

О. К. Черемных, Д. П. Демкив

Институт космических исследований НАН Украины та НКА Украины, Київ

Взаимодействие высокоэнергетических частиц с МГД-модами в магнитосфере Земли

Для дипольной конфигурации магнитного поля Земли получены уравнения баллонных збурень с учетом тиску горячих закрытых частинок. Найдено, что горячие частички влияют на межу стійкості баллонных колебаний, а также при певних умовах можуть як стабілізувати, так і дестабілізувати збурення плазми.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время проблема изучения колебаний плазмы во внутренней магнитосфере Земли приобрела большую актуальность в связи с попытками построить модель магнитосферной суббури. Суббуря, то есть процесс взрывоподобного освобождения накопленной в магнитосфере энергии, является фундаментальным и интереснейшим явлением в околоземном пространстве. В процессе его изучения было установлено, что очагом развития неустойчивости, вызывающей суббурю, является именно внутренняя магнитосфера. Большим успехом в описании плазменных возмущений стало создание теории баллонных возмущений [1—3]. Тем не менее, для описания развития суббури она была непригодна по тем причинам, что давала заниженные значения устойчивости по β и не объясняла времени возникновения потоков быстрых частиц. Как показывают спутниковые исследования (рис. 1), вследствие эффективной накачки в магнитосферу высокоэнергетических частиц солнечного ветра во время фазы роста суббури давление плазмы существенно растет по сравнению со спокойным периодом. В то же время система остается устойчивой некоторое время даже при таких значениях β , которые превышают границу устойчивости баллонных возмущений.

В связи с этим ниже предложена модификация теории баллонных возмущений, которая учитывает

эффекты, обусловленные наличием горячего компонента. Данные по энергетическим спектрам частиц (рис. 2) во время магнитной активности указывают на существование двух отдельных популяций в магнитосферной плазме: холодного компонента с энергетическим пиком около 20 кэВ и горячих частиц с максимумом плотности энергии на 150 кэВ. Поэтому холодная плазма может описываться в приближении одножидкостной МГД, а к горячей плазме МГД описание неприменимо, поэтому используется кинетический подход.

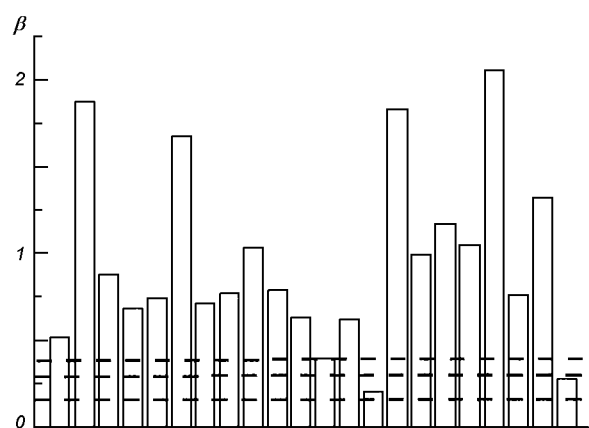


Рис. 1. Рост давления плазмы для 22 суббурь по данным спутника GEOS2. Штриховая линия — давление в спокойные периоды

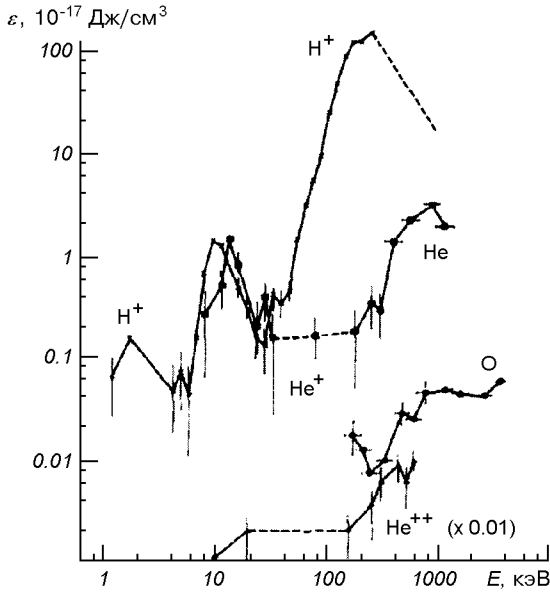


Рис. 2. Спектр энергий частиц во внутренней магнитосфере по данным спутника AMPTEE/CSE

