

Эти выражения получены из более общих формул Р. Хилла [2] с использованием условия  $\Delta\varepsilon\rho + \Delta\varepsilon\theta + \Delta\varepsilon\sigma = 0$ , поэтому большие значения деформаций следует записывать в логарифмической форме.

Величины  $\sigma$  и  $\varepsilon$  связаны зависимостью  $\sigma = f(\varepsilon)$ , представляющей собой диафрагму истинных напряжений при линейном растяжении.

После определения деформаций первого элемента фланца пересчитывается его длина и толщина  $l_1 s_1$ . С учетом приращения длины первого элемента находится перемещение второго элемента. В общем виде  $U_l + 1 = U_l - \Delta_u$ ,  $U_l = \Delta R$ .

Приращение радиального напряжения на границе элементов, проходящей по радиусу  $\rho_l$ , определяется из условия равновесия:

$$(\sigma_\rho + \Delta\sigma_\rho) s_{l+1} \rho_l = \sigma_\rho (\rho_l + l_l) s_l - \sigma_\theta s_l l_l + \mu q l_l (2\rho_l + l_l),$$

где  $q$  — давление прижима, требуемая величина которого рассчитывается в соответствии с [1].

Расчет напряжений и деформаций на участках контакта со сферическим пуансоном и свободном от контакта производится аналогично с учетом напряжения и контакта с матрицей и пуансоном.

Поскольку при вытяжке сферических днищ граничные условия изменяются (их определяет текущее положение фланца) расчет ведется от вершины

днища к «движущей» границе (наружного контура фланца). На участках результаты расчетов будут правильными, если найденные для данной стадии формообразования тангенциальные деформации  $\varepsilon\theta$  и толщинные  $\varepsilon_s$  на границе совпадут со значениями, соответствующими заданному положению фланца заготовки, при поэтапном его перемещении.

1. Попов Е. А. Основы теории листовой штамповки. — М.: Машиностроение, 1977.
2. Хилл Р. Математическая теория пластичности — М.: ГИТЛ, 1956.
3. Чянь Д., Кобаяси С. Влияние анизотропии и параметров упрочнения на распределение напряжений и деформаций при глубокой вытяжке // Тр. Амер. об-ва инженеров-механиков. Сер. Конструирование и технология машиностроения.—1965.—4.

#### METHOD OF DEFORMATIONS STRESSES DETERMINATION AT THE SHELLS STRETCHING OF SPHERICAL BOTTOMS

N. N. Ubyz'kyi

A method of stress and deformations determination at the stretching of spherical bottoms of the rocket tanks is described.

УДК 62-251-755:681.5

## ОСОБЕННОСТИ ВРАЩЕНИЯ ЖЕСТКОГО РОТОРА, ЗАКРЕПЛЕННОГО В УПРУГИХ ОПОРАХ С ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУРАВНОВЕШЕННОСТЬЮ

© А. Ю. Животов

Державне конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля

Розглянуто обертання циліндричного ротора з динамічною неврівноваженістю. Вказано розташування головної центральної осі інерції, центра мас ротора та осі обертання при докритичних та надкритичних швидкостях. Отримані аналітичні залежності дозволяють визначити сили та моменти, що діють на динамічно навантажений ротор. Визначено додатковий обертаючий момент.

Прогресс в развитии отечественного машиностроения, в частности аэрокосмического комплекса, связан с непрерывным ростом рабочих скоростей вращающихся узлов и деталей. Высокие скорости вращения валов авиационных турбин, ТНА, осей гироколов предъявляют повышенные требования к динамическому уравновешиванию роторов для исключения возрастающих вибраций машин и определяют необходимость совершенствования методов и

средств балансировки. Необходимо рассматривать балансировку как обратную задачу динамики неуравновешенного ротора. Поэтому вопросы теории вращения ротора приобретают первостепенное значение. Изучение особенностей вращения цилиндрического вала (в дальнейшем — ротора) представляет собой актуальную, современную задачу, позволяющую существенно уменьшить динамическую нагруженность и тем самым продлить срок эксплуатации.

