распространения стратегии поиска не станет равной размерам зоны поиска. Определим этот момент времени t_1 из условия

$$\sqrt[3]{12\sigma^2 L_0 t_1} = 2S,$$

откуда

$$t_1 = \frac{2S^3}{3\sigma^2 L_0}.$$

За промежуток времени $[0; t_1]$ в точках зоны обзора накопится поисковый потенциал $\varphi_1(x)$. Вычислим его согласно выражению

$$\varphi_1(x) = \int\limits_{t(x)}^{t_1} \lambda_1(x; t)dt,$$

где $t(x)$ — введенная ранее функция, имеющая смысл времени начала просмотра точек x зоны поиска.

Подставляя выражение для $t(x)$ как нижний предел интегрирования и беря интеграл, имеем

$$\varphi_1(x) = \begin{cases} \dfrac{S^2 - x^2(t)}{2\sigma^2} & \text{для } x(t) \in \left[-\dfrac{\Omega(t)}{2}; \dfrac{\Omega(t)}{2}\right], \\ 0 & \text{для } x(t) \notin \left[-\dfrac{\Omega(t)}{2}; \dfrac{\Omega(t)}{2}\right]. \end{cases}$$

После момента t_1 стратегия поиска будет распространяться в условиях равномерной плотности распределения — «пьедестала». Это будет происходить в промежутке времени $[t_1; T]$. Стратегия поиска имеет вид

$$\lambda_2(x; t) = \begin{cases} \dfrac{L_0}{2S} & \text{для } x \in \Omega, \\ 0 & \text{для } x \notin \Omega. \end{cases}$$

В промежутке времени $[t_1; T]$ в точках зоны поиска накопится поисковый потенциал

$$\varphi_2(x) = \begin{cases} \dfrac{L_0}{2S}(T - t_1) & \text{для } x(t) \in \Omega, \\ 0 & \text{для } x(t) \notin \Omega. \end{cases}$$

В общем случае поисковый потенциал зависит и от времени t. Приведенные выше выражения для расчета поискового потенциала в точках зоны поиска записаны на конкретные моменты времени t_1 и T, поэтому здесь зависимость от времени опущена. В общем случае выражение для расчета поискового потенциала имеет вид

$$\varphi(x; t) = \begin{cases} \dfrac{3^{2/3} L_0^{2/3}}{2^{5/3}\sigma^{2/3}} & \text{для } t \in [0; t_1],\ x \in \left[-\dfrac{\Omega(t)}{2}; \dfrac{\Omega(t)}{2}\right], \\ \dfrac{L_0 t}{2S} - \dfrac{S^2}{3\sigma^2} & \text{для } t \in [t_1, T],\ x(t) \in \Omega. \end{cases}$$

Определив количество поискового потенциала, накопленное в точках x зоны поиска и учитывая связь поискового потенциала с величиной $q^2(x)$ согласно (22), рассчитаем условную и безусловную вероятности правильного обнаружения объекта за время поиска T.

Рассмотрим случай радиолокационного обнаружения когерентного сигнала, характеризуемого случайной начальной фазой и случайным амплитудным множителем. Для этого случая широкий класс реальных распределений амплитудного множителя описывается моделью m-распределения Накагами [22]:

$$W(b) = K_m b^{2m-1} \exp(-mb^2),$$

где b — амплитудный множитель, $K_m = 2m^m/\Gamma(m)$ — нормирующий коэффициент, $\Gamma(m)$ — гамма-функция.

Для сигнала со случайной амплитудой и равномерно распределенной начальной фазой условная вероятность правильного обнаружения сигнала применительно к произвольному m-распределению амплитудного множителя имеет вид [9, 22]

$$P_1(\gamma_1/H_1, x) = (-1)^{m-1} K_m \frac{d^{(m-1)}}{dv^{(m-1)}} \left[\frac{e^{(-S_0^2(2v - q^2(x))/4v}}{2v - q^2(x)}\right],$$

где

$$v = m + \frac{q^2}{2},$$

$$S_0 = \sqrt{2\ln(1/F)},$$

$$F = P_0(\gamma_1/H_0, x)$$

— условная вероятность ложной тревоги, $q^2(x)$ — отношение сигнал/шум в точке x зоны обзора Ω.