УРАВНЕНИЕ БАЛЛОННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Опишем процесс модификации уравнений МГД колебаний с учетом давления горячего компонента плазмы. В приближении одножидкостной МГД исходным для дальнейшего анализа является уравнение малых колебаний

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \nabla(\gamma p \operatorname{div} \xi + \xi \nabla p) - \nabla p_h + \delta \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \mathbf{j} \times \delta \mathbf{B}, \quad (1)$$

где ξ — вектор смещения элементарного объема плазмы

$$\mathbf{v} = \frac{\partial \xi}{\partial t}. \quad (2)$$

В уравнении (1) учтено давление горячих частиц p_h без указания его конкретного вида. Символ δ обозначает возмущенные величины.

В дальнейшем будет удобно перейти к потоковым координатам, описываемым магнитной меткой ψ , которая обладает следующими свойствами:

$$\mathbf{B} \nabla \psi = 0, \quad \mathbf{j} \nabla \psi = 0. \quad (3)$$

Также возмущенные величины удобно выразить через вектор \mathbf{T} :

$$\mathbf{T} = \operatorname{rot}[\xi \times \mathbf{B}] + \frac{\mathbf{j} \times \nabla \psi}{|\nabla \psi|^2} \xi \nabla \psi. \quad (4)$$

Раскладывая \mathbf{T} и ξ по ортогональным векторам

$$\mathbf{T} = T_1 \nabla \psi + T_2 \frac{\mathbf{B} \times \nabla \psi}{|\nabla \psi|^2} - T_3 \mathbf{B}, \quad (5)$$

$$\xi = \xi \frac{\nabla \psi}{|\nabla \psi|^2} + \eta \frac{\mathbf{B} \times \nabla \psi}{B^2} + \tau \frac{\mathbf{B}}{B^2}, \quad (6)$$

после ряда сложных преобразований получаем следующую систему уравнений, описывающую возмущения магнитосферной плазмы в общем случае:

$$\frac{\rho}{|\nabla \psi|^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \alpha_s \nabla T_3 \nabla \psi + \frac{(\nabla T_0 - \nabla p_h) \nabla \psi}{|\nabla \psi|^2} + K \xi + \nabla T_1 \mathbf{B} + T_2 (S - \gamma_s) - 2p' T_3, \quad (7)$$

$$\frac{\rho}{\alpha_s} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{(\nabla T_0 - \nabla p_h)}{B^2} [\mathbf{B} \times \nabla \psi] + \nabla T_2 \mathbf{B} + \nabla T_1 [\mathbf{B} \times \nabla \psi], \quad (8)$$

$$\rho \frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2} = (\nabla T_0 - \nabla p_h) \mathbf{B}. \quad (9)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$T_0 = \gamma p \operatorname{div} \xi,$$

$$T_1 = \frac{\nabla \psi \operatorname{rot} \xi \times \mathbf{B}}{|\nabla \psi|^2},$$

$$T_2 = \frac{1}{\alpha_s} [\mathbf{B} \nabla \eta + (\gamma_s - S) \xi],$$

$$T_3 = \frac{\nabla \psi \nabla \xi}{|\nabla \psi|^2} + \nabla \eta \frac{\mathbf{B} \times \nabla \psi}{|\mathbf{B}|^2} + \frac{\xi}{B^2} [\operatorname{div}(\alpha_s \nabla \psi) + 2p'], \quad (10)$$

$$\alpha_s = \frac{B^2}{|\nabla \psi|^2}, \quad \gamma_s = \frac{\mathbf{B} \mathbf{j}}{|\nabla \psi|^2},$$

$$S = \frac{\nabla \psi \times \mathbf{B}}{|\nabla \psi|^2} \operatorname{rot} \frac{\nabla \psi \times \mathbf{B}}{|\nabla \psi|^2}, \quad (11)$$

$$K = \frac{\mathbf{j}^2}{|\nabla \psi|^2} - \alpha S + \frac{p'}{B^2} \left(p' + \frac{\nabla B^2 \nabla \psi}{|\nabla \psi|^2} \right). \quad (12)$$

Штрихом обозначена производная по магнитной метке.