атации вала, добиться его безвibrationного вращения. Высокие скорости обуславливают необходимость динамической балансировки роторов, которая осуществляется на балансировочных станках или с помощью автобалансирующих устройств.

В основе идентификации и последующего устранения дисбалансов лежат особенности динамики роторов, обладающих неуравновешенностью на различных скоростях вращения. Традиционно вращение роторов изучается с помощью уравнений Лагранжа [1], составление и решение которых является трудоемким и механическим процессом [2].

Исследования особенностей вращения ротора со статической неуравновешенностью [3] и отдельно с моментной неуравновешенностью [4], проведенные с учетом физики процесса и уравнений в аналитической форме, выявили необходимость учета дополнительных крутящих моментов, обусловленных увеличением моментов инерции ротора из-за несовпадения главной центральной оси инерции (ГЦОИ) с геометрической осью.

Учет дополнительных вращающих и силовых инерционных моментов прояснил явления самобалансирования ротора и выявил накопление ротором дополнительной потенциальной энергии при перепостроениях ротора относительно оси вращения.

Уравнения движения ротора в аналитической форме имеют вид:

для ротора со статической неуравновешенностью —

$$m\omega^2 a^2 + m\omega^2 a \cos\alpha - 2ka \sin\alpha = 0, \quad (1)$$

$$\sin\alpha = \frac{a}{e}; \quad (2)$$

для ротора с моментной неуравновешенностью —

$$(I_s - I_z)\omega^2 d + (I_s - I_z)\omega^2 b \cdot \cos\beta - 2kl_0^2 b \sin\beta = 0, \quad (3)$$

$$\sin\beta = \frac{d}{b}; \quad (4)$$

где  $m$  — масса ротора;  $I_s$ ,  $I_z$  — экваториальный и осевой момент инерции;  $\omega$  — скорость вращения ротора;  $k$  — коэффициент жесткости каждой опоры;  $l_0$  — расстояние от центра масс до опоры;  $a$ ,  $d$  — смещения следов геометрической оси от следов оси вращения в плоскости опор;  $e$ ,  $b$  — смещения следов ГЦОИ относительно следов геометрической оси в плоскости опор;  $\alpha$ ,  $\beta$  — углы между плоскостями действия статического и моментного дисбалансов и плоскостями смещения следов геометрической оси ротора от следов оси вращения в плоских плоскостях опор.

Уравнения (1), (3) с учетом (2) и (4) можно преобразовать в уравнение вида

$$m\omega^2(1 + \operatorname{ctg}\alpha) - 2k = 0,$$

$$(I_s - I_z)\omega^2(1 + \operatorname{ctg}\beta) - 2kl_0^2 = 0,$$

откуда

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{2k - m\omega^2}{m\omega^2} = \frac{\omega_{kp1}^2}{\omega^2} - 1,$$

$$\operatorname{ctg}\beta = \frac{2kl_0^2 - (I_s - I_z)\omega^2}{(I_s - I_z)\omega^2} = \frac{\omega_{kp2}^2}{\omega^2} - 1,$$

$$\frac{\omega_{kp1}^2}{\omega^2} = 1 + \frac{\sqrt{e^2 - a^2}}{a},$$

$$\frac{\omega_{kp2}^2}{\omega^2} = 1 + \frac{\sqrt{b^2 - d^2}}{d},$$

где  $\omega_{kp1}$ ,  $\omega_{kp2}$  — первая и вторая критические скорости.

Полученные зависимости показывают, что углы  $\alpha$ ,  $\beta$  не зависят от неуравновешенности ротора. Реальные роторы, будучи отлично сбалансированными, имеют остаточные дисбалансы, но независимо от них, только из условий вращения роторы с ростом скорости проворачиваются вокруг геометрической оси.

