

УДК 539.3: 629.7

**В. С. Гудрамович**

Інститут технічної механіки НАН і НКА України, Дніпропетровськ

**Методы расчета прочности  
оболочечных конструкций ракетно-космической  
техники при локальных нагрузках  
и контактных взаимодействиях**

*Надійшла до редакції 27.05.02*

Наведено основні методи розрахунку оболонково-стержневих конструкцій ракетно-космічної техніки при локальних навантаженнях і контактних взаємодіях. Розглянуто дію локальних навантажень на ребра жорсткості (шпангоути, стрингери), що підкріплюють оболонки, контактні взаємодії оболонкових конструкцій з різноманітними опорами — ложементами, перелік локальних недосконалостей форми і проаналізовано вплив цих факторів на деформування, стійкість і несучу здатність конструкцій. Оцінено вплив пластичних деформацій матеріалу. Наведено результати чисельного аналізу та деякі експериментальні дані.

**ВВЕДЕНИЕ**

Вопросы прочности имеют решающее значение при разработке совершенных конструкций ракетно-космической техники (РКТ). Среди многочисленных задач, которые при этом необходимо рассмотреть, к основным относятся задачи прочности оболочечно-стержневых конструкций ракет и космических аппаратов при локальных нагрузках и контактных взаимодействиях. Такие нагружения приводят к существенной неоднородности напряженно-деформированного состояния (НДС) и концентрации напряжений, что делает их наиболее опасными при обеспечении работоспособности конструкций РКТ. Решения соответствующих задач осложняются разнообразием и сложностью конструктивного выполнения элементов конструкций, воспринимающих локальные нагрузки.

Различные локальные нагружения большой интенсивности и контактные взаимодействия возникают в полете (локальные нагрузки на корпус ракет и космических аппаратов в местах крепления рамы двигателя — передача тяги, приборов системы управления, элементов топливной системы и др.); на старте; в различных случаях наземной эксплуатации (транспортировка наземными, плаву-

чими средствами и летательными аппаратами, хранение); при различных технологических операциях изготовления.

Обеспечение работоспособности конструкций РКТ при подобных нагружениях связано с решением комплекса специфических и сложных задач НДС, устойчивости и несущей способности теории оболочек, пластин, стержневых систем. Большое значение имеют при этом экспериментальные исследования.

При решении задач контактного взаимодействия их сложность обусловлена в первую очередь тем, что заранее неизвестно распределение контактного давления между контактирующими элементами, которое зависит от параметров конструкции и механических характеристик материала.

При локальных воздействиях на конструкции РКТ и контактных взаимодействиях их элементов может произойти потеря устойчивости оболочек. Существенная неоднородность НДС делает такие задачи очень сложными.

В связи с высокой нагруженностью локализованных участков конструкции для указанных нагружений характерно быстрое появление пластических деформаций, при этом граница между областями упругого и пластического деформирования меняет-

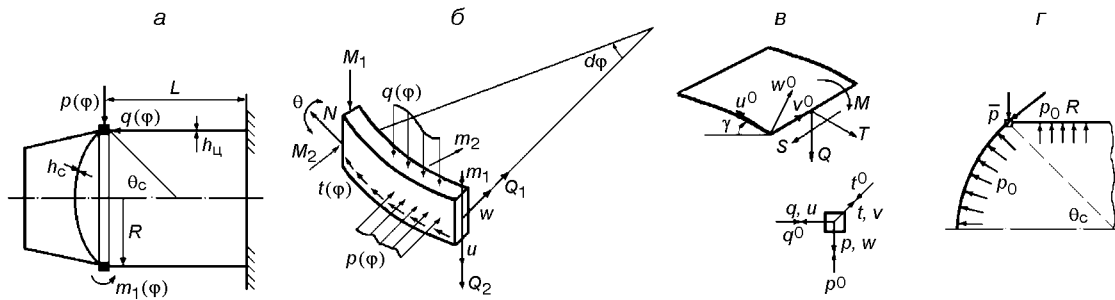


Рис. 1. Схемы нагружения оболочечных отсеков: а — отсек РКТ, б, в — нагрузки на элемент шпангоута и перемещения, г — сжимающие усилия со стороны днища

ся в процессе нагружения, а при достижении определенного уровня нагрузок происходит резкое нарастание перемещений. Это определяет своеобразие задач НДС и критических (устойчивость, предельные нагрузки) состояний при учете пластических деформаций.

Локальные несовершенства формы оболочечных конструкций РКТ также являются факторами, значительно влияющими на НДС и критические состояния. Такие несовершенства формы присущи реальным конструкциям. Их появление связано с технологическими операциями при изготовлении или с нагружениями, предшествующими основному этапу эксплуатации конструкций. Решение задач деформирования или предельных состояний при этом невозможно без учета пластического деформирования материала.

Указанные виды нагружения приводят к своеобразным и сложным задачам механики тонкостенных оболочечных конструкций. Особенностью этих задач является востребованность результатов на разных этапах решения (при этом возможно уточнение или изменение расчетных схем). В данной статье рассмотрены типичные задачи прочности оболочечных конструкций РКТ при локальных нагрузках и контактных взаимодействиях и соответствующие методы расчета.

Результаты проведенных исследований (методики, конкретные расчеты, эксперименты) использовались при создании ракет и космических объектов в конструкторских и научно-исследовательских организациях Украины и России.

#### ЛОКАЛЬНОЕ НАГРУЖЕНИЕ ОБОЛОЧЕЧНЫХ ОТСЕКОВ РКТ, ПОДКРЕПЛЕННЫХ РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ

Локальные нагрузки из соображений прочности прикладываются в местах расположения подкреп-

ляющих элементов: ребра жесткости (шпангоуты, стрингеры, различные накладки и др.). Цель этого — вызвать перераспределение нагрузок, значительная часть которых воспринимается этими элементами. При этом возникают своеобразные контактные задачи теории оболочек.

Отметим известный из теории факт, что если локальная нагрузка приложена непосредственно к оболочке, в месте ее приложения неограниченно увеличиваются компоненты НДС (перерезывающая сила, моменты) [1, 18, 19, 22]. Применение подкрепляющих элементов является необходимым.

Рассмотрим отсеки РКТ, состоящие из оболочек вращения, подкрепленных кольцевыми ребрами жесткости — шпангоутами, к которым приложены локальные нагрузки (сосредоточенные или распределенные на малом участке силы или моменты) (рис. 1, а). Такие задачи характерны для многих конструкций РКТ. Расчленим конструкцию на отдельные элементы, заменим действие оболочек на шпангоуты реактивными силами и моментами (обозначены индексом «0»). При решении применяется широко используемый в теории оболочек метод тригонометрических рядов, согласно которому все внешние усилия и компоненты НДС представляются в виде тригонометрических рядов по круговой координате  $\varphi$ :

$$\Phi(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} [\Phi_{cn} \cos n\varphi + \Phi_{sn} \sin n\varphi],$$

где  $\Phi(\varphi)$  — собирательное обозначение для компонент НДС в шпангоуте и оболочках. В дальнейшем для сокращения записи верхний индекс для суммы опускается.

Уравнения равновесия элемента шпангоута при деформировании его в плоскости (I) и из плоскости (II) имеют соответственно вид [4, 20, 21]:

$$\begin{aligned}
 & T' + Q_1 + R(t - t^0) = 0, \\
 \text{I:} & \quad Q_1 - N - R(p - p^0) = 0, \\
 & M'_1 + Q_1 R - R(m_1 - m_1^0) = 0, \\
 & Q'_2 + R(q - q^0) = 0, \\
 \text{II:} & \quad M'_2 - H + Q_2 R = 0, \\
 & H' + M_2 + m_2 - m_2^0 = 0.
 \end{aligned}$$

Обозначения нагрузок и усилий приведены на рис. 1, б, штрихом обозначено дифференцирование по  $\varphi$ . Соотношения, связывающие перемещения и углы поворота шпангоута и оболочек, имеют вид

$$\begin{aligned}
 u &= u^0 \cos \gamma - w^0 \sin \gamma, \quad v = v^0, \\
 t^0 &= S, \quad q^0 = T_1 \cos \gamma - Q \sin \gamma
 \end{aligned}$$

для безмоментной теории и основного напряженного состояния и

$$\begin{aligned}
 w &= -w^0 \cos \gamma - u^0 \sin \gamma, \quad \theta = \theta^0 \\
 p^0 &= -Q \cos \gamma + T_1 \sin \gamma, \quad m_2^0 = M
 \end{aligned} \quad (1)$$

для краевого эффекта.

Для компонентов НДС оболочечных отсеков используются известные соотношения теории оболочек и стержней. После интегрирования соответствующих уравнений постоянные интегрирования определяются из условий совместности деформаций.

