

УДК 534.1

В. П. Трякин<sup>1</sup>, Н. Г. Шульженко<sup>2</sup>, П. П. Гонтаровский<sup>2</sup>, Ю. И. Матюхин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Державне конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля, Дніпропетровськ

<sup>2</sup>Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного Національної академії наук України, Харків

## Оценка резонансных режимов колебаний космического аппарата

Надійшла до редакції 18.04.03

Викладено результати досліджень вільних і вимушених коливань просторової стержневої конструкції космічного апарата, які використані в аванпроекті, при гармонічних збуреннях від небалансу роторів електромахових двигунів орієнтації з урахуванням зосереджених мас та демпфування в матеріалі на основі методу скінченних елементів.

Для обеспечения ориентации космических аппаратов (КА) обычно используются электромаховичные двигатели. Их роторы обладают статическим и динамическим небалансом и создают вращающиеся векторы силы и момента, пропорциональные квадрату угловой скорости. Эти нагрузки вызывают гармонические вынужденные колебания КА и размещенных на них приборов. На уровень вибрации приборов устанавливаются жесткие нормы. Для оценки уровня колебаний КА разработано специальное математическое обеспечение, которое позволяет численно моделировать вынужденные колебания конструкций при различных условиях работы двигателей.

Фермы КА представляют собой сложные пространственные рамные конструкции, содержащие сотни произвольно соединенных стержней различного сечения, несущих специальное оборудование. В данной методике эти объекты могут моделироваться набором стержней с распределенными и сосредоточенными массами и моментами инерции с учетом демпфирования в материале.

Алгоритм решения задачи построен на использовании метода конечных элементов. Задача сводится к системе дифференциальных уравнений относительно вектора неизвестных узловых перемещений  $\mathbf{u}$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\mathbf{u} = \mathbf{P}e^{i(\omega t + \alpha)}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{M}$  — матрица масс конструкции,  $\mathbf{B}$  — матрица демпфирования,  $\mathbf{C}$  — матрица жесткости,  $\mathbf{P}$  — вектор амплитуды внешней нагрузки. Решение может быть представлено в виде

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_c \cos \omega t + i \mathbf{u}_s \sin \omega t.$$

Система алгебраических уравнений относительно амплитуд вектора перемещений имеет вид [1]

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C} - \omega^2 \mathbf{M} & \mathbf{B} \omega \\ -\mathbf{B} \omega & \mathbf{C} - \omega^2 \mathbf{M} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{u}_c \\ i \mathbf{u}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_c \\ i \mathbf{P}_s \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Система (2) является несимметричной и содержит в каждом узле конечноэлементной расчетной схемы по 12 неизвестных параметров (шесть действительных и шесть мнимых величин). Ее можно симметризовать за счет изменения знака нижней половины уравнений. Группируя в каждом узле компоненты действительных и мнимых частей, получим клеточно-ленточную структуру матрицы, как и в случае отсутствия демпфирования. Принимая независимость демпфирования от частоты колебаний по Бокку [2], после симметризации системы (2) получим

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C} - \omega^2 \mathbf{M} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & -\mathbf{C} + \omega^2 \mathbf{M} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{u}_c \\ i \mathbf{u}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_c \\ -i \mathbf{P}_s \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Для расчетного определения амплитудно-частотной характеристики отдельных узлов конструкции