Уравнения (1)–(4) и их видоизмененные варианты характеризуют положение ротора в системе координат, вращающейся вокруг оси вращения при наличии статических и моментных дисбалансов на заданной скорости. С учетом принципа суперпозиции уравнения могут быть использованы для анализа особенностей вращения ротора с динамической неуравновешенностью. При этом необходимо учитывать произвольное расположение дисбалансов ротора, в силу которого плоскость действия главного момента дисбалансов не совпадает с плоскостью действия главного вектора дисбалансов.

Геометрия масс и особенности в расположении опор ротора существенно влияют на динамику ротора. С момента начала вращения ротор под действием статических и моментных дисбалансов смещается на некоторое расстояние от оси вращения и поворачивается на некоторый угол вокруг центра масс. С увеличением скорости начинает проявляться эффект «статического» самобалансирования ротора, связанный с разворотом ротора вокруг оси вращения на угол  $\alpha$  и совмещением центра масс с осью вращения. При этом плоскость действия моментных дисбалансов и плоскость поворота ротора вокруг центра масс остаются неизменными и совпадают, если  $\omega_{kp2} \gg \omega_{kp1}$ .

Учитывая, что  $\omega_{kp2} = l_0 \sqrt{2k/(I_s - I_z)}$ ,  $\omega_{kp1} = \sqrt{2k/m}$ , то для удлиненных роторов  $\omega_{kp2}$  приближается к  $\omega_{kp1}$ . В этом случае кроме «статического»

самобалансирования возникает эффект «моментного» самобалансирования, связанный с разворотами ротора относительно геометрической оси на угол  $\beta$  с последующим совмещением ГЦОИ с осью вращения и динамика ротора существенно усложняется. Конструктивным варьированием величины  $l_0$  при расположении опор внутри ротора можно создать условия, при которых  $\omega_{kp2} = \omega_{kp1}$  и даже  $\omega_{kp2} < \omega_{kp1}$ . В последнем случае «моментное» самобалансирование ротора будет начинаться раньше «статического». В целом после перехода ротора через  $\omega_{kp2}$  и  $\omega_{kp1}$  при дальнейшем увеличении скорости наступает «полное» самобалансирование ротора, связанное с совмещением ГЦОИ с осью вращения.

Процесс «статического» или «моментного» самобалансирования ротора имеет свои особенности, связанные с возникновением резонансных явлений из-за совпадения скорости вращения с частотой собственных колебаний системы ротор-опоры.

С приближением скорости ротора к критической наблюдается несовпадение плоскостей действия дисбалансов и смещения ротора относительно геометрической оси на углы  $\alpha$  — для статических дисбалансов и  $\beta$  — для моментных дисбалансов. При этом на критических скоростях углы  $\alpha$  и  $\beta$  достигают  $90^\circ$ . Явление резонанса приводит к постепенному увеличению амплитуды колебаний ротора и снижению скорости вращения, если мощности привода не хватает для преодоления критической скорости. Медленное увеличение скорости способствует развитию резонанса. На практике обычно выбирают мощность привода, достаточную для преодоления резонансных скоростей. После преодоления критической скорости ротор завершает разворот на угол  $\alpha = 180^\circ$  или  $\beta = 180^\circ$  со скоростью  $\omega$ , а избыточный момент привода, обеспечивший переход ротора через критическую скорость, раскручивает ротор до более высоких скоростей. В режиме вращения ротора со сверхкритической скоростью больше  $\omega_{kp1}$  центр масс ротора занимает положение между осью вращения и геометрической осью. В режиме вращения ротора со сверхкритической скоростью больше  $\omega_{kp2}$  ГЦОИ занимает положение между осью вращения и геометрической осью.

Учитывая, что вращение ротора создает поле центробежных ускорений, новое положение центра масс и ГЦОИ ротора означает накопление при «статическом» и «моментном» самобалансировании потенциальной энергии. При случайных падениях скорости потенциальная энергия расходуется на восстановление скорости и тем самым поддерживает равномерность вращения ротора.