Для рэлеевского распределения $m = 1$ [22]

$$P_1(\gamma_1/H_1, x) = F^{1/(1 + q^2(x))}. \tag{23}$$

Для распределения Сверлинга ($m = 2$) [22]

$$P_1(\gamma_1/H_1, x) = \left[1 + \frac{q^2(x)/4}{[(1 + q^2(x))/4]^2} \ln\frac{1}{F}\right] F^{1/(1 + q^2(x))}. \tag{24}$$

Рассчитаем условную вероятность правильного обнаружения объекта для случая $m = 3$. При этом

$$P_1(\gamma_1/H_1, x) = (-1)^2 K_3 \frac{d^2}{dv^2} \left[\frac{e^{-\frac{S_0^2(2v - q^2(x))}{4v}}}{2v - q^2(x)}\right],$$

где $K_3 = 27$.

Первая производная от выражения в квадратных скобках имеет вид

$$-\frac{e^{-S_0^2\left(\frac{1}{2} - \frac{q^2(x)}{4\nu}\right)} \left\{\dfrac{S_0^2 q^2(x)}{4\nu^2} [2\nu - q^2(x)] + 2\right\}}{[2\nu - q^2(x)]^2}.$$

Выполнив ряд математических преобразований, получим выражение для второй производной по ν

$$-F^{1/[1 + q^2(x)/6]}\{4/3\ln(1/F)q^4(x)/[1 + q^2(x)/6]^3 - 16\ln(1/F)q^2(x)/[1 + q^2(x)/6]^2 - 2/3\ln(1/F)^2 q^4(x)/[1 + q^2(x)/6]^4 - 48\}/1296.$$

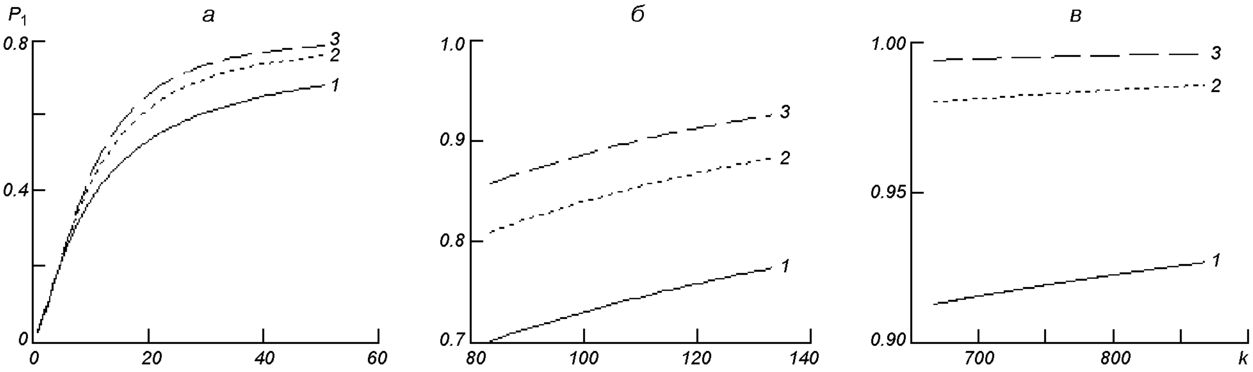

Рис 1. Зависимость безусловной вероятности обнаружения объекта от величины, пропорциональной общему поисковому потенциалу информационной системы при h = 1 (*а*), 5 (*б*), 10 (*в*); кривая *1* — m = 1; кривая *2* — m = 2; кривая *3* — m = 3

После ряда преобразований выражение для условной вероятности правильного обнаружения для случая m = 3 имеет вид

$$P_1(\gamma_1/H_1, x) =$$

$$= F^{1/[1+q^2(x)/6]}\{1 - 1/36\ln(1/F)q^4(x)/[1 + q^2(x)/6]^3 + 1/3\ln(1/F)q^2(x)/[1 + q^2(x)/6]^2 + 1/72\ln(1/F)^2q^4(x)/[1 + q^2(x)/6]^4\}. \quad (25)$$