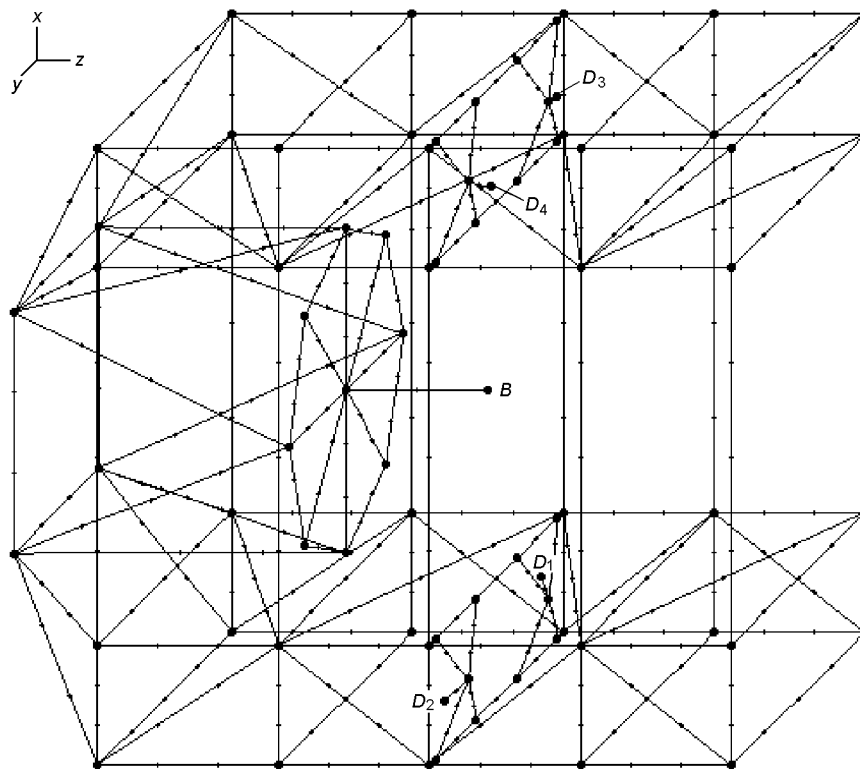


Рис. 1. Расчетная схема космического аппарата:  $D_1$ – $D_4$  — электромаховичные двигатели,  $B$  — центр масс оптического блока

в заданном диапазоне частот разработана программа на языке Си, состоящая из двух исполняемых файлов. В первом файле осуществляется ввод и контроль исходной информации, дискретизация конструкции на конечные элементы и вычисление редкозаполненных матриц  $M$ ,  $B$ ,  $C$  (1) специальной клеточно-столбцовой структуры, зависящей от конфигурации соединения стержней. Построение алгоритмов расчета с матрицами такой структуры позволило существенно снизить вычислительные затраты и память ЭВМ. Второй загрузочный модуль выполняет построение системы разрешающих уравнений и вычисление амплитудно-частотной характеристики или спектра собственных частот и форм колебаний с использованием упрощенной системы

$$(C - \omega^2 M)u = 0. \quad (4)$$

Для этого разработана методика поиска собственных частот и форм колебаний на заданном интервале методом шагов по частоте с последующей их локализацией и уточнением. Для учета в симметричных конструкциях явления кратности частот разработан алгоритм, использующий принцип зо-

лотого сечения. В случае близко расположенных частот при прохождении интервала возможен пропуск нескольких частот. Это фиксируется алгоритмом по числу перемен знака главных миноров определителя системы (4) [3], который вычисляется с помощью метода квадратного корня с обобщением его на неположительно определенные матрицы. Пропущенные частоты определяются повторным расчетом соответствующего интервала с более мелким шагом. Амплитудно-частотная характеристика конструкции может строиться как с учетом, так и без учета демпфирования в материале. В последнем случае уравнения вида (4) решаются почти на порядок быстрее, чем с учетом демпфирования. По амплитудным значениям перемещений строятся формы свободных или вынужденных колебаний, которые визуализируются на экране монитора с помощью сервисного модуля.

Алгоритмом решения задачи предусмотрен учет деформации сдвига и инерции поворота сечений при изгибе стержней [4], что существенно уточняет математическую модель стержневых конструкций на высоких частотах. Для этого использованы