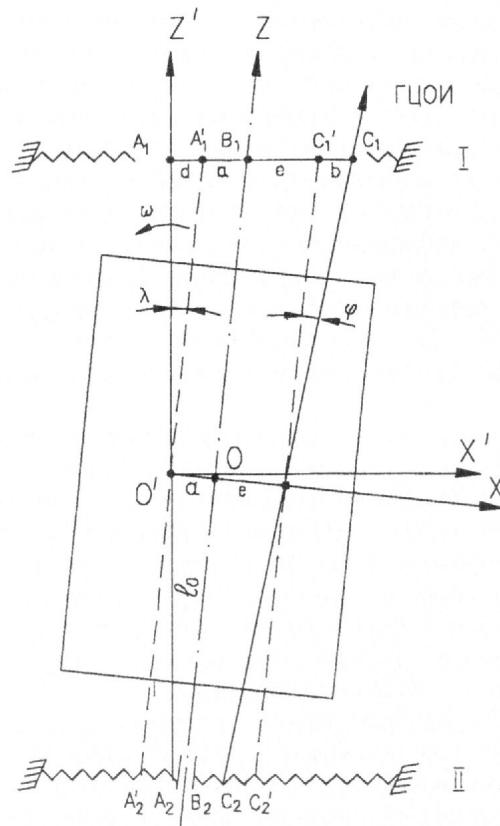


Рис. 1. Цилиндрический ротор с динамической неуравновешенностью

В связи со сложным движением, связанным с независимыми перемещениями ротора под действием произвольно расположенных дисбалансов, создающих статическую и моментную неуравновешенность, стремление получить общее уравнение движения ротора может привести к громоздким и неудобным для пользования зависимостям. В этом случае предпочтительным будет исследование вращения ротора обычными методами изучения сложного движения.

С учетом предварительных замечаний рассмотрим вращение цилиндрического ротора массой  $m$ , экваториальным моментом инерции  $I_z$  и осевым моментом инерции  $I_x$ , закрепленного в упругих опорах с коэффициентом жесткости  $k$ . Для ротора выполняется условие  $I_z > I_x$ . Расстояние до опор от центра масс ротора одинаковое и равно  $l_0$  (рис. 1).

В связанной с ротором системе координат  $OXYZ$ , центр  $O$  системы координат совпадает с геометрическим центром ротора, ось  $Z$  совпадает с геометрической осью ротора, а ось  $X$  проходит через центр масс. Статический дисбаланс задан смещением центра масс в плоскости  $OXZ$  на расстояние  $e$  от

геометрической оси. Плоскость  $OXZ$  является плоскостью действия главного вектора дисбалансов. Моментный дисбаланс задан поворотом ГЦОИ относительно геометрической оси на угол  $\varphi$  вокруг центра масс ротора. Плоскость  $OXZ$  является плоскостью действия главного вектора дисбалансов.

Ротор приводится во вращение с помощью привода, создающего врачающий момент, передаваемый на ротор через жесткий вал (вместо вала показана геометрическая ось  $Z$ ).

Введем вращающуюся вместе с ротором систему координат  $O'X'Y'Z'$ . Начало  $O'$  системы координат расположим в плоскости  $OXY$ , ось  $Z'$  направим так, чтобы она совпадала с осью вращения. Плоскость  $O'X'Z'$  выберем параллельно плоскости  $OXZ$ . Вращение ротора считаем равномерным.

Зададим ротору начальное вращение с малой докритической скоростью. Ротор под действием главного вектора дисбалансов сместится параллельно оси вращения  $Z'$  на расстояние  $a$ , а под действием главного вектора дисбалансов повернется вокруг центра масс на угол  $\lambda$ , вызвав угловое отклонение геометрической оси  $Z$  от оси вращения, которое можно охарактеризовать смещениями  $d$  в плоскости расположения опор. Следы геометрической оси ротора в плоскости опор I и II обозначим точками  $B_1$  и  $B_2$ . Следы ГЦОИ, соответствующие статической неуравновешенности, обозначим точками  $C_1$  и  $C_2$ , при этом  $B_1C_1$  и  $B_2C_2$  равны  $e$ . Следы ГЦОИ с учетом моментной неуравновешенности обозначим точками  $C_1$  и  $C_2$ , при этом  $C_1C_1$  и  $C_2C_2$  равны  $d$ . Следы оси вращения, соответствующие статической