В геометрии дипольного магнитного поля Земли, когда

$$\mathbf{B} = \nabla \psi \times \nabla \varphi, \quad (13)$$

магнитная метка имеет смысл полоидального магнитного потока

$$\psi = \frac{M \cos^2 \theta}{r}. \quad (14)$$

С учетом этого обстоятельства величины (11) и (12) принимают вид

$$\gamma_s = S = 0, \quad (15)$$

$$K = \frac{p' \nabla \psi \nabla (2p + B^2)}{B^2 |\nabla \psi|^2}. \quad (16)$$

Редукция системы уравнений (7)–(9) проводится в приближении баллонных возмущений

$$\frac{|\nabla \psi \times \nabla X|}{|\nabla \psi|}, \frac{|\mathbf{B} \times \nabla \psi| |\nabla X|}{B |\nabla \psi|} \gg \frac{X}{b}, \frac{|\mathbf{B} \nabla X|}{B}, \quad (17)$$

где X — любой компонент переменной, b — характерные размеры неоднородностей равновесных величин. Иначе говоря, колебания считаются мелко-масштабными поперек поля и крупномасштабными — вдоль. Выполнение этих условий обеспечивается следующим представлением возмущенных величин:

$$\xi(\mathbf{r}, t) = \hat{\xi}(\mathbf{r}) \exp\left(-i\omega t + \frac{iS}{\varepsilon}\right), \quad (18)$$

$$\mathbf{T}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{T}}(\mathbf{r}) \exp\left(-i\omega t + \frac{iS}{\varepsilon}\right), \quad (19)$$

где ε — малый параметр, S — эйконал, удовлетворяющий условию

$$\nabla S = \mathbf{k}_\perp = k_\varphi \nabla \varphi + k_\psi \nabla \psi. \quad (20)$$

Подставляя (18) и (19) в уравнения малых колебаний, разлагая последнее по ε и используя особенности дипольной геометрии, а также вводя безразмерные переменные

$$T_0 = \frac{\hat{T}_0 L^6}{M^2}, \quad T_1 = \hat{T}_1 L, \quad T_2 = \frac{\hat{T}_2 L^2}{M}, \quad T_3 = \hat{T}_3, \quad (21)$$

$$\xi = \frac{\hat{\xi} L}{M}, \quad \eta = \hat{\eta}', \quad \tau = \frac{\hat{\tau} L^2}{M}, \quad p_h = \frac{\hat{p}_h L^6}{M^2}, \quad (22)$$

$$B_E = \frac{M}{L^3}, \quad \omega_A = \frac{B_E}{L \sqrt{\rho}}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_A}, \quad (23)$$

где M — магнитный дипольный момент, L — экваториальное расстояние до магнитной поверхности, B_E — величина магнитного поля в экваториальной плоскости, ω_A — альвеновская частота, можно получить следующую систему, описывающую баллонные возмущения:

$$\Omega^2 \xi + \frac{a(\theta)}{\cos^{13} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{a(\theta) \cos \theta} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \right) + \frac{4 \left(T_0 - p_h + \frac{\alpha \beta}{\gamma} \xi \right)}{a(\theta) \cos^4 \theta} = 0, \quad (24)$$

$$\Omega^2 \eta + \frac{1}{\cos^{13} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \right) = 0, \quad (25)$$

$$\Omega^2 \eta + \frac{1}{\cos^7 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (T_0 - p_h) = 0, \quad (26)$$

где

$$T_0 = \frac{a(\theta) \beta}{a(\theta) + \beta \cos^{12} \theta} \times \left[\frac{1}{\cos^7 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\tau \cos^{12} \theta}{a(\theta)} \right) - \frac{4 \cos^2 \theta}{a^2(\theta)} \xi + \frac{p_h \cos^{12} \theta}{a(\theta)} \right], \quad (27)$$

$$\alpha = -\frac{L}{p} \frac{dp}{dL}, \quad \beta = \frac{\gamma p}{B_E^2}, \quad a(\theta) = 1 + 3 \sin^2 \theta. \quad (28)$$