Приведем результаты решения задачи о локальном нагружении шпангоута, подкрепляющего стык цилиндрической и сферической оболочек, радиальной  $p(\varphi)$ , касательной  $t(\varphi)$  и осевой  $q(\varphi)$  нагрузками (рис. 1). Используются соотношения теории основного напряженного состояния (цилиндр) и безмоментной теории (сфера). Соотношения краевого эффекта дают компоненты НДС, существенные в зоне порядка  $\sqrt{Rh}$  ( $R, h$  — радиус и толщина оболочек) от места стыка. (Для пластичных материалов напряжения краевого эффекта быстро «входят» в область пластических деформаций, происходит их перераспределение и, как показывают исследования, их концентрация для пластичных материалов не опасна).

На шпангоут со стороны оболочек действуют реактивные усилия

$$\begin{aligned}
 p^0 &= T_{1c}^0 \cos \theta_c; \quad q^0 = T_{1c}^0 \sin \theta_c + T_{1\alpha}^0, \\
 t^0 &= S_c^0 + S_{\alpha}^0,
 \end{aligned}$$

где индексы «с» и «ц» относятся к сферической и цилиндрической оболочкам. Усилия в оболочках определены в месте стыка.

Получаем выражения для коэффициентов Фурье  $w_n$  и  $u_n$  шпангоута, ось которого нерастяжима:

$$\begin{aligned}
 w_n &= \frac{(np_n + t_n)R^4}{n(n^2 - 1)^2 EI_x} [1 - \alpha_{nx}(1 + \omega_n n^3)^{-1}], \\
 v_n &= w_n n^{-1}, \\
 u_n &= \frac{q_n R^4 a_n}{(n^2 - 1)^2 EI_z} [1 - \alpha_{nz}(1 + \omega_n n^3)^{-1}],
 \end{aligned} \quad (2)$$

изгибающих моментов и осевой силы в шпангоуте

$$\begin{aligned}
 M_{1n} &= \frac{(np_n + t_n)R^2}{n(n^2 - 1)} [1 - \alpha_{nx}(1 + \omega_n n^3)^{-1}], \\
 M_{2n} &= \frac{q_n R^2}{(n^2 - 1)} [1 + \alpha_{nz}(1 + \omega_n n^3)^{-1}],
 \end{aligned} \quad (3)$$

$$N_n = \frac{(np_n + t_n)R}{n(n^2 - 1)} [\beta_n(\theta_c) \alpha_{nx}(1 + \omega_n n^3)^{-1} - n^2].$$

В выражениях (2), (3) обозначено

$$\begin{aligned}
 \omega_n &= \frac{2(1 + \nu_c)EI_x}{E_c R^3 h_c} \frac{(n^2 - 1)\beta_n(\theta_c)}{n^2(1 + \chi_n \gamma_n)}, \\
 \alpha_{nx} &= \frac{1 + \chi_n q_n p_n^{-1}}{1 + \chi_n \gamma_n}, \quad \alpha_{nz} = \frac{p_n q_n^{-1} + \chi_n}{1 + \chi_n \gamma_n},
 \end{aligned}$$

$$\chi_n = a_n(1 + dn^{-2})I_x I_z^{-1} b_n,$$

$$a_n = 1 - (1 + \rho_n n^2)^{-1},$$

$$b_n = n \sin \theta_c (1 + n \cos \theta_c)^{-1},$$

$$\beta_n = c_n(\theta_c)(1 + n \cos \theta_c)^{-2},$$

$$\rho_n = 0.5 \frac{EI_z(n^2 - 1)}{E_{\alpha} h_{\alpha} R^3 \lambda (n^2 + d)},$$

$$c_n(\theta_c) = n(n + \cos \theta_c) - 0.5 \sin^2 \theta_c, \quad d = EI_z / GI_p,$$

$$\lambda = 0.5 \cdot 3^{-1/4} n \sqrt{n^2 - 1} \sqrt{h_{\alpha} / R},$$

где  $\theta_c$  — сферическая координата края днища,  $E, G$  — модули упругости и сдвига,  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $I_x, I_z, I_p$  — моменты инерции при изгибе в плоскости и из плоскости шпангоута и полярный момент. Компоненты НДС шпангоута и оболочек получим, составляя соответствующие ряды Фурье.

При действии поперечных локальных нагрузок с малой погрешностью можно рассматривать деформирование шпангоута только в плоскости. Тогда в (1) следует положить  $u = 0$ . Наоборот, при действии продольных нагрузок можно положить  $w = v = 0$ .

При локальном нагружении в плоскости шпангоута имеем

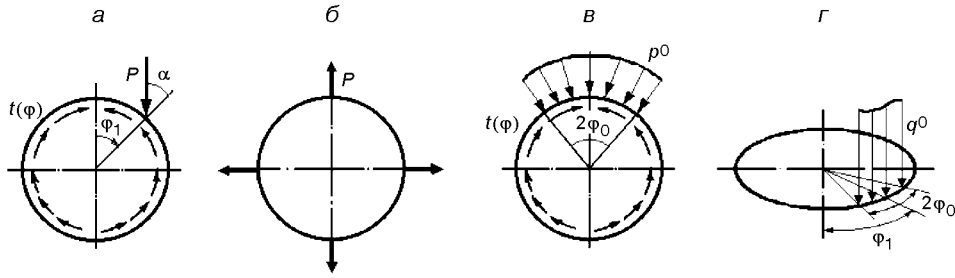


Рис. 2. Локальные нагрузки на шпангоуты (см. случаи 1—4 в тексте)

$$M_1(\varphi) = R^2 \sum_{n=2} \frac{(np_n + t_n) \cos n\varphi}{n(n^2 - 1)(1 + A_{1n} + A_{2n})},$$

$$w(\varphi) = \frac{R^2 p_0}{EF(1 + a_{01} + a_{02})} + \frac{R^4}{EI_x} \sum_{n=2} \frac{(np_n + t_n) \cos n\varphi}{n(n^2 - 1)^2 (1 + A_{1n} + A_{2n})},$$

где

$$a_{01} = [3(1 - \nu_u^2)]^{-1/2} \frac{E_c h_c}{EF} \sqrt{R h_c \sin \theta_c},$$

$$a_{02} = [3(1 - \nu_u^2)]^{-1/4} \frac{E_u h_u}{EF} \sqrt{R h_u} \cdot f_0,$$

$$A_{1n} = 0.5 \frac{E_c h_c R^3}{(1 + \nu_c) EI_x^4} \frac{(1 + n \cos \theta_c)^2}{n(n^2 - 1) c_n(\theta_c)},$$

$$A_{2n} = 0.5 [3(1 - \nu_u^2)]^{3/4} \frac{E_u h_u^2 R^2}{EI_x^4} (n \sqrt{n^2 - 1})^{-1} f_n.$$

Коэффициент  $f_n$  учитывает граничные условия для цилиндрической оболочки, и для защемленного края равен

$$f_n = \frac{\exp 4b_n \xi + 2 \exp 2b_n \xi - 1}{\exp 4b_n \xi + 2 \exp 2b_n \xi (\cos 2b_n \xi - 2) + 1},$$

$$b_n = 0.5 n \sqrt{n^2 - 1} [3(1 - \nu_u^2)]^{-1/4} \sqrt{R_u / h_u},$$

$$b_0 = [3(1 - \nu_u^2)]^{-1/4} \sqrt{R_u / h_u},$$

$$\xi = L / R_u.$$

Для других граничных условий коэффициенты  $f_n$  приведены в работах [20, 21]. При выводе принято  $R = R_c \sin \theta_c$ . Приведены те компоненты, которые дают основной вклад в НДС. Полное решение и набор всех компонентов НДС см. в работах [4, 20, 21, 28, 30]. Отметим, что при вычислении прогибов и моментов ряды быстро сходятся (как  $n^4$  и  $n^2$

соответственно), и достаточно ограничиться несколькими членами ряда.

Приведем коэффициенты Фурье для некоторых локальных нагрузок.

1. Для сосредоточенной силы  $P$ , уравновешенной потоком касательных усилий  $t(\varphi)$  (рис. 2, а), имеем:

$$t(\varphi) = \frac{P}{\pi R} \{ \sin(\varphi - \varphi_1) \cos \alpha + [0.5 + \cos(\varphi_1 - \varphi)] \sin \alpha \},$$

$$p_0 = \frac{P \cos \alpha}{2\pi R},$$

$$p_{cn} = \frac{P}{\pi R} (\cos \alpha \cos n\varphi_1 + n^{-1} \sin \alpha \sin n\varphi_1),$$

$$p_{sn} = \frac{P}{\pi R} (\cos \alpha \sin n\varphi_1 - n^{-1} \sin \alpha \cos n\varphi_1).$$

Для радиальной силы  $P$ , приложенной в сечении  $\varphi = 0$ , следует положить  $\varphi_1 = \alpha = 0$ .