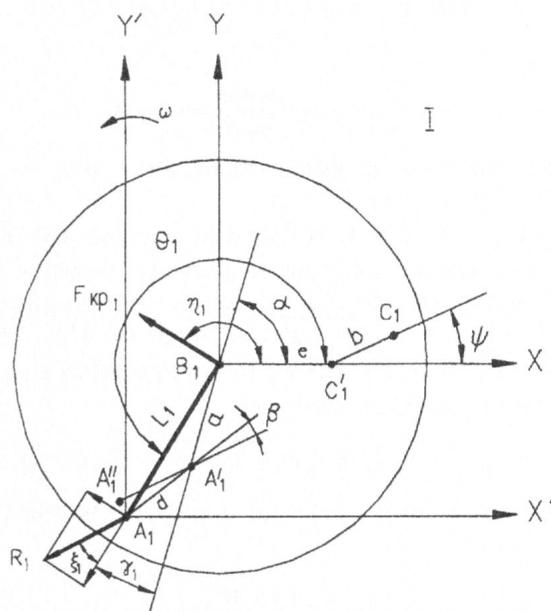


Рис. 2. Положение следов в плоскости опор I

неуравновешенности, обозначим точками  $A'_1$  и  $A'_2$ , при этом  $B_1A'_1$  и  $B_2A'_2$  равны  $a$ . Следы оси вращения с учетом моментной неуравновешенности обозначим точками  $A_1$  и  $A_2$ , при этом  $A_1A'_1$  и  $A_2A'_2$  равны  $d$ .  $A_1B_1$  равно  $L_1$ ,  $A_2B_2$  равно  $L_2$  и являются расстояниями между следами оси вращения и геометрической оси ротора.

В большинстве случаев плоскости действия главного вектора и главного момента дисбалансов не совпадают, а образуют между собой угол  $\psi$ . Поэтому вращение ротора в дальнейшем рассмотрим с его учетом и по следам упомянутых осей в плоскостях расположения опоры I (рис. 2) и опоры II (рис. 3) при условии  $\omega_{kp2} > \omega_{kp1}$ . Аналогично можно было бы рассмотреть особенности вращения ротора при условии  $\omega_{kp1} > \omega_{kp2}$  или  $\omega_{kp2} = \omega_{kp1}$ , но выбор  $\omega_{kp2} > \omega_{kp1}$  обусловлен наиболее часто встречающимися случаями на практике.

С некоторой скорости под воздействием дисбалансов ротор не только смещается на расстояние  $a$  и разворачивается на угол  $\lambda$ , но и плоскость параллельного смещения центра масс ротора, проходящая через ось  $Z$ , разворачивается вокруг геометрической оси на угол  $\alpha$ .

Если скорости существенно ниже  $\omega_{kp1}$ , то режим вращения описывается уравнениями (1)–(4) при значениях  $\sin\alpha = a/e$ ,  $\cos\alpha \approx 1$ ,  $\sin\beta = d/b$ ,  $\cos\beta \approx 1$ , т. е.