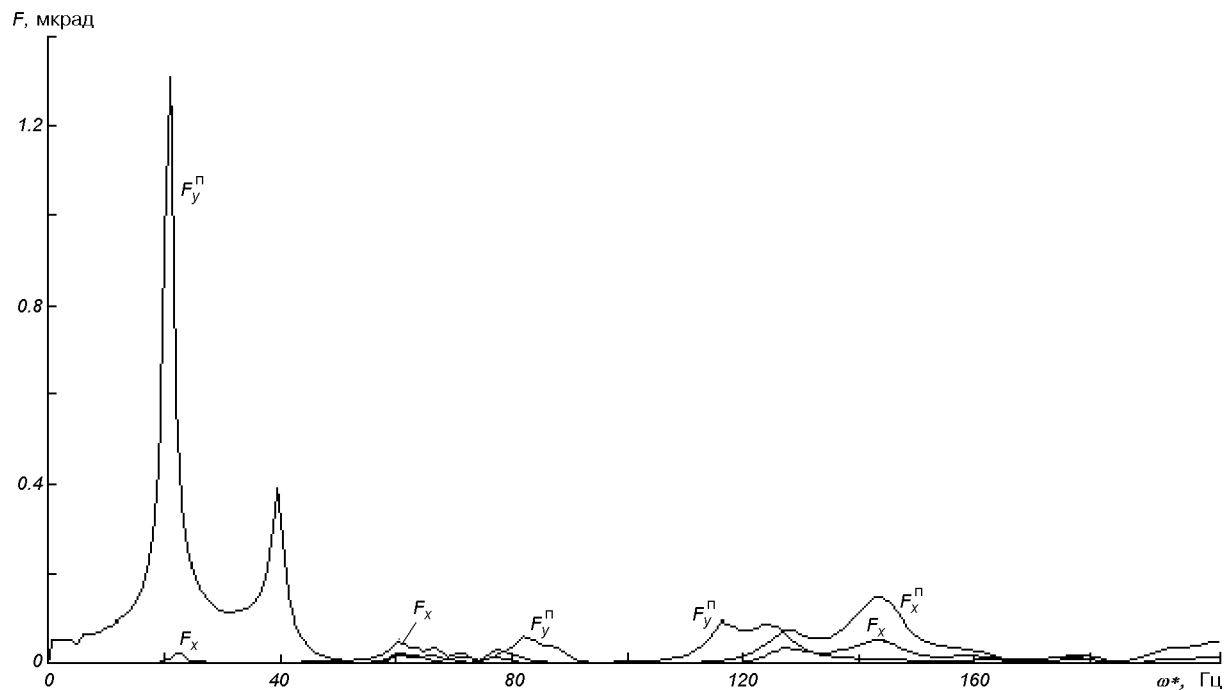


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика оптического блока при работе четырех двигателей:  $F_x$  — небалансы двигателей находятся в одной фазе,  $F_x^n$ ,  $F_y^n$  — небалансы второго и четвертого двигателей находятся в противофазе

специальные стержневые конечные элементы, в которых учет этих факторов не приводит к появлению дополнительных неизвестных, повышающих порядок системы уравнений.

С помощью разработанного программного обеспечения были выполнены исследования вынужденных колебаний конструкции с оптическим блоком в диапазоне частот 1—200 Гц от небаланса четырех электромаховичных двигателей.

Схема рамы, состоящей из углепластиковых стержней в форме трубы квадратного сечения со сторонами 40 мм и толщиной стенки 2 мм, представлена на рис. 1. Размеры фермы составляют 2050, 1250, 2460 мм вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно.

В заданном диапазоне частот оптический блок весом 2600 Н и с моментами инерции  $J_z = 31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $J_x = J_y = 212 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  можно рассматривать в первом приближении как твердое тело с центром масс, отстоящим на 470 мм от плоскости крепления к шпангоуту, состоящему из стержней сечением  $15 \times 120 \text{ мм}$  (точка  $B$ ). Вращающаяся нагрузка от небаланса каждого ротора при частоте вращения 100 Гц составляла 16.1 Н, а момент — 0.04 Н·м. Характеристики материала углепластика  $E = 1.5 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;  $\nu = 0.15$ ;  $\rho = 1.5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Масса остальных приборов распределялась по стержням

(кроме шпангоута и стоек).

Выполнены расчеты собственных частот, форм и амплитудно-частотных характеристик космического аппарата в указанном диапазоне частот для уточненной расчетной схемы с учетом деформаций сдвига и инерции поворота поперечных сечений, с разным уровнем затухания для нескольких вариантов работы двигателей. Как и следовало ожидать, спектр собственных частот КА настолько густой, что решение задачи отстройки собственных частот от рабочих становится бессмысленным. Например, первая собственная частота КА близка к 5.2 Гц, а сотая — 148.2 Гц.

При учете рассеяния энергии в материале число резонансов, наблюдаемых на амплитудно-частотных характеристиках перемещений и углов поворота в контрольных точках, становится значительно меньше числа собственных частот. При этом количество резонансов уменьшается по мере роста демпфирования в материале, так что группы резонансов вырождаются в одиночные пики.

Результаты расчета вынужденных колебаний КА показывают, что при верхнем значении декремента затухания в материале ( $\delta = 0.15$ ) угловые вибрации оптического блока в области 20 Гц превышают в два раза допустимые значения  $727 \cdot 10^{-9}$  рад (рис. 2).