2. Для самоуравновешенной системы  $m$  радиальных сил  $P$  (рис. 2, б):

$$p_0 = \frac{mP}{2\pi R}, \quad p_{cn} = \frac{mP}{\pi R}, \quad p_{sn} = 0.$$

3. Для равномерно распределенной на участке  $2R\varphi_0$  нагрузки  $p_0$ , уравновешенной потоком  $t(\varphi)$  (рис. 2, в):

$$t(\varphi) = \frac{2p_0 \sin \varphi_0}{\pi} \sin \varphi, \quad p_{c0} = \frac{p_0 \varphi_0}{\pi},$$

$$p_{cn} = \frac{2p_0 \sin n\varphi_0}{\pi n}, \quad p_{sn} = 0.$$

Для равномерной нагрузки из плоскости шпангоута  $q_0$ , распределенной на участке  $2R\varphi_0$  (рис. 2, г):

$$q_{c0} = \frac{q_0 \varphi_0}{\pi}, \quad q_{cn} = \frac{2q_0 \sin n\varphi_0 \cos n\varphi_1}{\pi n},$$

$$q_{sn} = \frac{2q_0 \sin n\varphi_0 \sin n\varphi_1}{\pi n}.$$

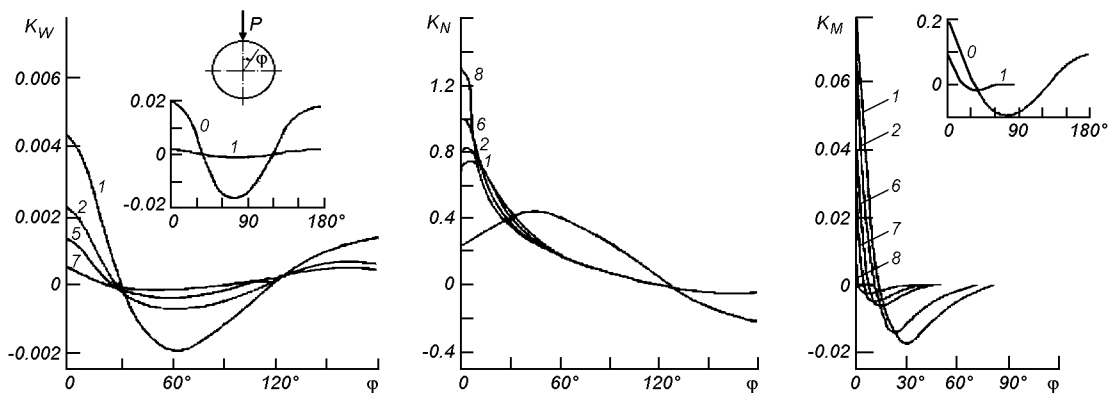


Рис. 3. НДС: радиальный прогиб, изгибающий момент, осевая сила  $K_w = w[EI/(PR^4)$ ,  $K_M = M_1/(PR)$ ,  $K_N = N/P$  для шпангоута, подкрепляющего сферическое днище. Кривые 0–8 соответствуют изолированному шпангоуту, значению параметра  $\alpha_c = 2(1 + \nu_c)EI_x/(E_c h_c R^3) = 0.01, 0.005, 0.004, 0.003, 0.002, 0.001, 0.0005, 0.0001$

Достаточно полные таблицы для коэффициентов Фурье многих локальных нагрузок приведены в работах [20, 21].

Результаты численного решения позволяют построить многочисленные графики для определения НДС для широкого диапазона параметров конструкции и внешних нагрузок. Большой набор таких графиков приведен в работах [20, 21, 28, 30].

На рис. 3 в качестве примера приведены графики, определяющие НДС шпангоута (радиальный прогиб, изгибающий момент, осевая сила), подкрепляющего стык цилиндрической оболочки и сферического днища, при нагружении радиальной силой в зависимости от параметров конструкции.

Для рассмотренных задач поддерживающее влияние цилиндрической оболочки существенно меньше, чем влияние сферического днища ( $A_{1n} \gg A_{2n}$ ), и при практических расчетах вполне можно пренебречь членом  $A_{2n}$  в знаменателе коэффициентов Фурье для  $M_1(\varphi)$  и  $w(\varphi)$ . Из графиков видно, что сферическое днище существенно изменяет НДС шпангоута, уменьшая  $M_1$  и  $w$ . Осевая сила в шпангоуте перераспределяется. В частности, она возрастает в сечениях вблизи приложения радиальной силы. В случае шпангоута, подкрепляющего только цилиндрическую оболочку, ее влияние является качественно таким же [26]).

Реактивные усилия со стороны оболочек на шпангоут оказывают существенное поддерживающее действие. Исследование их влияния позволило, в частности, сделать вывод о невозможности потери устойчивости распорного шпангоута топливного бака ракет при действии внутреннего давления (исчерпание несущей способности при этом происходит вслед-

ствие пластического деформирования [20, 21]). (В первых исследованиях по прочности конструкций РКТ параметры распорного шпангоута бака выбирались из условия потери им устойчивости от равномерных сжимающих усилий со стороны днища  $\bar{p} = p_0 R \cos \theta_c$ ,  $p_0$  — внутреннее давление, см. рис. 1, з).

Аналогичные схемы расчета (расчленение конструкции на элементы, введение реактивных усилий, характеризующих контактное взаимодействие элементов и определяемых из условий совместности деформаций и т. д.) характерны для других случаев локального нагружения оболочечных конструкций РКТ — передача нагрузок на стрингеры, различного рода включения, накладки и др.

При учете пластических деформаций используются известные методы упругих решений, которые сводят решение задач упругопластического деформирования к последовательности решения задач упругого деформирования.

#### КОНТАКТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ РКТ С ОПОРАМИ-ЛОЖЕМЕНТАМИ

В различных случаях эксплуатации (транспортировка, хранение) оболочечные конструкции РКТ опираются на круговые опоры-ложементы различного типа. Эти опоры можно рассматривать как круговые упругие основания. Усилия контактного взаимодействия определяются при решении специальных контактных задач. При описании упругих свойств ложементов могут быть введены модели Винклера (реакция ложемента  $p_n = C_0 w$ ), Власова ( $p_n = C_1 w + C_2 w''$ ) или другие модели [21]. Опирание

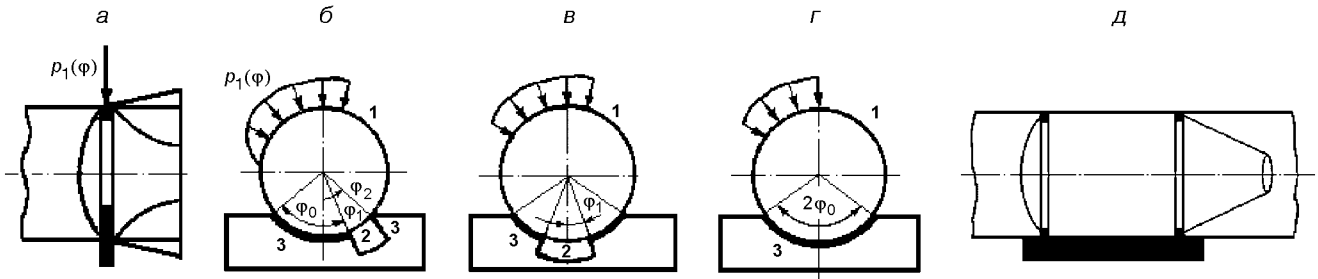


Рис. 4. Схемы контактного взаимодействия конструкций и ложементов: а — радиальная нагрузка, б, в, г — случаи несимметричного и симметричного деформирования (участки 1 и 2 — свободные, 3 — участок контакта); д — ложемент, протяженный по длине оболочки

происходит обычно в месте расположения поперечных ребер жесткости — шпангоутов. Прогиб шпангоута определяется с учетом влияния подкрепляющих оболочек (см. предыдущий раздел) и контактного взаимодействия с ложементом.

Рассмотрим контактное взаимодействие оболочечной конструкции и ложемент (возможные схемы представлены на рис. 4).

Прогиб шпангоута и радиальную нагрузку на шпангоут, которая определена в результате решения контактной задачи, представим в виде

$$w(\varphi), p_1(\varphi) = \sum_{n=0} [(w_{cn}, p_{1cn})\cos n\varphi + (w_{sn}, p_{1sn})\sin n\varphi].$$

При плоской деформации шпангоута для коэффициента Фурье  $w_n$  имеем

$$w_n = \alpha_n(np_n + t_n),$$

$$\alpha_0 = R^2 \left[ EF \left( 1 + \sum a_{0i} \right) \right]^{-1},$$

$$\alpha_n = R^4 \left[ EIn(n^2 - 1)^2 \left( 1 + \sum A_{in} \right) \right]^{-1},$$

где  $p_n, t_n$  — коэффициенты для внешней нагрузки.