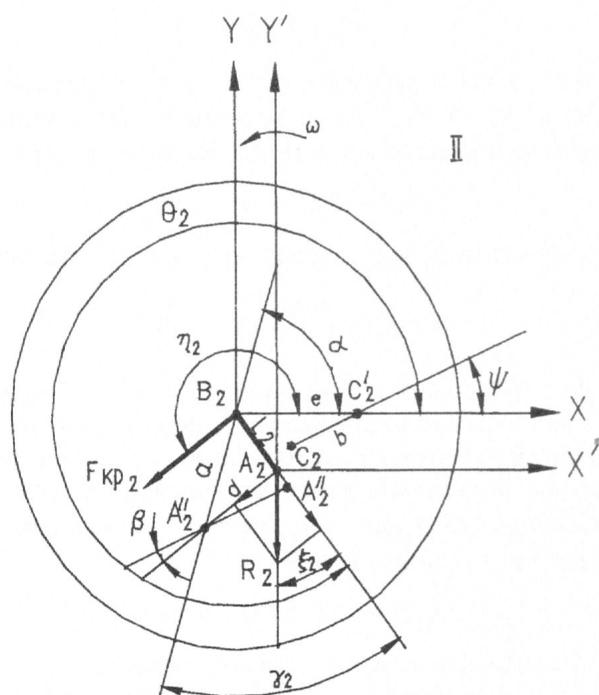


Рис. 3. Положение следов в плоскости опор II

$$m\omega^2(a + e) - 2ka = 0, \quad (5)$$

$$(I_s - I_z)\omega^2(d + b) - 2kl_0^2d = 0. \quad (6)$$

Из уравнений (5), (6) имеем

$$a = \frac{m\omega^2e}{2k - m\omega^2}, \quad (7)$$

$$d = \frac{(I_s - I_z)\omega^2b}{2kl_0^2 - (I_s - I_z)\omega^2}. \quad (8)$$

С учетом зависимостей (7) и (8), углов, определяемых  $\sin\alpha = a/e$ ,  $\sin\beta = d/b$ , а также угла  $\psi$  между плоскостью действия главного вектора дисбалансов и плоскостью действия главного момента дисбалансов, смещения следов геометрической оси от следов оси вращения  $L_1$ ,  $L_2$  в плоскостях I и II расположения опор определяются по зависимостям

$$L_1 = \sqrt{a^2 + d^2 - ad\cos(180^\circ - \alpha + \beta + \psi)},$$

$$L_2 = \sqrt{a^2 + d^2 - ad\cos(\alpha - \beta - \psi)},$$

где угол  $\psi$  отсчитывается от плоскости действия главного вектора дисбалансов.

В целом

$$L_{1,2} = \sqrt{a^2 + d^2 \pm ad\cos(\alpha - \beta - \psi)}. \quad (9)$$

Полученные зависимости (9) позволяют определить величину упругих сил, действующих на ротор в каждой из опор:

$$F_{y_{1,2}} = kL_{1,2}. \quad (10)$$

Направление действия сил  $F_{y1}$  и  $F_{y2}$  определяются углами  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , отсчитываемыми от плоскости действия главного вектора дисбалансов ротора

$$\theta_{1,2} = 180^\circ + \alpha \pm \gamma_{1,2}, \quad (11)$$

где значения  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  определяются по зависимости

$$\sin\gamma_{1,2} = \frac{ds\sin(\alpha - \beta - \psi)}{L_{1,2}}. \quad (12)$$

Для обеспечения вращения ротора с постоянной угловой скоростью необходим дополнительный врашающий момент, обусловленный моментом инерции  $ma^2$  и центробежным моментом инерции  $(I_s - I_z)\sin\lambda\cos\lambda$ , который с учетом  $\sin\lambda = d/l_0$  и  $\cos\lambda \approx 1$  выражается зависимостью

$$M_{kp} = ma^2\omega^2 + (I_s - I_z)\frac{d}{l_0}\omega^2. \quad (13)$$

Вращающий момент можно представить в виде пар сил, действующих в плоскостях опор соответственно на плечах  $L_1$  и  $L_2$ :

$$F_{kp_{1,2}} = \frac{(ma^2\omega^2l_0 + (I_s - I_z)d\omega^2)L_{1,2}}{(L_1^2 + L_2^2) \cdot l_0}. \quad (14)$$