Из (24) и (26) для несжимаемых возмущений получаем искомое уравнение малых колебаний:

$$\Omega^2 \xi + \frac{a(\theta)}{\cos^{13} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{a(\theta) \cos \theta} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \right) + \frac{4 \alpha \beta}{\gamma a(\theta) \cos^4 \theta} = \frac{16}{a(\theta) \cos^4 \theta} \frac{\int \frac{\beta \cos^9 \theta}{a^2(\theta)} \xi d\theta}{\int \left[1 + \frac{\beta}{a(\theta)} \cos^{12} \theta \right] \cos^7 d\theta} + \frac{4}{a(\theta) \cos^4 \theta} \frac{\int p_h \cos^7 \theta d\theta}{\int \left[1 + \frac{\beta}{a(\theta)} \cos^{12} \theta \right] \cos^7 d\theta}. \quad (29)$$

Полученное уравнение описывает не только колебания плазмы с произвольным β , но и учитывает влияние горячих частиц. Последний член в (29) будет оказывать стабилизирующее влияние, когда он положителен, и дестабилизирующее, если он отрицателен.

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ДАВЛЕНИЕ ГОРЯЧИХ ЧАСТИЦ

Для нахождения возмущенного давления горячего компонента p_h необходимо найти возмущенную функцию распределения энергичных частиц. Принимая во внимание то, что пролетные частицы не влияют на возмущения плазмы, будем рассматривать запертые горячие частицы, совершающие баунс-колебания и различные виды дрейфов. Исходным для нахождения функции является дрейфовое кинетическое уравнение, полученное Вэйландом [4] из уравнения Власова усреднением по лармовским осцилляциям:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (v_\parallel \mathbf{e}_0 + \mathbf{v}_{gc}) \nabla f + \frac{q}{m} \left(E_\parallel + \frac{\mathbf{e}_0}{c} [\mathbf{V}_{D0} \times \delta \mathbf{B}_\perp] \right) \frac{\partial f}{\partial v_\parallel} + \frac{q}{m} \left(\mathbf{E} + \frac{v_\parallel}{c} [\mathbf{e}_0 \times \delta \mathbf{B}_\perp] \right) \left(\frac{\mathbf{v}_{vB}}{v_\perp} \frac{\partial f}{\partial v_\perp} + \frac{\mathbf{v}_R}{v_\parallel} \frac{\partial f}{\partial v_\parallel} \right) = 0, \quad (30)$$

где

$$\mathbf{V}_{\text{gc}} = \frac{c}{B_0} \mathbf{E} \times \mathbf{e}_0 + v_{\parallel} \frac{\delta \mathbf{B}_{\perp}}{B_0} + \mathbf{V}_{\text{D0}},$$

$$\mathbf{V}_{\text{D0}} = \mathbf{v}_{\text{R}} + \mathbf{v}_{\text{VB}},$$

$$\mathbf{v}_{\text{R}} = \frac{v_{\parallel}^2}{\omega_{\text{B}}} [\mathbf{e}_0 \times \mathbf{k}_0],$$

$$\mathbf{v}_{\text{VB}} = \frac{v_{\perp}^2}{2\omega_{\text{B}}} \left[\mathbf{e}_0 \times \frac{\nabla B_0}{B_0} \right],$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta \mathbf{B}, \quad \mathbf{e}_0 \equiv \frac{\mathbf{B}_0}{B_0},$$

$$\mathbf{k}_0 = (\mathbf{e}_0 \nabla) \mathbf{e}_0.$$

Для поиска решения уравнения (30) учтем, что $\mathbf{E}_{\parallel} = 0$, и представим функцию распределения высокоэнергичных частиц в виде суммы стационарной и возмущенной частей:

$$f = F + \delta f. \quad (31)$$

Далее возмущенную часть будем искать в виде

$$\delta f = \tilde{f} - \xi \nabla F. \quad (32)$$

В этом случае уравнение (30) принимает вид

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} + (\mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{V}_{\text{D0}}) \nabla \tilde{f} = \\ & = -m(v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2/2) \frac{dF}{dE} \frac{\nabla B_0}{B_0} \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{dF}{d\psi} \mathbf{V}_{\text{D0}} \nabla \xi. \end{aligned} \quad (33)$$