Рассмотрим основание с одним произвольно расположенным вырезом (рис. 4, б). Для свободных участков 1, 2 и участков контакта 3 имеем соответственно

$$p_{10} + \sum_{n=2} (p_{1cn}\cos n\varphi + p_{1sn}\sin n\varphi) = p(\varphi),$$

$$p_{10} + \sum_{n=2} (p_{1cn}\cos n\varphi + p_{1sn}\sin n\varphi) +$$

$$+ C_1 w_{c1} + \sum_{n=1} C_n (w_{cn}\cos n\varphi + w_{sn}\sin n\varphi) = p(\varphi),$$

где  $C_n = C_1 + n^2 C_2$ .

Умножая обе части (4) на  $\cos k\varphi, \sin k\varphi$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ), интегрируя для участков 1—3, получим бес-

конечные системы уравнений для  $p_{cn}, p_{sn}, w_{c1}, w_{s1}$  (два последних характеризуют смещение шпангоута как жесткого целого) [14, 20, 21]

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0} a_{k1} w_{c1} + \sum_{k=0} \sum_{n=0} a_{kn} p_{1cn} + \\ & + \sum_{k=0} b_{k1} w_{s1} + \sum_{k=0} \sum_{n=2} b_{kn} p_{1sn} = p_{ck}, \\ & \sum_{k=1} c_{k1} w_{c1} + \sum_{k=0} \sum_{n=0} c_{kn} p_{1cn} + \\ & + \sum_{k=0} d_{k1} w_{s1} + \sum_{k=0} \sum_{n=2} d_{kn} p_{1sn} = p_{sk}. \end{aligned} \tag{5}$$

Коэффициенты  $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}$  определены в работе [21]. Приведем некоторые из них.

$$a_{01} = C(2\sin\varphi_0 - \sin\varphi_1 + \sin\varphi_2),$$

$$a_{kn} = 0.5C_n \alpha_n [2\varphi_0 - \varphi_1 + \varphi_2 + 0.5k^{-1}(2\sin 2k\varphi_0 - \sin k\varphi_1 + \sin k\varphi_2)] + \pi,$$

$$b_{kn} = 0.5C_n \alpha_n \{ (n-k)^{-1} [\cos(n-k)\varphi_1 - \cos(n-k)\varphi_2] + (n+k)^{-1} [\cos(n+k)\varphi_1 - \cos(n+k)\varphi_2] \},$$

$$c_{k1} = 0.5C \{ (k-1)^{-1} [\cos(k-1)\varphi_1 - \cos(k-1)\varphi_2] + (k+1)^{-1} [\cos(k+1)\varphi_1 - \cos(k+1)\varphi_2] \},$$

$$d_{kk} = 0.5C_k \alpha_n [2\varphi_0 - \varphi_1 + \varphi_2 - 0.5k^{-1}(2\sin 2k\varphi_0 - \sin 2k\varphi_1 + \sin 2k\varphi_2)] + \pi,$$

.....

где  $C = C_1 + C_2, C_k = C_1 + k^2 C_2$ .

В случае симметричного деформирования (центральный вырез или сплошной ложемент — рис. 4, в, г) решение разделяется на симметричное и несимметричное, и для определения  $p_{1cn}, w_{cn}$  и  $p_{1sn}, w_{sn}$  получаем отдельные системы уравнений.

Для сплошного ложеента (наиболее распространенный на практике случай) эти системы имеют вид

$$\begin{aligned} a_{00}p_{1c0} + a_{01}w_{c1} + a_{02}p_{1c2} + \dots + a_{0n}p_{1cn} &= p_{c0}, \\ &\dots\dots\dots \\ a_{k0}p_{1c0} + a_{k1}w_{c1} + \dots + a_{kn}p_{1cn} &= p_{1ck}, \\ d_{10}p_{1s0} + d_{11}w_{s1} + \dots + d_{1n}p_{1sn} &= p_{s1}, \\ &\dots\dots\dots \\ d_{k0}p_{1s0} + d_{k1}w_{s1} + \dots + d_{kn}p_{1sn} &= p_{sk}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} a_{00} &= 2(\pi + C_1\alpha_0\varphi_0), \\ a_{01} &= 2C\sin\varphi_0, \\ a_{0n} &= 2C_n\alpha_n n^{-1}\sin n\varphi_0, \\ a_{10} &= 2C_1\alpha_0\sin\varphi_0, \\ a_{11} &= C(\varphi_0 - 0.5\sin 2\varphi_0), \\ a_{1n} &= C_n [(n-1)^{-1}\sin(n-1)\varphi_0 + (n+1)^{-1}\sin(n+1)\varphi_0], \\ a_{k0} &= 2C_1\alpha_0 k^{-1}\sin k\varphi_0, \\ a_{k1} &= C[(k-1)^{-1}\sin(k-1)\varphi_0 + (k+1)^{-1}\sin(k+1)\varphi_0], \\ a_{kk} &= C_k\alpha_k(\varphi_0 + 0.5k^{-1}\sin 2k\varphi_0) + \pi, \\ a_{kn} &= C_n\alpha_n [(n-k)^{-1}\sin(n-k)\varphi_0 + \\ &+ (n+k)^{-1}\sin(n+k)\varphi_0], \\ d_{11} &= C(\varphi_0 - \sin 2\varphi_0), \\ d_{1n} &= C_n\alpha_n [(n-1)^{-1}\sin(n-1)\varphi_0 - \\ &- (n+1)^{-1}\sin(n+1)\varphi_0], \\ d_{k1} &= C[(k-1)^{-1}\sin(k-1)\varphi_0 - (k+1)^{-1}\sin(k+1)\varphi_0], \\ d_{kk} &= C_k\alpha_k(\varphi_0 - 0.5k^{-1}\sin 2k\varphi_0) + \pi, \\ d_{kn} &= C_k\alpha_n [(n-k)^{-1}\sin(n-k)\varphi_0 - \\ &- (n+k)^{-1}\sin(n+k)\varphi_0]. \end{aligned}$$

В приведенном решении для ложеента использована модель Власова. Для модели Винклера следует положить  $C = C_n = C_0$ . Бесконечные системы (5), (6) являются регулярными [20, 21], что позволяет провести их редуцирование (ограничиться при решении конечным числом уравнений: число уравнений  $n^*$  выбирается, например, из условия

$$| [p_{1n^*}(\varphi) - p_{1(n^*-1)}(\varphi)] [p_{1n^*}(\varphi)]^{-1} | < \varepsilon$$

( $\varepsilon$  — заданное малое число). Нагрузка  $p_1(\varphi)$  и контактное давление  $p_n = p_1 - p$  определяются

суммированием коэффициентов Фурье.

Удобно вычисление  $p_n$  по формуле

$$p_n(\varphi) = \sum_{n=0} C_n (w_{cn} \cos n\varphi + w_{sn} \sin n\varphi)$$

ввиду быстрой сходимости ряда для  $w(\varphi)$  ( $w_n \propto p_n n^{-4}$ ).

Приведем некоторые результаты расчета. На рис. 5 приведены графики распределения контактного давления для различных оболочечных конструкций при опирании их на ложемент (сплошной или с симметричным вырезом) в месте стыка шпангоута со сферическим днищем и цилиндрической оболочкой, с цилиндрической, конической оболочками (схемы приведены в верхней части рис. 5).

При расчетах для ложеента принята модель Винклера. Рассмотрены конструкции из алюминиевых сплавов типа АМГ6М.

В работах [20, 21] приведен большой набор соответствующих графиков контактного давления, полученных при решении большого цикла контактных задач для различных видов конструкций РКТ и ложементов и широкого диапазона их геометрических и жесткостных параметров, которые позволяют быстро дать оценку нагруженности конструкций в месте опирания на ложементы и являются справочным материалом.

Анализ многочисленных исследований показывает, что с увеличением жесткости ложеента или с уменьшением жесткости оболочечной конструкции увеличивается неравномерность контактного давления, при этом оно резко увеличивается на краях площадок контакта. При противоположных эффектах (уменьшение жесткости ложеента) изменение давление становится близким к косинусоидальному распределению. При большой жесткости ложеента и определенных параметрах конструкция «отходит» от ложеента, появляется несколько площадок контакта (такие эффекты для гибкого кольца и абсолютно жесткого основания исследованы в работах [16, 21] и подтверждаются экспериментально).