Выражения для безусловной вероятности правильного обнаружения объекта для различных значений m получим, подставляя выражения (20), (23)—(25) в (21) и учитывая (22). Предварительно введем следующие обозначения: $h = S/\sigma$, $w = x/\sigma$, $k = L_0T/\sigma$. Тогда, переходя к безусловной вероятности правильного обнаружения объекта, получим для m = 1:

$$P_1(\gamma_1, T) =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\Phi(h)}\int_{-h}^{h}\exp(-2\ln(1/F)/(2 + 1/3h^2 + k/h - w^2) - w^2/2)dw,$$

для m = 2:

$$P_1(\gamma_1, T) =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\Phi(h)}\int_{-h}^{h}(1 + (h^2/12 - w^2/4 + k/(4h))/(1 + h^2/12 - w^2/4 + k/(4h))^2\ln(1/F)\times$$

$$\times\exp(\ln(F)/(1+h^2/12-w^2/4+k/(4h)) - w^2/2))dw,$$

для m = 3:

$$P_1(\gamma_1, T) =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\Phi(h)}\int_{-h}^{h}(1 - (1/9\ln(1/F)(h^2/6 - w^2/2 + k/(2h))^2)/(1 + h^2/18 - w^2/6 + k/(6h))^3 +$$

$$+ 2/3ln(1/F)(h^2/6 - w^2/2 + k/(2h))/(1 + h^2/18 - w^2/6 + k/(6h))^2 + 1/18(\ln(1/F)^2(h^2/6 - w^2/2 + k/(2h))^2/(1 + h^2/18 - w^2/6 + k/(6h))^4\times$$

$$\times\exp(\ln(F)/(1 + h^2/18 - w^2/6 + k/(6h)) - w^2/2))dw.$$

Зависимости безусловной вероятности правильного обнаружения от величины, пропорциональной общему поисковому потенциалу, при значениях условной вероятности ложной тревоги F = 0.01 представлены на рис. 1. Минимальное значение величины k, пропорциональной значению общего поискового потенциала РЛС, выбирается из условия обязательного просмотра всей зоны поиска ($k \geq 2/3h^3$).

Для оценки эффективности алгоритма поиска и обнаружения объекта с использованием равномерно-оптимальной стратегии поиска проведем сравнение этого алгоритма с известными алгоритмами пространственно-временного распределения поисковых усилий в РЛС [8, 12, 14], предполагающими равномерное распределение поискового потенциала по зоне обзора. Выражения для условной вероятности правильного обнаружения объекта при равномерном распределении поискового потенциала по зоне поиска имеют вид:

— для $m = 1$

$$P_1(\gamma_1/H_1, x) = F^{1/(1+k/(2h))}, \qquad (26)$$

— для $m = 2$:

$$P_1(\gamma_1/H_1, x) = (1 + \ln(1/F)k/(4h(1 + k/(4h))^2))F^{1/(1+k/(4h))}, \qquad (27)$$

— для $m = 3$:

$$P_1(\gamma_1/H_1, x) = (1 - \ln(1/F)k^2/(36h^2(1 + k/(6h))^3) + \ln(1/F)k/(3h(1 + k/(6h))^2) + (\ln(1/F))^2k^2/(72h^2(1 + k/(6h))^4))F^{1/(1+k/(6h))}. \qquad (28)$$

Безусловную вероятность правильного обнаружения объекта при равномерном распределении поискового потенциала по зоне поиска получим, подставляя (20), (26)—(28) в (21). Тогда, используя введенные ранее обозначения при $t \to T$,
для $m = 1$:

$$P_1(\gamma_1, T) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\Phi(h)}\int_{-h}^{h} \exp(\ln(F)/(1 + k/(2h)) - w^2/2)dw,$$

для $m = 2$:

$$P_1(\gamma_1, T) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\Phi(h)}\int_{-h}^{h} (\{1 + \ln(1/F)k/(4h(1 + k/(4h)^2)) \times \exp(\ln(F)/(1 + k/(4h)) - w^2/2)dw,$$