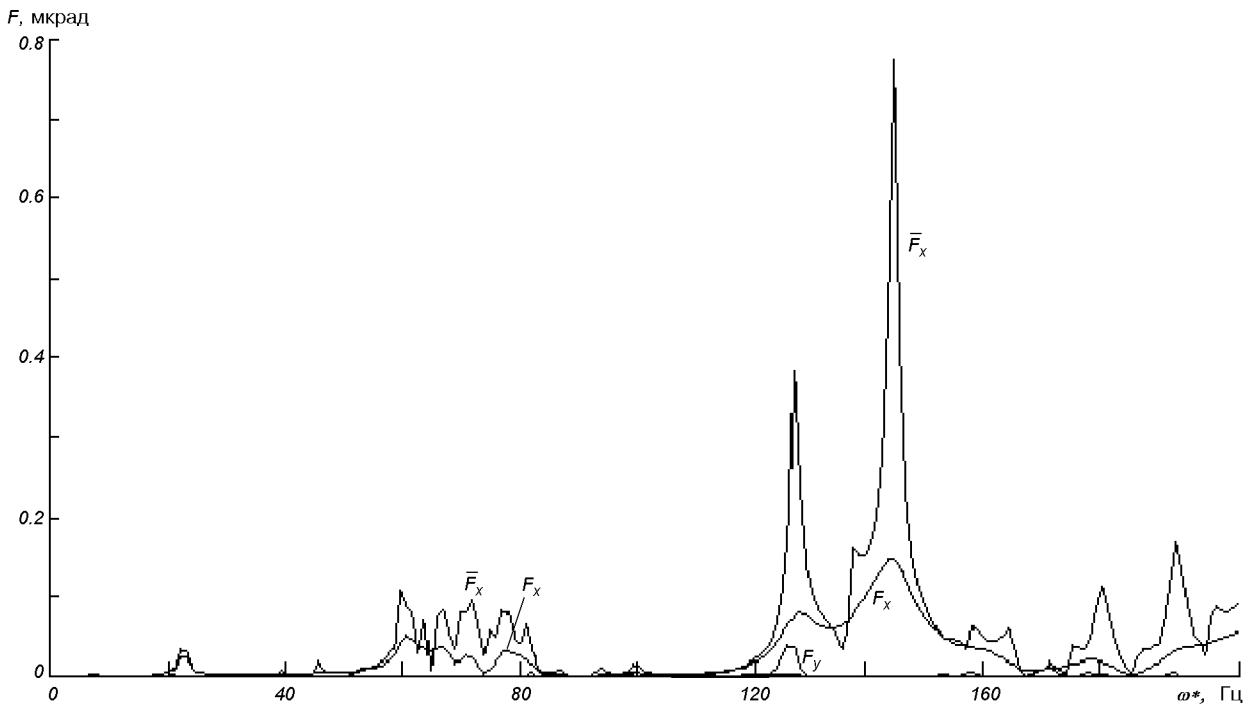


Рис. 3. Амплитуды угловых вибраций центра масс оптического блока при работе четырех двигателей (небалансы роторов имеют одинаковую фазу):  $F_x$  — для декремента затухания 0.15 и  $\bar{F}_x, F_y$  — для декремента затухания 0.03