Эффекты, связанные с локализацией контактного давления, имеют существенное значение при оценке прочности конструкций РКТ: в зонах, близких к краям площадок контакта, возникают значительные пластические деформации и может произойти разрушение или локальная потеря устойчивости. Отметим, что локализация контактного давления характерна для металлических конструкций ( $E/G = 2(1 + \nu)$ ) и объясняется малым влиянием сдвиговой жесткости. Для полимерных конструкций влияние сдвиговой жесткости значительно, и эффекты локализации проявляются в меньшей степени. В работах [14, 15, 20, 21] исследованы другие эффекты: влияние различных моделей для

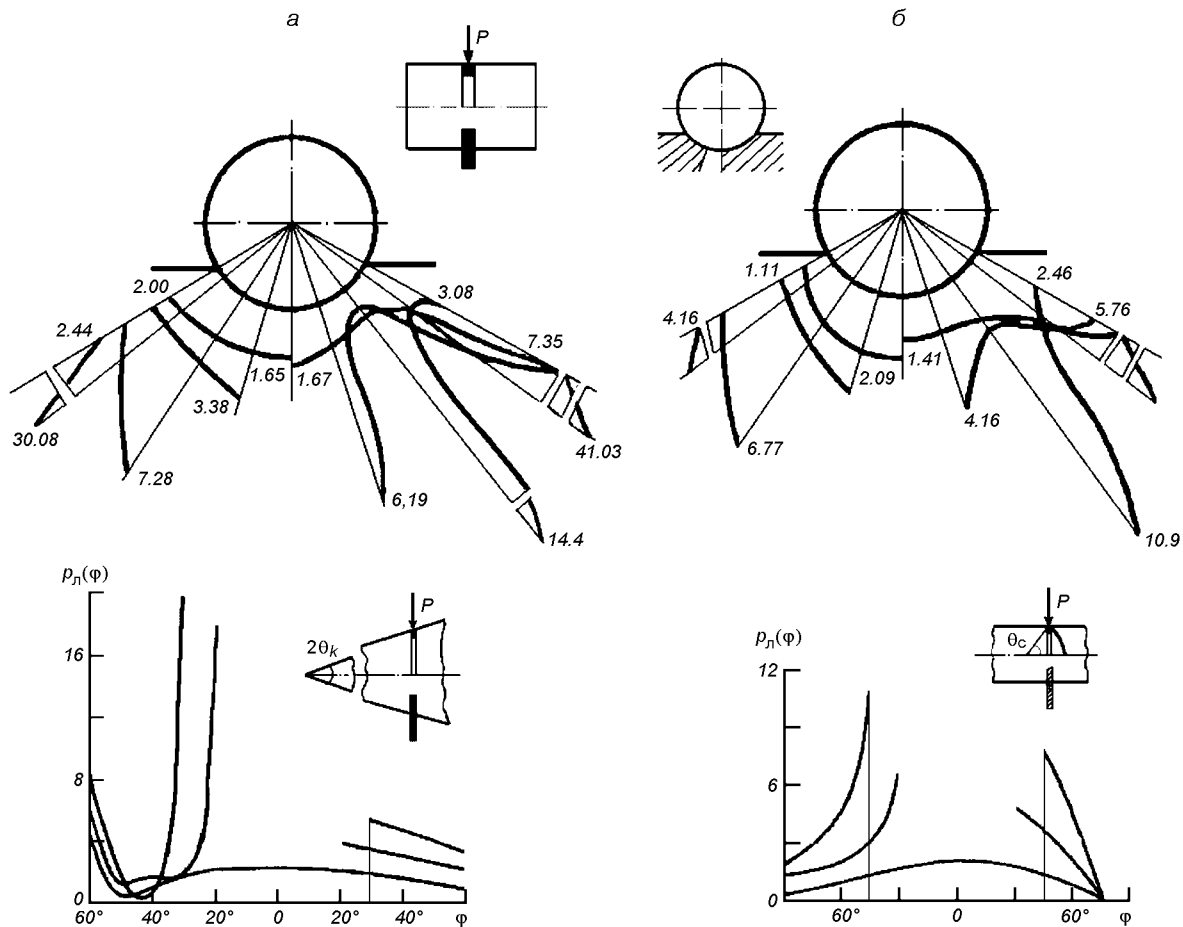


Рис. 5. Распределение контактного давления (параметры  $a = [3(1 - \nu^2)]^{-3/4} [Eh^3R/(E_{II}I_x)]\sqrt{R/h}$ ,  $b = C_0R^4/(EI_x)$ ).  $a$ :  $a = 2$ ,  $b = 50$  (слева),  $b = 1500$  (справа);  $b$ :  $a = 0.5$ ,  $b = 1$  (слева),  $b = 500$  (справа);  $\alpha$ :  $\theta_k = 15^\circ$ ,  $a = 45$ ,  $R/h = 200$ ,  $b = 500$  (слева),  $b = 1$  (справа);  $\alpha$ :  $\theta_c = 45^\circ$ ,  $R/h = 100$ ,  $\alpha_c = 1.67 \cdot 10^{-4}$ ,  $b = 500$  (слева),  $b = 1$  (справа)

ложемента, появление пластических деформаций в конструкции и ложементах, несовпадение радиусов, начальные несовершенства формы конструкции и ложемента и др.

При опирании конструкции РКТ на опоры-ложементы, имеющие протяженность по длине оболочек (рис. 4, д), схемы решения соответствующих контактных задач усложняются, однако принципиально они похожи на вышеописанные. В этом случае используется метод двойных тригонометрических рядов. Подробно соответствующие схемы и решения конкретных задач описаны в работе [21].

Экспериментальные данные подтверждают эффекты, полученные при расчетах. Локализация контактного давления показана в экспериментах на моделях, проведенных методами фотоупругости [19, 20]. Появление значительного изменения формы или локальных вмятин потери устойчивости в

зонах, близких к краям площадок контакта, обнаружено для разных объектов РКТ при эксплуатации, в различных случаях транспортировки, хранения также подтверждает указанные эффекты.

#### ЛОКАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ РКТ

В местах приложения локальных нагрузок может произойти локальная потеря устойчивости оболочечных конструкций. Исследование локальной устойчивости является сложной задачей. Для существенно неоднородного НДС оно может быть проведено на основе численных методов. Эффективным является метод локальных вариаций — численный метод решения вариационных задач. Соответствующие схемы расчета основаны на определении



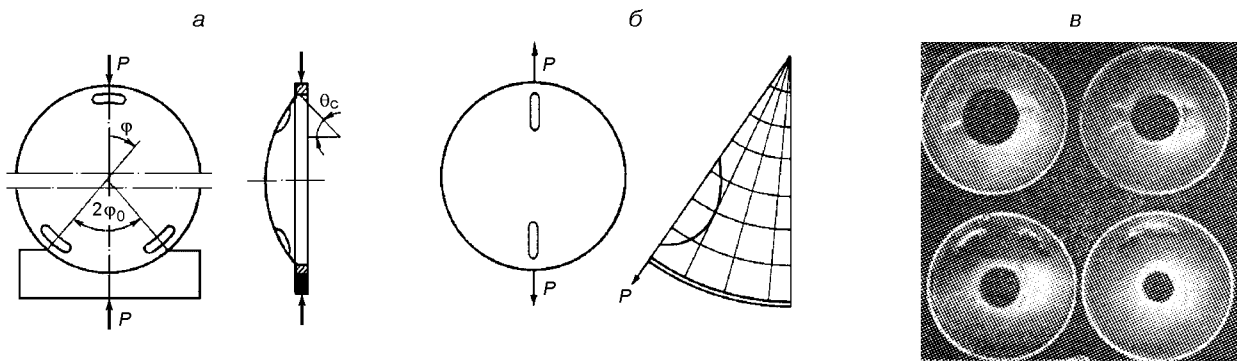


Рис. 6. Формы локальной потери устойчивости сферических оболочек: а, б — схемы образования локальных вмятин, в — результат модельных испытаний

полей перемещений  $u, v, w$ , обуславливающих экстремальное значение функционалу энергии при первоначальном задании локальной формы и расположения вмятин при потере устойчивости.

На рис. 6, а схематично показаны такие локальные вмятины, расположенные в зонах максимальных сжимающих напряжений для сферического днища. Отметим особенности локальной потери устойчивости для сферического днища. Так, действие растягивающих сил, приложенных к подкрепляющему шпангоуту, приводит к потере устойчивости с образованием продольных локальных вмятин (рис. 6, б). При наличии вырезов в днище первоначально потеря устойчивости может произойти в краевых зонах вырезов вследствие концентрации в них напряжений [7, 11, 13, 20, 21]. Рис. 6, а, б схематично отражают формы локальной потери устойчивости при эксперименте, рис. 6, в показывает фото испытанных модельных сферических оболочек при локальном краевом нагружении. Видно, что при малом диаметре центрального кругового выреза форма потери устойчивости локализуется в районе приложения сил, с увеличением диаметра образование локальных вмятин может произойти у краев выреза.