Воспользовавшись представлением (18) и разлагая решение по малой величине $\omega \Lambda / v_{\parallel}$, где Λ — длина силовой линии, получим, что возмущенная функция распределения записывается в виде

$$\delta f = \left(C(\xi) + \xi L \frac{dF}{dL} \right) \exp \left[-i\omega t + \frac{iS(L, \phi)}{\varepsilon} \right], \quad (34)$$

$$C = C^0 + C^{\omega}, \quad (35)$$

$$C^0 = -\frac{2}{3} L \frac{\partial F}{\partial L} \frac{I_2}{I_3},$$

$$C^{\omega} = -\frac{\omega \left(2E \frac{dF}{dE} \frac{I_2}{I_1} - \frac{2}{3} L \frac{dF}{dL} \frac{I_2}{I_3} \right)}{\omega - \frac{3k_{\varphi} E}{mL^2 \omega_{\text{BE}}} \frac{I_3}{I_1}}, \quad (36)$$

$$I_1(\alpha_0) = \int_0^{\theta_m} \frac{\cos \theta \sqrt{a(\theta)}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_0 \sqrt{a(\theta)}}{\cos^6 \theta}}} d\theta,$$

$$I_2(\alpha_0) = \int_0^{\theta_m} \xi \frac{\left[1 - \frac{\sin^2 \alpha_0 \sqrt{a(\theta)}}{2 \cos^6 \theta} \right]}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_0 \sqrt{a(\theta)}}{\cos^6 \theta}}} \frac{\cos^3 \theta}{a^{3/2}(\theta)} d\theta,$$

$$I_3(\alpha_0) = \int_0^{\theta_m} \frac{\left[1 - \frac{\sin^2 \alpha_0 \sqrt{a(\theta)}}{2 \cos^6 \theta} \right]}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_0 \sqrt{a(\theta)}}{\cos^6 \theta}}} \frac{\cos^3 \theta}{a^{3/2}(\theta)} d\theta. \quad (37)$$

Здесь α_0 — питч-угол на экваторе, θ_m — широта магнитной пробки, а величина ξ определена в (22).

Видно, что возмущенная функция распределения состоит из двух частей, одна из которых зависит от частоты, а другая не зависит, что может облегчить оценку границы устойчивости баллонных мод.

Зная возмущенную функцию распределения запертых частиц, легко найти создаваемое ими давление:

$$p = \iint (v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2/2) \frac{B_0}{v_{\parallel}} f d\mu dE. \quad (38)$$

Отсюда окончательно получаем безразмерное давление горячих частиц p_h , фигурирующее в уравнении (29):

$$p_h = \frac{1}{B_{\text{E}}^2} (\tilde{p}_h^0 + \tilde{p}_h^{\omega}), \quad (39)$$

$$\tilde{p}_h^0 = L \frac{\partial p_h^0}{\partial L} \left(\xi_0 - \frac{2}{3} \frac{I_2}{I_3} \right), \quad (40)$$

$$p_h^0 = \iint (v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2/2) \frac{B_0}{v_{\parallel}} F d\mu dE,$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}_h^{\omega} = & - \iint \sqrt{\frac{2E}{m}} \frac{B_{\text{E}} \sqrt{a(\theta)}}{\cos^6 \theta} \times \frac{\left[1 - \frac{\sin^2 \alpha_0 \sqrt{a(\theta)}}{2 \cos^6 \theta} \right]}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_0 \sqrt{a(\theta)}}{\cos^6 \theta}}} \times \\ & \times \frac{\omega \left(2E \frac{dF}{dE} \frac{I_2}{I_1} - \frac{2}{3} L \frac{dF}{dL} \frac{I_2}{I_3} \right)}{\omega - \frac{3k_{\varphi} E}{mL^2 \omega_{\text{BE}}} \frac{I_3}{I_1}} d\mu dE. \end{aligned} \quad (41)$$

ВЫВОДЫ

При простейшем анализе можно заметить следующие особенности полученных уравнений:

— поскольку в возмущенном давлении запертых горячих частиц есть слагаемые, не исчезающие даже при нулевой частоте, горячие частицы влияют на границу устойчивости баллонных