для $m = 3$:

$$P_1(\gamma_1, T) = \frac{1}{2\Phi(h)\sqrt{2\pi}} \times \int_{-h}^{h} \left(1 - \frac{\ln(1/F)k^2}{36h^2(1 + k/(6h))^3} + \frac{\ln(1/F)k}{3h(1 + k/(6h))^2} + \frac{(\ln(1/F))^2k^2}{72h^2(1 + k/(6h))^4}\right)\exp\left(\frac{\ln(F)}{1 + k/(6h)} - w^2/2\right)dw.$$

На рис. 2 представлены зависимости безусловной вероятности обнаружения объекта при равномерном распределении поискового потенциала по зоне обзора (нижняя кривая) и при синтезированном алгоритме распределения поискового потенциала по зоне обзора (верхняя кривая) от величины, пропорциональной общему поисковому потенциалу системы при различных значениях величины m ($h = 10$, $F = 0.01$). Видно, что алгоритм поиска и обнаружения с использованием равномерно-оптимальной стратегии поиска обеспечивает более высокое значение безусловной вероятности правильного обнаружения объекта. Это особенно заметно при условии жесткого ограничения на величину общего поискового потенциала (малые значения величины k). При фиксации на постоянном уровне значения безусловной вероятности правильного обнаружения объекта выигрыш переходит в сокращение времени поиска и обнаружения объекта.

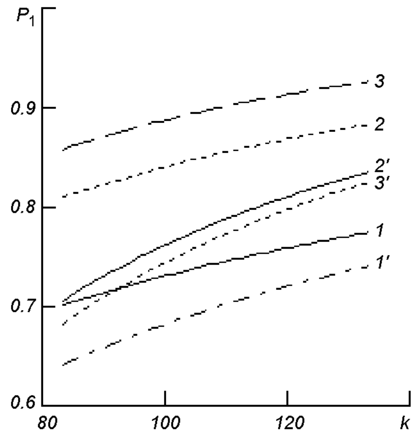

Рис. 2. Зависимость безусловной вероятности обнаружения объекта от величины, пропорциональной общему поисковому потенциалу информационной системы, при $h = 10$; кривые *1* — $m = 1$; кривые *2* — $m = 2$; кривые *3* — $m = 3$ при синтезированном алгоритме (верхние кривые) и при равномерном распределении поискового потенциала по зоне поиска (нижние кривые)

ВЫВОДЫ И НАПРАВЛЕНИЯ ДАЛЬНЕЙШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

1. Таким образом, совместные алгоритмы поиска и обнаружения объекта с использованием стратегии поиска в классе равномерно-оптимальных стратегий обеспечивают выигрыш в безусловной правильного вероятности обнаружения объекта по сравнению с традиционным распределением поискового потенциала по зоне обзора. Этот выигрыш особенно возрастает с ужесточением требований к поисковому потенциалу РЛС.

2. На основании выполненных исследований можно сформулировать следующее уточненное байесовское правило принятия решения: при решении задачи проверки простой гипотезы против простой альтернативы совместная оптимизация поиска и обнаружения объектов сводится к нахождению равномерно-оптимальной стратегии поиска, вычислению максимума безусловного отношения правдоподобия в текущей зоне обзора и сравнению его с порогом.

3. Сформулированное правило достаточно легко распространяется на случай многоальтернативной задачи проверки гипотез, и при соответствующей доработке остается справедливым для случая дискретного поиска.