При использовании метода локальных вариаций проводится дискретизация функционала энергии (разбиение оболочки на ячейки показано на рис. 6, б). В зоне локальной вмятины осуществляется сгущение сетки с автоматическим выбором ее размеров. Возможность варьирования размеров сетки делает метод локальных вариаций весьма эффективным при решении подобных задач. К основным его недостаткам относится большой объем вычислений. При решении задач локальной устойчивости могут применяться и другие численные методы: методы конечных элементов и конечных разностей, градиентный [17, 19, 21, 23].

В работах [11—13, 20, 21] содержатся результаты широкомасштабных теоретико-экспериментальных исследований локальной потери устойчивости оболочек при использовании метода локальных вариаций. В экспериментальных исследованиях, при изучении процесса локальной потери устойчивости оболочек, применялись, в частности, методы высокоскоростной киносъемки [12].

При проектных инженерных расчетах может быть использован приближенный подход для изучения локальной устойчивости оболочек, при котором определяются эквивалентные напряжения  $\sigma_0 = 0.5(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})$  ( $\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$  — максимальные и минимальные напряжения), которые сравниваются с критическими напряжениями при однородном напряженном состоянии. Такие подходы могут быть использованы при исследовании локальной потери устойчивости сферического днища при краевом локальном воздействии, цилиндрической оболочки, нагруженной локализованной нагрузкой из плоскости шпангоута (схема одного из таких нагружений приведена на рис. 2, з).

Интерес представляет исследование влияния несовершенств формы конструкции (в частности, овальности) и несовпадения радиусов при локальной потере устойчивости в случае опирания шпангоута, подкрепляющего сферическое днище, на ложемент. На рис. 7, а приведена зависимость параметра критической нагрузки  $\alpha = P_{\text{кр}}/P_{\text{кр}}^0$  от параметра  $\delta = R_2 - R_1$  ( $P_{\text{кр}}^0$  — критическая нагрузка при совпадении радиусов;  $R_1, R_2$  — радиусы конструкции и ложемента). На рис. 7, б приведена зависимость  $\alpha$  от параметра овальности  $a$  (начальный прогиб шпангоута  $w_0 = a \cos 2\varphi$ ). Кривая 1 соответствует опиранию шпангоута на ложемент частью с большей кривизной — рис. 7, в; кривая 2 — с меньшей кривизной — рис. 7, г;  $\Delta = \delta(1 - \cos\varphi)^{-1}$

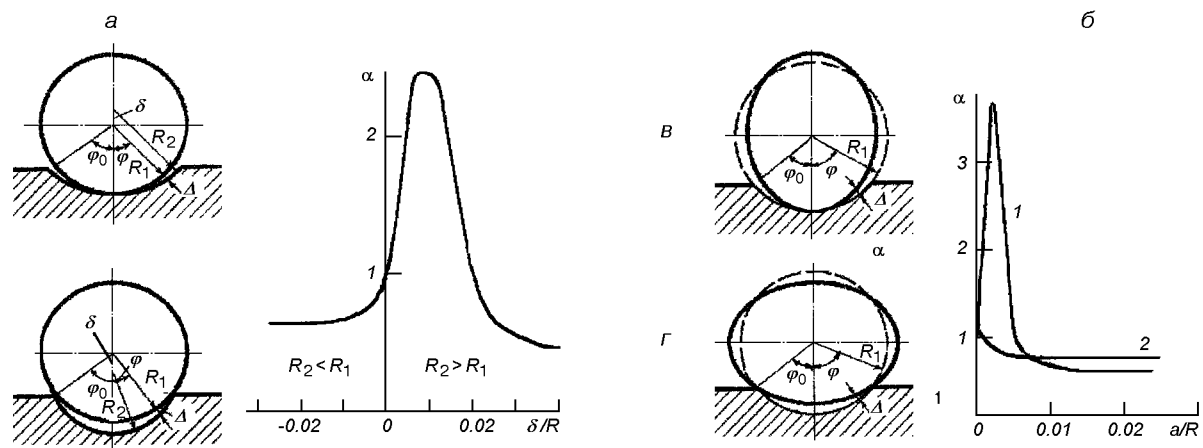


Рис. 7. Влияние несовершенств формы конструкции (см. текст)

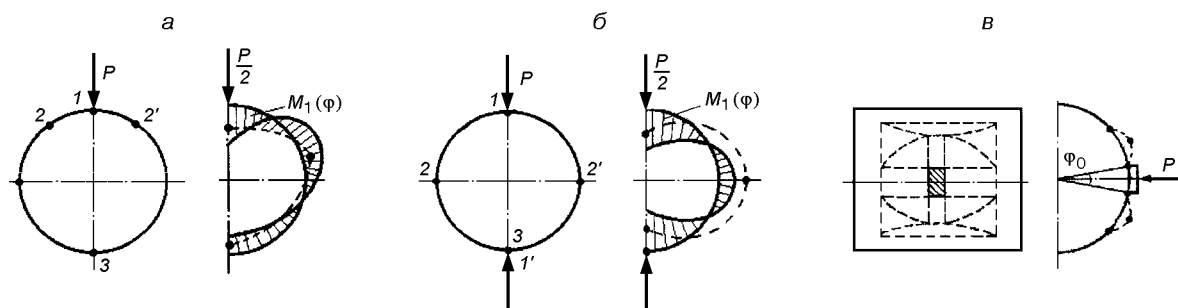


Рис. 8. Схемы образования локальных и линейных пластических шарниров

при  $R_2 > R_1$ ,  $\Delta = \delta(\cos\varphi/\cos\varphi_0 - 1)^{-1}$  при  $R_2 < R_1$ . При расчетах использован указанный приближенный подход.

Выше отмечалось, что локальная потеря устойчивости распорного шпангоута топливного бака при внутреннем давлении для используемых в РКТ параметров конструкций вследствие поддерживающего влияния оболочек, невозможна.

В работах [3, 20, 21] приведены решения задач локальной потери устойчивости шпангоутов при поясовой статической и динамической нагрузках. Исследование динамической устойчивости проводится на основе изучения неустойчивых форм изгибных колебаний и построения соответствующих областей динамической устойчивости (при использовании уравнений Матье). Влияние подкрепляющих оболочек при этом является существенным.

#### НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ КОНСТРУКЦИЙ РКТ ПРИ ЛОКАЛЬНЫХ НАГРУЗКАХ

Исчерпание несущей способности при локальных нагрузках может быть связано с развитием пласти-

ческих деформаций в зоне их приложения. При построении нелинейной зависимости «нагрузка—прогиб» определяется предельное значение нагрузки, при котором прогиб резко увеличивается. Такие подходы предложены в работах [5, 7—9, 20, 21, 24]. Применение метода продолжения по параметру и его варианта — метода последовательных нагружений [2, 6, 8, 29] позволяет изучить сложные задачи деформирования и несущей способности тонкостенных оболочечных конструкций при использовании модели упрочняющегося тела. При этом прослеживается изменение НДС конструкции при поэтапном увеличении локальной нагрузки вплоть до достижения предельной нагрузки.

Для модели идеально пластического тела исчерпание несущей способности связано с образованием механизма разрушения [5, 8, 25]. При этом широко используется понятие локальных и линейных пластических шарниров. Нижняя и верхняя границы коэффициента запаса (отношение разрушающей нагрузки к действующей) соответствуют статическому и кинематическому решениям. Эти границы определяются на основе соответствующих теорем теории предельного равновесия [8, 25]. При

локальной нагрузке, соответствующей механизму разрушения, конструкция становится кинематически изменяемой системой: дальнейшее превышение нагрузки приводит к исчерпанию несущей способности конструкции. Такая нагрузка является разрушающей. На рис. 8 схематично показаны локальные и линейные пластические шарниры, образующие механизм разрушения. Цифры на рис. 8, а, б определяют последовательность образования шарниров для шпангоутов (в силу симметрии нагружения одновременно образуются шарниры 2, 2' — рис. 8, а, 1, 1'; 2, 2' — рис. 8, б, справа от схемы шарниров приведены эпюры изгибающих моментов). Рис. 8, в показывает расположение линейных шарниров при локальном нагружении цилиндрической оболочки. Результаты многочисленных исследований несущей способности оболочечных конструкций РКТ при локальных нагрузках на основе предельного анализа рассмотрены в работах [5, 8, 20, 21, 27, 30].