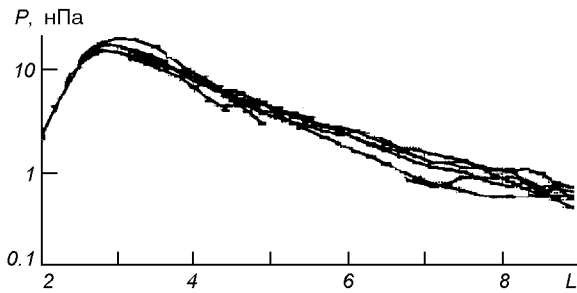


Рис. 3. Давление протонов по данным спутника AMPTEE/CSE

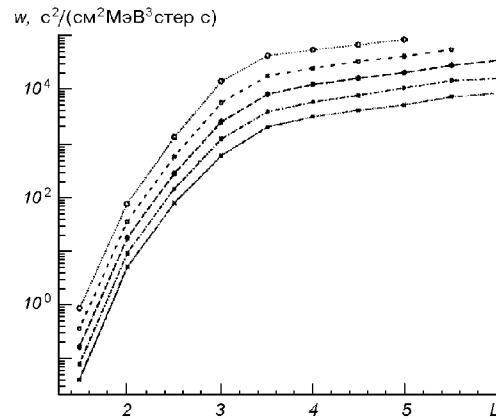


Рис. 4. Функция распределения горячих частиц по данным спутника Galileo

возмущений;

- влияние горячих частиц зависит от формы возмущения, поскольку ξ входит в выражение для I_2 . Для нечетных мод последний член в (29) обращается в нуль, т. е. частицы не оказывают на возмущения никакого влияния. Вклад давления частиц для четных мод зависит от знака I_2 .
- из профиля давления энергичных частиц (рис. 3) следует, что колебания с амплитудой, не превышающей $\frac{2}{3} \frac{I_2}{I_3}$, стабилизируются, а более сильные колебания могут быть неустойчивы;
- из вида функции распределения (рис. 4) следует, что стабилизироваться могут колебания с частотой ниже резонансной $\omega_r = \frac{3k_\varphi E}{mL^2 \omega_{BE}} \frac{I_3}{I_1}$, а с более высокими частотами — дестабилизироваться;
- характерное значение ω_r , вычисленное для протонов с энергией 100 кэВ на геостационарной орбите при $k_\varphi = 100$ составляет около 0.1 Гц, что совпадает с частотой баунс-прохождения альвеновской волны. Таким образом, механизм резонанса — взаимодействие волна-частица.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как следует из представленной выше модели, учет возрастающего давления горячих частиц может оказаться критическим при описании развития магнитосферной неустойчивости. Добавление к рас-

смотрению горячего компонента усложняет картину устойчивость/неустойчивость. Поэтому именно такой параметр, как давление горячих частиц, может сыграть определяющую роль в оценке состояния магнитосферы и построении модели магнитосферной суббури.

1. Черемных О. К., Бурдо О. С., Кременецкий И. А., Парновский А. С. К теории МГД-волн во внутренней магнитосфере Земли // Космічна наука і технологія.—2001.—7, № 5/6.—С.44—63.
2. Chen L., Hasegawa A. Kinetic theory of geomagnetic pulsations. 1 Internal excitation by energetic particles // J. Geophys. Res.—1991.—96.—P. 1503—1512.
3. Hameiri E., Laurence P., Mond M. The ballooning instability in space plasmas // J. Geophys. Res.—1991.—96.—P. 1513—1518.
4. Weiland J. Collective modes in inhomogeneous plasma. Kinetic and fluid theory // Plasma Phys. Ser.—2000.

INTERACTION OF HIGH-ENERGY PARTICLES WITH MAGNETOHYDRODYNAMIC MODES IN THE EARTH'S MAGNETOSPHERE

O. K. Cheremnykh and D. P. Demkiv

The equations of ballooning perturbations were derived for the dipole configuration of the Earth's magnetic field with regard to the pressure of hot trapped particles. We found that hot particles affect the stability limit of the ballooning oscillations, and under certain condition they can stabilize or destabilize plasma perturbations.