Направление действия сил  $F_{kp1}$  и  $F_{kp2}$  определяется углами  $\eta_1$  и  $\eta_2$ , отсчитанными от плоскости действия главного вектора дисбалансов ротора

$$\eta_{1,2} = \theta_{1,2} - 90^\circ. \quad (15)$$

Реакции опор без учета вращающего момента, создаваемого сопротивлением окружающей среды, зависят от величины и направления действующих сил и равны

$$R_{1,2} = \sqrt{F_{y_{1,2}}^2 + F_{kp_{1,2}}^2}. \quad (16)$$

Соответственно углы  $\eta_1$  и  $\eta_2$  приложения реакций  $R_1$  и  $R_2$ , отсчитанные от направления смещений ротора в плоскостях опор равны

$$\operatorname{tg}\xi_{1,2} = \frac{F_{kp_{1,2}}}{F_{y_{1,2}}}. \quad (17)$$

Режим малых докритических скоростей охватывает скорости от начала вращения до скоростей, при которых  $\omega_{kp1}/\omega \geq 2.5$ , так как значения  $a$  и  $d$ , рассчитанные по зависимостям (7) и (8), удовлетворительно согласуются со значениями, рассчитанными при условии  $\cos\alpha \neq 1$  и  $\cos\beta \neq 1$ .

Для более высоких докритических скоростей, для которых справедливы условия  $\omega_{kp1}/\omega \leq 2.5$  и  $\omega_{kp1}/\omega \geq 2.5$  уравнение движения ротора (6) сохраняет свой вид, а уравнение (5) необходимо заменить на уравнение, учитывающее  $\cos\alpha = \sqrt{e^2 - a^2}/e$ , которое имеет вид

$$m\omega^2a + m\omega^2\sqrt{e^2 - a^2} - 2ka = 0, \quad (18)$$

откуда

$$a = \frac{m\omega^2e}{\sqrt{4k^2 - 4km\omega^2 + 2m^2\omega^2}}. \quad (19)$$

Для данного режима вращения  $\sin\alpha = a/e$ ,  $\sin\beta = d/b$ ,  $\cos\beta \approx 1$ .

Если  $\omega_{kp1}/\omega \leq 2.5$ , то для всего диапазона докритических скоростей при отсутствии явления резонанса вращение ротора осуществляется при  $\sin\alpha = a/e$ ,  $\cos\alpha = \sqrt{(e^2 - a^2)/e}$ ,  $\sin\beta = d/b$ ,  $\cos\beta = \sqrt{b^2 - d^2}/b$ , а уравнение (6) необходимо заменить на уравнение, имеющее вид

$$(I_s - I_z)\omega^2d + (I_s - I_z)\omega^2\sqrt{b^2 - d^2} - 2kd^2l_0^2 = 0. \quad (20)$$

Соответственно значение  $d$  можно рассчитать по зависимости

$$d = \frac{(I_s - I_z)\omega^2b}{\sqrt{4l_0^4k^2 - 4l_0^2k\omega^2(I_s - I_z) + 2\omega^4(I_s - I_z)^2}}. \quad (21)$$

Для всех рассмотренных режимов докритических скоростей зависимости (9)–(17) сохраняют свое значение.

Переход ротора через  $\omega_{kp1}$  осуществляется в режиме вращения, определяемом уравнением (18) и (6) или с большей степенью точности уравнениями (18) и (21) в зависимости от близости  $\omega_{kp2}$  от  $\omega_{kp1}$ . Переход сопровождается явлением резонанса, влияние которого существенно зависит от дополнительной энергии, накапливаемой ротором при каждом обороте на скорости, близкой к частоте собственных колебаний системы ротор-опоры. Явление резонанса подчиняется иным законам и в данном случае не рассматривается. Отметим лишь факт увеличения значений  $a$ , и следовательно,  $L_{1,2}$  и потребного врачающего момента для перехода через критическую скорость  $\omega_{kp1}$  и «статического» самобалансирования ротора. При достижении угла  $\alpha > 90^\circ$  избыточный врачающий момент раскручивает ротор до сверхкритического режима и, по отношению к предыдущему режиму, угол  $\alpha$  увеличивается до  $180^\circ$ , центр масс ротора занимает положение между геометрической осью и осью вращения со скоростью вращения ротора.