Приведем результаты решения задачи несущей способности цилиндрической оболочки при нагружении радиальной силой, приложенной к жесткому штампу (его основание на схеме рис. 8, в заштриховано), на основе теории предельного равновесия. Разрушающая нагрузка определяется из уравнения скоростей виртуальных работ

$$A - D = 0,$$

где  $A$  — скорость изменения работы внешней нагрузки,  $D$  — скорость диссипации энергии в линейных шарнирах, определяющих механизм разрушения.

При возможности реализации нескольких механизмов разрушения выбирается тот, который дает минимальное значение разрушающей нагрузки.

На рис. 9 пунктирными линиями приведены кривые, полученные в результате расчета разрушаю-

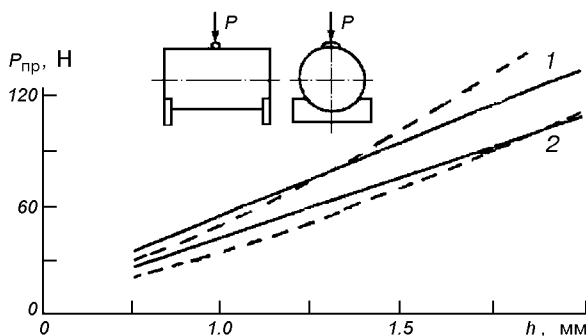


Рис. 9. Предельная локальная нагрузка для цилиндрической оболочки радиусом 10 см. Сплошные линии — эксперимент, штриховые — расчет. Кривые 1 и 2 — для углов обхвата штампа  $2\varphi^0 = 5^\circ$  и  $25^\circ$  соответственно

щей нагрузки для цилиндрических оболочек из АМГ6М. Схема разрушения, характеризуемая линейными пластическими шарнирами, по которым происходит излом поверхности оболочки, используемая при теоретическом анализе, показана на рис. 8, в. Сплошными линиями нанесены кривые, построенные по результатам эксперимента для 37 оболочек. В эксперименте снималась диаграмма нагрузка — максимальный прогиб и фиксировалось значение разрушающей нагрузки  $P_{пр}$ . Исчерпание несущей способности связано с появлением необратимых вмятин (форма разрушения соответствует изображенной на рис. 8, в) при достижении  $P_{пр}$ , при этом происходит падение нагрузки.

#### ВЛИЯНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ НЕСОВЕРШЕНСТВ ФОРМЫ НА НЕСУЩУЮ СПОСОБНОСТЬ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ РКТ

Локальные несовершенства формы также можно считать факторами локализованного воздействия на оболочечные конструкции. Эти факторы существенно влияют на несущую способность оболочечных конструкций РКТ. Оценка их влияния должна проводиться с учетом пластического деформирования материала конструкции, поскольку само появление этих несовершенств связано с пластическими деформациями. Несовершенство формы в виде локализованных отклонений формы конструкции от идеальной характерны для оболочечных конструкций РКТ и появляются при различных технологических операциях изготовления или при нагружении, предшествующим основному этапу эксплуатации. Например, при хранении ракет в местах опирания их на ложемент образуются остаточные локальные отклонения формы, оценка влияния которых на последующую эксплуатацию ракет должна быть проведена.

Начальные несовершенства формы обычно считаются факторами, снижающими прочностную работоспособность конструкций. Однако характер их влияния определяется не только их величиной, но и конфигурацией, приводящей к особенностям взаимодействия начально несовершенной формы и развивающейся формы разрушения. Снижают несущую способность конструкций несовершенства, близкие по конфигурации к форме исчерпания несущей способности конструкций без несовершенств. А несовершенства иной конфигурации, стесняющие развитие этой формы, в меньшей степени снижают, а в ряде случаев повышают несущую способность (при этом начальные несовершенства, опасные для одного вида нагружения могут

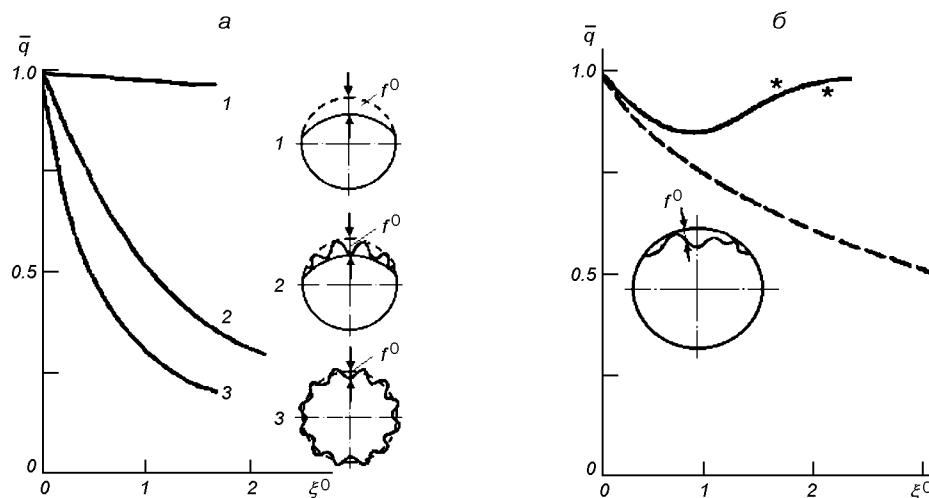


Рис. 10. Влияние формы локальных несовершенств и упрочнения материала на несущую способность конструкции (см. текст)

быть не опасными для другого [7—9, 29]). Особенностью истощения несущей способности, установленной теоретически и экспериментально, является совпадение формы истощения с соответствующей формой идеальной (без начальных несовершенств) оболочечной конструкции — при малых начальных локальных вмятинах, развитие и существенное влияние начальных вмятин — при больших начальных вмятинах. Количественно переход от одной качественной формы истощения несущей способности к другой определяется упругопластическими свойствами материала, видом и параметрами конструкции и нагружения. Влияние оказывает и упрочнение материала (возникновение несовершенств связано с пластическим деформированием и разгрузкой материала, предел текучести при последующих нагружениях повышается).

Рис. 10 отражает некоторые из отмеченных выше тенденций. Рассмотрена цилиндрическая оболочечная конструкция, имеющая локальные нерегулярные вмятины, появившиеся вследствие предварительного действия внешнего давления большой интенсивности (в реальных случаях эксплуатации это может быть связано с действием интенсивного локального импульсного нагружения, оценка влияния которого на конструкцию РКТ должна быть проведена). На рис. 10, а показаны виды локальных несовершенств, полученных при указанном воздействии, и соответствующие им кривые изменения несущей способности с увеличением амплитуд начального несовершенства формы. Из графиков видно, что чем в большей степени начальный прогиб совпадает с формой истощения несущей способности идеальной оболочки, тем он опаснее. На

рис. 10, б показано, как влияет учет упрочнения материала. Пунктирная и сплошная линии отражают результаты расчета без учета и с учетом этого влияния. Видно, что снижение  $\bar{q}$  происходит до  $\xi_0^0 = f_0/h = 1$ . Далее  $\bar{q}$  увеличивается, при этом может быть  $\bar{q} > 1$ . По осям координат отложено:  $\bar{q} = q_{пр}/q^0$  ( $q_{пр}$ ,  $q^0$  — несущие способности оболочек с учетом влияния локальной вмятины, и идеальной — без вмятины оболочки,  $f_0$  — максимальная амплитуда вмятины); материал оболочки АМГБМ,  $L/R = 1$ ,  $R/h = 60$ . Крестиком обозначены результаты эксперимента.

Исследование несущей способности оболочечных конструкций с локальными несовершенствами формы проводится на основе метода последовательных нагружений [2, 8—10]. Получены достаточно сложные нелинейные системы уравнений относительно приращений прогиба  $\Delta w$  и функции напряжений  $\Delta F$  для каждого этапа приращения нагрузки  $\Delta q$ . При этом применяется метод переменных параметров упругости, в соответствии с которым задачи упругопластического деформирования сводятся к последовательности задач упругого деформирования, упругие постоянные которых меняются, и метод Бубнова—Галеркина на каждом этапе нагружения. Диаграммы деформирования задаются в виде таблиц, либо аналитически. В дальнейшем происходит суммирование соответствующих приращений. Могут быть использованы соотношения различных теорий пластичности: деформационной теории, изотропной теории течения, анизотропной теории течения — с трансляционным и кинематическим упрочнением и др. В случае локальных

несовершенств, имеющих сложные конфигурации и произвольную ориентацию в системе координат, трудно обойтись без использования численных методов. Соответствующие системы уравнений и результаты решения многочисленных задач для оболочечных конструкций приведены в работах [6, 8—10, 29, 31, 32].

В работах [6, 8—10] приведены результаты экспериментальных исследований несущей способности оболочек, имеющих локальные вмятины различной конфигурации, при разных видах нагружения при пластическом деформировании материала.