1. Аркин В. И. Задачи оптимального распределения поисковых усилий // Теория вероятностей и ее применения.—1964.—**9**, вып. 1.—С. 69—82.
2. Аркин В. И. Равномерно-оптимальные стратегии поиска в задачах поиска // Теория вероятностей и ее применения.—1964.—**9**, вып. 1.—С. 82—92.
3. Аркин В. И. Некоторые экстремальные задачи, связанные с теорией поиска // Теория вероятностей и ее применения.—1965.—**10**, вып. 3.—С. 49—64.
4. Васильев О. В., Карев В. В. Управляемый радиолокационный поиск воздушных целей, оптимизированный по информационному критерию // Радиотехника.—2000.—№ 3.—С. 84—88.
5. Васильев О. В., Меркулов В. И., Карев В. В. Управляемый радиолокационный поиск воздушных целей // Успехи современной радиоэлектроники.—2002.—№ 1.—С. 49—61.
6. Гонин Г. Б. Космические съемки Земли. — М.: Недра, 1989.—252 с.
7. Кондратьев К. Ф., Поздняков Д. В. Новое в дистанционном зондировании окружающей среды // Исследования Земли из космоса.—1996.—№ 1.—С. 107—121.
8. Корнеев А. В., Ярушкин М. М. Особенности построения двухпозиционной РСА типа ИСЗ-ЛА // НММ по цифровой обработке сигналов. — М.: ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1995.
9. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Радио и связь, 1989.—655 с.
10. Лукин В. В. Цели, методы и алгоритмы локально-адаптивной устойчивой фильтрации радиолокационных изображений // Космічна наука і технологія.—1998.—**4**, № 2/3.—С. 39—50.
11. Лялько В. І., Федоровський О. Д., Рябоконенко О. Д. та ін. Використання космічної інформації у вирішенні водогосподарських і водоохоронних завдань // Космічна наука і технологія.—1997.—**3**, № 3/4.—С. 40—49.
12. Новожилова Л. М. Некоторые модели поиска движущегося объекта. — Автореферат диссертации. — Л.: ЛГУ, 1975.—16 с.
13. Радиолокация поверхности Земли из космоса / Под ред. Л. М. Митника, С. В. Викторова. — Л.: Гидрометеоиздат, 1990.—200 с.
14. Сазонов Н. А., Щербинин В. Н., Ярушкин М. М. Алгоритм формирования радиолокационного изображения в авиационно-космической двухпозиционной РСА // Радиотехника.—2000.—№ 4.—С. 71—77.
15. Татарский Б. Г., Романенко Г. С., Дыморец Р. З. Оптимизация процедуры обзора пространства радиолокационной системой на основе методов искусственного интеллекта // Радиотехника.—1998.—№ 4.—С. 87—91.
16. Теребулин С. Ю., Юрчик И. А. Совместная оптимизация алгоритмов обзора пространства и процедур обработки радиолокационной информации // Радиотехника.—1996.—№ 10.—С. 71—75.
17. Федоровский А. Д. Дешифрирование космических снимков и распознавание ландшафтных зон на основе структурного анализа // Космічна наука і технологія.—2000.—**6**, № 2/3.—С. 39—44.
18. Федоровский А. Д., Гриневецкий В. Т., Костюченко Ю. В., Кувшинов А. Ю. Ландшафтноведческий подход при дешифрировании космических снимков // Космічна наука і технологія.—1998.—**4**, № 1.—С. 39—45.
19. Хеллман О. Введение в теорию оптимального поиска. — М.: Наука, 1985.—246 с.
20. Юдин Д. Б. Задачи и методы стохастического программирования. — М.: Наука. 1979.—392 с.
21. Худов Г. В. Поиск нескольких сигналов в бортовых информационных системах // Информатика.—1998.—Вып. 5.—С. 67—74.
22. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. — М: Радио и связь, 1981.—416 с.
23. Яцевич С. Е., Курекин А. С., Уваров В. Н. Автоматическая внутренняя калибровка радиолокационной системы дистанционного зондирования // Космічна наука і технологія.—1998.—**4**, № 2/3.—С. 34—38.

JOINT BAYES'S OPTIMIZATION OF SEARCH AND DETECTION OF OBJECTS IN SPACE RADAR-TRACKING SYSTEMS OF REMOTE SOUNDING

D. V. Golkin, G. V. Hudov

Basic results of the solution of problems on a search and detection of objects in radar-tracking systems (RADAR) are briefly analysed. We consider the problem on joint optimization of the search and detection of objects in conditions of the limited search potential with reference to space radar-tracking systems of remote sounding. Differential characteristics of bayes's criterion of a minimum of average risk are entered. A bayes's rule of decision-making by joint optimization of search and detection of objects in a current zone of the review is specified.