Для наиболее часто встречающихся цилиндрических роторов данный режим вращения описывается уравнениями при условии  $\cos\alpha = -1$ ,  $\cos\beta = \sqrt{b^2 - d^2}/b$ ,  $\sin\beta = d/b$ :

$$\begin{aligned} m\omega^2(a - e) - 2ka &= 0, \\ (I_o - I_z)\omega^2a + (I_o - I_z)\omega^2\sqrt{b^2 - d^2} - 2kal_0^2 &= 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Из уравнения (22) следует, что значение  $a > e$  и равно

$$a = \frac{m\omega^2e}{m\omega^2 - 2k}. \quad (23)$$

При этом

$$L_{1,2} = \sqrt{a^2 + d^2 \mp ad\cos(\beta + \psi)}, \quad (24)$$

$$\theta_{1,2} = \pm \gamma_{1,2}, \quad (25)$$

$$\sin\gamma_{1,2} = \frac{d\sin(\beta + \psi)}{L_{1,2}}. \quad (26)$$

Дальнейший рост скоростей ротора приводит к совпадению скорости ротора с частотой собственных колебаний системы ротор-опоры. Переход через  $\omega_{kp2}$  приводит к сверхкритическому режиму и «моментному» самобалансированию ротора. На этом режиме вращения ГЦОИ занимает положение между осью вращения и геометрической осью ротора.

Для этого режима вращения уравнения (1) и (3) имеют вид

$$\begin{aligned} m\omega^2(a - e) - 2ka &= 0, \\ (I_o - I_z)\omega^2(d - b) - 2kdl_0^2 &= 0. \end{aligned} \quad (27)$$

При этом

$$d = \frac{(I_o - I_z)\omega^2b}{(I_o - I_z)\omega^2 - 2kl_0^2}, \quad (28)$$

$$L_{1,2} = \sqrt{a^2 + d^2 \pm ad\cos\psi}, \quad (29)$$

$$\theta_{1,2} = \pm \gamma_{1,2}, \quad (30)$$

$$\sin\gamma = - \frac{d\sin\psi}{L_{1,2}}. \quad (31)$$

При  $\omega \rightarrow \infty$  происходит полное совмещение ГЦОИ с осью вращения и наступает полное самобалансирование.

Для случаев, когда конструктивно обеспечивается уменьшение  $l_0$  при соблюдении основных размеров ротора и  $\omega_{kp1} > \omega_{kp2}$  за начало отсчета углов можно принять плоскость действия главного момента дисбалансов и для всех режимов вращения ротора получить аналогичным образом необходимые зависимости. При этом зависимости для определения углов, характеризующих сложное движение, имеют идентичный вид.

- Кельзон А. С., Циманский Ю. П., Яковлев В. И. Динамика роторов в упругих опорах. — М.: Наука, 1982.—280 с.
- Кожешник Я. Динамика машин. — М.: Машгиз., 1961.—423 с.
- Животов А. Ю. Особенности вращения ротора со статической неуравновешенностью // Вестник Восточноукраинского национального ун-та.—2001.—1 (35).—С. 21–26.
- Животов А. Ю. Особенности динамики роторов с моментной неуравновешенностью // Технология приборостроения НТЖ.—2000.—1.—С. 12–17.
- Балансировка машин и приборов // Под ред. В. А. Шепетильникова. — М: Машиностроение, 1979.—294 с.

#### ROTATION CHARACTERISTICS OF RIGID ROTOR FASTENED IN RESILIENT MOUNTINGS WITH A DYNAMIC INSTABILITY

A. Yu. Zhivotov

The rotation of cylindrical rotor with a dynamic instability is investigated. The position of the main central axis of inertia, the rotor centre of mass and the axis of rotation under sub and over critical velocities is considered. An analytical dependences allowed to determine the forces and moments operated on the dynamic loading rotor are obtained the conception of supplementary rotational moment is introduced.