К локализованным начальным несовершенствам могут быть отнесены также нарушения сплошности — отверстия (вырезы). Как правило, наличие отверстий снижает несущую способность оболочечных конструкций. Однако при подкреплении краев отверстий могут быть достигнуты и другие эффекты — даже повышение несущей способности. В работах [6, 8—10] приведены многочисленные данные экспериментального исследования влияния отверстий на несущую способность конструкций при пластических деформациях.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье приведен достаточно полный набор методов расчета НДС, устойчивости, несущей способности при наиболее важных для оболочечных конструкций РКТ локальных нагружениях, контактных взаимодействиях и некоторых локализованных особенностях конструкций. Соответствующие расчетные схемы являются основой для разработки методов расчета других (не рассмотренных в статье) случаев локальных нагружений и контактных взаимодействий (стрингеры, различные включения, вырезы с подкрепляющими края ребрами жесткости, опирание конструкций РКТ на протяженные по длине ложементы, учет пластических свойств и ползучести материала и др.). Ряд задач, относящихся к отмеченным выше, рассмотрен в работах [13, 14, 20, 21].

Вопросы влияния локальных несовершенств формы, появляющихся при технологических операциях изготовления или при локальных нагружениях, охарактеризованы кратко. Методы расчета конструкций РКТ при указанных факторах и результаты многочисленных экспериментальных исследований подробно изложены в работах [6, 8—10, 29, 32], где также приведена обширная библиография. То же относится к влиянию локализованных нарушений сплошности (отверстий) на несущую способность оболочечных конструкций.

1. Григолюк Э. И., Толкачев В. М. Контактные задачи теории пластин и оболочек. — М.: Машиностроение, 1980.—411 с.
2. Григолюк Э. И., Шалашилин В. И. Проблемы нелинейного деформирования: Метод продолжения решения по параметру в нелинейных задачах механики твердого деформируемого тела. — М.: Наука, 1988.—232 с.
3. Гудрамович В. С. Пластическое выпучивание цилиндрической оболочки конечной длины при импульсном локальном нагружении // Теория оболочек и пластин: Тр. 8 Всесоюз. конф. по теор. оболочек и пластин (Ростов-на-Дону, 1971). — М.: Наука, 1973.—С. 125—130.
4. Гудрамович В. С. Контактные задачи сопряжения для системы пологих оболочек вращения и силовых колец при произвольном нагружении // Контактная прочность пространственных конструкций. Сб. науч. тр. — Киев: Наук. думка, 1976.—С. 56—67.
5. Гудрамович В. С. О несущей способности конструкций летательных аппаратов // Космические исследования на Украине.—1976.—Вып. 9.—С. 78—85.
6. Гудрамович В. С. Устойчивость упругопластических оболочек. — Киев: Наук. думка, 1987.—216 с.
7. Гудрамович В. С. Исследование прочности конструкций ракетно-космической техники в некоторых экстремальных условиях эксплуатации // Техническая механика.—2001.—№ 2.—С. 74—87.
8. Гудрамович В. С., Герасимов В. П., Деменков А. Ф. Предельный анализ элементов конструкций. — Киев: Наук. думка, 1990.—136 с.
9. Гудрамович В. С., Деменков А. Ф. Упругопластические конструкции с несовершенствами формы и остаточными напряжениями. — Киев: Наук. думка, 1991.—174 с.
10. Гудрамович В. С., Деменков А. Ф. Численное моделирование деформирования и предельных состояний оболочечных конструкций ракетно-космической техники с учетом изменения их свойств при эксплуатации // Ракетно-косм. техника. Фундаментальные пробл. механики и теплообмена. Тез. докл. междунар. конф. (Москва, 1998). — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Баумана, 1998.—С. 39.
11. Гудрамович В. С., Дисковский И. А. О локальной устойчивости сферических оболочек // Докл. АН СССР.—1977.—232, № 6.—С. 1283—1285.
12. Гудрамович В. С., Дисковский И. А., Коновалов Н. А. Применение высокоскоростной киносъемки при экспериментальном исследовании процесса локальной потери устойчивости оболочек // Журн. науч. и прикл. фотографии и кинематографии АН СССР.—1979.—24, № 1.—С. 14—20.
13. Гудрамович В. С., Дисковский И. А., Макеев Е. М. Тонкостенные элементы зеркальных антенн. — Киев: Наук. думка, 1986.—152 с.
14. Гудрамович В. С., Макеев Е. М., Моссаковский В. И., Никитин П. И. Контактное взаимодействие оболочечных конструкций с опорными основаниями при усложненных условиях эксплуатации // Проблемы прочности.—1985.—№ 10.—С. 108—114.
15. Гудрамович В. С., Макеев Е. М., Федий С. П. Прочность сегмента сферической оболочки при опирании на ложемент с учетом неоднородности контакта // Техническая механика.—1999.—№ 1.—С. 141—147.
16. Гудрамович В. С., Моссаковский В. И. Контактная задача для упругого кольца, подкрепляющего цилиндрическую оболочку // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение.—1961.—№ 2.—С. 153—156.
17. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике: Пер. с англ. — М.: Мир, 1975.—542 с.
18. Лукасевич С. Локальные нагрузки в пластинах и оболочках: Пер. с англ. — М.: Мир, 1975.—542 с.

19. Моссаковский В. И., Гудрамович В. С. Контактные задачи теории оболочек // Контактная прочность пространственных конструкций. Сб. науч. тр. — Киев: Наук. думка, 1976.—С. 3—40.
20. Моссаковский В. И., Гудрамович В. С., Макеев Е. М. Контактные задачи теории оболочек и стержней. — М.: Машиностроение, 1978.—247 с.
21. Моссаковский В. И., Гудрамович В. С., Макеев Е. М. Контактные взаимодействия элементов оболочечных конструкций. — Киев: Наук. думка, 1988.—288 с.
22. Образцов И. Ф., Нерубайло Б. В., Ольшанский В. П. Оболочки при локализованных воздействиях (обзор работ, основные результаты и направления исследований). — М., 1988.— 152 с.—(Деп. в ВИНТИ, № 1222.—В88).
23. Сахаров А. С., Кислоокий В. Н., Киричевский В. В. и др. Метод конечных элементов в механике твердых тел. — Киев: Вища шк., 1982.—480 с.
24. Феодосьев В. И., Черняков С. М. О передаче сосредоточенных сил на тонкостенную оболочку // Инж. журн.—1966.—№ 6.—С. 50—58.
25. Ходж Ф. Г. Расчет конструкций с учетом пластических деформаций: Пер. с англ. — М.: Машгиз, 1963.—380 с.
26. Beskin L. Local stress distribution in cylindrical shells // J. Appl. Mech.—1946.—13, N 2.—P. 14—26.
27. Gudramovych V. S. Carrying capacity of locally loaded cylindrical shells // Proc. of Intern. Conf. (Czech Republ, 1997). — Brno, 1997.—P. 145—151.
28. Gudramovych V. S. Numerical simulation of nonlinear contact interaction between shell structures and supports (stamps) of different types // Progress and Trends in Rheology. — Darmstadt: Springer, 1998.—P. 351—352.
29. Gudramovych V. S. Plastic and creep instability of shells with initial imperfections // Solid mechanics and its applications. — Dordrecht: Kluwer., 1998.—Vol. 64.—P. 277—289.
30. Gudramovych V. S. Strength of locally loaded thin-walled structures of marine vehicles // High Speed Marine Vehicles: Proc. of 5th Intern. Symposium (Italy, 1999). — Napoli, 1999.—P. IV.1.1—P. IV.1.12.
31. Gudramovych V. S., Demenkov A. F. Models and methods for calculation of the deformation, remaining life and limiting states of spacecraft structural members allowing for change in their properties in service // Proc. of 4th Ukraine—Russian—Ukrainian Symp. on Space Science and Technology (Kiev, 1996). — Kiev, 1996.—Vol. 1.—P. 121—122.
32. Gudramovych V. S., Lebedev A. A., Mossakovsky V. I. Plastic deformation and limit states of metal shell structures with initial shape imperfections // Light-weight steel and aluminium structures. —Amsterdam et al.: Elsevier, 1999.—P. 257—263.

---

**METHODS FOR CALCULATING THE STRENGTH OF ROCKET-SPACE SHELL STRUCTURES UNDER LOCAL LOADING AND CONTACT INTERACTIONS**

**V. S. Gudramovych**

The basic methods for calculating thinwalled rocket-space shell structures under local loading and contact interactions are presented. We studied effects of the local loading on supporting rigidity ribs (frames, stringers), contact interactions of shell structures with supports of various types, and local shape imperfections. We analysed the action of these factors on the stress-and-strained state, the local stability, and the carrying capacity of the rocket-space structures. The effect of material plastic deformations was estimated. The results of numerical analysis and some experimental data are given.