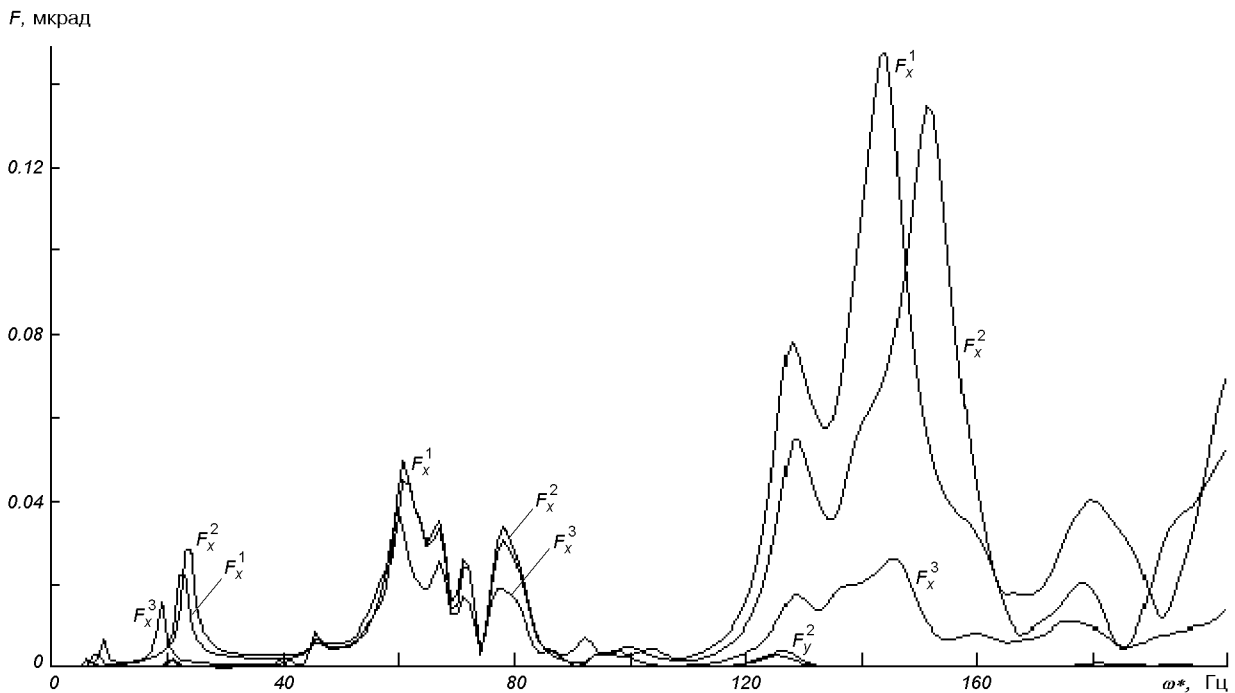


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика центра масс оптического блока при работе четырех двигателей (небаланс роторов находится в одной фазе): 1 — исходная конструкция, 2 — жесткость стоек увеличена в 10 раз, 3 — жесткость стоек уменьшена в 10 раз

Здесь и далее  $\omega^* = \omega/(2\pi)$ . Вместе с тем на частотах выше 40 Гц амплитуды меньше допустимого уровня. При больших значениях частот угловые вибрации оптического блока значительно меньше допустимых. При уменьшении декремента затухания до  $\delta = 0.03$  амплитуды увеличиваются в 4—5 раз, а резонансные пики становятся более выраженными (рис. 3).

Оценка влияния упругих свойств стоек, на которые опирается шпангоут с оптическим блоком, показала, что увеличение и уменьшение на порядок модуля упругости материала от исходного значения приводит к смещению резонансных пиков и изменению их уровня. Однако уровень максимальных амплитуд угловых перемещений оптического блока во всем рассматриваемом диапазоне частот изменяется несущественно (рис. 4). За счет изменения жесткостных и инерционных характеристик элементов конструкции нельзя существенно уменьшить максимальные амплитуды колебаний оптического блока во всем диапазоне частот. Такую задачу можно решать только для узких интервалов частот.

Из полученных результатов следует также, что амплитуды колебаний стержней фермы, возбуждаемые небалансами двигателей, во много раз превышают амплитуды центра масс оптического блока.

Выполненная в работе визуализация изменения форм собственных и вынужденных колебаний во времени, цветное представление анимации деформированного состояния существенно облегчает анализ результатов. Отметим высокое быстродействие программного обеспечения, которое достигается за счет рациональной организации вычислительного процесса и использования алгоритмов, учитывающих ленточно-столбцевую структуру системы разрешающих уравнений МКЭ. Так, время расчета вынужденных колебаний КА как стержневой системы, имеющей 5340 степеней свободы, на персональном компьютере с тактовой частотой 400 МГц составляет примерно 20 с.

Разработанное математическое обеспечение позволяет путем моделирования вынужденных колебаний сложных стержневых конструкций на этапе проектирования добиться выполнения норм на уровень вибрации, сократив затраты на экспериментальные исследования и сроки доводки.

В заключение отметим, что необходимое снижение уровня вибраций оптического блока в широком диапазоне частот за счет изменения жесткостных характеристик стоек, на которые опирается шпангоут с блоком, не достигается, поэтому для решения поставленной задачи необходимы изменения других конструктивных особенностей системы. Вместе с тем подчеркнем, что вибрации выше допустимого уровня наблюдаются только в узких диапазонах частот возбуждения, меньших 40 Гц. Этим обстоятельством можно воспользоваться для осуществления мероприятий по уменьшению колебаний блока при доводке конструкции.

1. Зенкевич О. К. Метод конечных элементов в технике. — М.: Мир, 1975.—542 с.
2. Пановко Я. Г. Внутреннее трение при упругих колебаниях. — М.: Физматгиз, 1960.—194 с.
3. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. — М.: Физматгиз, 1959.—440 с.
4. Филиппов А. П. Колебания деформируемых систем. — М.: Машиностроение, 1970.—736 с.

---

#### ESTIMATING THE RESONANCE OSCILLATION REGIMES IN SPACE VEHICLES

V. P. Triakin, N. G. Shul'zhenko, P. P. Gontarovskii,  
Yu. I. Matiukhin

We present some results of an investigation of natural and forced oscillation of a space vehicle spatial structure for the case of harmonic excitation due to imbalance of rotors of electric momentum orientation motors with consideration for lumped masses and damping in the material. The investigation was carried out on the basis of the finite-element method. Our results are used in the pilot project.